

Modèle analytique prenant en compte la saturation croisée pour le dimensionnement optimal des machines à aimants internes

Sullivan KÜTTLER^{*†}, Khadija EL-KADRI BENKARA^{*}, Guy FRIEDRICH^{*}, Franck VANGRAEFSCHPE[†], Abdenour ABDELLI[†], Benoist THIROUARD[†]

^{*}LEC : Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne, UTC, BP 20259, 60205 Compiègne Cedex,
[†]IFPEN : 1-4 avenue de Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison.

sullivan.kuttler@ifpen.fr, kelkadri@utc.fr, guy.friedrich@utc.fr, franck.vangraefschpe@ifpen.fr,
abdenour.abdelli@ifpen.fr, benoist.thirouard@ifpen.fr

RÉSUMÉ – Le dimensionnement optimal des machines électriques est un enjeu important dans un contexte de compétitivité industrielle, d'économie des matériaux nobles (cuivre, aimants permanents, ...) et d'économie d'énergie. En particulier, le domaine de l'automobile est très exigeant sur l'ensemble de ces critères. Parallèlement, un dimensionnement "réellement" optimal au-delà d'algorithmes adaptés, doit disposer de modèles suffisamment fins des principaux phénomènes physiques intervenant dans une conversion électromécanique. Le phénomène de saturation croisée dans les machines à aimants permanents internes (MAPI) est rarement pris en compte alors que sa contribution est loin d'être négligeable particulièrement pour des régimes de fonctionnement à niveau de saturation élevé. L'article propose un modèle analytique basé sur un réseau de réluctances prenant en compte les non-linéarités introduites par la saturation magnétique des matériaux. Ce modèle est destiné à être implanté dans un environnement de dimensionnement optimal multi-physique: il doit donc associer rapidité et précision. Après une présentation de ce modèle et de son utilisation pour déterminer l'évolution des flux magnétiques sur les axes d et q en fonction de i_d et i_q , les résultats seront comparés aux résultats obtenus par une modélisation par éléments finis sur deux cas tests. Une discussion sur le compromis précision-temps de calcul des deux méthodes en sera déduite.

ABSTRACT – The optimal design of electrical machines is an important issue in a context of industrial competitiveness, in order to minimize the use of rare material (copper, permanent magnet, ...) and to do energy saving. Particularly, the automotive industry is very demanding on all of these criteria. In addition, a "really" optimal design, outside the adapted algorithms, needs to dispose sufficiently accurate models of the main physical phenomena involved in an electromechanical conversion. The phenomenon of cross saturation in the Internal Permanent Magnet Synchronous Machine (IPMSM) is rarely taken into account whereas this phenomenon is really significant particularly for modes of operation on high level saturation. The purpose of this paper is to provide an analytical model based on a nodal network of variable reluctances taking into account non-linearities caused by the magnetic saturation of materials. The aim of this model is to be implemented in a multi-physic environment for optimal design: it needs to associate rapidity and accuracy. After a description of this model and its use for determining the evolution of the magnetic fluxes on d-axis and q-axis, the analytical results will be compared to the results obtained by finite elements model. A discussion about the compromise accuracy-time calculation of the two models will be deduced from these results.

MOTS-CLÉS – dimensionnement optimal, saturation croisée, Machine à Aimants Permanents Internes (MAPI), modèle analytique, modélisation multi-physique.

1. Introduction

Dans le cadre d'une application embarquée comme les véhicules hybrides, le dimensionnement de la machine électrique doit répondre à un cahier des charges particulièrement sévère en termes de volume et de performances énergétiques et doit pouvoir fonctionner sur un large espace de fonctionnement. D'après [1], les machines à aimants internes (MAPI) semblent être les plus adaptées pour ce type d'application du fait de leur densité de puissance élevée et de leur bon rendement. Leur utilisation dans le véhicule étant caractérisée par des appels de puissance de faible durée, il est alors possible de les utiliser au-delà de leur fonctionnement en régime permanent; cela justifie alors de les sous-

dimensionner. Par conséquent, la machine électrique pourra être fortement saturée ce qui nécessite le développement d'un modèle magnétique suffisamment précis et rapide pour pouvoir être implanté dans un outil d'optimisation.

Dans un premier temps, cet article présentera le phénomène de saturation magnétique et en particulier la saturation croisée. Il sera mis en évidence l'influence de la saturation croisée notamment lorsque la machine est fortement saturée justifiant ainsi la nécessité d'implanter un modèle magnétique prenant en compte ce phénomène.

Dans un second temps, l'état de l'art des modèles magnétiques sera présenté.

Pour finir, le modèle développé pour un rotor à aimants internes sera présenté puis comparé en termes de précision et de rapidité par rapport à une approche par éléments finis (FLUX 2d) pour deux cas de MAPI.

2. Analyse bibliographique : description des phénomènes magnétiques

Dans cette partie, il sera présenté l'état de l'art des modèles magnétiques où la saturation des matériaux ferromagnétiques est prise en compte. Nous circonscrivons notre recherche aux modèles utilisant la modélisation de Park pour calculer les flux direct et quadrature ainsi que le couple électromagnétique. Les différents niveaux de modélisation et leurs implantations dans des méthodes de résolution semi-analytiques et numériques seront présentés.

2.1 Modélisation de Park

Nous cherchons à intégrer le comportement des matériaux ferromagnétiques afin d'établir les relations non-linéaires reliant l'alimentation de la machine, c'est-à-dire les courants des trois phases statoriques et les grandeurs magnétiques de la machine qui sont les flux traversant ces trois phases et le couple électromagnétique. Pour cela, nous préférons utiliser la modélisation de Park supprimant la dépendance des flux statoriques au flux rotorique (flux de l'aimant Φ_M) et de la position du rotor et simplifiant la machine car nous réduisons le nombre de flux et de courants de 3 à 2.

Une fois les valeurs des flux de phase Φ_A , Φ_B et Φ_C connues pour une alimentation en courant i_a , i_b et i_c et une position du rotor θ donnée, il est alors facile de calculer ces flux dans le repère de Park par la formule suivante :

$$\begin{pmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \\ \Phi_C \end{pmatrix} \quad [\text{Wb}] \quad (1)$$

À cela s'ajoute les flux de fuite notamment les fuites magnétiques au niveau des têtes de bobine. Étant donné que ces fuites traversent principalement des zones d'air et sont donc de natures linéaires, la somme de ces inductances est calculée analytiquement et ajoutée aux flux magnétisants Φ_d et Φ_q :

$$\begin{cases} \Phi_D = \Phi_d + L_f \cdot i_d \\ \Phi_Q = \Phi_q + L_f \cdot i_q \end{cases} \quad [\text{Wb}] \quad (2)$$

Dans le cas de notre étude, seules les fuites au niveau des têtes de bobine seront prises en compte [2]. Les fuites au niveau des encoches seront intrinsèquement prises en compte dans le modèle magnétique pour le calcul de Φ_d et de Φ_q .

Néanmoins, le modèle de Park suppose certaines hypothèses : que les forces magnétomotrices dans l'entrefer soient réparties sinusoidalement et que les phénomènes secondaires soient négligés (saturation magnétique, effet de température, effet de peau, etc.) [3]. Cela restreint ce modèle aux machines à flux radial et à bobinage réparti.

2.2 Niveau de modélisation des phénomènes magnétiques

En réalité, les hypothèses de Park ne sont jamais respectées car il existe des variations de perméance lors du mouvement du rotor (principalement causées par les encoches, trous dans la culasse), des harmoniques de bobinage ainsi que des saturations locales notamment dans les dents rendant les flux dépendant de la position du rotor et des courant i_d et i_q .

Pour prendre en compte tous ces phénomènes, ce modèle devrait établir les relations de flux suivantes :

$$\begin{cases} \Phi_d = f(i_d, i_q, \theta, \Phi_M) \\ \Phi_q = f(i_d, i_q, \theta) \end{cases} \quad (\text{modèle 1})$$

Ce modèle a été utilisé dans [4] pour des machines à aimants internes de type U ainsi que dans [5] et [6].

Cela dit, ce modèle nécessite de réaliser un grand nombre de calculs et peut complexifier significativement le réseau de réductances. Ce modèle n'est pertinent que s'il est important de connaître les ondulations de couple ou de résoudre le modèle en magnétodynamique. Il est plus adapté pour l'analyse de machine que pour les problèmes d'optimisation.

Dans le cas où la dépendance de la position du rotor est négligée, nous avons alors les relations de flux suivantes :

$$\begin{cases} \Phi_d = f(i_d, i_q, \Phi_M) \\ \Phi_q = f(i_d, i_q) \end{cases} \quad (\text{modèle 2})$$

Ce modèle prend en compte la saturation croisée et a été développé dans [7] et [8].

Dans de nombreux cas, la saturation croisée est négligée comme dans les modèles développés dans [9], [10] et par la suite dans [11] et [12] donnant ainsi les relations de flux suivantes :

$$\begin{cases} \Phi_d = f(i_d, \Phi_M) \\ \Phi_q = f(i_q) \end{cases} \quad (\text{modèle 3})$$

Néanmoins, le phénomène de saturation croisée devient important lorsque la machine est fortement saturée. Cela a pour conséquence de décaler l'angle de charge où le couple est maximal comme décrit sur la Figure 1 (en trait continu).

La Figure 1 compare les couples obtenus en fonction des angles de charge avec un modèle de saturation croisée (2) et avec un modèle de saturation simple (3).

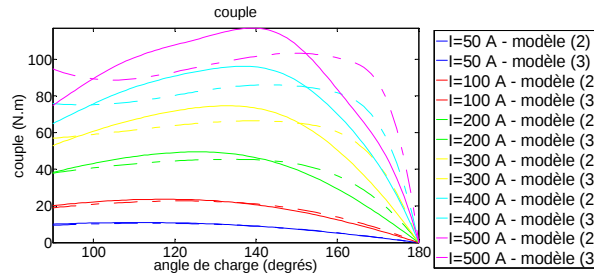


Figure 1 : Comparaison entre le modèle (2) (traits continus) et le modèle (3) (traits discontinus).

Dans le cadre de notre application, la machine à dimensionner pourra être fortement sollicitée, par conséquent, les modèles décrits dans la suite de notre travail intégreront le phénomène de saturation croisée (modèle 2).

L'approche choisie est celle développée dans la thèse de [7] pour décrire le comportement d'une machine synchrone à aimants internes de type alterno-démarrreur. Les cartographies de flux de Φ_d et de Φ_q en fonction des courants i_d et i_q sont établies à partir du modèle magnétique (cf. Figure 2).

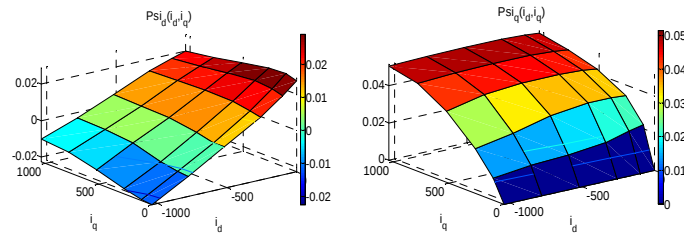


Figure 2 : Cartographies des flux Φ_d et Φ_q .

En mode générateur, les flux sont calculés en utilisant les symétries et anti-symétries existantes :

$$\begin{cases} \Phi_d(i_d, i_q) = \Phi_d(i_d, -i_q) \\ \Phi_q(i_d, i_q) = -\Phi_q(i_d, -i_q) \end{cases} \quad [\text{Wb}] \quad (3)$$

Les flux Φ_d et Φ_q peuvent ensuite être recalculés pour n'importe quel couple de courants par interpolation facilitant les couplages avec le modèle électrique (calcul des tensions et de la puissance) et magnéto-mécanique (calcul du couple électromagnétique). Le principe de cartographies de flux a été repris par la suite dans [8] et [13].

2.3 Prise en compte de la saturation croisée : modèle (3)

Les modèles prenant en compte la saturation croisée peuvent se décomposer en deux catégories appelées « modèles semi-analytiques » (ou « semi numériques ») et les « modèles numériques ».

Les modèles semi-analytiques sont des réseaux de type nodal couplés à une méthode numérique permettant de traiter les non linéarités de certains éléments de ce réseau. Ils peuvent être résolus avec les mêmes méthodes que celles développées dans les logiciels de type Spice pour traiter des problèmes électriques. Ils permettent d'allier la rapidité de calcul des modèles analytiques à la prise en compte de phénomènes complexes et non linéaires tels que la saturation magnétique.

Les modèles numériques intègrent la géométrie exacte de la machine et sont résolus dans la plupart des cas par une méthode de calcul par éléments finis mais aussi plus marginalement par d'autres méthodes telles que les différences finies et les volumes finis. Les calculs sont plus lourds et le temps de résolution est de ce fait plus long. Néanmoins la précision de ce type de modèle est plus importante.

Dans les deux cas, nous pouvons décomposer le processus de résolution du modèle magnétique en trois étapes :

- Le préprocesseur : initialisation du réseau nodal ou maillage de la géométrie de la machine pour les éléments finis, conditions aux limites (Dirichlet et Neumann), symétrie et antisymétrie.
- Le solveur : résolution du réseau nodal ou des éléments de maillage (calcul des potentiels magnétiques).
- Le post-processeur : calcul à partir des potentiels magnétiques obtenus avec le solveur des autres grandeurs magnétiques (coénergie, flux, couple électromagnétique, etc.).

2.3.1 Le préprocesseur : Résolution du système magnétique

Modèle semi-analytique

Les modèles semi-analytiques modélisent la machine à partir d'un réseau nodal, c'est-à-dire un réseau de réluctances saturables (non linéaires) et linéaires et de sources de flux et de potentiel magnétique. Dans le cas où des aimants non linéaires sont utilisés, la source de flux ou potentiel magnétique correspondant est également non linéaire.

La difficulté de ce modèle est de définir correctement les principaux passages de flux afin de représenter au mieux le comportement magnétique de la machine et pour ensuite discrétiser la machine en plusieurs zones et établir le réseau de réluctances comme dans [4] et [8]. Une étude préliminaire de la machine à partir d'un logiciel de résolution par élément finis est souvent réalisée pour justifier le réseau. Le réseau de réluctances pour un fonctionnement à niveau de faible saturation et à fort niveau de saturation est souvent différent, c'est pourquoi le réseau final est souvent un compromis entre ces deux réseaux appelé "réseau moyen" [14].

Modèle numérique

Les modèles numériques discrétisent la géométrie de la machine en éléments de surface ou de volume. Ces modèles sont plus coûteux en temps de calcul mais sont génériques à toutes géométries et structures de machine puisqu'il n'y a plus d'hypothèse sur les passages de flux. Ces modèles ont été utilisés par [7] pour établir les tables de flux qui ont été ensuite intégrées dans la commande des machines puis le principe a été réutilisé par [13] pour leur optimisation.

2.3.2 Post-processeur : calcul des grandeurs magnétiques

Nous avons vu que le point essentiel du modèle magnétique était la précision dans le calcul des flux Φ_d et Φ_q permettant de calculer par la suite le couple électromagnétique, les tensions et la puissance électrique. Il sera détaillé dans cette partie les différentes méthodes existantes pour calculer ces flux ainsi que le couple électromagnétique.

Calcul des flux sur les axes d et q

Une première méthode, utilisée dans [7] et [13], consiste à calculer le flux traversant les encoches au stator pour ensuite en déduire le flux par phase. Ces méthodes sont dédiées aux modèles numériques où les encoches sont maillées.

Une seconde méthode, utilisée dans [8] et [14] pour une machine à réluctance variable, est de procéder dans un premier temps au calcul de coénergie pour chaque couple de courants (i_d, i_q) en faisant la somme des coénergies de chaque réluctance du réseau ou du maillage. Dans un second temps, il est possible de calculer les flux Φ_d et Φ_q par dérivation de la table de coénergie en fonction des courants direct et quadrature. Cette méthode est détaillée dans [8] et est applicable à la fois aux réseaux de réluctances et aux modèles numériques.

La dernière méthode, utilisée dans [4], consiste à calculer le flux entourant les bobines puis d'en déduire ensuite le flux par phase. Cette méthode est moins précise que les deux autres mais présente l'avantage d'être applicable au réseau de réluctances contrairement à la première méthode et d'être directe contrairement à la seconde méthode.

En conclusion, le modèle magnétique étant de type semi-analytique, le choix s'est porté entre les méthodes 2 et 3. La méthode 2 présente des inconvénients majeurs qui sont la multiplication des calculs et donc sa lenteur ainsi que le calcul de la dérivée présentant des risques d'erreur numérique. Par conséquent, la méthode 3 de [4] sera utilisée.

Calcul du couple électromagnétique

Également deux méthodes existent pour calculer le couple électromagnétique, une méthode directe présentée en premier et une méthode indirecte utilisant le principe de coénergie.

La première méthode consiste simplement à utiliser Park étant donné que nous avons déjà calculé les flux Φ_d et Φ_q .

$$\Gamma_{em}(i_d, i_q) = p \cdot (\Phi_d(i_d, i_q) \cdot i_q - \Phi_q(i_d, i_q) \cdot i_d) \quad [\text{N.m}] \quad (4)$$

La seconde méthode permet de calculer le couple électromagnétique par dérivation de la coénergie en fonction de l'angle δ de charge pour un courant de phase efficace I_{ch} fixé. Un changement de variables est opéré sur la cartographie de la coénergie pour obtenir une nouvelle cartographie en fonction de I_{ch} et δ . Cette méthode est utilisée dans [8] et [14].

Pour la même raison que pour le calcul des flux à partir de la coénergie, la méthode directe utilisant Park a été préférée.

3. Description du modèle proposé

Le modèle développé pour notre application est de type semi-analytique, c'est-à-dire un réseau nodal composé de réluctances linéaires et non linéaires ainsi que des potentiels magnétiques pour l'alimentation au stator et pour les aimants. Les flux Φ_A , Φ_B et Φ_C sont déterminés par une méthode directe calculant dans un premier temps les flux entourant les bobines à partir des éléments de culasse. Ces choix ont été justifiés dans la partie précédente.

Bien que le réseau de réluctances puisse être adapté pour différents types de machine et de cahier des charges, nous nous baserons sur deux cahiers des charges pour l'étude du modèle magnétique et ce pour un rotor à aimants internes.

3.1 Hypothèses

Différentes hypothèses ont été faites pour l'élaboration du réseau de réluctances :

- L'induction des aimants dans l'entrefer est supposée rectangulaire.
- L'induction des aimants est supposée linéaire en fonction du champ magnétique.
- La courbe magnétique des matériaux magnétiques doux $B(H)$ suit une forme de type arc tangente.
- Il existe des fuites magnétiques dans les encoches.

3.2 Réseau nodal équivalent

La MAPI de la Figure 3 peut être discrétisée en différentes zones comme décrit sur la figure 6. Ces zones représentent les principaux passages de flux représentés sur la Figure 5, ceux-ci ont été définis à partir d'une étude préliminaire de la MAPI avec un logiciel de résolution par éléments finis (FLUX 2d).

Chaque zone représente donc un passage de flux :

- À travers le fer statorique (en bleu et vert).
- À travers le fer rotorique (gris).
- À travers l'entrefer (violet-bleu).
- Les fuites magnétiques à travers les encoches (orange).

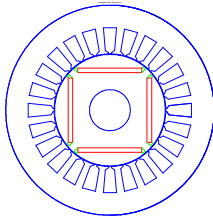


Figure 3 : coupe d'une MAPI.

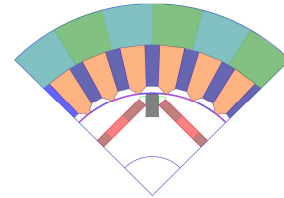


Figure 4 : Discrétisation par zone de la MAPI.

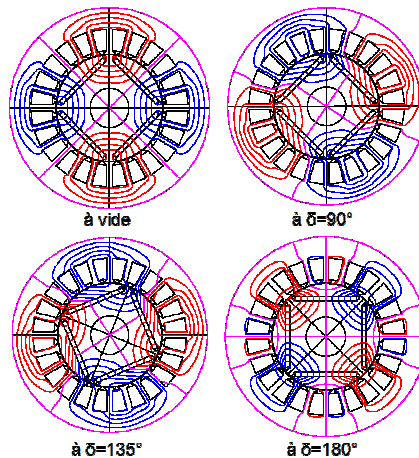


Figure 5 : Passage de flux dans la MAPI pour différent régime de fonctionnement.

Le rotor n'a pas besoin d'être plus discrétisé car les aimants forment une barrière de flux limitant l'induction dans le fer et empêchant la saturation au rotor. Seule la zone magnétique entre les aimants peut subir des niveaux de saturation

important, c'est pourquoi elle est discrétisée (zone en gris). Le stator peut être, quant à lui, particulièrement saturé dans les dents et les éléments de culasse, c'est pourquoi il est entièrement discrétisé.

Le réseau de réductances équivalent est donné sur la Figure 6.

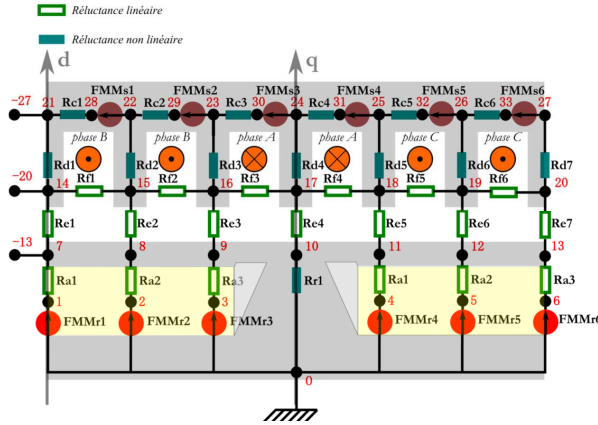


Figure 6 : Réseau équivalent de réductances de la MAPI.

Le réseau équivalent de réductances est dit "moyen" car il permet de décrire avec suffisamment de précision les principaux passages de flux à la fois lorsque la machine est peu saturée et lorsqu'elle est fortement saturée. Il est donc un compromis entre des deux régimes de fonctionnement.

Le réseau est composé de réductances linéaires (entrefer, aimant et fuite dans les encoches) et de réductances non linéaires (culasse, dents, fer entre les aimants) ainsi que de sources de potentiels magnétiques (forces magnétomotrices de chaque encoche, force magnétomotrice des aimants).

Les potentiels magnétiques induits des bobinages statoriques sont représentés sur la Figure 6 par les forces magnétomotrices FMM_{Si} et sont calculés pour chaque courant de phase de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} FMM_{S1} \\ FMM_{S2} \\ FMM_{S3} \\ FMM_{S4} \\ FMM_{S5} \\ FMM_{S6} \end{pmatrix} = N_{spe} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} \quad [\text{A.m}] \quad (5)$$

Avec N_{spe} le nombre de spires par encoche.

Les potentiels des aimants sont quant à eux calculés de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} FMM_{R1} \\ FMM_{R2} \\ FMM_{R3} \\ FMM_{R4} \\ FMM_{R5} \\ FMM_{R6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} FMM_{aim} \\ -FMM_{aim} \end{pmatrix} \quad [\text{A.m}] \quad (6)$$

$$\text{Où : } FMM_{aim} = E_{aim} \cdot B_{r20} \cdot \frac{(1 - \alpha_{aim})^{T_{aim} - 20}}{\mu_0 \cdot \mu_{ra}}$$

Avec E_{aim} l'épaisseur de l'aimant.

B_{r20} l'induction de l'aimant à 20°C.

α_{aim} le coefficient de chute de l'induction en fonction de la température (-%/°C).

T_{aim} la température de l'aimant fixé dans notre cas à 20°C.

μ_{ra} la perméabilité relative de l'aimant.

Les potentiels magnétiques par nœuds sont calculés à partir de la méthode MNA (Modified Nodal Analysis) qui est une formalisation matricielle pour un réseau nodal des lois de Kirchhoff, c'est-à-dire des lois des nœuds et des mailles [15]. D'autres méthodes sont parfois employées telles que la méthode STA (Sparse Table Analysis) [16], plus facile à implémenter et calculant directement les potentiels par branche mais présentant l'inconvénient d'utiliser des matrices bien plus volumineuses.

La machine présente une symétrie périodique impaire définissant la condition aux limites dite de Neumann suivante :

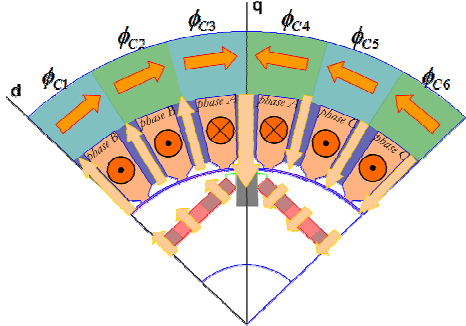
$$A(\theta) = -A\left(\theta + \frac{\pi}{p}\right) \quad [\text{A.m}] \quad (7)$$

Cette condition peut être facilement implantée dans la méthode MNA en chaque point du réseau où cette antisymétrie est présente et est représentée sur la Figure 6 par les points négatifs [4] :

$$\begin{cases} A_7 = -A_{13} \\ A_{14} = -A_{20} \\ A_{21} = -A_{27} \end{cases}$$

Le calcul de l'état magnétique de la machine, c'est-à-dire les différentes inductions inhérentes à chaque réluctance, est réalisé à partir d'une méthode de Newton. Une fois calculés les inductions et les flux dans la machine, il est alors possible de déterminer les flux Φ_A , Φ_B , et Φ_C à partir des flux traversant les parties de la culasse entourant chaque phase comme décrit sur la figure ci-dessous.

La relation entre les flux traversant la culasse et les flux par phase est établie à partir du calcul suivant :



$$\begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \\ \Phi_C \end{pmatrix} = p \cdot N_{spe} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_{C1} \\ \phi_{C2} \\ \phi_{C3} \\ \phi_{C4} \\ \phi_{C5} \\ \phi_{C6} \end{pmatrix} \quad [\text{Wb}] \quad (8)$$

Avec p le nombre de paires de pôles.
 N_{spe} le nombre de spires par phase.

Figure 7 : Méthode de calcul direct des flux par phase

Les flux Φ_d et Φ_q sont ensuite calculés par transformation de Park :

$$\begin{pmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \end{pmatrix} = (P) \cdot \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \\ \Phi_C \end{pmatrix} \quad [\text{Wb}] \quad (9)$$

3.3 Calcul des tables de flux

Pour différents couples de courants (i_d , i_q), les courants i_a , i_b et i_c sont calculés à partir de la transformation de Park et injectés dans les phases du stator. La démarche globale est présentée sur la Figure 8.

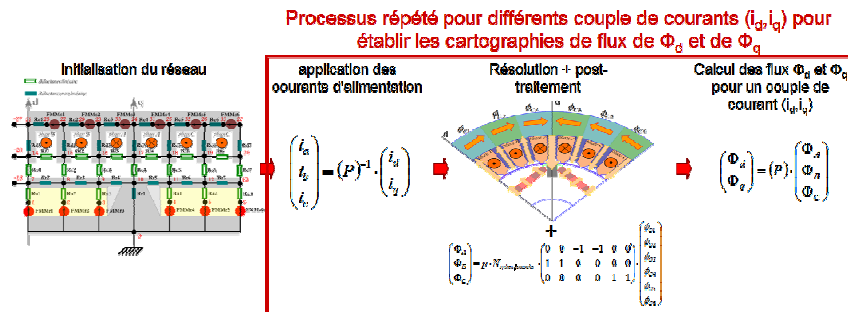


Figure 8 : Démarche globale du calcul des tables de flux

4. Résultats et analyse

Le tableau suivant résume les cahiers des charges des deux cas d'étude utilisés pour valider la méthode.

Tableau 1. Cas d'étude.

	Isopuissance [kW]	Vitesse de base [tr.min ⁻¹]	Vitesse maximale [tr.min ⁻¹]	Tension délivrable par la batterie [V]
Machine 1	25	10 000	20 000	200
Machine 2	80	14 000	24 000	200

Après résolution du modèle semi-analytique et post-traitement, les flux Φ_d et Φ_q sont déterminés pour différents couples de courants (i_d , i_q) permettant ainsi de réaliser les cartographies de flux présentée sur la Figure 9 pour la machine 1 et sur la Figure 10 pour la machine 2.

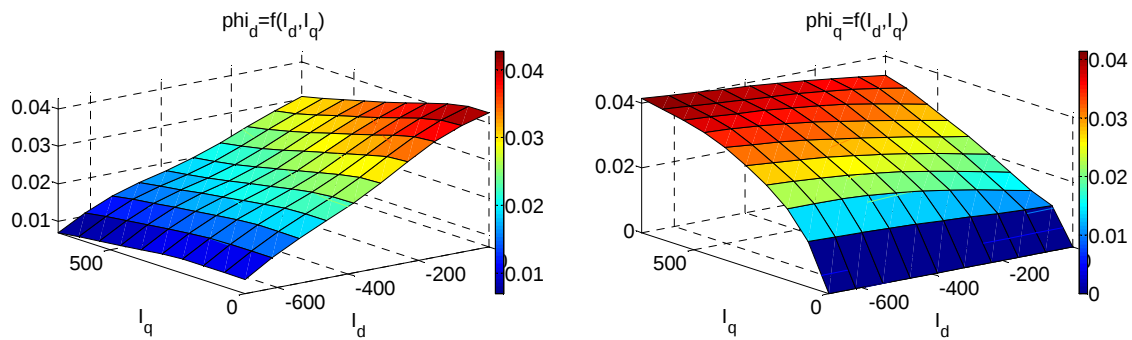


Figure 9 : Cartographies de flux de la machine 1

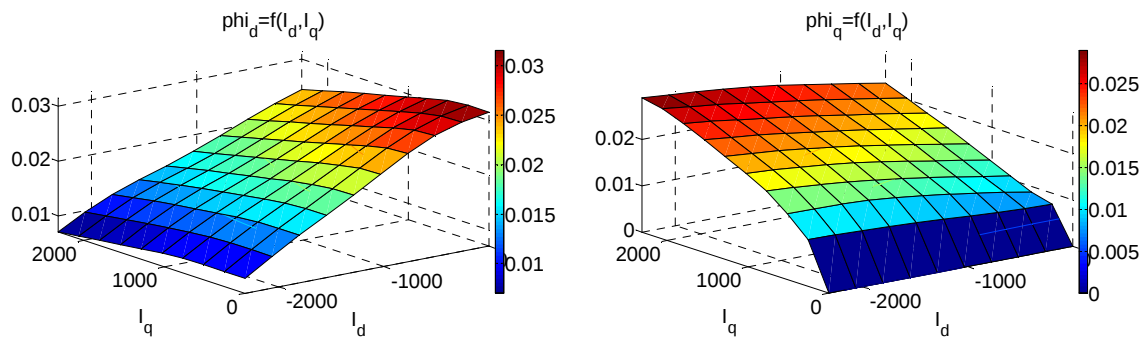


Figure 10 : Cartographies de flux de la machine 2

Les machines 1 et 2 ont été également implantées dans le logiciel de résolution par éléments finis FLUX 2d. La même approche de cartographies de flux a été utilisée pour les mêmes couples de courants (i_d , i_q). La Figure 11 compare les résultats sur le couple calculé à partir des cartographies de flux obtenues avec le modèle semi-analytique et des cartographies de flux obtenues avec modèle numérique. L'erreur par rapport au modèle numérique est particulièrement faible même jusqu'à un courant deux fois supérieur au courant nominal.

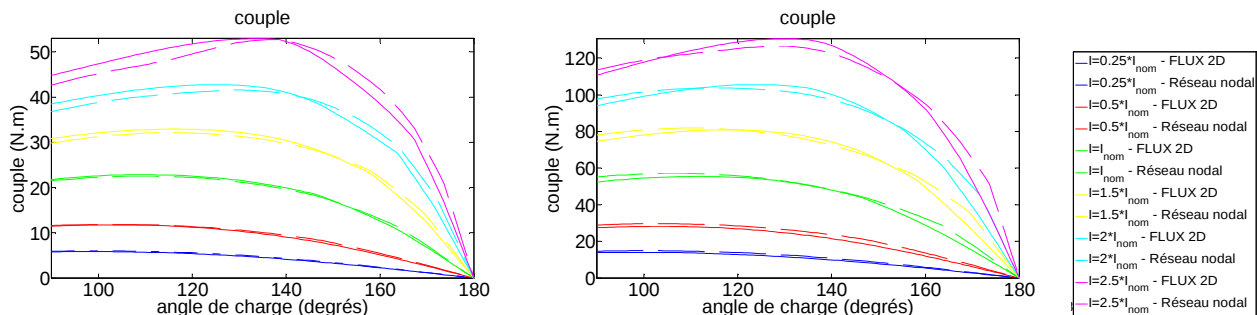


Figure 11 : Comparaison entre le modèle semi-analytique et le modèle numérique pour la machine 1 (gauche) et 2 (droite)

Le Tableau 2 résume l'écart moyen pour les machines 1 et 2 sur le calcul des flux Φ_d et Φ_q pour l'ensemble des courants i_d et i_q où le courant efficace de phase est inférieur à 2.5 fois le courant nominal; cela correspond à 79 couples de

courants sur 100 couples calculés. L'écart moyen sur le couple au courant nominal (courbe verte) et au courant maximal (courbe magenta) est également donné dans ce tableau pour 101 valeurs de δ .

Les écarts moyens pour les flux sont donnés par les formules suivantes :

$$\begin{cases} e_{\Phi_d} = 100 \cdot \frac{1}{n_d} \cdot \sum_{k=1}^{n_d} \frac{|\Phi_d(k)_{EF} - \Phi_d(k)_{RN}|}{|\Phi_d(k)_{EF}|} \\ e_{\Phi_q} = 100 \cdot \frac{1}{n_q} \cdot \sum_{k=1}^{n_q} \frac{|\Phi_q(k)_{EF} - \Phi_q(k)_{RN}|}{|\Phi_q(k)_{EF}|} \end{cases} \quad [\%] \quad (10)$$

Avec k correspondant à un couple de courants (i_d, i_q) .
 n_d et n_q le nombre de couple de courant (i_d, i_q) où le flux a été comparé.
 $\Phi_d(k)_{EF}$ le flux Φ_d pour un couple de courants (i_d, i_q) calculé par éléments finis.
 $\Phi_d(k)_{RN}$ le flux Φ_d pour un couple de courants (i_d, i_q) calculé par le réseau nodal.
 $\Phi_q(k)_{EF}$ le flux Φ_q pour un couple de courants (i_d, i_q) calculé par éléments finis.
 $\Phi_q(k)_{RN}$ le flux Φ_q pour un couple de courants (i_d, i_q) calculé par le réseau nodal.

L'écart moyen sur le couple est donné par la formule suivante :

$$e_{\Gamma_{em}} = 100 \cdot \frac{1}{n_{\Gamma}} \cdot \sum_{k=1}^{n_{\Gamma}} \frac{|\Gamma_{em}(\delta_k)_{EF} - \Gamma_{em}(\delta_k)_{RN}|}{|\Gamma_{em}(\delta_k)_{EF}|} \quad [\%] \quad (11)$$

Avec k correspondant à une valeur de δ .
 n_{Γ} le nombre d'angles de charge où le couple a été comparé.
 $\Gamma_{em}(\delta_k)_{EF}$ le couple Γ_{em} calculé à partir des tables de flux obtenues avec les éléments finis pour un angle de charge δ_k .
 $\Gamma_{em}(\delta_k)_{RN}$ le couple Γ_{em} calculé à partir des tables de flux obtenues avec le réseau nodal pour un angle de charge δ_k .

Tableau 2. Écart relatif moyen entre le modèle numérique (FLUX 2d) et le modèle semi-analytique.

	Écart moyen sur Φ_d	Écart moyen sur Φ_q	Écart moyen sur le couple (en vert)	Écart moyen sur le couple (en magenta)
machine 1	3,52 %	4,44 %	2,39 %	6,38 %
machine 2	6,62 %	11,85 %	6,45 %	7,10 %

Le Tableau 3 résume les temps de calcul du modèle numérique et du modèle semi-analytique pour différents points de fonctionnement où la machine est fortement saturée. Seul le temps lié à la résolution non-linéaire du système est pris en compte; le maillage et le chargement des paramètres ne sont pas comptabilisés. Les calculs sont réalisés sur la même machine de calcul.

Tableau 3. Comparaison des temps de calcul entre le modèle numérique et le modèle semi-analytique pour la machine 1.

$I=2 \cdot I_{nom}$	pour $\delta=90^\circ$	pour $\delta=135^\circ$
FLUX 2d	12,18 sec.	9,43 sec.
Modèle semi-analytique	0,0847 sec.	0,0819 sec.

Dans le cas où la machine est le plus saturée, c'est-à-dire pour $\delta=90^\circ$ le calcul des flux Φ_d et Φ_q est 143 fois plus rapide. Les résultats obtenus à partir du modèle semi-analytique restent très proche de ceux provenant du modèle numérique. L'écart relatif n'est que de 1,37 % pour le calcul de Φ_d et de 4,71 % pour le calcul de Φ_q . Pour $\delta=130^\circ$, le modèle semi-

numérique est 115 fois plus rapide tandis que les écarts relatifs entre les modèles restent inférieurs à 10 %, c'est-à-dire 5,29 % sur Φ_d et 1,01 % sur Φ_q . La prise en compte des effets de la saturation est relativement bonne.

5. Conclusion

Dans le cadre d'une optimisation du dimensionnement d'une MAPI dans l'automobile, la saturation croisée devient un phénomène majeur et nécessite d'être prise en compte dans le modèle magnétique qui doit offrir à la fois précision et rapidité de calcul. Les modèles numériques, bien qu'offrant une bonne description du comportement magnétique de la machine souffrent d'une réelle lenteur. Le modèle semi-analytique présenté dans cet article offre un bon compromis sur ces deux critères car il est entre plus de 100 fois plus rapide qu'un modèle numérique pour des points de fonctionnement où la machine est fortement saturée (cf. Tableau 2) tout en conservant une bonne précision par rapport à une approche par éléments finis (cf. Tableau 3).

Références

- [1] B. Chalmers, L. Musuba, D. Gosden, "Variable-frequency synchronous motor drives for electrical vehicles", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 32, no. 4, pp. 896-903, (1996).
- [2] M. O. Thurston, "Handbook of Electric Motors", second edition, Ohio State University, (2004).
- [3] Miller, T. J. E., et al., "Performance estimation of interior permanent magnet brushless motors using the voltage driven flux MMF diagram.", IEEE Trans. on Magnetics, pp. 1867-1872, vol. 42, 7, (2006).
- [4] S.H. Han, T.M. Jahns and W.L. Soong, "A Magnetic Circuit Model for an IPM Synchronous Machine Incorporating Moving Airgap and Cross-Coupled Saturation Effects", Electric Machines & Drives Conference, IEMDC, IEEE International, vol. 1, pp 21-26, (2007).
- [5] K. Shima, K. Ide, M. Takahashi and K. Oka, "Steady-State Magnetic Analysis of Salient-Pole Synchronous Machines Considering Cross-Magnetization", IEEE Trans. on Energy Conv., vol 18, no. 2, (2003).
- [6] Y. Kano, T. Kosaka and N. Matsui, "Simple Nonlinear Magnetic Analysis for Permanent-Magnet Motors", IEEE Trans. on Ind. Appl., pp. 1205-1213, (2005).
- [7] L. Chédot "Contribution à l'étude des machines synchrones à aimants permanents internes à large espace de fonctionnement. Application à l'alternateur", PhD Thesis, Université de Technologie de Compiègne (UTC), (2004).
- [8] T. Raminosoa, "Optimisation des performances des machines synchro-réductantes par réseau de perméances", PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL), (2006).
- [9] E. C. F. Lovelace, "Optimization of Magnetically Saturable Interior Permanent-Magnet Synchronous Machine Drive", PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology (MIT), (2000).
- [10] E. C. F. Lovelace, T. M. Jahns, J. H. Lang, "A saturating lumped parameter model for an interior PM synchronous machine", in Ind. Appl., IEEE Trans., May/Jun. (2002).
- [11] A. M. Muntean, "Analyse et contrôle des couples des moteurs synchrones à aimants permanents pour la propulsion des véhicules électriques", PhD Thesis, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard (UTBM) et de Besançon, (2007).
- [12] S. Hlioui "Étude d'une machine à double excitation", PhD thesis, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard (UTBM), (2008).
- [13] J. Legrand, "Contribution à l'étude des machines brushless à haute rendement dans les applications de moteurs-générateurs embarqués", PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne (UTC), (2009).
- [14] C. Belalahy, "Dimensionnement d'une machine synchro-réductante à excitation homopolaire par réseaux de perméances", PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL), (2008).
- [15] A.D. Brown, J. N. Ross and K. G. Nichols, "Time-Domain Simulation of Mixed Nonlinear Magnetic and Electronic Systems", IEEE Trans. on Magnetic, vol. 37, No. 1, (2001).
- [16] G. Hachtel, R. Brayton and F. Gustavson, "The Sparse Tableau Approach to Network Analysis and Design", IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. 18, pp. 101-103, (2003).