

Université de Technologie de Compiègne

THÈSE

Pour l'obtention du titre de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE COMPIÈGNE
Présentée par

Olf MEKSI

**Contribution à la caractérisation
numérique et expérimentale des échanges
thermiques externes des machines
électriques totalement fermées et non
ventilées avec introduction des données
d'incertitudes**

Thèse soutenue le 30 Juin 2017 devant le jury composé de :

M. YACINE AMARA	Maître de Conférences, HDR Université du Havre	Rapporteur
M. STÉPHANE DUCHESNE	Professeur des Universités Université d'Artois	Rapporteur
M. CLAUDE MARCHAND	Professeur des Universités CentraleSupélec	Examineur
MME. CHRISTINE PRELLE	Professeur des Universités Université de Technologie de Compiègne	Examineur
M. ALEJANDRO OSPINA VARGAS	Maître de conférences Université de Technologie de Compiègne	Co-directeur de thèse
M. STÉPHANE VIVIER	Maître de Conférences, HDR Université de Technologie de Compiègne	Directeur de thèse
M. VINCENT LANFRANCHI	Professeur des Universités Université de Technologie de Compiègne	Invité

Remerciements

Je voudrais tout d'abord remercier M. Guy FRIEDRICH de m'avoir accueillie au sein du Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne (LEC) où j'ai effectué mes travaux de thèse.

Je tiens à remercier infiniment mes encadrants : M. Alejandro OSPINA VARGAS et M. Stéphane VIVIER, Maîtres de conférences à l'Université de Technologie de Compiègne pour l'encadrement dont j'ai pu bénéficier. Je suis ravie d'avoir travaillé avec eux.

Je remercie vivement M. Claude MARCHAND de m'avoir fait l'honneur de présider le jury. Je remercie également les membres du jury M. Yacine AMARA, M. Stéphane DUCHESNE et Mme Christine PRELLE pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux de thèse.

Je remercie aussi M. Vincent LANFRANCHI, professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, pour m'avoir fait l'honneur de sa présence à ma soutenance et pour tout l'intérêt qu'il a porté à mes travaux lors de ma thèse.

Je remercie toutes les personnes avec lesquelles j'ai passé plus de trois ans au LEC : Didier, Nicolas, Arnaud, Christophe, Anne avec une mention spéciale pour Khadija et Loïc, votre disponibilité et votre aide lors de la réalisation du banc expérimental étaient considérables et je vous en suis reconnaissante. Je voudrais également exprimer un remerciement particulier à Khadija pour son support moral tout au long de la période de la thèse.

Je tiens à remercier mes amis Paul, Ines, Radhouane, Otman, Leila, Nicolas, Sinda, Sébastien et Bassel avec une pensée toute particulière pour Azri Rasid qui était pour moi comme un grand frère avec ses conseils et sa présence. Je tiens à remercier aussi mes amis dans d'autres laboratoires : Romain, Adnène, Marwa, Intisar, Rita, Chaima et Hana. Je leur suis reconnaissante des inoubliables moments qu'on a partagés.

Sans la présence de certaines personnes dans ma vie et leur support constant, cette thèse ne se serait pas déroulée de la même façon. Pour cela, je remercie de tout mon cœur mon amie et ma sœur Marie SAYEGH et également Sherif SAAD, sans oublier ma famille et mes meilleures amies Safa et Amel. Elles sont toujours présentes dans mon cœur malgré les distances.

Table des matières

Introduction générale	21
Bibliographie	27
1 Généralités sur le transfert de chaleur dans les machines électriques	28
1.1 Machine synchro-réductante	29
1.2 Pertes dans les machines électriques - Application à la machine Synchrel	37
1.2.1 Pertes par effet Joule	38
1.2.2 Pertes fer	38
1.2.3 Pertes mécaniques	39
1.3 Modes de transfert de chaleur dans les machines électriques	40
1.3.1 Transfert par conduction	40
1.3.2 Transfert par convection	42
1.3.3 Transfert par rayonnement	44
1.4 Méthode de modélisation thermique de la machine Synchrel	46
1.4.1 Méthodes à constantes localisées (CL)	47
1.5 Modèle thermique détaillé de la machine Synchrel	55
1.5.1 Parties homogènes de la machine Synchrel	57
1.5.2 Parties hétérogènes de la machine Synchrel	59
1.5.3 Contacts entre parties de la machine	61
1.5.4 Résistance de convection externe	62
1.5.5 Capacités thermiques	63
1.5.6 Sources thermiques	63
Bibliographie	66
2 Aspects généraux sur le transfert thermique par convection	69
2.1 Notions élémentaires de transfert de chaleur dans les fluides	70
2.1.1 Théorie du transport et lois de conservation	71
2.1.2 Viscosité d'un fluide	73
2.1.3 Couche limite mécanique et couche limite thermique	74
2.2 Équations de Navier-Stokes	76
2.2.1 Conservation de la masse (continuité)	76
2.2.2 Conservation de la quantité de mouvement	76
2.2.3 Conservation de l'énergie	79
2.2.4 Système d'équations	80
2.2.5 Adimensionnalisation des équations de Navier-Stokes	82
2.3 Instabilité et turbulence en mécanique des fluides	84
2.3.1 Modélisation numérique de la turbulence	85
2.4 Convection naturelle	86

2.4.1	Déplacement d'un volume élémentaire soumis à un gradient de température	87
2.4.2	Approximation de Boussinesq	90
2.4.3	Formulation simplifiée des équations de Navier-Stokes en convection naturelle	91
	Bibliographie	94
3	Modélisation numérique de la convection naturelle externe autour d'un cylindre horizontal	95
3.1	Étude bibliographique	96
3.1.1	Études expérimentales et semi-empiriques	97
3.1.2	Études numériques	102
3.2	Discrétisation spatiale des équations de Navier-Stokes	107
3.2.1	Méthodes de discrétisation des équations de Navier-Stokes .	108
3.2.2	Discrétisation spatiale en utilisant l'approche des volumes finis	109
3.3	Résolution numérique des équations de Navier-Stokes	113
3.3.1	Présentation du code de calcul	113
3.3.2	Configuration des équations de Navier-Stokes	113
3.3.3	Configuration de l'approche numérique	114
3.4	Comparaison avec la littérature	118
3.4.1	Étapes 1 et 2	120
3.4.2	Étape 3	121
3.4.3	Étape 4	122
3.4.4	Résultats	122
	Bibliographie	127
4	Étude de la convection autour de la machine synchro-réductante	129
4.1	Étude bibliographique sur la convection externe des machines électriques	130
4.1.1	Convection forcée	132
4.1.2	Convection naturelle	138
4.2	Étude expérimentale de la convection autour de la machine synchro-réductante	147
4.2.1	Caractéristiques de la machine Synchrel	147
4.2.2	Banc expérimental	148
4.2.3	Montage électrique et thermique	150
4.2.4	Protocole expérimental	152
4.2.5	Corrélation expérimentale	153
4.2.6	Incertitude expérimentale	156
4.3	Modélisation numérique de la machine synchro-réductante	157
4.3.1	Description du problème et hypothèses simplificatrices . . .	157
4.3.2	Maillage	159
4.3.3	Conditions aux limites	161
4.3.4	Champ de vitesses et distribution de température	163
4.3.5	Corrélation numérique	166
4.4	Résultats et comparaison	170
4.4.1	Machine horizontale	171
4.4.2	Machine inclinée	175
4.4.3	Conclusions sur les résultats numériques	178
	Bibliographie	182

5	Identification des résistances thermiques de contact et validation du modèle thermique	185
5.1	Définition de la résistance thermique de contact	187
5.2	Résistances thermiques de contact et procédure de détermination .	189
5.2.1	Étude bibliographique sur les RTC	189
5.2.2	Procédure de détermination des résistances thermiques de contact	198
5.3	Analyse de sensibilité par rapport aux résistances thermiques de contact	200
5.3.1	Conclusion sur l'étude de sensibilité	203
5.4	Protocole expérimental de l'identification paramétrique	203
5.4.1	Analyse expérimentale	204
5.4.2	Identification expérimentale des paramètres	206
5.5	Identification de paramètres par réduction de modèle	208
5.5.1	Réduction de modèle appliquée aux modèles thermiques dans la littérature	209
5.5.2	Identification de paramètres	215
5.6	Détermination des Résistances Thermiques de Contact	217
5.7	Résultats et validation du modèle thermique détaillé de la machine Synchrel	220
5.7.1	Validation du modèle détaillé de la machine Synchrel	220
5.7.2	Validation des modèles réduits proposés	224
	Bibliographie	229
	Conclusion générale et perspectives	234
	Bibliographie	242
	Annexes	243
A	Cahier de charge de la machine Synchrel	244
B	Dimensions géométriques de la machine Synchrel	245
C	Introduction aux modèles de turbulence	247
C.1	Équations de Navier-Stokes moyennées	247
C.1.1	Modèle de la viscosité turbulente de Reynolds	249
C.2	Modèles de turbulence de premier et de second ordre	251
C.2.1	Modèles du premier ordre	251
C.2.2	Modèles de second ordre	253
D	Description des systèmes de mesures électriques	255
E	Algorithme de Lanczos	257
	Bibliographie	258

Table des figures

1	Émission de CO_2 par secteur en 2014 et répartition modale du transport en 2010 selon l'AIE.	21
2	Croissance chronologique de demande de puissance électrique dans les automobiles [Vasilescu 02].	22
1.1	Schéma simplifié de principe du fonctionnement de la machine à courant continu à aimants permanents [Rodriguez 15].	29
1.2	Différentes parties composant la machine asynchrone [Rodriguez 15].	30
1.3	Classification des machines synchrones [Rodriguez 15].	31
1.4	Axes direct d et axe quadrature q de la machine Synchrel.	31
1.5	Rotor théorique de Kotsko proposé en 1923 [Kostko 23].	32
1.6	Différentes topologies de rotor de la Synchrel : (a) rotor massif, (b) rotor segmenté, (c) rotor à barrière de flux et (d) rotor à laminations axiales.	33
1.7	Vue éclatée de la géométrie simplifiée de la machine Synchrel.	33
1.8	Actionneur de l'embrayage par compensation présent, par exemple, dans la Toyota Aygo MMT.	34
1.9	Diagramme cinétique du nouvel actionneur.	35
1.10	Schéma de l'embrayage en position embrayée à gauche et débrayée à droite. . .	35
1.11	Assemblage du prototype de la machine Synchrel.	36
1.12	Bobinage diamétral de la machine Synchrel.	37
1.13	Conduction à travers une plaque.	40
1.14	Mécanisme de la diffusion.	42
1.15	Mécanisme de la convection au sein d'un fluide.	43
1.16	Limites des différents états du fluide.	44
1.17	Réflexion, transmission et absorption des rayons électromagnétiques	45
1.18	Machine assimilée à un corps homogène entouré d'un fluide	46
1.19	Analyse thermique d'un mur séparant deux régions.	48
1.20	Maillage du mur.	48
1.21	Circuit thermique équivalent du mur (régime permanent).	50
1.22	Modèle à trois résistances.	51
1.23	Maillage du mur en 3D.	52
1.24	Modèle thermique d'un cylindre avec source de chaleur interne dans les directions axiale et radiale.	54
1.25	Coupe de la machine Synchrel.	55
1.26	Vue radiale et axiale des cellules élémentaires de la machine Synchrel.	56
1.27	Dimensions caractéristiques des têtes des bobines.	60
1.28	Segment laminé du rotor. Les directions des résistances thermiques sont indiquées par les flèches.	61
1.29	Résistances thermiques d'une tôle ferromagnétique collée à une couche d'adhésif époxyde.	61
1.30	Modèle thermique détaillé de la machine Synchrel.	64

2.1	Domaine de définition du volume élémentaire représentatif du milieu continu. . .	71
2.2	Exemple d'une plaque se déplaçant parallèlement à une plaque fixe et profil de vitesse des couches fluidiques virtuelles intermédiaires.	74
2.3	Comportement mécanique sans viscosité dynamique (à gauche) et avec viscosité dynamique (à droite).	74
2.4	Couche limite mécanique [Incropera 11].	75
2.5	Couche limite thermique [Incropera 11].	75
2.6	Représentation des composantes du tenseur de Reynolds.	78
2.7	Système expérimental utilisé par Reynolds pour la visualisation de la turbulence existant à l'Université de Manchester.	84
2.8	Évolution du régime d'écoulement dans la canalisation de Reynolds; régimes principaux d'écoulements.	85
2.9	Hierarchie des classes de différents modèles de turbulence selon leur complexité [Blazek 15].	86
2.10	Variation de la masse volumique en fonction de la température d'un volume de contrôle.	87
2.11	Schéma explicatif du déplacement des molécules sous l'effet des forces d'Archi- mède (de flottabilité) [Mabrouk 10].	88
2.12	Schéma de l'influence des contraintes de cisaillement [Mabrouk 10].	88
2.13	Équilibre mécanique d'un volume de contrôle.	89
3.1	Couche limite autour d'une surface cylindrique à la température $T_s > T_{amb}$ [Bergman 11].	96
3.2	Visualisation expérimentale des régimes laminaire et turbulent autour d'un cy- lindre [Misumi 03].	97
3.3	Comportements multiples de l'écoulement autour d'un cylindre.	98
3.4	Variations du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh décrites par des corrélations issues de la littérature.	101
3.5	Variation du nombre de Nusselt empirique moyen en fonction du nombre de Rayleigh avec $e_{1sup} = 9,78\%$ et $e_{1inf} = 7,18\%$	102
3.6	Méthodes de maillage d'un modèle 2D : maillage quadrilatère à gauche et maillage triangulaire à droite.	103
3.7	Comparaison du nombre de Nusselt pour $Ra = 10^4$ [Saitoh 93]	104
3.8	Distribution de la température à $\theta = 90^\circ$ (3.8a) et à $\theta = 180^\circ$ (3.8b) pour différentes conductivités thermiques.	105
3.9	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux de Atayilmaz [Özgür 09].	106
3.10	Résultats expérimentaux de Atayilmaz [Özgür 09] avec les résultats d'autres études [Morgan 75, Churchill 75]	106
3.11	Différentes définitions des volumes de contrôle en respectant la discrétisation du domaine physique.	109
3.12	Différents types de maillage en 2D.	111
3.13	Volume de contrôle avec le sens des flux convectifs et conductifs présentés par des flèches en rouge.	115
3.14	Algorithme SIMPLE.	119
3.15	Représentation de la configuration expérimentale utilisée par Atayilmaz [Özgür 09].	119
3.16	Étapes considérées pour le traitement du problème numérique MFN.	120
3.17	Démarche suivie pour l'obtention d'une solution numérique optimale d'un pro- blème thermique.	120
3.18	Géométrie et exemple de maillage du domaine fluide en 2D autour du cylindre.	121
3.19	Fluctuations continues de la solution numérique.	122

3.20	Distribution locale du coefficient d'échange autour du cylindre.	123
3.21	Variation du nombre de Nusselt local autour du cylindre et calcul du nombre de Nusselt moyen.	123
3.22	Variation de la température sur la moitié verticale de trois cylindres virtuels concentriques par rapport au cylindre étudié.	124
3.23	Comparaison des résultats numériques obtenus en utilisant des configurations différentes par rapport aux résultats empiriques de la littérature, en tenant compte de l'écart introduit par les corrélations empiriques.	125
4.1	Exemples de configurations de refroidissement de machines électriques [PMS-LFM 12].	131
4.2	Exemples des circuits de refroidissement par liquides [Staton 08].	133
4.3	Longueur d'entrée et écoulement établi dans un tube [Ridha 08].	133
4.4	Paramètre géométriques des conduites spiralées [Bertin 00].	134
4.5	Exemples de machines électriques munies d'un carter à ailettes axiales 4.5a et radiales 4.5b.	135
4.6	Exemples de systèmes de refroidissement à air en convection forcée (ventilateurs non représentés) [Staton 08].	136
4.7	Distribution locale du coefficient d'échange autour d'une machine totalement fermée et ventilée [Boglietti 09].	136
4.8	Profil du coefficient de convection à la surface du carter avec des ailettes [Trigeol 04].	137
4.9	Exemples de surfaces d'échange avec l'extérieur pour des machines TFNV [Staton 08].	139
4.10	Schéma et modèle thermique nodal équivalent d'une ailette [Bertin 99].	140
4.11	Différentes formes de carter étudiées par Staton à l'aide de la méthode MFN [Staton 98].	141
4.12	Forme de carter cylindrique lisse étudié par Staton à l'aide de la méthode MFN [Staton 98].	142
4.13	Variation du coefficient d'échange $\bar{h}$ en fonction du gradient de température ΔT pour un carter de diamètre 10 cm de forme cylindrique, carré (trait avec cercles vides), standard (trait avec triangles pleins) et avec des ailettes radiales [Staton 98].	142
4.14	Comparaison des résultats obtenus numériques et ceux de Staton [Staton 98] par rapport à l'écart introduit par l'approche empirique.	143
4.15	Différentes positions de la machine (position horizontale, inclinée et verticale). .	144
4.16	Variation du nombre de Nusselt empirique moyen en fonction du nombre Rayleigh, pour la surface latérale verticale (écart de 7,43%).	146
4.17	Machine Synchro-reluctante (Synchrel).	148
4.18	Machine Synchrel posée sur son support et équipée de son capteur de position.	149
4.19	Cabine d'expériences conçue afin de limiter les perturbations externes sur la convection naturelle.	149
4.20	Schéma du banc d'essai : (1) quatre thermocouples pour la température du carter, (2 et 3) thermocouples pour l'encoche et (4) thermocouple pour la température ambiante.	150
4.21	Schéma représentatif de l'alimentation et du câblage des phases, assuré pendant les expériences à courant continu.	151
4.22	Emplacement des différents thermocouples sur la surface de la machine.	151
4.23	Machine Synchrel suspendue en position inclinée à 45°.	153
4.24	Placement de la mousse de polyuréthane pour la visualisation de la répartition de température autour de la machine.	153
4.25	Coefficient d'échange expérimental et courbes de tendances en fonction de la différence de température ΔT pour chaque surface du carter et la surface totale.	154

4.26	Surface de réponse basée sur les résultats expérimentaux en fonction de la position angulaire θ et de la différence de température ΔT .	156
4.27	Problème physique à considérer.	158
4.28	Stratégie de maillage.	159
4.29	Maillage pour la machine en position inclinée.	160
4.30	Exemple d'inflation.	161
4.31	Distribution locale de température dans le cas de la cabine ouverte et fermée.	161
4.32	Variation de la température au-dessus de la machine en fonction de l'élévation verticale.	162
4.33	Conditions aux limites en termes mathématiques du modèle numérique.	163
4.34	Distribution locale de vitesse (à gauche) et de température (à droite) pour $\Delta T = 81$ K.	163
4.35	Vue de dessus des vecteurs vitesse (m/s) de l'air en contact avec le plafond (vue de dessus).	164
4.36	Variation de la vitesse maximale en fonction de la différence de température imposée.	164
4.37	Distribution de la vitesse au plan $z = 10$ cm de l'axe de la machine (vue de dessus).	165
4.38	Contours de température à gauche et vecteurs de vitesse à droite.	165
4.39	Distribution de température numérique (à gauche) et obtenue par caméra infrarouge (à droite).	166
4.40	Distribution locale du coefficient d'échange h en position horizontale (à gauche) et en position verticale (à droite).	166
4.41	Coefficients d'échange numériques et courbes de tendance en fonction de la différence de température ΔT pour chaque surface du carter et la surface totale.	167
4.42	Variation du coefficient d'échange total en fonction de ΔT à chaque inclinaison.	169
4.43	Variation du coefficient d'échange numérique en fonction de l'inclinaison de la machine pour $\Delta T = 20, 35$ et 56 K.	169
4.44	Triptyque de comparaison.	170
4.45	Comparaison des résultats numériques, expérimentaux et empiriques de la littérature, pour la surface cylindrique.	172
4.46	Évolution du coefficient d'échange convectif en considérant les écarts pour la surface cylindrique.	172
4.47	Comparaison des résultats numériques, expérimentaux et empiriques de la littérature, pour la surface carrée.	173
4.48	Comparaison des résultats numériques, expérimentaux et empiriques de la littérature, pour la surface irrégulière.	173
4.49	Comparaison des résultats numériques, expérimentaux et les corrélations empiriques de la littérature, pour la surface totale de la machine Synchrel.	174
4.50	Évolution du coefficient d'échange convectif en considérant les écarts de différentes approches utilisées pour la surface totale de la machine Synchrel.	174
4.51	Comparaison entre $\bar{h}$ numérique, expérimental et empirique pour $\Delta T = [20^\circ C, 80^\circ C]$ et $\theta = 20^\circ$.	175
4.52	Comparaison entre $\bar{h}$ numérique et expérimental pour $\theta = [0^\circ, 90^\circ]$ et $\Delta T = 20^\circ C$.	176
4.53	Variation du coefficient d'échange total numérique en fonction de l'inclinaison de la machine et du gradient de température.	177
4.54	Erreur de la corrélation numérique, calculée par rapport à la corrélation expérimentale.	178
5.1	Vue microscopique de deux surfaces en contact.	187

5.2	Comportement thermique dans le cas d'un contact parfait et imparfait.	188
5.3	Trois aspects de la résistance thermique de contact [Yovanovich 05].	188
5.4	Chronologie des recherches concernant la RTC.	189
5.5	Conductance thermique surfacique de contact pour : des alliages de cuivre (fig. 5.5a) et des aciers inoxydables (fig. 5.5b) en fonction de la pression de contact.	190
5.6	Réseau de résistances qui forment la RTC.	190
5.7	Comparaison entre les résultats de la littérature présentés dans le tableau 5.2 pour $AL - 2011$	193
5.8	Orientation des propriétés thermiques pour les laminations en contact. La conductivité thermique dans le plans $x - y$ est différente de celle au travers des tôles, définie le long de l'axe z	194
5.9	Influence de l'épaisseur de la lame d'air équivalente de contact stator/carter sur la température du fer [Andersson 13].	195
5.10	Influence de la longueur équivalente de contact bobinage/stator sur la température du bobinage [Andersson 13].	195
5.11	Conductivité de contact stator-carter utilisée par [Mellor 91] lors de la modélisation de la machine TFV.	196
5.12	Procédure de détermination des RTCs de la machine Synchrel.	199
5.13	Démarche itérative de détermination des RTCs.	200
5.14	Déviation des températures du bobinage et du carter en fonction de la variation de chaque RTC, par rapport au MTD sans des RTCs.	202
5.15	Répartition des résistances thermiques de contact dans la machine Synchrel.	203
5.16	Forme externe du carter de la machine Synchrel.	204
5.17	Blocs d'isolation.	205
5.18	Isolation totale de la machine.	205
5.19	Évolution expérimentale de la température du carter et de bobinage dans des conditions adiabatiques.	206
5.20	Modèle thermique simplifié à deux nœuds de la machine Synchrel.	207
5.21	Comparaison des résultats expérimentaux et du MTI.	208
5.22	Réduction du modèle thermique détaillé.	216
5.23	Comparaison des résultats du MTI et du MTR_0	217
5.24	Comparaison des résultats des modèles MTI et MTR_i avec les RTCs optimales.	218
5.25	Comparaison entre les mesures expérimentales et les résultats du MTR_0	219
5.26	Comparaison entre les mesures expérimentales et les résultats du MTR_i	220
5.27	Comparaison des résultats du MTD de la machine Synchrel en utilisant le coefficient d'échange convectif calculé par la méthode MFN et les résultats expérimentaux.	221
5.28	Comparaison des résultats du MTD de la machine Synchrel (sans isolation thermique), sans les RTCs, avec les résultats expérimentaux.	222
5.29	Comparaison des résultats du MTD de la machine Synchrel (sans isolation thermique), avec les RTCs, avec les résultats expérimentaux.	222
5.30	Comparaison des résultats du MTD de la machine Synchrel et les résultats expérimentaux en utilisant le coefficient d'échange convectif déterminé expérimentalement à 20°	223
5.31	Comparaison des résultats du MTD de la machine Synchrel et les résultats expérimentaux en utilisant le coefficient d'échange convectif déterminé expérimentalement à 90°	223
5.32	Comparaison entre les résultats expérimentaux et le MTI à 0°	224
5.33	Comparaison entre les résultats expérimentaux et le MTI à 20°	225
5.34	Comparaison du MTR_i en régime permanent par rapport au MTD	225

5.35	Comparaison du MTR_i en régime transitoire par rapport au MTD en position 0°	226
5.36	Comparaison du MTR_i en régime transitoire par rapport au MTD en position inclinée à 20°	226
5.37	Comparaison du MTR_i et des résultats expérimentaux en position inclinée à 20°	227
A.1	Définition du point de dimensionnement par rapport aux points de plus grande puissance des modes assisté et non assisté.	244
B.1	Dimensions caractéristiques de la machine Synchrel.	245
C.1	Moyenne temporelle d'un écoulement indépendant du temps (à gauche) et moyenne d'ensemble d'un écoulement variable dans le temps (à droite) [Ferziger 02].	247
C.2	Schéma explicatif de la cascade d'énergie au sein d'un écoulement turbulent.	250
C.3	Longueur de mélange.	251
D.1	Wattmètre Yokogawa WT200.	255
D.2	Loi uniforme.	255
D.3	Documentation technique du WT200 : précision des mesures de courant et de tension + calibre.	256

Liste des tableaux

1.1	Avantages et inconvénients des différentes machines.	32
1.2	Caractéristiques générales de la machine Synchrel.	34
1.3	Conductivités thermiques de différents types de matériaux.	42
1.4	Émissivités de quelques matériaux typiques dans les machines électriques [Pyrhönen 09].	46
1.5	Paramètres thermiques nécessaires pour le calcul des composants du modèle thermique liés à la conduction.	57
1.6	Conductivités thermiques des parties homogènes dans la machine Synchrel.	58
2.1	Nombres du Prandtl pour des fluides à 100°C [Courderc 08].	83
2.2	Nombres adimensionnels les plus utilisés pour la convection [Pyrhönen 09].	83
3.1	Coefficients A_m et n_m utilisés pour la corrélation 3.4.	99
3.2	Domaines de validité et coefficients de l'éq. 4.25 donnés par Luciano [Luciano 83] et Kitamura [Kitamura 99] et [Bergman 11, Holman 01]	101
3.3	Quelques codes CFD.	107
3.4	Équations utilisées par chaque solveur pour l'estimation des inconnues de l'écou- lement.	114
3.5	Conditions aux limites des modèles numériques réalisés [Özgür 09].	121
3.6	Comparaison entre les nombres de Nusselt obtenus numériquement et ceux de Atayilmaz [Özgür 09].	123
4.1	Intervalles typiques du coefficient d'échange convectif pour les gaz et les liquides en convection naturelle et forcée.	132
4.2	Valeurs des coefficients k_1 et k_2 de l'éq. 4.22.	141
4.3	Coefficients A_m et n_m de l'éq. 3.4 obtenus par la courbe de tendance des résul- tats numériques et ceux de Staton [Staton 98].	143
4.4	Coefficients de l'éq. 4.25 pour la convection naturelle extérieure en régime la- minaire et turbulent pour un cylindre.	145
4.5	Coefficients de l'éq. 4.25 pour la convection naturelle en régime laminaire et turbulent autour d'une surface latérale verticale.	146
4.6	Coefficients de l'éq. 4.25 pour la convection naturelle en régime laminaire autour d'une surface plane horizontale orientée vers le haut [Bergman 11, Fujii 72].	147
4.7	Coefficients de l'éq. 4.25 pour la convection naturelle en régime laminaire autour d'une surface plane horizontale orientée vers le bas [Bergman 11, Fujii 72].	147
4.8	Dimensions géométriques de chaque surface constituant la machine Synchrel.	148
4.9	Émissivités obtenues expérimentalement de chaque surface de la machine Synchrel.	152
4.10	Valeurs de k_1 et k_2 pour chaque surface de la machine et la surface totale lorsque la machine est en position horizontale.	155
4.11	Valeurs de k_1 et k_2 pour chaque surface de la machine et la surface totale lorsque la machine est en position horizontale.	168

4.12	Corrélations empiriques de la littérature utilisées pour déterminer le coefficient d'échange moyen pour chaque surface séparément, lorsque la machine est en position horizontale.	170
4.13	Résumé des corrélations empiriques de la littérature utilisées pour déterminer les coefficients d'échange de chaque surface $\bar{h}_i$, puis le coefficient d'échange moyen équivalent $\bar{h}$	171
4.14	Coefficients d'échange $\bar{h}$ obtenu en utilisant l'éq. 4.52 appliquée aux corrélations empiriques.	176
5.1	Variation de la pression de contact et de la conductivité thermique en fonction de la température dans deux cas différents.	191
5.2	Corrélations proposées dans la littérature pour le calcul de la conductance thermique de contact cylindrique [Ayers 04].	192
5.3	Valeurs des longueurs effectives déterminées expérimentalement entre le carter et le stator.	197
5.4	Résistances thermiques de contact moyennes pour trois différents montages [Kulkarni 12].	197
5.5	Conductances thermiques surfaciques de contact de l'interface stator/carter proposées dans la littérature [Trigeol 06, Trigeol 04].	197
5.6	Conductances thermiques surfaciques de contact de l'interface bobinage/stator utilisées dans la littérature.	198
5.7	Première estimation des conductances thermiques de contact g (W/m ² .K).	198
5.8	Intervalle de variation de chaque RTC et longueurs effectives équivalentes pour l'étude de sensibilité.	201
5.9	Variations maximales de la température de bobinage et du carter en balayant l'intervalle de chaque RTC lorsque les autres sont maintenues nulles, par rapport aux résultats du modèle avec des RTCs nulles.	202
5.10	Valeurs des composants thermiques du modèle de second ordre, obtenues par identification expérimentale.	208
5.11	Classification des différentes approches de réduction de modèle.	212
5.12	Classes des méthodes de réduction de modèle.	213
5.13	Valeurs des composants thermiques des modèles MTI et MTR_0	216
5.14	Valeurs des composants thermiques des MT_2 obtenues lors de la procédure de détermination des RTCs.	218
5.15	Valeurs de conductances thermiques surfaciques de contact optimales g_c (W/m ² /K).	219
A.1	Caractéristiques du couple et du temps de fonctionnement pour l'application 'e-Clutch'.	244
B.1	Dimensions et paramètres de la machine Synchrel.	246
D.1	Loi de propagation d'incertitude pour les différentes mesures électriques et thermiques.	256
	Nombre de phases [-]	

Nomenclature

Variables

$\underline{\mathbf{F}}_{A,D}$	Tenseur d'advection et de diffusion [-], respectivement
$\underline{\mathbf{I}}$	Tenseur identité [-]
$\underline{\mathbf{T}}$	Tenseur des contraintes visqueuses [N/m ²]
$\underline{\mathbf{T}}_s$	Tenseur des contraintes [N/m ²]
Fr	Nombre de Froude [-]
Gr	Nombre de Grashof [-]
Nu	Nombre de Nusselt [-]
Pr	Nombre de Prandtl [-]
Ra	Nombre de Rayleigh [-]
Re	Nombre de Reynolds [-]
St	Nombre de Strouhal [-]
$\mathbf{f}_m$	Vecteur force massique [N/Kg]
$\mathbf{F}_{c,v}$	Vecteur de flux convectif et conductif, respectivement, pour toutes les quantités à conserver [-]
$\mathbf{g}$	Vecteur force gravitationnelle [N/Kg]
$\mathbf{Q}$	Terme source de toute quantité à conserver [-]
$\mathbf{Q}_{V,S}$	Vecteur de sources de chaleur de volume et de surface [-], respectivement
$\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]$	Vecteur vitesse [m/s]
$\mathbf{W}$	Vecteur des quantités à conserver [-]
$\mathbf{x} = [x, y, z]$	Vecteur spatial [m]
B_m	Valeur crête de l'induction [T]
c	Vitesse du son [m/s]
C_f	Coefficient de friction [-]
C_M	Coefficient de couple [-]
C_{ext}	Capacité thermique externe [J/K]
C_{int}	Capacité thermique interne [J/K]
$c_{p,v}$	Capacité thermique massique à pression constante [J/kg.K] et à volume constant [J/m ³ .K], respectivement

C_{th}	Capacité thermique [J/K]
d	Diamètre d'une forme cylindrique [m]
d	Épaisseur de tôles en [m]
D_f	Conductance de diffusion [kg/m ² .s]
d_h	Diamètre hydraulique d'une canal cylindrique [m]
D_r	Diamètre du rotor [m]
D_{roul}	Diamètre intérieur de roulement [m]
E	Énergie massique totale [J/kg]
E_c	Énergie cinétique moyenne [J]
e_c	Épaisseur équivalente d'air contenue dans un anneau circulaire [m]
e_i	Énergie interne massique [J/kg]
$e_{t-sup,t-inf,1,2,3,n}$	Écart relatif [-]
F	Charge d'appui sur les roulements [N/m ²]
F_f	Force de convection [kg/m ² .s]
g_c	Conductance thermique surfacique de contact [W/m ² .K]
H	Enthalpie totale d'un système [J]
H	Fonction de transfert [-]
h	Coefficient de convection [W/m ² .K]
h_r	Coefficient d'échange radiatif [W/m ² .K]
h_t	Coefficient d'échange convectif et radiatif [W/m ² .K]
I	Courant [A]
I_{RMS}	Valeur efficace d'un courant alternatif sinusoïdale [A]
k	Conductivité thermique d'un solide [W/m.K]
K_p	Facteur d'effet de peau [-]
K_s	Coefficient de rugosité [-]
k_s	Conductivité thermique d'un fluide [W/m.K]
l_r	Longueur du rotor [m]
$L_{c,0,e}$	Longueur caractéristique d'une forme géométrique, longueur référence ou longueur effective équivalente [m]
l_{cu}	Longueur moyenne d'une spire par phase [m]
M	Nombre de Mach [-]
m	
m_a	Masse atomique [kg]
m_v	Masse volumique des tôles [kg/m ³]

$N_{C,F,n}$	Nombre de cellules, de frontière d'une cellule et de nœuds à chaque face, respectivement [-]
N_{cu}	Nombre de spires [-]
P	Périmètre [m]
p	Pression [N/m ²]
p_v	Puissance volumique de la source interne [W/m ³]
q	Flux de chaleur [W/m ²]
q_{RTC}	Flux de chaleur traversant la surface apparente de contact [W/m ²]
R	Résistance thermique [K/W] ou constante universelle des gaz parfaits [J/kg.K]
R_0	Résistance électrique d'une phase à la température initiale ($T_0 = 20^\circ\text{C}$) [Ω]
R_s	Résistance électrique d'une phase [Ω]
R_{ext}	Résistance thermique externe [K/W]
R_{int}	Résistance thermique interne [K/W]
R_{TC}	Résistance thermique de contact [K/W]
S	Section de passage d'un fluide [m ²]
S_{app}	Surface apparente de contact [m ²]
S_a	Surface d'une ailette [m ²]
S_{cu}	Section d'un conducteur [m ²]
S_t	Surface totale d'une machine électrique [m ²]
t	Temps en[s]
$T_{s,amb,carb,bob}$	Température d'une surface, ambiante, du carter et du bobinage [K], respectivement
U	Tension électrique [V]
V	Volume d'un corps [m ³]
v^*	Vitesse moyenne de l'agitation aléatoire [m/s]
V_n	Vitesse normale à une surface [m/s]

Lettres Grecques

α	Diffusivité thermique [m ² /s]
α_{cu}	Coefficient de température [-]
β	Coefficient d'absorptivité [-]
β	Coefficient de dilatation thermique [K ⁻¹]
δ	Longueur de l'espace annulaire en [m]
η	Coefficient de réflectivité [-]
γ_i	Composante du vecteur accélération dans la direction x_i normalisé [m/s ²]
κ	Coefficient de diffusion [m ² /s]

κ	Coefficient de transmissibilité [-] ou conductivité thermique de l'air sec [W/m.K]
λ	Seconde viscosité de Stokes
μ	Viscosité dynamique [kg/m.s]
ν	Viscosité cinématique [m ² /s]
Ω	Domaine considéré (corps quelconque, volume de contrôle) [-]
ω_k	Vitesse angulaire de rotation en [rad/s]
ϕ	Variable d'écoulement [-]
$\phi_{cond, conv, rad}$	Flux de chaleur transmis par conduction, convection et radiation [W], respectivement
$\phi_{Cu, fer, roul, air}$	Pertes par effet Joule, pertes fer, pertes des roulements et pertes de frottement avec l'air [W]
ρ	Masse volumique du fluide [kg/m ³]
ρ_t	Résistivité des tôles [Ω /m]
σ	Constante de Boltzmann [W/m ² .K ⁴]
σ_{cu}	Conductivité électrique d'un conducteur [S/m]
τ	Rapport de volume occupé par un corps ou constante du temps [-]
τ_{ij}	Contrainte appliquée dans la direction j dans le plan perpendiculaire à la direction i [N/m ²]
θ	Angle d'inclinaison [°]
ε	Coefficient d'émissivité [-]
ξ	Facteur de frottement [-]

Abréviations

ARS	Algebraic Reynolds-Stress
CFD	Computational Fluid Dynamics
CL	Méthode à Constantes Localisées.
LES	Large Eddy Simulation
MEF	Méthode des éléments finis
MFN	Mécanique des Fluides Numérique
MPVL	Matrix-Padé Via Lanczos.
MTD	Modèle Thermique Détaillé
MTI	Modèle Thermique de second ordre obtenu par Identification expérimentale.
MTR ₀	Modèle Thermique de second ordre obtenu par Réduction de modèle sans RTCs.
MTR _{<i>i</i>}	Modèle Thermique de second ordre obtenu par Réduction de modèle avec RTCs.

MVF Méthode des volumes finis
RANS Reynolds Averaged Navier-Stokes
RST Reynolds-Stress Transport
RTC Résistance Thermique de Contact
SIMPLEC Simple-Implicite Method for Pressure-linked Equations
Synchrel Machine Synchro-Réductante
TFNV Totalement Fermée Non Ventilée
TFV Totalement Fermée et Ventilée

Résumé

En plus des aspects électrique, magnétique, vibro-acoustique et mécanique, les considérations thermiques doivent être prises en compte lors des phases de conception et d'optimisation des machines électriques. Ce mémoire se porte sur l'analyse et la simulation du comportement thermique des machines électriques Totalement Fermées et Non Ventilées (TFNV) et plus particulièrement sur le cas de la machine Synchro-réductante (Synchrel), utilisée comme actionneur d'embrayage.

Un modèle thermique détaillé (*MTD*), décrivant le comportement thermique de la machine Synchrel est conçu. Ce *MTD* proposé est construit grâce à une combinaison de la méthode à Constantes Localisées (CL) et d'une technique numérique de type Mécanique des Fluides Numériques (MFN). La première méthode est dédiée à la modélisation des transferts conductifs et radiatifs. La seconde permet de modéliser le mécanisme de refroidissement par convection naturelle autour de la machine Synchrel. Compte-tenu de l'importance du mode de refroidissement sur l'évolution des températures critiques, l'approche MFN peut apporter plus de précision. Par contre, elle nécessite des temps de calcul importants ce qui freine son utilisation. Afin de surmonter cette problématique, les résultats numériques obtenus pour des points de fonctionnement particuliers sont utilisés afin de définir des relations de corrélation analytiques.

Cette analyse numérique est accompagnée d'une démarche expérimentale afin d'élaborer les corrélations expérimentales correspondantes. L'étude montre que les solutions numériques peuvent converger vers des solutions plus précises si l'on tient compte des données d'incertitudes introduites par cette approche.

La deuxième problématique traitée est la détermination des Résistances Thermiques de Contact (RTCs) des machines électriques. Elles constituent des paramètres clefs dans la définition du MTD complet. La démarche de détermination des RTCs est basée sur deux approches d'identification paramétrique. La première est basée sur des observations expérimentales du comportement thermique de la machine. La seconde est basée sur une approche mathématique de réduction de modèle. Les valeurs déterminées sont cohérentes avec la littérature, bien que la machine Synchrel diffère en topologie, taille et puissance. En utilisant la corrélation d'origine numérique du phénomène de convection externe, le MTD complet est alors utilisé afin d'évaluer la variation de température due à l'erreur introduite par la MFN. En utilisant la corrélation expérimentale, le MTD complet est validé.

Les approches d'identification paramétrique conduisent à la construction de deux modèles thermiques de second ordre de la machine. Ces modèles permettent la surveillance du comportement thermique du bobinage et du carter. Ces deux modèles simplifiés font montre d'une prédictibilité satisfaisante au regard de leur simplicité.

Mots de clés : Modélisation thermique - Machine électrique totalement fermée non ventilée - Convection naturelle - Mécanique des fluides numérique - Résistances thermiques de contact - Réduction de modèle.

Abstract

In addition to electrical, magnetic, vibro-acoustic and mechanical aspects, thermal considerations must be taken into account during the design and optimization of electrical machines. This study focuses on the analysis and the simulation of the thermal behavior of Totally Enclosed Non Ventilated (TENV) electrical machines, specifically a Synchro-reluctant motor (Synchrel) in the context of an automotive application : a clutch actuator.

A detailed thermal model (*MTD*) describing the thermal behavior of the Synchrel machine is designed. This proposed *MTD* is based on a combination of the Lumped Parameter Thermal Network method (LPTN) and the Computational Fluid Dynamics (CFD) methods. The first method is dedicated to model the conductive and radiative heat transfers. CFD techniques are dedicated to model the cooling mechanism based on the natural convection around the Synchrel machine.

Since the critical temperature is very sensitive to the cooling mode, the CFD approach is used in this study to provide more accurate results. On the other hand, it requires considerable computing time, which prevents its use in design studies based on optimization methods. In order to overcome this problem, only some numerical results obtained for particular operating points are used to define an analytical correlation based on the numerical calculation relations.

This numerical analysis goes with an experimental approach in order to elaborate the corresponding experimental correlations. This study shows that numerical solutions can present a good accuracy, if uncertainty data introduced by this approach are taken into account.

The second research problem addressed in this study is the determination of the Contact Thermal Resistances (RTCs), which are key parameters in the definition of the *MTD*. The determination procedure of the RTCs is based on two parametric identification approaches. The first one is experimental and based on some observations of the thermal behavior of the machine. The second one is based on a mathematical model reduction approach. The determined values are consistent with results from literature, although the Synchrel machine differs in topology, size and power. Using the numerical correlations, the *MTD* is used to evaluate the temperature deviation due to error terms introduced by the CFD approach. Then, using these experimental correlations, the *MTD*'s quality can be checked and approved.

Parametric identification approaches lead to the construction of two second-order thermal models of the machine. These models allow monitoring the thermal behavior of the winding and the casing. Both simplified models show satisfactory predictability with respect to their great simplicity.

keywords : Thermal modeling - Totally Enclosed Non Ventilated electrical machines - Natural convection - Computational Fluid Dynamics - Thermal contact resistances - Model reduction.

Introduction générale

Depuis plusieurs années, l'Agence Internationale de l'énergie (AIE) met en avant deux problématiques majeures qui sont l'épuisement des ressources pétrolières et l'augmentation de la pollution atmosphérique. Ces facteurs font apparaître le rôle primordial joué par l'exploitation et l'utilisation des hydrocarbures. En particulier, le secteur des transports, qui est un des principaux responsables des émissions de gaz à effet de serre, participe à la hauteur de 23% aux émissions totales, selon l'AIE (fig. 1a). Le transport routier génère la plus grande part des émissions de CO_2 du secteur de transport, avec environ 70% (fig. 1b).

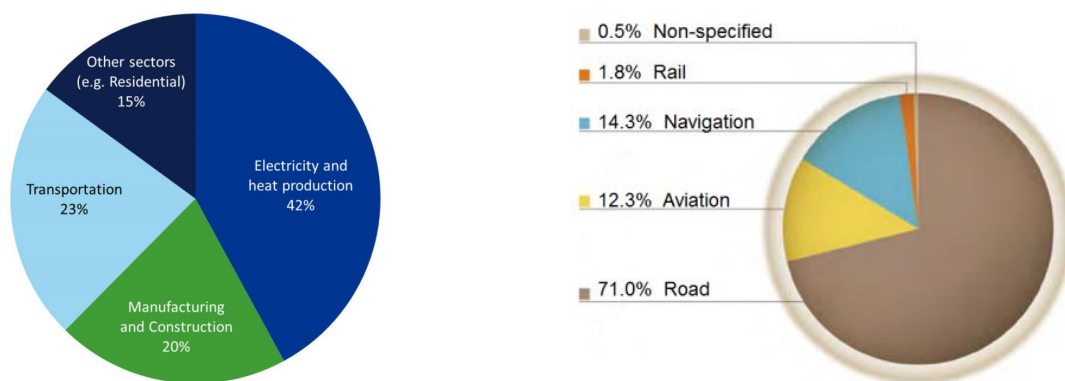


FIGURE 1 – Émission de CO_2 par secteur en 2014 et répartition modale du transport en 2010 selon l'AIE.

Le rôle majeur joué par l'exploitation et l'utilisation des hydrocarbures est dû à deux problématiques majeures qui sont l'épuisement des ressources pétrolières et l'augmentation de la pollution atmosphérique, mises en avant par Agence Internationale de l'énergie (AIE), depuis plusieurs années.

Compte-tenu de cette situation, et au travers des incitations et des pressions des gouvernements et des autorités régionales concernées, des efforts et des actions spécifiques ont été entrepris afin d'imprimer une tendance vers l'usage des solutions plus propres et écologiques, réduisant la dépendance mondiale aux énergies fossiles. Parmi les solutions explorées, le développement de l'utilisation des machines électriques figure comme une voie naturelle.

Afin de suivre ce mouvement, les constructeurs automobiles ont consacré des ressources importantes afin de développer l'usage des chaînes d'actionnement électriques (réunissant sources, transformations et utilisations de l'énergie électrique embarquée), tout en garantissant en même temps plus de confort et de sécurité. Cependant, le développement des organes électriques dans les véhicules, tant en nombre d'applications qu'en puissance électrique demandée (fig. 2) nécessite une production électrique plus importante, ainsi qu'une utilisation plus fine de cette énergie électrique embarquée nécessairement limitée.

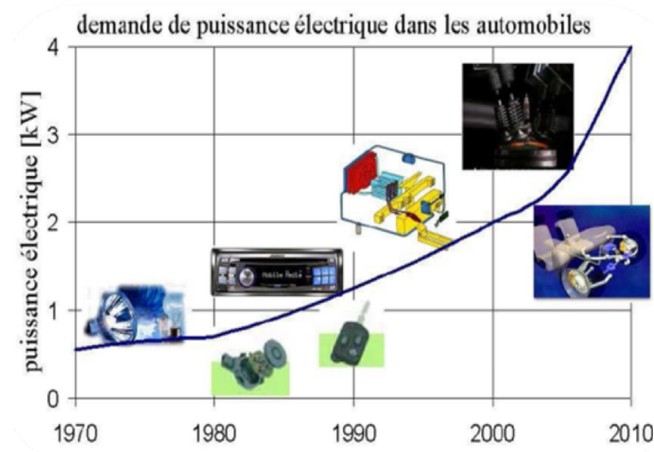


FIGURE 2 – Croissance chronologique de demande de puissance électrique dans les automobiles [Vasilescu 02].

Ces évolutions conduisent ainsi naturellement à concevoir et à utiliser des actionneurs électriques (à l'intérieur des véhicules) présentant le meilleur comportement énergétique, c'est-à-dire dont la consommation est la plus faible, et par voie de conséquence, dont les pertes sont limitées au maximum (dans des conditions normales d'utilisation).

Ces pertes, quelle que soit leur nature (électriques et mécaniques principalement), constituent des sources de chaleur à l'origine d'échauffements thermiques. De plus, ces mêmes actionneurs électriques peuvent être utilisés dans des environnements difficiles, i.e. présentant des conditions de fonctionnement sévères comme typiquement des températures élevées de l'ordre de 120°C .

Également, compte-tenu principalement de la problématique présentée par les systèmes embarqués, la tendance conduit naturellement à augmenter la puissance volumique des actionneurs électriques utilisés (tout en garantissant un coût le plus faible possible). L'augmentation de ce ratio puissance-volume induit un renforcement des contraintes thermiques au sein de ces machines. De manière générale, les températures élevées dégradent les performances électromagnétiques des actionneurs électriques, et peuvent conduire à des vieillissements prématurés des matériaux utilisés.

Dans ce contexte, on comprend bien que, à défaut de modifier l'environnement de fonctionnement, les actionneurs électriques doivent afficher de bonnes performances énergétiques intrinsèques, c'est-à-dire, principalement un bon rendement. De plus, leur comportement thermique propre doit être maîtrisé, ou pour le moins connu.

Tous ces facteurs montrent la nécessité d'évaluer correctement les performances et les contraintes présentées par les actionneurs électriques dans leur environnement de fonctionnement. Cette finalité peut passer par la formalisation de modèles multi-physiques des actionneurs, pour lesquels les aspects électrique, magnétique, mécanique et bien sûr thermique sont pris en compte. Lorsque cela est possible, l'acquisition de données expérimentales s'avère de première utilité.

L'élévation importante de température de certaines parties de la machine électrique peut présenter des conséquences parfois plus graves que le simple vieillisse-

ment accéléré, mais être la cause de leur endommagement. C'est typiquement le cas de l'isolation des fils conducteurs formant les bobinages des machines électriques.

D'où la nécessité de mettre en place des modèles mathématico-physiques donnant accès à une description du comportement thermique au sein des machines électriques.

Ces modèles peuvent être intégrés à des outils de conception de machines électriques, afin de prévoir numériquement l'échauffement en de nombreux points de la machine. On peut également concevoir l'utilisation de tels modèles en vue d'une surveillance en temps réel du comportement thermique d'une machine électrique. Cette application ne nécessite pas une modélisation aussi fine et complexe que celle qui peut être mise en place dans le contexte de la conception. Cette approche peut donc s'appuyer sur des outils plus simples permettant de détecter les défauts thermiques dans le fonctionnement des machines électriques. Ce dernier contexte d'application des modélisations thermiques constitue une partie des travaux développés ici.

Le comportement thermique d'une machine électrique est directement dépendant de la problématique de l'évacuation de la chaleur (énergie thermique) y étant produite ou y circulant. Ainsi, les spécifications du refroidissement de la machine sont primordiales vis-à-vis du niveau d'élévation des températures internes de cette machine. Autrement dit, il est fondamental de disposer d'informations précises sur le transfert de chaleur vers l'extérieur, pour déduire son comportement thermique interne, en particulier aux points chauds les plus critiques (dans les bobinages et les têtes de bobines typiquement).

Pour simplifier, le refroidissement des machines électriques peut se baser soit sur la convection naturelle, soit sur la convection forcée utilisant par définition un dispositif supplémentaire d'évacuation de chaleur (ventilateur, chemise de refroidissement, etc.). Cette thèse s'est centrée uniquement sur la considération du mode de refroidissement par convection naturelle.

Les études disponibles et consacrées aux transferts externes des machines électriques font apparaître que la convection externe est un mode d'évacuation thermique complexe et délicat à appréhender. Ce mode de refroidissement est en effet très dépendant des caractéristiques géométriques de la machine ainsi que des propriétés physiques de son environnement extérieur. Il apparaît assez vite que la prise en compte de la convection naturelle, aussi bien au travers de mesures expérimentales que par calculs numériques, est délicate car fortement dépendante des données incertaines (incertitudes dans les procédures expérimentales, dans les hypothèses de calcul, etc.). De plus, par voie de conséquence, les incertitudes concernant la modélisation du phénomène de convection (naturelle) impactent directement l'estimation des températures critiques de la machine (typiquement aux points chauds présentés par le bobinage). Tel que le fera clairement apparaître ce manuscrit, il est clair que la connaissance des données d'incertitudes constitue une problématique indissociable de celle de la modélisation de la convection naturelle.

La construction des modèles thermiques de machines électriques peut se baser sur deux approches méthodologiques distinctes. La première est dite « Nodale », ou par « Réseaux (thermiques) » ou encore à « Constantes Localisées » (CL); elle est parfois qualifiée de semi-numérique. La seconde voie correspond à une approche purement numérique.

L'approche à CL utilise des formulations analytiques, souvent empiriques, afin de décrire les modes de transfert de chaleur, selon les chemins de transfert de chaleur principaux (modélisés par des résistances thermiques).

L'approche numérique pure consiste à rechercher directement la solution numérique des équations de Navier-Stokes, décrivant les mouvements fluidiques et les transferts d'énergie thermique. Plusieurs techniques permettent d'aboutir à cette solution, dont celle dénommée Méthode des Volumes Finis, utilisée dans les travaux de cette thèse.

Le choix entre ces deux approches dépend du contexte et de la précision recherchée. L'utilisation de la méthode nodale est souvent justifiée par le faible temps de calcul nécessaire, et dans certains cas par la relative facilité d'implantation. L'approche numérique correspond au champ de la MFN (Mécanique des Fluides Numériques) (ou CFD : Computational Fluid Dynamics). Les outils associés à cette approche permettent de réaliser des simulations de phénomènes fluidiques complexes tout en prenant en compte des géométries réalistes non simplifiées. Cette meilleure description des phénomènes réels nécessite généralement des coûts de calcul beaucoup plus importants, rendant difficile son utilisation lors des phases de conception. Néanmoins, la MFN donne la possibilité remarquable (que ne permet pas les réseaux thermiques) d'évaluer le niveau d'échange thermique par convection (naturelle notamment), au travers d'une surface frontière solide-fluide. De là, il apparaît que ces deux approches de modélisation thermique peuvent avantageusement être utilisées conjointement, afin de bénéficier de l'avantage de rapidité de l'une et du pouvoir descriptif de la convection de l'autre.

Dans le même temps, l'utilisation de mesures thermiques, lorsqu'elles sont possibles, apparaît comme indispensable, afin de prendre en compte cette même convection externe. Cependant l'approche expérimentale est exigeante et délicate à réaliser, en partie en raison de l'importance des incertitudes de mesures.

Le travail présenté dans ce mémoire a ainsi pour objet l'étude du comportement thermique d'une machine électrique, en recourant à l'approche MFN. L'accent est mis sur la prise en compte du transfert thermique vers l'extérieur assuré par convection naturelle. Dans l'objectif d'établir un compromis entre précision et temps de calcul, les résultats de calculs MFN sont résumés sous la forme de relations analytiques (ou corrélations numériques), présentant l'avantage d'être très rapides à évaluer.

Dans un deuxième temps, les travaux de cette thèse s'intéressent au développement des modèles à CL décrivant le comportement thermique du bobinage et du carter de la machine électrique. Les éléments de ces modèles sont évalués de deux manières différentes. La première exploite des mesures de températures réalisées sur la machine elle-même. La seconde approche utilise plutôt les résultats de simulations MFN injectées dans un modèle thermique nodal plus complexe sur lequel une procédure de réduction est appliquée.

La complexité de la modélisation thermique ne se limite pas à la caractérisation des échanges convectifs. Ainsi, dans le contexte assez particulier des machines électriques, la caractérisation des résistances thermiques de contact (RTCs) apparaît comme une problématique autant ardue qu'importante. La nature même de l'origine de ces résistances thermiques (niveau de pression entre parties solides, états des surfaces en contact, etc.) disqualifie assez vite l'approche de caractérisation par

simulations MFN. Seule reste la voie basée sur l'exploitation de relevés expérimentaux thermiques. Dans ce cadre, la dernière partie de ces travaux est consacrée à la description d'une méthodologie visant à l'estimation des RTCs principales d'une machine électrique, par l'utilisation d'un nombre réduit de mesures thermiques.

Contenu des chapitres Le premier chapitre est centré sur les connaissances relatives aux phénomènes physiques à l'origine des sources de chaleur et des modes de transfert thermiques dans les machines électriques en général. Cette introduction permet de décrire par la suite les principes de la méthode à CL, qui sera appliquée au cas de la machine principale d'étude Synchrel (Synchro-Réductante). Une seconde partie propose une description des solutions adoptées pour la modélisation des phénomènes de transfert de chaleur à l'intérieur des machines électriques. L'accent est mis sur les aspects les plus délicats de cette modélisation ; ils concernent typiquement la prise en compte de la conduction au sein des parties hétérogènes (bobinages, empilements de tôles).

Ce chapitre est une introduction aux problématiques thermiques principales dans notre étude qui sont la convection de mode naturel autour de la machine Synchrel et les résistances thermiques de contact entre parties solides. En effet, des revues bibliographiques spécifiques sont dédiées à présenter chaque problématique dans les chapitres qui suivent.

Le second chapitre présente une introduction à la mécanique des fluides et traite de la formulation mathématique du problème de la convection naturelle en régimes laminaire et permanent.

Pour cela, les notions élémentaires nécessaires (théorie de transport, viscosité, régimes d'écoulement) sont introduites. Elles permettent la présentation des équations de Navier-Stokes décrivant les écoulements fluidiques. Selon la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent), plusieurs reformulations mathématiques spécifiques peuvent en être tirées. Dans le cas d'un écoulement turbulent, le système d'équations qui en résulte est naturellement incomplet, et nécessite alors des modèles de fermeture supplémentaires afin d'être résolu. La formulation décrivant un écoulement laminaire reste plus simple. Dans tous les cas, la résolution de ces équations sur le plan numérique doit s'appuyer sur le meilleur choix parmi les algorithmes de résolution disponibles, et a tout intérêt à considérer des hypothèses simplificatrices (géométriques et physiques) afin d'alléger le processus numérique dans son ensemble. Ces aspects sont abordés dans le chapitre 3.

Cette approche numérique, décrit au début du chapitre 3, est ainsi appliquée à la simulation de la convection naturelle générée par des volumes de forme cylindrique simple statiques à température constante. Les résultats de calcul sont alors rapprochés des données comparables issues de la littérature, afin de valider cette démarche numérique. Ces simulations, réalisées à partir d'hypothèses multiples (différents codes de calcul MFN, algorithmes de résolution modifiés, et.), donnent alors la possibilité d'estimer le niveau de variabilité des résultats numériques, pour chaque configuration étudiée. À la fin de ce chapitre, le modèle numérique est prêt pour être appliqué au cas de la machine Synchrel. Ce chapitre met donc en place les outils numériques utilisés dans le chapitre suivant, pour le cas de la machine Synchrel.

De plus de l'approche numérique, le chapitre 4 considère l'étude expérimentale à l'analyse du transfert de chaleur par transport fluide en mode de convec-

tion naturelle autour de la machine Synchrel (présentée dans le premier chapitre). Ce chapitre présente ainsi de manière détaillée la démarche suivie, lors de ces analyses, pour l'élaboration de corrélations numériques (issues de résultats numériques MFN) et expérimentales (dédiées de mesures).

Une fois établies, ces relations de corrélation sont insérées dans un modèle thermique à CL afin d'améliorer ses capacités à évaluer les températures des points critiques de la machine. À la fin de ce chapitre, les différents résultats obtenus sont confrontés aux corrélations extraites de la littérature. Les écarts relatifs pouvant apparaître pour chaque méthode sont analysés. Les incertitudes liées aux approches considérées (expérimentale, numérique et empirique) sont évaluées pour être ensuite comparées.

Le chapitre 5 propose une démarche pour déterminer les principales résistances thermiques de contact de la machines Synchrel. La méthode exposée repose sur l'exploitation combinée de deux méthodes d'identification de paramètres : la réduction de modèle et l'identification expérimentale. Chacune de ces deux approches vise à déterminer les paramètres d'un modèle électrique équivalent de second ordre, décrivant au mieux l'évolution temporelle thermique du bobinage et du carter de la machine. Le fait qu'un modèle tienne compte des résistances de contact internes à la machine, et l'autre non, permet in fine d'estimer les valeurs de ces RTCs. L'identification expérimentale se base sur une analyse expérimentale permettant de réduire les sources d'incertitudes liées au coefficient d'échange convectif externe et aux sources de chaleur.

La détermination de ces résistances thermiques de contact et des coefficients d'échange convectif (chapitre 4) permet in fine de finaliser la spécification des composants les plus difficiles à évaluer du modèle thermique détaillé de la machine Synchrel. Celui-ci peut alors être utilisé en vue d'une confrontation de ses résultats avec les données expérimentales disponibles.

Le chapitre 5 montre également que ce même modèle détaillé peut servir de base à la caractérisation d'un modèle simplifié (de second ordre), obtenu par réduction mathématique, et pouvant être utilisé à des fins de diagnostic ou de surveillance en temps réel, des températures critiques de la machine électrique.

Bibliographie

- [Vasilescu 02] C. Vasilescu. *Modélisation du transfert de chaleur au sein des machines électriques tournantes : dimensionnement et optimisation de leur système de refroidissement*. PhD thesis, Paris 6, 2002.

Chapitre 1

Généralités sur le transfert de chaleur dans les machines électriques

Sommaire

1.1	Machine synchro-réductante	29
1.2	Pertes dans les machines électriques - Application à la machine Synchrel	37
1.3	Modes de transfert de chaleur dans les machines électriques	40
1.4	Méthode de modélisation thermique de la machine Synchrel	46
1.5	Modèle thermique détaillé de la machine Synchrel . .	55
	Bibliographie	66

Introduction

La modélisation du comportement thermique des machines électriques est une tâche essentielle en vue de leur conception et leur optimisation. Quelle que soit la méthode, le but est toujours de résoudre les équations de la chaleur qui régissent les différents modes de transfert thermique. Les sources de cette énergie thermique correspondent aux différentes pertes qu'une machine électrique peut générer.

Néanmoins, la résolution des équations de la chaleur est une tâche souvent compliquée à cause de la complexité géométrique des machines et de l'environnement dans lequel elles opèrent, les caractéristiques thermophysiques des matériaux qui peuvent être hétérogènes (parfois mal évaluées), les flux thermiques multidirectionnels, les géométries complexes et la prise en compte des pièces en rotation. Tout cela fait de la modélisation thermique un défi majeur pour les ingénieurs.

Ce chapitre introductif présentera la machine synchro-réductante (Synchrel), sa géométrie et les sources de chaleur y étant générées en précisant leur importance lors de la construction du modèle thermique détaillé. Puis nous définirons les modes de transfert de chaleur dans les machines électriques et les méthodes permettant la modélisation de ces phénomènes. Ensuite, nous détaillerons le modèle thermique nodal de la machine Synchrel en donnant les solutions adoptées pour décrire le comportement thermique de chaque partie de la machine.

À la fin de ce chapitre, les problématiques thermiques, qui sont mises en relief dans les parties suivantes de la thèse, seront présentées.

1.1 Machine synchro-réductante

Historiquement, l'invention des machines électriques s'est faite grâce à trois découvertes principales. D'abord, la production d'électricité en 1800, la découverte du champ magnétique tournant en 1821 et enfin, l'invention de l'électro-aimant en 1825 par William Sturgeon. Ce fait a permis l'invention de la roue de Barlow, le premier dispositif simple tournant, qui démontre l'effet du champ magnétique et l'action de la force de Lorentz.

De nos jours, la consommation de l'énergie électrique par les machines électriques dans l'industrie représente 70% de la consommation commerciale. Trois principaux types de machines électriques se dégagent : les machines à courant continu, les machines synchrones et les machines asynchrones [Rodriguez 15].

Une machine à courant continu est composée d'un stator créant un champ magnétique longitudinal fixe à l'aide d'aimants permanents ou d'enroulements d'excitation. Son principe de fonctionnement, basé sur la loi de Laplace, est représenté par la fig. 1.1.

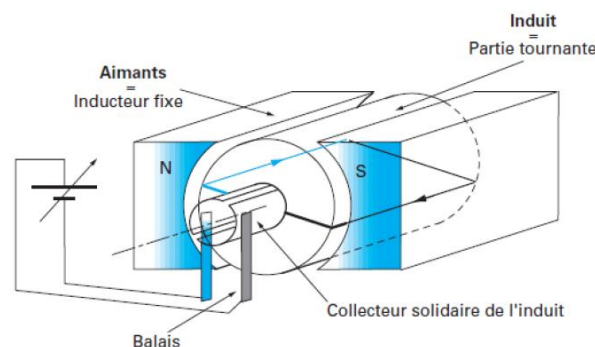


FIGURE 1.1 – Schéma simplifié de principe du fonctionnement de la machine à courant continu à aimants permanents [Rodriguez 15].

L'ensemble collecteur-balais se charge de maintenir le sens des courants électriques dans le rotor, quelle que soit sa position angulaire (lors de la rotation).

Les machines asynchrones (à induction, MAS) ont été introduites par Nikola Tesla en 1887, grâce à l'invention du système triphasé de tensions alternatives. Ce type de machine est devenu prépondérant dans l'industrie et est présent dans une multitude d'applications, aussi bien industrielles que domestiques. Les deux types de machines asynchrones ont la même structure de stator bobiné (fig. 1.2a) mais se différencient par le type d'enroulement du rotor : à cage d'écureuil (fig. 1.2b) ou bobiné (fig. 1.2c). La machine asynchrone à cage d'écureuil est la plus utilisée vu son faible coût de fabrication.

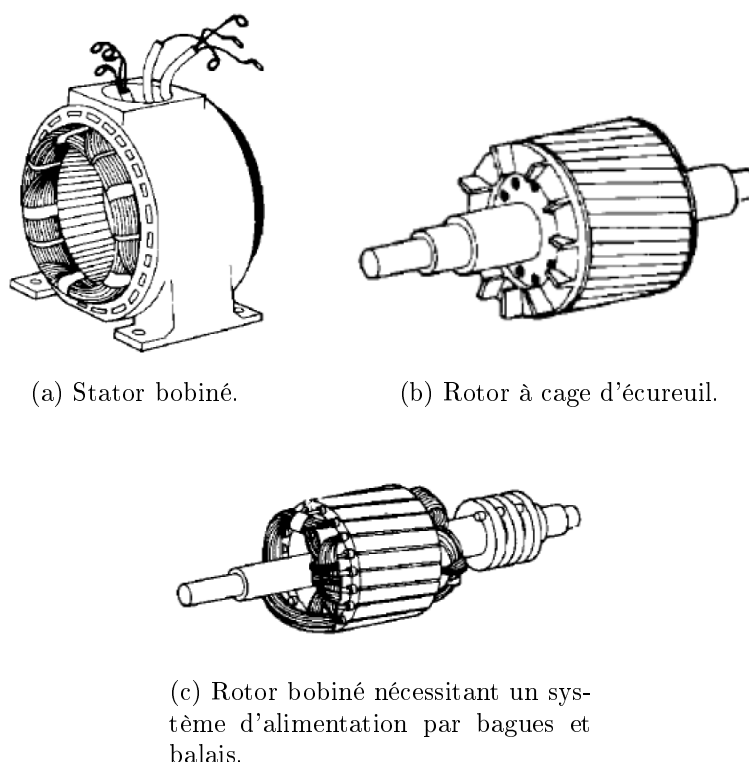


FIGURE 1.2 – Différentes parties composant la machine asynchrone [Rodriguez 15].

Le principe de fonctionnement de la MAS repose sur la création de tensions puis de courants induits au rotor. Les grandeurs induites interagissent, alors, avec le champ tournant statorique pour créer des forces au niveau des conducteurs (barreaux ou conducteur rotorique pour une machine à cage d'écureuil) court-circuités par deux bagues latérales ; ces forces motrices produisent le couple électromagnétique. Comme l'indique son nom (asynchrone), la vitesse de rotation de l'induit (rotor) doit être différente de celle du champ statorique, ce qui provoque l'apparition des courants induits dans le rotor.

Pour les machines synchrones, le glissement est nul puisque le rotor tourne à la vitesse de synchronisme qui est la vitesse de rotation du champ tournant statorique. Ces machines peuvent être classées selon la nature de l'inducteur (aimants permanents ou bobinage) et par leur rapport de saillance ($\xi = L_q/L_d$ (fig. 1.4)), tel que représenté par la fig. 1.3,

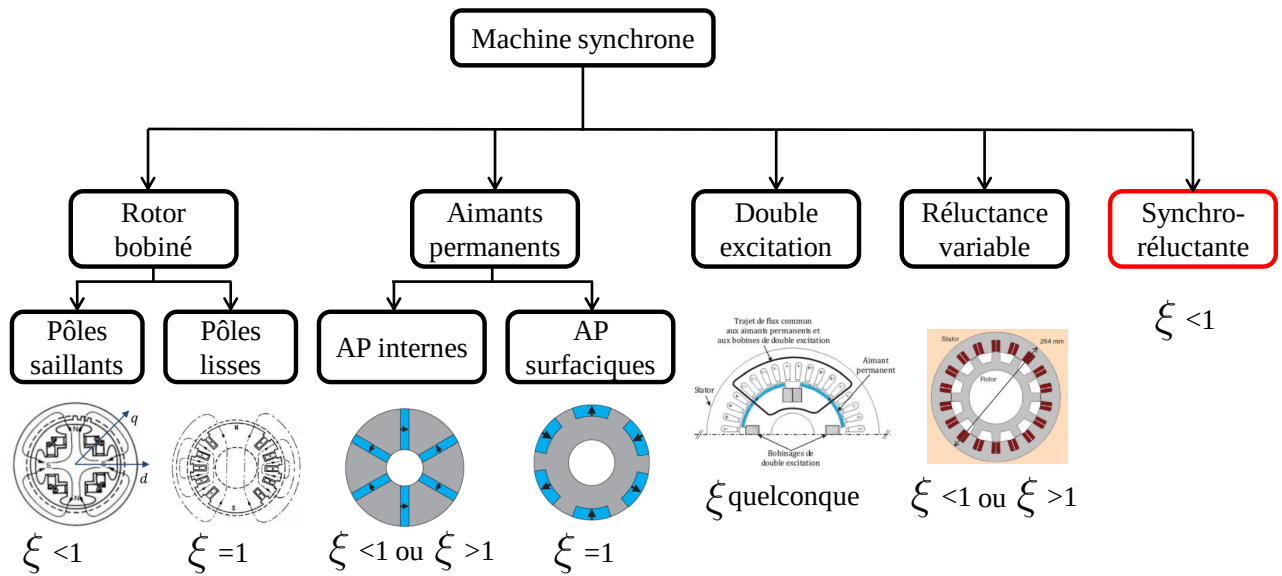


FIGURE 1.3 – Classification des machines synchrones [Rodriguez 15].

Lors de cette étude, nous allons nous intéresser à la machine Synchro-réductante (Synchrel). La structure de cette machine est présentée dans la fig. 1.4. Il s'agit d'un des plus anciens types de moteurs électriques. Cette machine se compose principalement de deux parties :

- Le stator a une structure semblable à celle des machines synchrones et asynchrones. Il est constitué de tôles magnétiques empilées axialement avec un bobinage, généralement, triphasé. Les bobines sont alimentées de façon à créer un champ tournant, à l'origine du couple.
- Le rotor à pôles saillants est passif impliquant une quasi absence de pertes thermiques. La saillance du rotor est obtenue par une différence de perméabilité magnétique créant une différence de réductance en fonction du chemin emprunté par les lignes de champ magnétique.

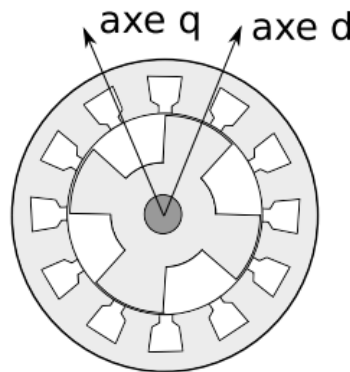


FIGURE 1.4 – Axes direct d et axe quadrature q de la machine Synchrel.

Étant donné sa structure, la machine Synchrel est semblable à une machine synchrone à pôles saillants dépourvue de bobines rotoriques. Son bobinage statorique est triphasé avec p paires de pôles ; il est alimenté par un système triphasé de tensions de pulsation ω_{elec} . Ce bobinage statorique triphasé génère une force magnétomotrice (f.m.m) tournant à la vitesse angulaire $\omega_k = \frac{\omega_{elec}}{p}$. Pour une alimentation particulière du stator, les f.m.m tendent à positionner le rotor de façon

TABLE 1.1 – Avantages et inconvénients des différentes machines.

Type de machine	Avantages	Inconvénients
MSAP	• simplicité de conception, • fonctionnement à vitesses élevées, • bon couple massique, • faible coût de maintenance.	• dégradation des performances avec l'augmentation de température, • risque de démagnétisation des aimants, • assemblage aimants. • coût de fabrication élevé
Synchrel	• robuste, • coût des matériaux faible, • absence des pertes Joule au rotor.	• facteur de puissance faible, • difficulté de réalisation, • rendement inférieur à celui d'une MSAP.
MAS	• robuste, • faible coût de réalisation, • pas d'ondulation du couple.	• couple volumique faible, • rendement relativement faible, • difficulté à évacuer les pertes Joule au rotor,

à minimiser la résistance au passage du flux (réductance) (axe d dans la fig. 1.4). À la position de réductance minimale, le couple exercée sur le rotor s'annule. Afin de sortir de cette position d'équilibre (réductance minimale) l'alimentation du stator est modifiée ; les phases statoriques sont excitées séquentiellement. Le rotor change alors de position et tourne à la vitesse de synchronisme imposée par le champ statorique.

Cette machine souffre d'un rendement assez faible par rapport à la machine synchrone à aimants permanents et d'un faible facteur de puissance. Une comparaison plus détaillée de cette machine avec les machines à réductance variable, synchrones à aimants permanents et asynchrones est donnée par le tableau 1.1.

Au cours des années 1920, Kotsko a réalisé des études afin de remédier à certains inconvénients de la machine Synchrel. Il a proposé d'optimiser le rapport de saillance afin de maximiser le couple. Pour cela, il a suggéré un nouveau design du rotor, tel que montré à la fig. 1.5 [Kostko 23]. Les contraintes de fabrication d'une telle structure ont empêché la réalisation et donc l'amélioration des performances de cette machine, jusqu'à la fin du XXème siècle.



FIGURE 1.5 – Rotor théorique de Kotsko proposé en 1923 [Kostko 23].

Bien plus tard, le progrès des processus de fabrication ainsi que l'avènement de l'électronique de puissance associée aux méthodes de commande modernes ont été parmi les facteurs principaux qui ont favorisé le développement de ce type de machine. C'est alors que plusieurs nouvelles topologies et méthodes de contrôle ont été proposées afin d'améliorer les performances de cette machine. La fig. 1.6 présente différentes topologies de rotor parmi les plus pertinentes : machine Synchrel à rotor massif, à rotor segmenté, à barrière de flux et à laminations axiales.

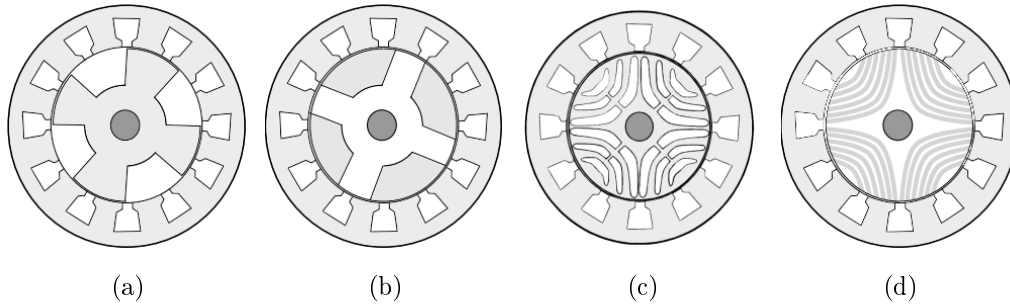


FIGURE 1.6 – Différentes topologies de rotor de la Synchrel : (a) rotor massif, (b) rotor segmenté, (c) rotor à barrière de flux et (d) rotor à laminations axiales.

L'étude réalisée lors de cette thèse concerne une machine synchro-réductante (Synchrel) Totalement Fermée Non Ventilée (TFNV) conçue et étudiée par C. Doc [Doc 10] et A. Rasid [Rasid 16]. Comme cela est représenté par la fig. 1.7, le stator est constitué de trois parties principales : le carter, le circuit ferromagnétique et le bobinage (en gris foncé, rouge et jaune, respectivement). Le rotor est constitué de quatre parties : l'arbre et les roulements (en gris clair), le support en aluminium (partie amagnétique en rose) et les segments rotoriques (partie magnétique en bleu).

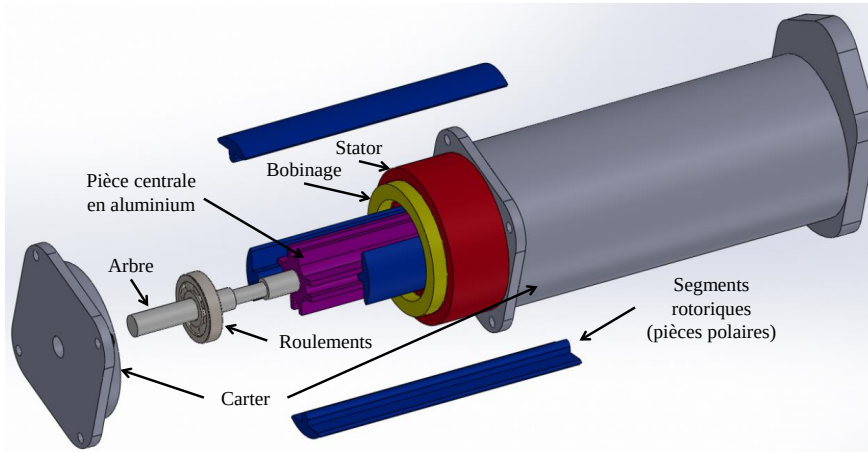


FIGURE 1.7 – Vue éclatée de la géométrie simplifiée de la machine Synchrel.

La topologie choisie de la machine Synchrel est à rotor segmenté. La machine Synchrel étudiée ici a fait l'objet d'un développement au cours du projet "e-Clutch-EMBRAY", qui a impliqué notamment le LEC et la société Valeo (Transmission). Ce projet avait pour but de concevoir un moteur électrique afin de mettre en mouvement la butée de l'embrayage mécanique [Doc 10]. Un prototype de cette machine est présent au (LEC), et peut être utilisé pour mener des essais sur banc. Toutes les études expérimentales et numériques sont appliquées sur cette machine.

Donc, il est important de comprendre le contexte et l'application pour lesquels cette machine a été conçue, ainsi que le processus de conception et les caractéristiques de cette machine (tableau 1.2).

TABLE 1.2 – Caractéristiques générales de la machine Synchrel.

Grandeur	Valeur
Puissance nominale	137 W
Couple démarrage	0,54 N.m
Nombre de paires de pôles	2
Nombre d'encoches	12
Vitesse maximale	7290 tr/min
Refroidissement	Convection naturelle

La machine Synchrel à rotor segmenté est destinée à jouer le rôle d'actionneur d'embrayage. Son objectif est de remplacer l'actionneur semi-électrique de l'embrayage, très répandu dans l'industrie automobile par un "actionneur d'embrayage par compensation" [Rasid 16]. Ce système comporte une partie électrique, qui présente de nombreux avantages par rapport au système hydraulique classique. Le système est composé d'un moteur électrique connecté à une tige hélicoïdale par un système de transmission de mouvement, comme le montre la fig. 1.8.

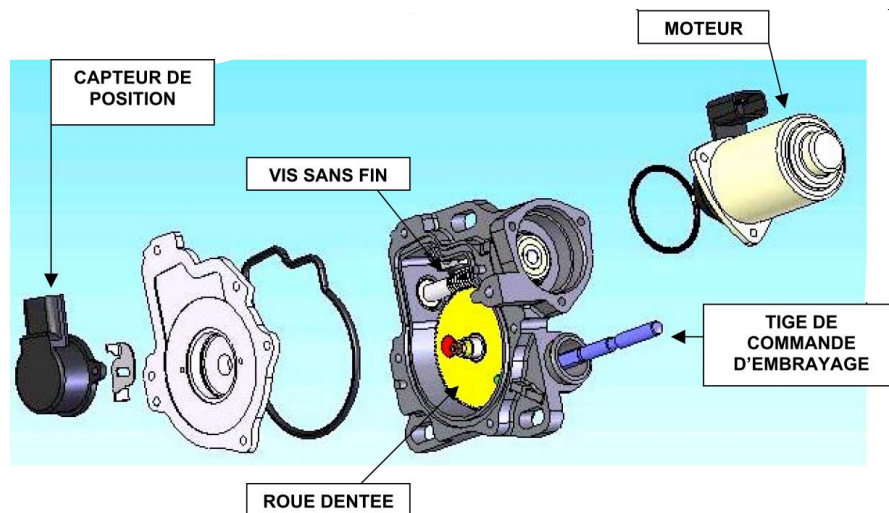


FIGURE 1.8 – Actionneur de l'embrayage par compensation présent, par exemple, dans la Toyota Aygo MMT.

La transmission du couple moteur vers la tige d'actionnement est effectuée par un engrenage roue-vis sans fin. Le diamètre de la roue est suffisamment grand pour permettre une réduction du couple requis à partir du moteur. Cependant, cela se fait au détriment de deux aspects importants : l'espace et la durée de vie du moteur.

Dans un contexte d'améliorations continues, un nouveau système plus compact avec une transmission plus simple et directe vers le diaphragme de l'embrayage a été demandé par le fabricant automobile. Une conception préliminaire de ce système est donnée par la fig. 1.9.

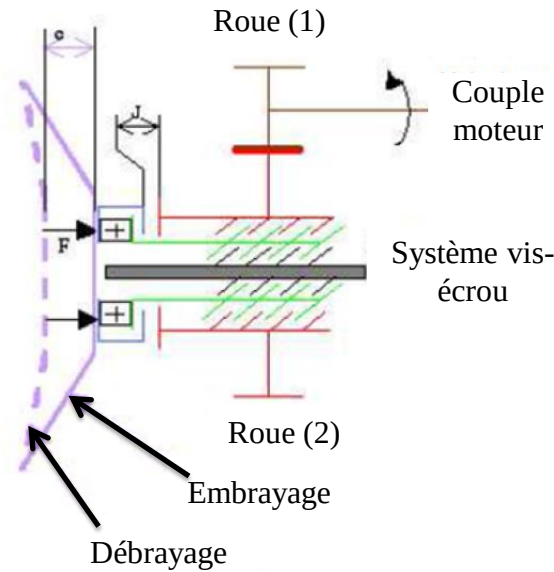


FIGURE 1.9 – Diagramme cinétique du nouvel actionneur.

Le schéma de l'embrayage en position embrayée et débrayée est illustré par la fig. 1.10.

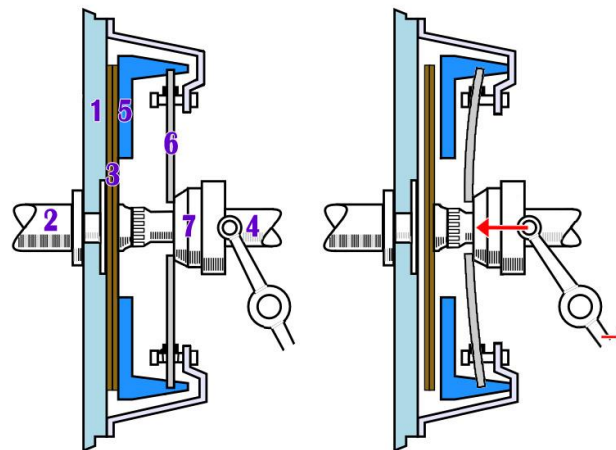


FIGURE 1.10 – Schéma de l'embrayage en position embrayée à gauche et débrayée à droite.

Dans cette nouvelle proposition, la tige d'actionnement est entraînée par le moteur à travers un système vis-écrou sans l'utilisation d'autres mécanismes intermédiaires. Dans ce cas, la machine doit être suffisamment petite pour être intégrée directement dans la boîte de transmission. Une étude détaillée de cette nouvelle proposition a été présentée dans [Doc 10].

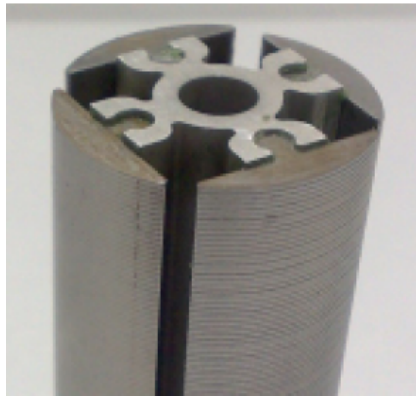
Selon le système choisi, la machine Synchrel doit satisfaire certaines contraintes, définies par le fabricant, comme suit :

1. caractéristiques de la vitesse et du couple : la machine doit satisfaire les points de fonctionnement détaillés dans l'annexe A.
2. encombrement : en respectant l'espace disponible entre le diaphragme de l'embrayage et la boîte, le diamètre maximal externe de la machine ne doit pas dépasser 45,25mm. La longueur maximale est 150mm y compris l'espace nécessaire pour placer le capteur de vitesse. Une estimation supplémentaire sur les dimensions du capteur et les têtes des bobines a permis d'estimer la longueur active à 70mm.

3. thermique : l'actionneur hydraulique est soumis à une température maximale de 120°C . La machine électrique doit donc être capable de résister à une telle température surtout au niveau des bobines (endroit le plus critique dans la machine). Étant donné son placement à l'intérieur de la boîte de transmission et afin d'être protégée de la poussière et du lubrifiant, la machine doit être fermée. Cela implique une forte limitation de l'évacuation de la chaleur, et nécessite de concevoir une machine thermiquement robuste tout en limitant les sources de chaleur internes.

En respectant ces contraintes, la conception définitive réalisée du prototype de la machine Synchrel correspond à la géométrie donnée par l'annexe B.

L'assemblage du prototype de la machine Synchrel étudiée a été fait au LEC lors d'études antérieures (fig. 1.11). La construction prend en compte la fabrication et la faisabilité d'assemblage. Par exemple, le circuit magnétique et les dents statoriques constituent deux parties séparées afin de faciliter le montage des bobines.



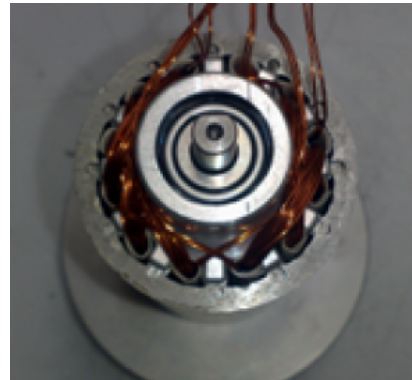
(a) Assemblage du rotor avec ses pièces polaires



(b) Mise en position des dents de fixation



(c) Stator complètement bobiné



(d) Machine Synchrel assemblée

FIGURE 1.11 – Assemblage du prototype de la machine Synchrel.

L'assemblage a été fait selon des étapes bien définies. Le montage du rotor repose sur le maintien des pièces magnétiques du rotor (segments rotoriques) au support central amagnétique (pièce centrale en aluminium) par le principe de queue d'aronde (fig. 1.11a). Cet ensemble est maintenu en force sur un arbre cannelé.

Les roulements sont ensuite montés sur cet arbre avec les logements extérieurs. Les dents statoriques montées sur les logements extérieurs des roulements sont solidaires des bagues extérieures des roulements (fig. 1.11b). Cela permet de maintenir les dents statoriques en position pour l'opération de bobinage. Une fois les

trois phases enroulées autour des dents statoriques (fig. 1.11c), les queues d'aronde des dents statoriques sont accessibles pour la fixation en force de la culasse (fig. 1.11d).

Cette méthode de bobinage d'une machine à deux paires de pôles permet de réaliser un bobinage avec un meilleur coefficient de remplissage. Le bobinage réalisé est diamétral; chaque encoche contient 7 conducteurs de 2 brins. Le schéma du bobinage (fig. 1.12) montre que les conducteurs de la même phase se trouvent dans une encoche sur trois (trois encoches sur douze au total). Afin de créer un champ tétrapolaire, deux bobines de la même phase doivent être reliées en série à l'intérieur de la machine [Doc 10].

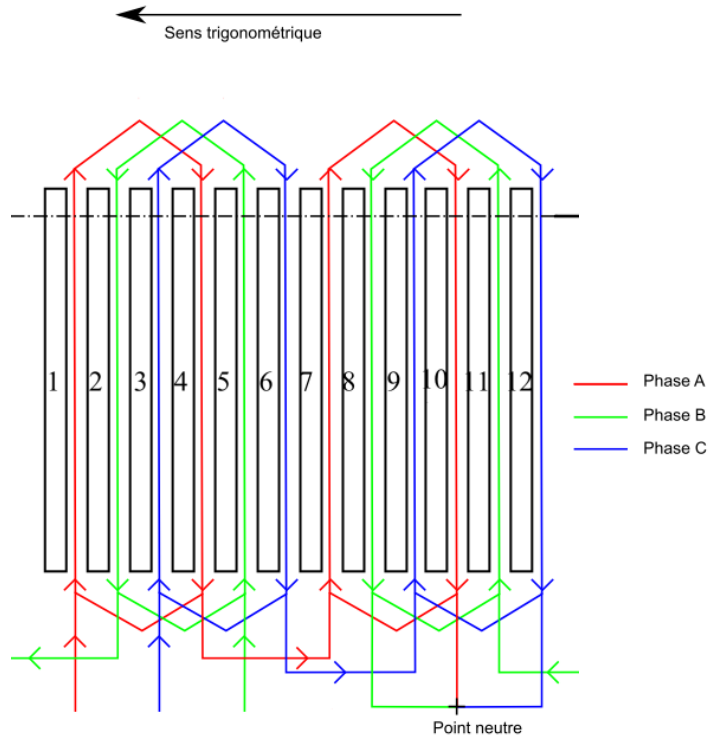


FIGURE 1.12 – Bobinage diamétral de la machine Synchrel.

Tout ces paramètres et données géométriques et électriques de la conception de la machine Synchrel sont nécessaires pour la détermination des pertes internes générées. Elles sont détaillées dans la partie suivante.

1.2 Pertes dans les machines électriques - Application à la machine Synchrel

Le bilan énergétique d'une machine électrique fonctionnant en mode moteur permet d'évaluer la puissance perdue entre la puissance électrique injectée et celle utile. Cette énergie "perdue" peut être représentée comme des sources thermiques à l'intérieur des machines électriques. Elles correspondent à la transformation d'une partie de l'énergie électrique injectée en énergie thermique responsable de l'élévation en température. Ces pertes peuvent présenter des impacts négatifs sur le rendement de la machine et sur sa durée de vie. Une augmentation trop importante de ces pertes peut provoquer la défaillance de la machine électrique.

Elles peuvent être divisées en trois catégories selon le mécanisme de transformation d'énergie : pertes Joule, pertes fer, et pertes mécaniques [Pyrhönen 09]

1.2.1 Pertes par effet Joule

Les pertes Joule sont engendrées par la circulation de courant électrique dans les bobinages résistifs statoriques et rotoriques lorsqu'ils existent ; elles sont proportionnelles à la résistance électrique. Les pertes de m phases parcourues par un courant alternatif de valeur efficace I_{RMS} peuvent être calculées par, [Pyrhönen 09].

$$\phi_{Cu} = mR_s I_{RMS}^2 \quad (1.1)$$

Elles constituent, généralement, les pertes les plus élevées dans une machine électrique, dans la mesure où elles peuvent atteindre 15% de l'énergie injectée [Pyrhönen 09]. Pour la machine Synchrel avec un rotor passif, ces pertes existent seulement au niveau du stator. Ce dernier est triphasé ($m = 3$).

Cette puissance peut être exprimée en fonction de l'expression de la résistance électrique d'une phase R_s telle que,

$$R_s = K_p \frac{N_{cu} l_{cu}}{\sigma_{cu} S_{cu}}, \quad (1.2)$$

où K_p le facteur d'effet de peau, N_{cu} le nombre de spires, l_{cu} la longueur moyenne d'une spire par phase, S_{cu} la section d'un conducteur et σ_{cu} la conductivité électrique du conducteur utilisé.

La résistance d'un enroulement est influencée par la fréquence du courant d'alimentation et par la température. À haute fréquence, la densité de courant réduit sa section ce qui peut se traduire comme une augmentation de la résistance électrique en raison de l'effet de peau. L'effet de peau n'intervient pas en courant continu.

La relation qui décrit la variation de la résistance électrique en fonction de la température est définie comme suit,

$$R_s(T) = R_0(1 + \alpha_{cu}(T - T_0)), \quad (1.3)$$

tels que $R_0 = 0,22\Omega$ est la résistance électrique d'une phase à la température initiale ($T_0 = 20^\circ\text{C}$) et $\alpha_{cu} = 0,00381^\circ\text{C}^{-1}$ est le coefficient de température.

1.2.2 Pertes fer

Les pertes fer sont dues à la variation temporelle du champ magnétique au sein des matériaux ferromagnétiques qui composent le stator et le rotor. Dans les pertes fer, on distingue deux contributions principales : les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault. Les premières dépendent des propriétés magnétiques hystérétiques des matériaux. Les secondes résultent de la circulation des courants induits dans les circuits magnétiques. De nombreuses études ont eu pour objectif de proposer des méthodes d'identification et de modélisation de ces pertes ; plus de détails et de références peuvent être trouvés dans [Pyrhönen 09, Steinmetz 84].

Une première formulation des pertes fer (eq. 1.4) dépend de la fréquence f de parcours du cycle d'hystérésis et de la valeur crête de l'induction B_m ,

$$\phi_{fer} = K_{Stein} f^\alpha B_m^\beta, \quad (1.4)$$

où K_{Stein} , α et β sont des coefficients à déterminer expérimentalement. Cette formulation regroupe en même temps les différents phénomènes (hystérésis et Foucault) [Steinmetz 84].

Un modèle plus détaillé est donné par l'équation suivante,

$$\phi_{fer} = C_{hys} f B_m^2 + C_{Foucault} f^2 B_m^2, \quad (1.5)$$

afin de séparer l'effet des deux sources principales de pertes fer.

Une équation plus générale prend comme hypothèse des variations sinusoïdales de B_m en fonction du temps ; elle prend en compte tous les types des pertes y compris les pertes additionnelles (par excès). C'est le modèle introduit par Bertotti [Bertotti 88],

$$\phi_{fer} = K_h f B_m^\alpha + \frac{(\pi d)^2}{6 \rho_t m_v} (f B_m)^2 + K_{exc} (f B_m)^{3/2}. \quad (1.6)$$

Les termes du modèle décrivent, respectivement, les pertes par hystérésis, par courants induits et les pertes additionnelles. K_h et K_{exc} sont respectivement, les coefficients des pertes par hystérésis et par excès. K_h et K_{exc} et α peuvent être déduits de mesures données par le constructeur. d , ρ_t et m_v sont, respectivement, l'épaisseur, la résistivité et la masse volumique des tôles.

Pour la machine Synchrel, ces pertes ne représentent que 0,6% des pertes totales, ce qui peut être considéré comme négligeable [Rasid 16]. Si l'alimentation est en courant continu, les pertes fer peuvent être négligées.

1.2.3 Pertes mécaniques

Les pertes mécaniques se divisent en deux catégories suivant leur origine : les frottements dans les roulements et la friction entre l'air et les corps tournants.

La friction entre différentes zones inter roulements est le premier mécanisme responsable de la transformation d'une partie importante de l'énergie électrique sous forme d'énergie thermique dans la machine électrique. Les corps roulants, les bagues, la cage, le lubrifiant et même le joint d'étanchéité sont le siège des pertes énergétiques. Ces pertes dépendent de la vitesse de rotation, du type de roulements, des propriétés physiques du lubrifiant et de la charge exercée sur les roulements. Selon le fabricant de roulements SKF (1994), elles peuvent être estimées par [Pyrhönen 09],

$$\phi_{roul} = 0,5 \omega_k C_f F D_{roul}, \quad (1.7)$$

avec ω_k la vitesse angulaire de rotation de l'arbre, C_f le coefficient de friction, F la charge d'appui sur les roulements et D_{roul} le diamètre intérieur des roulements.

Les pertes aérauliques sont dues à la friction entre les molécules du fluide qui entourent le rotor (généralement l'air) et la structure solide du rotor en rotation. Principalement, ce phénomène de frottement est localisé dans l'entrefer et les cavités. Ces pertes sont fonction de la vitesse de rotation de la machine. Elles dépendent aussi de la géométrie de la région et des propriétés thermophysiques de l'air. Cette puissance perdue peut être déterminée par [Pyrhönen 09],

$$\phi_{air} = \frac{1}{32} K_s C_M \pi \rho \omega_k^3 D_r^4 l_r, \quad (1.8)$$

avec K_s le coefficient de rugosité ($K_s = 1$ si la surface est parfaitement lisse), D_r le diamètre du rotor, ρ la masse volumique du fluide et l_r la longueur du rotor.

Le coefficient de couple C_M dépend aussi du nombre adimensionnel Re appelé "nombre de Reynolds" (tableau 2.2). Il est calculé comme suit :

$$\begin{aligned}
 C_M &= 10 \frac{\left(\frac{2\delta}{D_r}\right)^{0,3}}{Re}, & Re < 64, \\
 C_M &= 2 \frac{\left(\frac{2\delta}{D_r}\right)^{0,3}}{Re^{0,6}}, & 64 < Re < 5 \times 10^2, \\
 C_M &= 1,03 \frac{\left(\frac{2\delta}{D_r}\right)^{0,3}}{Re^{0,5}}, & 5 \times 10^2 < Re < 10^4, \\
 C_M &= 0,065 \frac{\left(\frac{2\delta}{D_r}\right)^{0,3}}{Re^{0,2}}, & 10^4 < Re,
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

où δ est la longueur de l'espace annulaire.

1.3 Modes de transfert de chaleur dans les machines électriques

Les flux de chaleur générés par les différentes pertes à l'intérieur de la machine sont évacués vers l'extérieur en passant par les différentes parties de la machine (carter, dents statoriques, arbre...). Ces parties sont des solides entourés par des domaines fluidiques, généralement composés d'air. Le mécanisme de transfert thermique dépend, ainsi, de la nature du domaine suivant que c'est un solide ou un fluide. Dans le premier cas, on parle de mode de transfert thermique par conduction. Au sein du domaine fluidique, la convection et la radiation sont les modes de transfert thermique les plus importants.

Par la suite, ces trois modes de transfert thermique vont être présentés ainsi que les lois régissant chacun de ces phénomènes.

1.3.1 Transfert par conduction

La conduction est le mode de transfert d'énergie principal dans les solides. Ce transfert d'énergie se réalise entre les particules à énergie élevée vers les particules à énergie plus faible. Pour mieux comprendre le mécanisme physique de la conduction, nous allons considérer le cas d'une plaque d'épaisseur e et de longueur infinie. Initialement, la plaque est à l'équilibre thermique avec une température uniforme T_1 . À un instant t , la température $T_2 > T_1$ est imposée sur le côté gauche de la plaque, comme cela est présenté par la fig. 1.13.

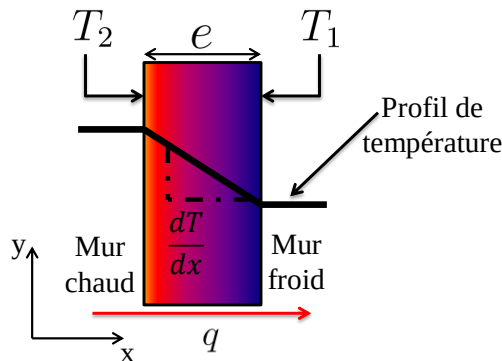


FIGURE 1.13 – Conduction à travers une plaque.

On suppose que la plaque est composée d'une infinité de couches d'épaisseur moléculaire. En recourant à notre expérience quotidienne, nous savons que les couches, qui sont initialement à la température la plus faible T_1 , vont commencer à "s'échauffer" pour tendre vers la température la plus élevée T_2 . À l'instant où la plaque acquiert la température uniforme T_2 , on dit qu'elle est à l'équilibre thermique. Ce changement d'état thermique est accompagné d'un transfert d'énergie thermique. Afin de comprendre les mécanismes physiques de ce changement de température, nous allons évoquer les notions d'agitation aléatoire et de diffusion thermique.

Agitation aléatoire et température

Afin de décrire avec précision les propriétés et l'évolution au cours du temps d'un système macroscopique, sur le plan thermique, il faut connaître les propriétés de ses constituants microscopiques. Les températures T_1 ou T_2 , décrivant l'état d'équilibre thermique de la plaque décrite auparavant, sont des variables d'état qui permettent de donner l'état global de ce système. Ces températures décrivent l'état des composants microscopiques qui sont en mouvement continu désordonné et chaotique. Ce mouvement est appelé agitation thermique. En d'autres termes, la température permet de quantifier le degré d'agitation thermique. Le lien entre la température et le degré d'agitation thermique est donné par l'énergie cinétique moyenne du système, comme suit,

$$\overline{E_c} = \frac{1}{2} m_a (v^*)^2 = \frac{3}{2} \sigma T, \quad (1.10)$$

avec m_a la masse atomique, v^* la vitesse moyenne de l'agitation aléatoire et σ la constante de Boltzmann dont la valeur est $1,38 \times 10^{-23} [\text{J.K}^{-1}]$. La température est exprimée en Kelvin¹.

Dans l'exemple donné précédemment, sous l'effet de la température la plus élevée (T_2), l'agitation thermique favorise les chocs entre les particules vers la gauche. Lors de ces chocs, un transfert des propriétés est assuré par contact : c'est la diffusion thermique, que nous allons évoquer au paragraphe suivant.

Ce mécanisme est fondamental dans les solides mais il existe aussi dans les domaines fluidiques.

Diffusion thermique

Le contact entre les particules et l'agitation thermique impliquent une diffusion de l'énergie cinétique. Vue la relation entre la température et l'énergie cinétique, les particules les plus chaudes (d'agitation thermique élevée) vont transmettre une partie de leur énergie aux particules froides (agitation thermique faible). En conséquence, un transfert d'énergie (flux de chaleur) est établi entre les deux côtés de la plaque de températures différentes.

La figure 1.14 illustre le mécanisme de la diffusion. Sans mélange au sein du milieu, le passage de la propriété d'une particule à une autre se fait de proche en proche. Cet exemple présente le mécanisme de diffusion par analogie particule-être humain et énergie-poignée de main. La poignée de main se transmet sans le déplacement de l'être humain.

1. $T(K) = 273,15 + T(^{\circ}\text{C})$

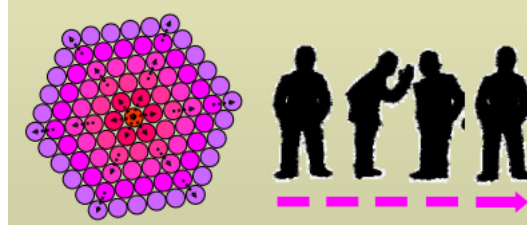


FIGURE 1.14 – Mécanisme de la diffusion.

La diffusion est un mécanisme qui fait évoluer le milieu vers son état d'équilibre. Le milieu atteint cet état d'équilibre au bout d'un temps dépendant de la capacité du système à conduire et à propager l'énergie thermique.

Le même mécanisme de transfert d'énergie peut être rencontré dans les gaz et les liquides, sauf que les distances d'interaction sont beaucoup plus grandes que pour les solides où la proximité des particules conduit à des interactions plus fortes et fréquentes (temps de diffusion plus court).

Il est possible de quantifier le flux d'énergie (flux de chaleur) en fonction de la densité surfacique de chaleur $\mathbf{q}_{cond}$ par l'équation suivante,

$$\phi_{cond} = \int_S \mathbf{q}_{cond} dS, \quad [\text{W}] \quad (1.11)$$

tel que $\mathbf{q}_{cond}$ est défini par la loi de Fourier comme une fonction du gradient de la température (variation de la température dans l'espace) et d'un coefficient k qui dépend de la nature du milieu (conductivité thermique),

$$\mathbf{q}_{cond} = -k \mathbf{grad} T. \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (1.12)$$

Le signe moins traduit le fait que le flux de chaleur prend la direction selon laquelle il y a une diminution de la température. k [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}$] est la conductivité thermique du matériau. Le tableau 1.3 nous donne quelques ordres des grandeurs de la conductivité thermique des différents types de matériaux utilisés dans les machines électriques [Degiovanni 12],

TABLE 1.3 – Conductivités thermiques de différents types de matériaux.

Matériaux	k [$\text{W}/\text{m K}$]
Métaux purs	40 – 400
Alliages métalliques	10 – 100
Matériaux non métalliques	0,1 – 15
Solides isolants	0,02 – 0,2
Liquides non métalliques	0,08 – 0,6
Gaz à pression atmosphérique	0,006 – 0,12

1.3.2 Transfert par convection

La convection est le mode de transfert d'énergie le plus important entre la surface d'un solide et le fluide qui l'entoure ou au sein des fluides. Elle combine deux mécanismes de transfert d'énergie. En premier lieu, il y a la conduction qui permet l'écoulement de chaleur de la surface solide vers les particules adjacentes (atomes ou molécules) grâce à la diffusion thermique. Ensuite, un autre transfert

d'énergie s'effectue par le mouvement d'ensemble de molécules dû à un gradient de température entre la surface du corps solide et la température du fluide (fig. 1.15). Ce phénomène est appelé advection et il est particulier aux fluides [Pyrhönen 09, Glises 98, Holman 01, Incropera 11].

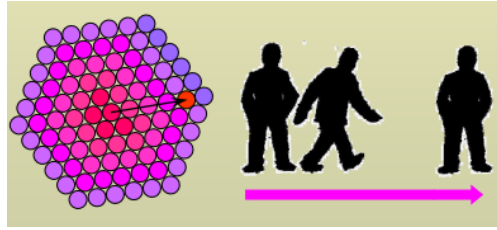


FIGURE 1.15 – Mécanisme de la convection au sein d'un fluide.

En supposant que le fluide et la surface du solide en contact sont à des températures différentes, l'interaction entre les deux (fluide et surface) fait apparaître trois régions appelées couches limites mécanique, thermique et massique (ces notions sont précisées dans le chapitre 2).

Les principales caractéristiques de ces couches limites sont les suivantes :

- la vitesse est nulle à l'interface fluide-solide.
- la conduction est prédominante comme mode de transfert de chaleur au voisinage de la surface de contact.
- la vitesse varie de zéro jusqu'à la vitesse d'écoulement v_∞
- la température varie entre la valeur de la température de la surface T_s jusqu'à la température du fluide T_{amb} dans la direction normale à la surface.
- le transfert de chaleur est effectué de la surface du solide vers le fluide si $T_s > T_{amb}$, sinon, c'est l'inverse qui se produit.

Selon le mode d'écoulement du fluide, trois types de convection peuvent être rencontrés dans les machines électriques : la convection naturelle (libre), la convection forcée et la convection mixte (naturelle+forcée).

- convection naturelle : le mouvement du fluide est une réaction spontanée à la différence de température. Il est dû à l'effet des forces gravitationnelles. Ce phénomène est dominant pour les machines Totalement Fermée Non ventilée (TFNV) et constitue la méthode de refroidissement principale [Staton 08],
- convection forcée : l'écoulement fluide est imposé par un mécanisme tel qu'un ventilateur, une pompe ou un rotor tournant dans une gamme de vitesses suffisamment élevées. Pour les machines de grande puissance totalement fermées et pour lesquelles la convection naturelle n'est pas suffisante pour l'évacuation complète de la chaleur, elles nécessitent d'établir d'autres mécanismes favorisant le transfert de chaleur vers l'extérieur. La méthode de refroidissement la plus efficace pour ce genre de machines consiste à faire circuler un écoulement sur la surface externe ; il s'agit donc d'une convection forcée,
- convection mixte : c'est la combinaison entre la convection naturelle et la convection forcée.

Pour les deux modes d'écoulement (convection naturelle et forcée), le flux de chaleur transmis par convection peut être estimé en utilisant la loi de Newton,

$$q_{conv} = h(T_s - T_{amb}), \quad [\text{W/m}^2] \quad (1.13)$$

où q_{conv} est le flux de chaleur et $h [\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}]$ est le coefficient de convection qui traduit les propriétés de transport de chaleur à l'intérieur du fluide et/ou l'échange thermique du solide vers le fluide.

Pour la détermination du coefficient d'échange h , la méthode la plus répandue repose sur l'analyse dimensionnelle du problème thermique. Cette méthode synthétise les différents aspects thermiques et géométriques en les regroupant sous forme de variables qui définissent des nombres adimensionnels caractéristiques de l'état du fluide.

L'utilisation des nombres adimensionnels de Reynolds et de Taylor peut nous renseigner sur l'importance des phénomènes mis en jeu et sur les différents régimes (laminaire $\rightarrow$ turbulent) (fig. 1.16). Des informations supplémentaires sur les nombres adimensionnels sont données dans le chapitre 2.

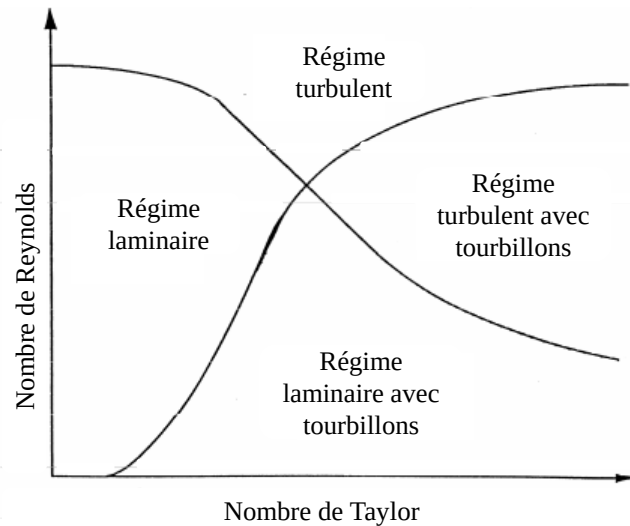


FIGURE 1.16 – Limites des différents états du fluide.

Le nombre adimensionnel de Taylor décrit l'action des forces centrifuges qui entraînent l'écoulement. Le nombre de Reynolds donne une idée de la vitesse d'inertie caractérisant le fluide. La variation de ces nombres adimensionnels est due au changement du comportement thermique au sein du fluide.

1.3.3 Transfert par rayonnement

Tous les corps dont la température est différente du zéro absolu émettent de l'énergie par rayonnement. Ceci se traduit par l'émission d'ondes électromagnétiques dont la fréquence peut varier dans un intervalle très large ; cela correspond au spectre de rayonnement électromagnétique. Contrairement aux autres modes de transfert thermique, le transfert par rayonnement ne nécessite pas de support matériel pour exister.

L'énergie reçue par un corps se divise en trois parties : la partie absorbée, la partie réfléchie et la partie transmise (fig. 1.17). Pour cela, trois facteurs, traduisant la capacité du corps à absorber, réfléchir et transmettre l'énergie, sont utilisés. Ils sont liés entre eux par la relation suivante,

$$\beta + \eta + \kappa = 1, \quad (1.14)$$

β est le coefficient d'absorptivité, η est le coefficient de réflectivité et κ est le coefficient de transmissibilité. Ces facteurs permettent de définir la quantité d'énergie liée à chaque phénomène pour une surface considérée.

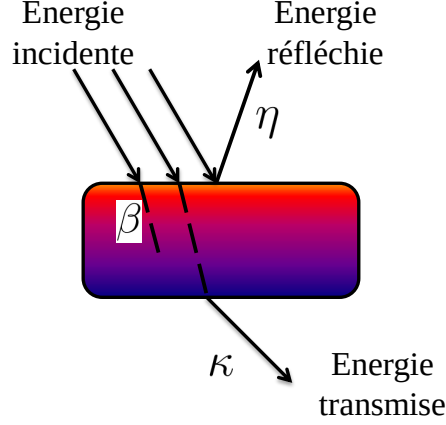


FIGURE 1.17 – Réflexion, transmission et absorption des rayons électromagnétiques

Les surfaces semi-transparentes ($\kappa > 0$), qui transmettent les ondes électromagnétiques, n'existent pas dans les machines électriques (ainsi dans notre cas $\kappa = 0$). Généralement, l'air est le fluide entourant les machines électriques. Or, l'air n'absorbe pas et n'est pas le siège de réflexion d'énergie thermique. Par conséquent, le rayonnement dans le contexte des machines électriques reste un mode d'échange de chaleur par transmission entre les surfaces internes distantes et typiquement entre la machine et son environnement.

Le pouvoir d'émission d'un corps noir E_n représente la limite supérieure des émissions que peut produire un corps quelconque. Connaissant la température T de ce corps, cette grandeur est calculée à partir de la loi de Stefan-Boltzmann comme suit,

$$E_n(T) = \sigma T^4, \quad [\text{W/m}^2] \quad (1.15)$$

où $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} [\text{W/m}^2 \text{K}^4]$ est la constante de Stefan-Boltzmann.

Le transfert de chaleur par rayonnement d'un corps quelconque à la température T_s est toujours inférieur à celui émis par un corps noir à la même température. Cet écart est décrit par l'émissivité qui s'écrit sous la forme d'un rapport entre les émissions électromagnétiques transmises par un corps quelconque E et celle d'un corps noir E_n (équ. 1.16),

$$\varepsilon = \frac{E(T_s)}{E_n(T_n)}, \quad (1.16)$$

Dans ce cas, le flux de chaleur d'un corps quelconque peut être déduit en combinant les deux équ. 1.15 et 1.16 comme suit,

$$E = \varepsilon E_n = \varepsilon \sigma T_s^4, \quad [\text{W/m}^2] \quad (1.17)$$

avec E le pouvoir d'émission surfacique. L'émissivité est comprise entre 0 et 1 ($\varepsilon = 1$ pour le corps noir) ; elle dépend du type de matériau et de la finition de la surface.

D'après les définitions précédentes, le flux de chaleur transmis par rayonnement entre deux surfaces de températures différentes s'écrit comme suit :

$$q_{rad} = \varepsilon_{rad} \sigma (T_{s1}^4 - T_{s2}^4), \quad [\text{W/m}^2] \quad (1.18)$$

où q_{rad} (W/m^2) est le flux de chaleur par rayonnement et ε_{rad} l'émissivité relative entre la surface émettrice et la surface absorbante ; cette émissivité dépend des caractéristiques des surfaces et de la position de l'une par rapport à l'autre. Si les

deux surfaces sont parfaitement face à face, ε_{rad} se calcule par l'équation suivante [Pyrhönen 09],

$$\frac{1}{\varepsilon_{rad}} = \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right), \quad (1.19)$$

ε_1 et ε_2 sont les émissivités des surfaces émettrice et absorbante et S_1 et S_2 les aires des surfaces respectives.

Le tableau 1.4 liste quelques émissivités typiques des matériaux utilisés dans les machines électriques.

TABLE 1.4 – Émissivités de quelques matériaux typiques dans les machines électriques [Pyrhönen 09].

Matériaux	Émissivité ε
Aluminium poli	0,04
Cuivre poli	0,025
Acier doux	0,2 – 0,3
Fonte	0,3
Acier inoxydable	0,5 – 0,6
Peinture noire	0,9 – 0,95
Peinture en aluminium	0,5

1.4 Méthode de modélisation thermique de la machine Synchrel

Dans cette partie, nous allons utiliser les éléments exposés précédemment concernant les différents modes de transfert de chaleur dans les machines électriques, ainsi que les différentes sources de chaleur, afin de décrire la méthode principale utilisée pour la modélisation thermique de la machine Synchrel.

Dans une première approximation, nous pouvons assimiler la machine électrique à un corps homogène. Ce corps, siège d'une création interne de chaleur, est représenté par le domaine Ω et sa surface externe Γ (fig. 1.18).

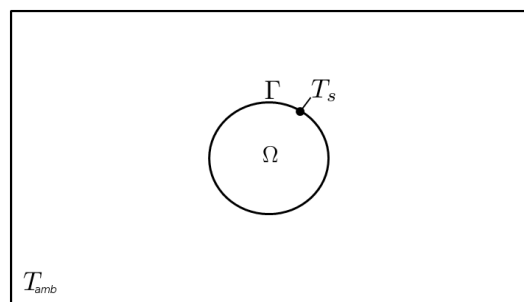


FIGURE 1.18 – Machine assimilée à un corps homogène entouré d'un fluide

Un bilan des flux de chaleur dans Ω peut être écrit sous la forme suivante,

$$\text{chaleur stockée} = \text{flux(entrant} - \text{sortant)} + \text{création interne}. \quad (1.20)$$

Autrement dit, la variation temporelle des flux est égale à la chaleur produite en interne augmentée de la différence entre les flux entrant et sortant.

D'après la loi de conservation exprimée par l'éq. 1.20, le bilan d'énergie pour Ω peut être écrit sous la forme suivante [Degiovanni 12],

$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3, \quad [W], \quad (1.21)$$

ϕ_1 représente la quantité de chaleur stockée qui dépend de variation de température au sein du volume Ω ; elle est définie par,

$$\phi_1 = \int_{\Omega} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega, \quad (1.22)$$

où ρ est la masse volumique du matériau et c_p sa capacité thermique massique. Ce terme décrit le pouvoir du corps Ω à stocker l'énergie thermique pour atteindre son équilibre thermique. On se trouve ainsi dans le cas d'un problème dépendant du temps (transitoire).

Le terme ϕ_2 représente la quantité de chaleur cédée par conduction dans le volume Ω ,

$$\phi_2 = \int_{\Gamma} (k \mathbf{grad} T) \cdot \mathbf{n} d\Gamma = \int_{\Omega} \text{div} (k \mathbf{grad} T) d\Omega, \quad (1.23)$$

et enfin, ϕ_3 est la quantité de chaleur produite par les sources internes de chaleur définie par,

$$\phi_3 = \int_{\Omega} p_v d\Omega, \quad (1.24)$$

avec p_v la puissance volumique de la source interne.

L'équation de la chaleur est alors obtenue, sous sa forme locale,

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} (k \mathbf{grad} T) + p_v. \quad (1.25)$$

Ainsi, connaître la température T en un point quelconque dans Ω implique la résolution de l'équation de la chaleur (1.25) soumise aux conditions aux limites sur Γ ,

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} = h(T_s - T_{\infty}) + \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{\infty}^4), \quad (1.26)$$

où k_s est le coefficient de conduction du fluide qui entoure le domaine Ω (calculé à la température du film fluide $\bar{T} = (T_s + T_{\infty})/2$), $\partial T / \partial \mathbf{n}|_{\Gamma}$ la dérivée partielle de la température prise dans la direction normale à la surface (direction sortante), h le coefficient d'échange par convection, T_s la température de la surface Γ et T_{∞} la température ambiante.

La résolution analytique de l'éq. 1.25 peut s'avérer difficile à réaliser, d'où un recours habituel à des méthodes numériques. Deux principales approches numériques sont en général utilisées afin de parvenir à une solution : les méthodes à constantes localisées (CL) ou les méthodes de discrétisation spatiale comme la méthode des éléments finis (MEF) ou la méthode des volumes finis (MVF).

1.4.1 Méthodes à constantes localisées (CL)

Cette partie présente l'application de la méthode à CL sur un exemple simple où l'on supposera que successivement le flux thermique est unidimensionnel, puis, tridimensionnel. Trois cas particuliers vont être abordés l'un après l'autre : le premier considère le corps sans source de chaleur interne, en régime permanent et avec un flux unidimensionnel. Dans le deuxième cas, le flux est unidimensionnel

mais une génération de chaleur interne est ajoutée, en régime transitoire. Enfin, le dernier cas considère l'étude du modèle tridimensionnel en régime transitoire avec une source de chaleur interne.

Cet exemple, tel qu'il est illustré par la fig. 1.19, correspond à un mur homogène (k constant), d'épaisseur L et dont les surfaces S_1 et S_2 sont de même aire, S . Les surfaces verticales du mur sont considérées comme isothermes : $T(0)$ (à gauche) et $T(L)$ (à droite). Les autres surfaces, qui limitent le mur, sont considérées adiabatiques.

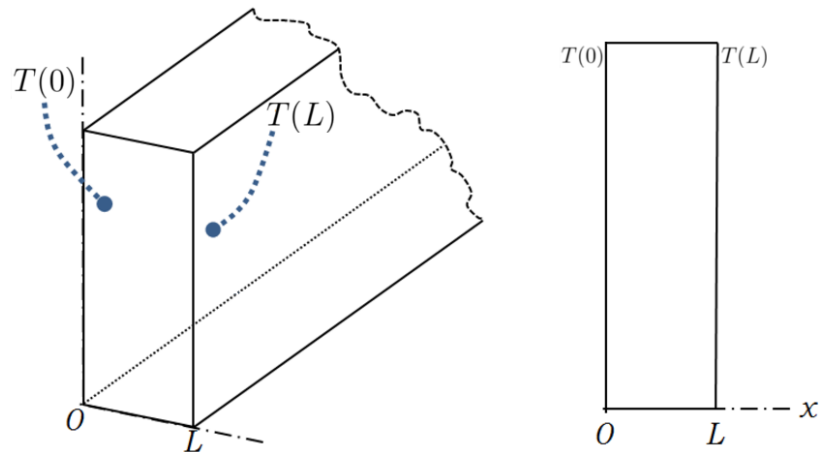


FIGURE 1.19 – Analyse thermique d'un mur séparant deux régions.

La géométrie est découpée en deux cellules élémentaires, Ω_1 et Ω_2 . Ce découpage crée de nouvelles surfaces numérotées (fig. 1.20).

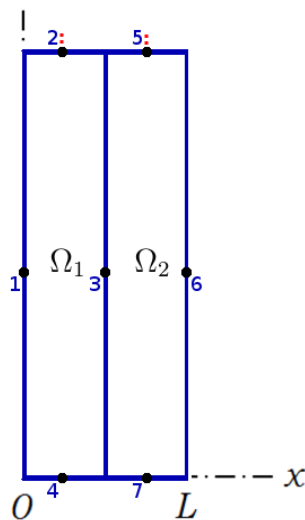


FIGURE 1.20 – Maillage du mur.

Modèle unidimensionnel sans source de chaleur en régime permanent

Sans source interne de chaleur ($\phi_3 = 0$) et dans le cas du régime permanent ($\phi_1 = 0$), l'éq. 1.25 appliquée sur l'exemple courant peut s'écrire comme,

$$\operatorname{div} (k \mathbf{grad} T) = 0. \quad (1.27)$$

Étant donné les conditions du problème (surfaces horizontales adiabatiques et températures imposées aux surfaces verticales externes, $T(0)$ et $T(L)$), l'éq. 1.27

peut être considérée unidimensionnelle selon x , et doit être vérifiée pour chaque cellule,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0. \quad (1.28)$$

Cette équation a une solution de la forme,

$$T(x) = Ax + B, \quad (1.29)$$

tels que A et B sont des constantes à déterminer à partir des conditions aux limites du domaine. Nous avons $T(0) = T_1$, $T(L/2) = T_3$ et $T(L) = T_6$, d'où, la variation spatiale de la température pour chaque cellule,

$$T_{\Omega_1}(x) = (T_3 - T_1) \frac{x}{L/2} + T_1, \quad (1.30)$$

$$T_{\Omega_2}(x) = (T_6 - T_3) \frac{x - (L/2)}{L/2} + T_3. \quad (1.31)$$

Le flux thermique (flux de chaleur), exprimé en Watt, définit la quantité de chaleur qui traverse la surface S par unité de temps. D'après cette définition et en utilisant les éqs. (1.23) et (1.29) pour chaque cellule, il est possible d'écrire le flux de chaleur de chaque cellule comme suit,

$$\phi_{\Omega_1} = \frac{2kS}{L}(T_3 - T_1), \quad [\text{W}] \quad (1.32)$$

$$\phi_{\Omega_2} = \frac{2kS}{L}(T_6 - T_3). \quad (1.33)$$

Le stockage de chaleur n'est pas pris en compte ici ; ceci implique que le flux thermique sera le même dans les deux cellules $\phi_{\Omega_1} = \phi_{\Omega_2} = \phi$. Nous pouvons définir des résistances thermiques équivalentes à partir du rapport entre la différence de température (le potentiel) et le flux thermique (le courant),

$$R_1 = \frac{T_3 - T_1}{\phi_{\Omega_1}} = \frac{L}{2kS}, \quad [\text{K/W}] \quad (1.34)$$

$$R_2 = \frac{T_6 - T_3}{\phi_{\Omega_2}} = \frac{L}{2kS}. \quad (1.35)$$

En l'absence de sources de chaleur à l'intérieur du mur, la température moyenne des cellules $\bar{T}_{\Omega_1}$, $\bar{T}_{\Omega_2}$ peut être calculée en insérant de nouvelles résistances, comme représenté à la fig. 1.21 ; dans ce cas,

$$R_{1,1} = R_{1,2} = R_{2,1} = R_{2,2} = \frac{L}{4kS}. \quad (1.36)$$

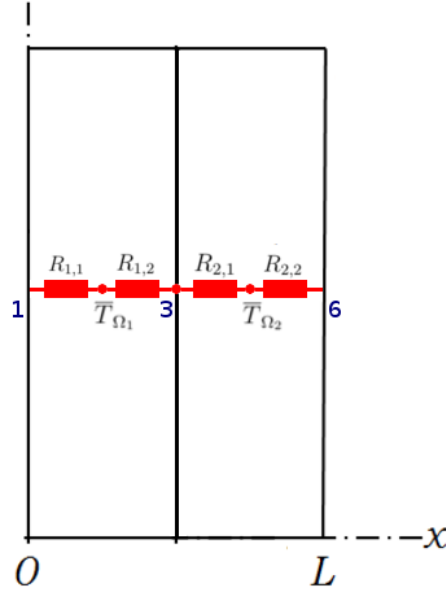


FIGURE 1.21 – Circuit thermique équivalent du mur (régime permanent).

Le bilan de flux sur chaque cellule aboutit aux équations suivantes,

$$\frac{T_1 - \bar{T}_{\Omega_1}}{R_{1,1}} - \frac{\bar{T}_{\Omega_1} - T_3}{R_{1,2}} = 0, \quad (1.37)$$

$$\frac{T_3 - \bar{T}_{\Omega_2}}{R_{2,1}} - \frac{\bar{T}_{\Omega_2} - T_6}{R_{2,2}} = 0, \quad (1.38)$$

avec une équation supplémentaire autour de la surface entre les cellules,

$$\frac{\bar{T}_{\Omega_1} - T_3}{R_{1,2}} - \frac{T_3 - \bar{T}_{\Omega_2}}{R_{2,1}} = 0. \quad (1.39)$$

Sous forme matricielle,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/R_{1,1} & -1/R_{1,1} - 1/R_{1,2} & 1/R_{1,2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/R_{1,2} & -1/R_{1,2} - 1/R_{2,1} & 1/R_{2,1} & 0 \\ 0 & 0 & 1/R_{2,1} & -1/R_{2,1} - 1/R_{2,2} & 1/R_{2,2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ \bar{T}_{\Omega_1} \\ T_3 \\ \bar{T}_{\Omega_2} \\ T_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T(0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ T(L) \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

Modèle unidimensionnel avec source de chaleur en régime transitoire

Le mur peut être le siège d'une production de chaleur interne ($\phi_3 \neq 0$). Dans ce cas, l'établissement de la solution générale de l'équation de chaleur pour la cellule Ω_1 se fait en deux étapes en considérant successivement :

- la répartition de température créée par des températures imposées sur les deux surfaces externes du mur (T_1 et T_6) ; ce qui permet d'obtenir les résultats du modèle unidimensionnel sans source de chaleur (éq. 1.30) ;
- la répartition de la température créée par la présence d'une source interne ($\phi_3 \neq 0$) (les températures T_1 et T_6 sont annulées) (éq. 1.41).

$$T_{\Omega_1}(x) = \frac{p_v L^2}{8k} \left(\frac{x}{L/2} - \frac{x^2}{(L/2)^2} \right). \quad (1.41)$$

Selon le principe du théorème de superposition, les répartitions de température obtenues pour chacun de ces deux cas peuvent s'ajouter afin de donner la répartition de la température au sein d'un mur avec une source de chaleur interne. Donc

la solution générale de l'équation de chaleur est de la forme 1.42,

$$T_{\Omega_1}(x) = \frac{p_v(L/2)^2}{8k} \left(\frac{x}{L/2} - \frac{x^2}{(L/2)^2} \right) + (T_3 - T_1) \frac{x}{L/2} + T_1. \quad (1.42)$$

À partir de cette distribution de température, une nouvelle température moyenne peut être calculée, sur le volume Ω_1 ,

$$\bar{T}_{\Omega_1} = \frac{1}{\Omega_1} \int_{\Gamma} \int_0^{L/2} \frac{p_v L^2}{8k} \left(\frac{x}{L/2} - \frac{x^2}{(L/2)^2} \right) dx d\Gamma = \frac{p_v(L/2)^2}{12k}. \quad (1.43)$$

Cette température moyenne peut être exprimée en fonction du flux thermique généré par la source et une résistance équivalente R_{eq} ,

$$\bar{T}_{\Omega_1} = \phi R_{eq} = (p_v V) \frac{L/2}{12kS}. \quad (1.44)$$

En plaçant deux nouveaux composants (une source d'énergie et une troisième résistance électrique) dans le circuit équivalent comme montré par la fig. 1.22, la température de ce circuit équivalent est égale à,

$$\bar{T}_{\Omega_1} = \phi \left(\frac{R_{1,1}R_{1,2}}{R_{1,1} + R_{1,2}} + R_{1,3} \right), \quad (1.45)$$

donc,

$$\frac{L/2}{12kS} = \frac{R_{1,1}R_{1,2}}{R_{1,1} + R_{1,2}} + R_{1,3} \Rightarrow R_{1,3} = \frac{L/2}{12kS} - \frac{R_{1,1}R_{1,2}}{R_{1,1} + R_{1,2}}, \quad (1.46)$$

Selon la définition de $R_{1,1}$ et $R_{1,2}$, la résistance $R_{1,3}$ systématiquement négative est définie par,

$$R_{1,3} = -\frac{L/2}{6kS}. \quad (1.47)$$

Le théorème de superposition permet de déduire le modèle final à trois résistances du transfert de la chaleur unidimensionnel dans le mur considéré (voir fig. 1.22).

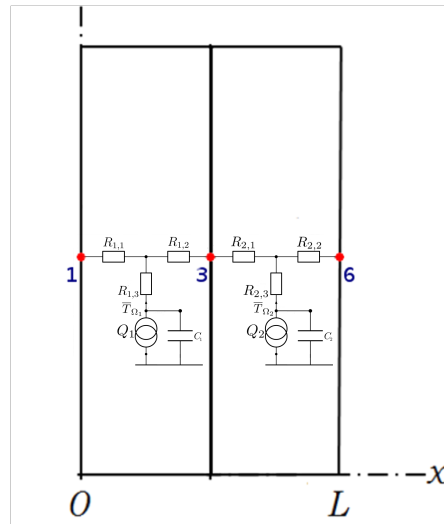


FIGURE 1.22 – Modèle à trois résistances.

Le régime transitoire est pris en compte au travers d'une capacité thermique associée à chaque nœud de température moyenne du réseau thermique. La capacité thermique dépend des différents paramètres géométriques et thermophysiques du matériau. Elle est calculée pour chaque cellule Ω_n comme suit,

$$C_{th} = m_n c_{p_n} = \rho_n V_n c_{p_n}, \quad (1.48)$$

où m_n est la masse, V_n est le volume de la cellule Ω_n et c_{p_n} sa capacité thermique massique. ρ_n est la masse volumique de la cellule Ω_n .

Modèle tridimensionnel avec source de chaleur en régime transitoire

Les définitions des différents composants (résistances et capacités thermiques) permettent de décrire le comportement thermique tridimensionnel en régime transitoire du mur décrit par la fig. 1.23.

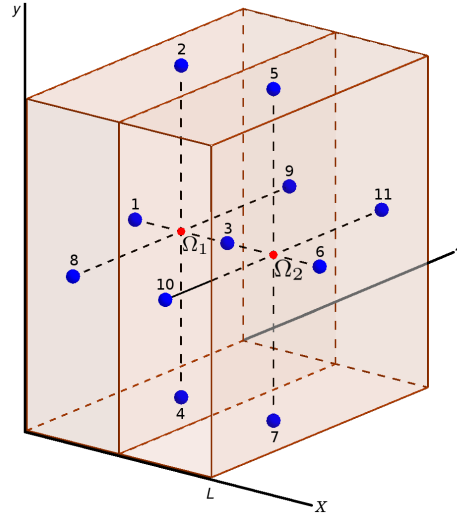


FIGURE 1.23 – Maillage du mur en 3D.

Dans le réseau thermique équivalent, les sources de flux de chaleur et de températures sont représentées par des sources de courant et de tension, respectivement. Pour les cellules élémentaires Ω_1 et Ω_2 , 13 nœuds sont associés. En appliquant l'équation de chaleur (éq. 1.25) sur chaque cellule, la représentation matricielle du système peut être écrite sous la forme suivante [Andersson 13],

$$\underline{\mathbf{C}}_a \dot{\mathbf{T}} = \underline{\mathbf{G}} \mathbf{T} + \boldsymbol{\phi}, \quad (1.49)$$

$\underline{\mathbf{C}}_a$ est la matrice diagonale contenant les capacités thermiques à chaque nœud de

température moyenne,

$$\underline{\mathbf{C}}_a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & & & & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & C_{\Omega_1} & \ddots & & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 0 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & C_{\Omega_2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & & & \ddots & 0 & \ddots \\ \vdots & & & & & & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.50)$$

La matrice $\underline{\mathbf{G}}$ représente les conductances thermiques (l'inverse des résistances thermiques) ; elle se met sous la forme suivante,

$$\underline{\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n=13} \frac{1}{R_{1,i}} & \frac{-1}{R_{1,2}} & \dots & \frac{-1}{R_{1,13}} \\ \frac{-1}{R_{2,1}} & \sum_{i=1}^{n=13} \frac{1}{R_{2,i}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \frac{-1}{R_{12,13}} \\ \frac{-1}{R_{13,1}} & \dots & \frac{-1}{R_{13,12}} & \sum_{i=1}^{13} \frac{1}{R_{13,i}} \end{pmatrix}, \quad (1.51)$$

$R_{i,j}$ sont les résistances thermiques entre deux nœuds liés directement. Dans le cas où il n'y a pas de résistance thermique liant directement deux nœuds, alors, $R_{i,j} = \infty$: c'est-à-dire que la conductance thermique est nulle.

Le vecteur température est défini par 1.52. Il est construit à partir des conditions aux limites et des températures inconnues. Dans le cas du mur, en supposant qu'une source de chaleur est injectée dans chaque cellule au nœud de température moyenne, le vecteur des pertes injectées est défini par 1.53.

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \bar{T}_{\Omega_1} \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ \bar{T}_{\Omega_2} \\ T_6 \\ T_7 \\ T_8 \\ T_9 \\ T_{10} \\ T_{11} \end{pmatrix}, \quad (1.52) \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} \phi_1 = 0 \\ \phi_2 = 0 \\ \phi_{\Omega_1} \\ \phi_3 = 0 \\ \phi_4 = 0 \\ \phi_5 = 0 \\ \phi_{\Omega_2} \\ \phi_6 = 0 \\ \phi_7 = 0 \\ \phi_8 = 0 \\ \phi_9 = 0 \\ \phi_{10} = 0 \\ \phi_{11} = 0 \end{pmatrix}. \quad (1.53)$$

Le vecteur des pertes est identiquement nul, s'il n'y a pas de source de chaleur à l'intérieur des volumes.

Étant donné que la géométrie des machines électriques peut être assimilée à des cylindres creux avec ou sans sources de chaleur internes, les expressions des

résistances thermiques pour des géométries de révolution doivent être établies et utilisées. Pour cela, on procède de façon similaire à ce qui a été fait précédemment.

Dans la direction radiale et sans source de chaleur interne, un modèle à deux résistances R_{1r} et R_{2r} est obtenu. Dans un deuxième temps, la présence d'une source fait intervenir une troisième résistance R_{3r} (éq. 1.54). Le même raisonnement est suivi pour déterminer les résistances thermiques dans la direction axiale (éq. 1.55).

$$\begin{aligned} R_{1r} &= \frac{1}{2\alpha k L} \left(1 - \frac{2r_2^2 \log(r_1/r_2)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right), \\ R_{2r} &= \frac{1}{2\alpha k L} \left(\frac{2r_2^2 \log(r_1/r_2)}{(r_2^2 - r_1^2)} - 1 \right), \end{aligned} \quad (1.54)$$

$$\begin{aligned} R_{3r} &= \frac{1}{4\alpha(r_1^2 - r_2^2)kL} \left((r_2^2 - r_1^2) - \frac{4r_2^2 r_1^2 \log(r_1/r_2)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right), \\ R_{1a} &= R_{2a} = \frac{L}{2\pi k(r_1^2 - r_2^2)}, \\ R_{3a} &= \frac{-L}{6\pi k(r_1^2 - r_2^2)}, \end{aligned} \quad (1.55)$$

α est l'ouverture angulaire de la section cylindrique et r_1 et r_2 les rayons externe et interne de la section cylindrique, respectivement ($\alpha = 2\pi$ pour un cylindre complet).

Afin que la distribution des pertes soit uniforme dans la cellule, un modèle en T dans les directions axiale et radiale peut être proposé (fig. 1.24) [Mellor 91]. La capacité et la source sont placées au point représentant la température moyenne T_m du volume.

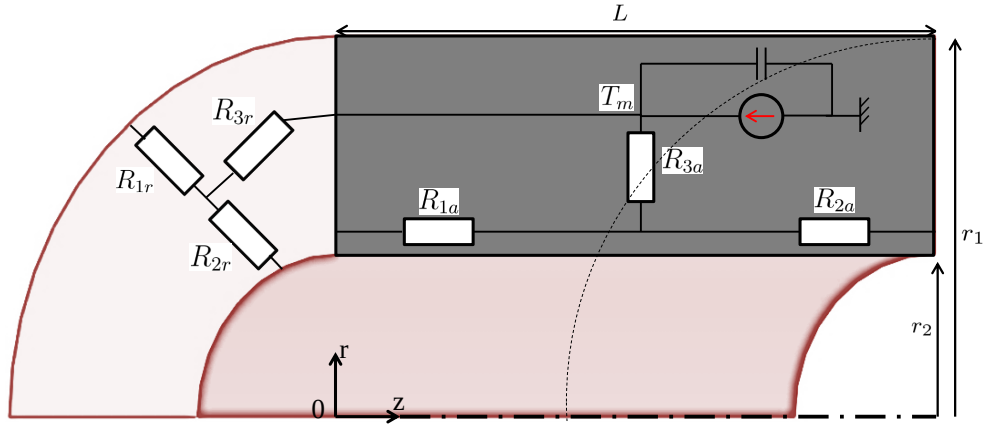


FIGURE 1.24 – Modèle thermique d'un cylindre avec source de chaleur interne dans les directions axiale et radiale.

Compte tenu du fait que la valeur absolue de la résistance R_{3x} est très faible, cette troisième résistance ne sera pas prise en compte lors de la construction du modèle thermique détaillé. Cela aura pour conséquence de surestimer les températures évaluées par le modèle.

1.5 Modèle thermique détaillé de la machine Synchrel

La description physique du problème thermique passe par la discrétisation de la structure étudiée en cellules élémentaires (cellules, blocs élémentaires...).

Une cellule élémentaire est définie du point de vue thermique (unicité du mode de transfert, uniformité de la propagation de chaleur), physique (propriétés thermophysiques homogènes ou régularité de structure) ainsi que géométrique (cellules de formes simples).

Chaque cellule de la structure est représentée par un nœud auquel une source de chaleur, des résistances et une capacité thermique (i. e. des composants thermiques) sont associés. Ces composants thermiques sont définis selon le type de chaque cellule et les liaisons avec les cellules voisines. Cela mène à un modèle thermique composé d'associations en série ou en parallèle de composants thermiques, ce qui forme un réseau semblable à un circuit électrique [Roye 85].

Le nombre de cellules dépend de la complexité de la géométrie et de la précision souhaitée du modèle. Plus la discrétisation est forte, plus la précision sur la distribution des températures et sur la caractérisation des chemins de flux de chaleur au sein de la structure est élevée.

La méthode à constantes localisées est largement employée pour des études thermiques des machines électriques de différentes topologies : pour les machines asynchrones [Mellor 91, Boglietti 03], synchrones à aimants permanents [Khliissa 15] ou les alternateurs à griffes [Lutun 12, Maloberti 12]...

La première étape de cette méthode consiste à discrétiser spatialement le corps de la machine, afin de définir les cellules thermiques. Selon le niveau de discrétisation, des modèles de complexités très différentes peuvent être construits ; ainsi, on peut trouver dans la littérature des modèles dont le nombre de cellules varie de 1 (machine homogène assimilé à un seul point de température) [Srinivas 01], à quelques nœuds [Lindstrom 99, Boglietti 03] voire à des dizaines et centaines de nœuds [Saari 98, Khliissa 15].

Dans cette partie, cette méthode est appliquée à la machine Synchrel introduite dans la première partie. Comme il apparaît à la fig. 1.25, la machine Synchrel est relativement compacte : sa longueur est beaucoup plus grande que son diamètre. De là, la surface radiale de la machine est plus importante que la surface axiale.

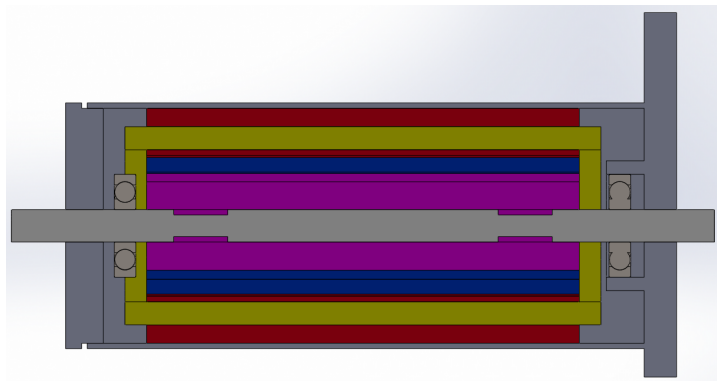


FIGURE 1.25 – Coupe de la machine Synchrel.

Cette machine présente une symétrie géométrique qui permet de modéliser la moitié de la géométrie, pour le modèle MFN. Pour le modèle à CL, nous avons considéré uniquement un quart de la géométrie. Cette hypothèse donne plus de flexibilité sur l'alimentation de chaque encoche, bien qu'elle ne considère pas la réalité de la géométrie du carter.

Selon les critères de discrétisation spatiale définis auparavant, les parties constituant la machine (carter, stator, arbre...) peuvent être assimilées à des formes géométriques simples (cellules cylindriques ou parallélépipédiques) (fig. 1.26b) extrudées axialement (fig. 1.26d).

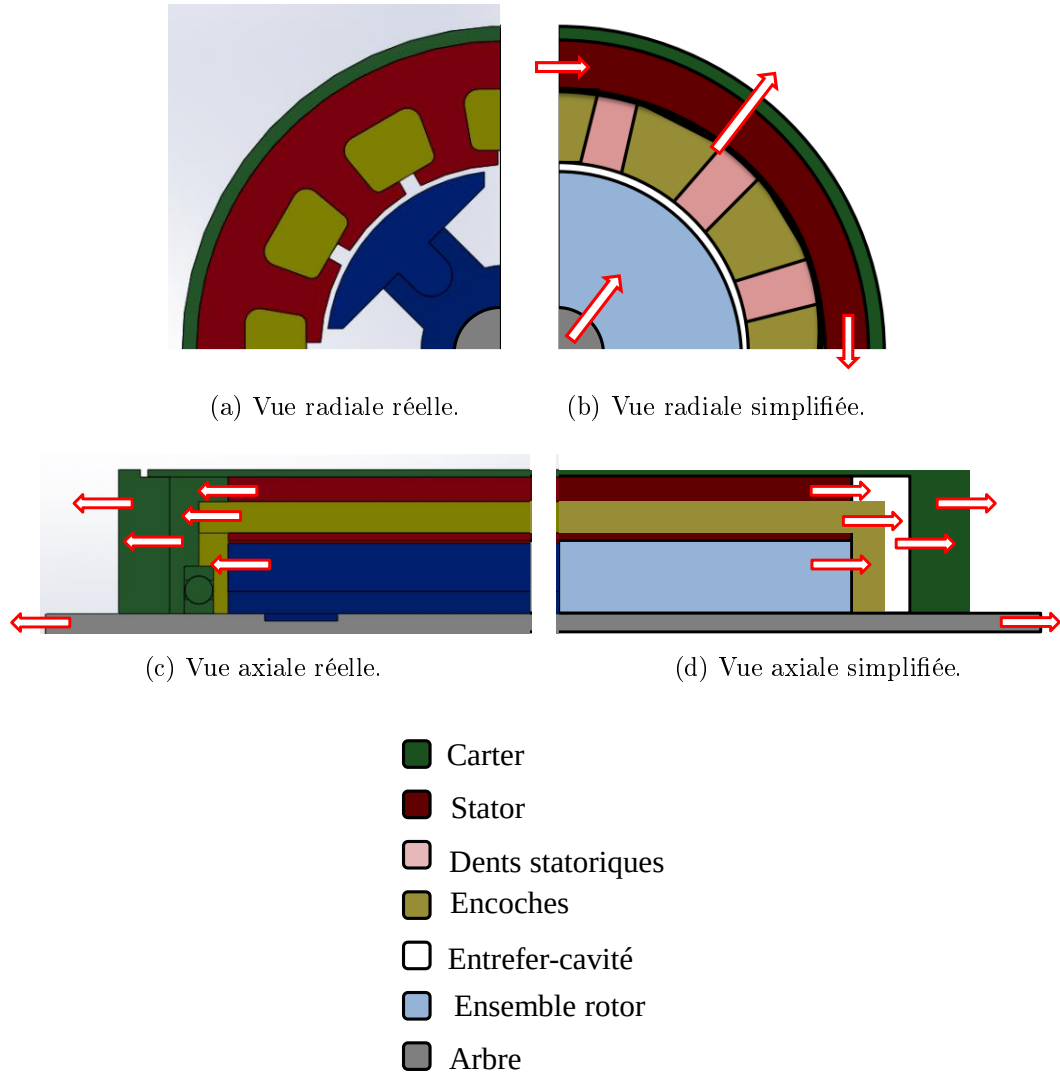


FIGURE 1.26 – Vue radiale et axiale des cellules élémentaires de la machine Synchrel.

Suivant les propriétés thermophysiques des matériaux et plus particulièrement la conductivité thermique, ces cellules peuvent être composées de parties homogènes ou hétérogènes. Les parties homogènes correspondent à l'arbre, l'entrefer, les cavités et le carter. Les parties hétérogènes correspondent aux têtes des bobines, au bobinage, à l'empilement des tôles, à l'ensemble rotor et à l'ensemble flasque/roulement.

Le rotor de la machine Synchrel est composé uniquement de matériaux ferromagnétiques, impliquant que les pertes Joule y sont nulles. En outre, il tourne à la vitesse de synchronisme : par conséquent les pertes ferromagnétiques sont négligeables. De ce fait, il n'y a pas de source de chaleur significative dans le modèle du rotor, ni de température critique à respecter. Pour cela, les composants du rotor (les segments, la pièce centrale en aluminium (en bleu marine) et l'air (en blanc)) peuvent être unifiés dans une même structure équivalente à une seule pièce (le rotor (en bleu clair)). En se basant sur les mêmes arguments, l'ensemble flasques/roulement peut également être unifié pour former un deuxième corps composé.

Après la définition des différentes cellules composant le modèle thermique, il faut spécifier les liaisons entre elles en définissant les trajets des flux de chaleur

d'une cellule à une autre. Dans la fig.1.26b, les flux de chaleur radial et orthoradial sont représentés par des flèches rouges. Le flux de chaleur dans la direction axiale perpendiculaire à la section présentée passe à travers les différentes parties représentées par la fig.1.26d, c'est-à-dire les têtes de bobines et les flasques.

Un résumé des différentes simplifications géométriques de chaque partie de la machine ainsi que les équations utilisées pour calculer les résistances thermiques sont donnés par le tableau 1.5.

TABLE 1.5 – Paramètres thermiques nécessaires pour le calcul des composants du modèle thermique liés à la conduction.

Partie	Catégorie	Géométrie	Corrélation
Entrefer	Homogène	Cylindre	éq. 1.54
Rotor	Composé	Cylindre	éq. 1.54
Carter			
Circuit magnétique	Hétérogène	Cylindre	éq. 1.54
Arbre			
R. thermique de contact			
Dent statorique	Hétérogène	Section cylindrique	éq. 1.54
Bobines			
Arbre	Homogène	Profil extrudé	éq. 1.55
Circuit magnétique			
Dents statoriques	Hétérogène	Profil extrudé	éq. 1.55
Bobinage			
Têtes des bobines			
Flasques/roulements	Composé	Profil extrudé	éq. 1.55
Dents statoriques	Hétérogène	Parallélépipédique	éq. 1.36
Bobinage			

Le calcul de la conductivité thermique n'est pas toujours évident surtout pour les cellules hétérogènes (y compris les cellules composées). Dans les parties suivantes, nous allons détailler la procédure de détermination de la conductivité thermique pour les parties homogènes et hétérogènes de la machine.

1.5.1 Parties homogènes de la machine Synchrel

Pour les parties solides supposées homogènes telles que le carter et l'arbre, la conductivité thermique est supposée connue. Les propriétés physiques des différents matériaux constituant chaque partie sont renseignées dans la littérature. Le tableau 1.6 donne les valeurs de conductivités pour les matériaux utilisés pour la construction des machines électriques.

Pour les parties internes telles que l'entrefer et les cavités constituées d'air, la convection naturelle est le mode de transfert thermique de chaleur prépondérant lorsque le rotor est bloqué.

L'entrefer est un espace annulaire situé entre deux cylindres (le stator et le rotor). Selon la configuration de l'entrefer (lisse ou rainuré), les conditions aux limites aux parois de l'entrefer et le type de convection (naturelle ou forcée), différentes corrélations peuvent être déterminées. Le coefficient d'échange de convection est ainsi obtenu par des corrélations. C'est une relation (généralement explicite) basée sur des données adimensionnelles et permettant de décrire des comportements

TABLE 1.6 – Conductivités thermiques des parties homogènes dans la machine Synchrel.

Constituant de la machine	$k [Wm^{-1}K^{-1}]$
Carter-Flasques (Aluminium)	188
Arbre (Acier)	50
Support des segments (Aluminium)	188
Papier d'isolation	0,05
Tôles (Ferromagnétiques)	46
Époxyde	0,17
Air	0,026

physiques divers sur un domaine de validité bien défini. Elle est généralement issue d'expériences (approche empirique). Son utilisation reste donc limitée à l'analyse de géométries spécifiques sur des intervalles bien définis correspondant aux conditions considérées lors de la définition de ces corrélations [Meksi 14].

Pour le modèle de l'entrefer de la machine Synchrel à l'arrêt, une corrélation trouvée par analyse physique des différents phénomènes a été sélectionnée ; il s'agit de la relation analytique donnée par Teertstra et al. [Teertstra 05],

$$Nu = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} + \left\{ \left[\frac{1,028 F_{Pr} Ra^{\frac{1}{4}}}{\left(1 + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{\frac{3}{5}}\right)^{\frac{5}{4}}} \right]^{-2} + \left[\frac{1}{720\pi^4} \frac{\left(\frac{r_1}{r_2} - 1\right)^3}{\left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right)} \right]^{-2} \right\}^{\frac{-1}{2}}, \quad (1.56)$$

avec r_1 et r_2 les rayons interne et externe de l'espace annulaire, F_{Pr} une constante définie par l'équation suivante,

$$F_{Pr} = \frac{0,67}{\left[1 + \left(\frac{0,5}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{4}{9}}}, \quad (1.57)$$

où Pr et Ra sont les nombres adimensionnels de Prandtl et de Rayleigh, respectivement (la sous-section §2.2.5 décrit plus en détail ces notions).

La seule condition à vérifier dans cette expression porte sur l'épaisseur de l'entrefer e qui doit rester très petit par rapport à la longueur axiale active l_a (dans notre cas $\frac{e}{l_a} = 0,005$), ce qui est le cas pour la machine Synchrel et pour la plupart des machines électriques.

Pour les cavités, l'effet de la convection peut être considéré négligeable relativement à l'effet de la conduction (Nombre adimensionnel de Nusselt = 2) (sous-section 2.2.5) [Bouafia 98, Bertin 99]. Les cavités sont assimilées à des cylindres creux de longueur très faible. Ainsi, la résistance thermique est calculée en utilisant la conductivité thermique de l'air et en ne tenant compte que du transfert thermique axial.

1.5.2 Parties hétérogènes de la machine Synchrel

Pour les parties hétérogènes, l'application des eqs. 1.54 et 1.55 implique la détermination de la conductivité thermique k qui ne dépend pas seulement des caractéristiques des différents matériaux utilisés mais aussi de leur agencement et de leur processus de montage. Les principales parties hétérogènes sont considérées ci-après.

Parties composées

Concernant les parties composées, la conductivité thermique est calculée en déterminant le pourcentage du volume occupé par chaque partie par rapport à la totalité de la structure. Si l'on considère l'exemple du rotor, on voit qu'il est composé de segments rotoriques, d'air et d'une pièce centrale en aluminium, de conductivités thermiques k_{seg} , k_{air} et k_{al} , respectivement. La conductivité thermique du rotor k_{rot} est alors calculée par,

$$k_{rot} = k_{air} \frac{V_{air}}{V_{tot}} + k_{seg} \frac{V_{seg}}{V_{tot}} + k_{al} \frac{V_{al}}{V_{tot}}. \quad (1.58)$$

La complexité augmente encore lorsque les parties constituant la cellule sont hétérogènes, tels que les segments formés par un empilement des tôles.

Bobinage :

Le bobinage dans les encoches est l'un des composants les plus critiques lors de l'étude thermique d'une machine électrique. À cause de la distribution non régulière des fils conducteurs, la modélisation de son comportement thermique devient une tâche ardue et délicate. Concernant ce sujet, un nombre important d'études dans la littérature ont proposé différentes approches numériques et analytiques [Mori 88, Idoughi 11, Nategh 12]. Dans notre cas, la méthode d'homogénéisation a été choisie en raison de ses avantages concernant le temps de développement du modèle et la durée des calculs.

Cette méthode d'homogénéisation est ainsi appliquée au cas d'une distribution aléatoire de fils conducteurs dans les encoches, avec la présence de trois matériaux. Les trois matériaux considérés sont le cuivre, son isolant et l'air qui les entoure. D'après les travaux de Mori et Tanaka [Mori 88], la corrélation suivante peut être utilisée afin de calculer la conductivité équivalente du bobinage,

$$k_{eq} = k_{air} \frac{(2k_{air} + k_{cui})(\tau_2(2k_{air} + k_{iso}) + 3\tau_3 k_{air}) + 3\tau_1 k_{cui}(2k_{air} + k_{iso})}{\tau_2(2k_{air} + k_{cui}) \cdot (2k_{air} + k_{iso}) + 3k_{air}(\tau_1(2k_{air} + k_{iso}) + \tau_3(2k_{air} + k_{cui}))}, \quad (1.59)$$

avec τ_1 , τ_2 et τ_3 les rapports de volume occupés par le cuivre (les fils conducteurs), l'air et la couche d'isolation, respectivement, dans le volume total de l'encoche. k est la conductivité thermique de chaque matériau.

En plus des bobines, il faut considérer aussi les fonds d'encoches en polystyrène (de conductivité proche de celle du vernis d'isolation des fils). Cela justifie l'intégration de son volume au volume de l'isolant.

Têtes de bobines

Il s'agit d'un cas particulier des bobinages, placés cette fois aux extrémités axiales de la machine. Cette partie de bobinage n'est pas entourée par des matériaux ferromagnétiques.

Plusieurs hypothèses peuvent être adoptées afin de séparer les têtes des bobines de l'air dans les cavités :

- les conducteurs sont regroupés et enroulés étroitement autour des dents statoriques (comme représenté par la fig. 1.11c), formant un cylindre creux placé aux extrémités axiales des encoches (en marron dans la fig. 1.27),

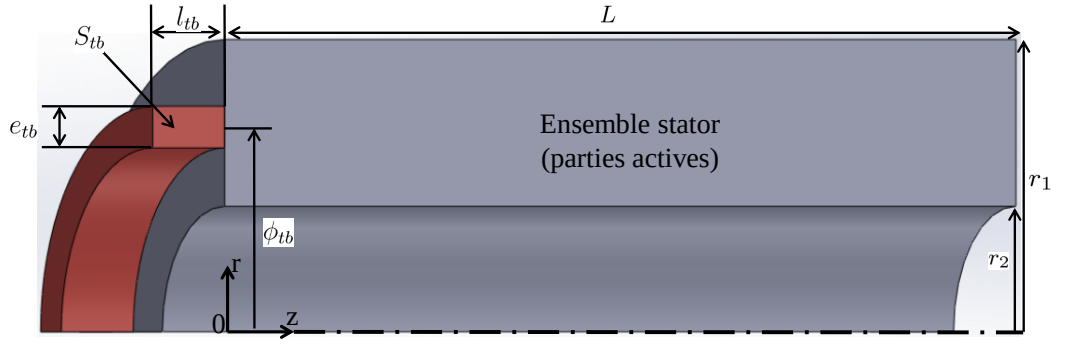


FIGURE 1.27 – Dimensions caractéristiques des têtes des bobines.

- l'air entre les conducteurs n'est pas considéré pour les têtes des bobines, donc elles sont composées de conducteurs et du vernis isolant,
- le cylindre représentant les têtes de bobines échange de la chaleur avec la cavité dans la direction axiale et avec la dent statorique dans la direction orthoradiale.

Les dimensions du cylindre creux représentant les têtes de bobines sont indiquées dans la fig. 1.27. La surface de la section axiale S_{tb} supposée carrée est égale à la somme des sections des conducteurs et des isolants qui la forment. Cette surface peut être calculée en fonction de la longueur $l_{tb} = 2,3 \text{ mm}$ et de l'épaisseur e_{tb} de la section, en utilisant,

$$S_{tb} = l_{tb}^2 = e_{tb}^2 = N_{cond}(S_{cond} + S_{iso}), \quad (1.60)$$

où N_{cond} est le nombre de conducteurs, S_{cond} la section droite d'un seul conducteur et S_{iso} l'aire de l'isolant d'un conducteur. Le rayon moyen du cylindre ϕ_{tb} est égal au rayon du centre d'une dent.

Une méthode d'homogénéisation est adoptée afin de calculer la conductivité équivalente k_{tb} . Cette méthode est applicable sur une structure composée de deux corps (le cuivre et le vernis isolant) ce qui est le cas des têtes des bobines. Pour cela, la corrélation de Hashin et Shtrikman (éq. 1.61) a été appliquée [Rasid 16].

$$k_{tb} = k_{iso} \frac{(1 + \tau_1)k_{cui} + (1 - \tau_1)k_{iso}}{(1 - \tau_1)k_{cui} + (1 + \tau_1)k_{iso}}, \quad (1.61)$$

Empilements des tôles statoriques et segments rotoriques

La structure du stator ainsi que les segments du rotor sont constitués d'un empilage de tôles ferromagnétiques (en acier) d'épaisseur $0,5 \text{ mm}$ chacune. Entre les tôles, une couche formée de résine et d'adhésif (isolation électrique) d'épaisseur $1 \mu\text{m}$ est placée pour réduire les pertes créées par les courants induits (de Foucault). Le rapport entre la somme des épaisseurs des tôles et la longueur totale du stator (ou du rotor) est appelé le facteur d'empilement (ou de foisonnement).

Étant donné la faible conductivité thermique de la résine et de l'adhésif, ces derniers ont une influence sur le transfert de chaleur dans la direction axiale (fig. 1.28). L'empilement des tôles crée de fait une anisotropie sur la conductivité thermique au sein de la machine. Par conséquent, les épaisseurs de ces différentes couches de matériaux différents doivent être déterminées.

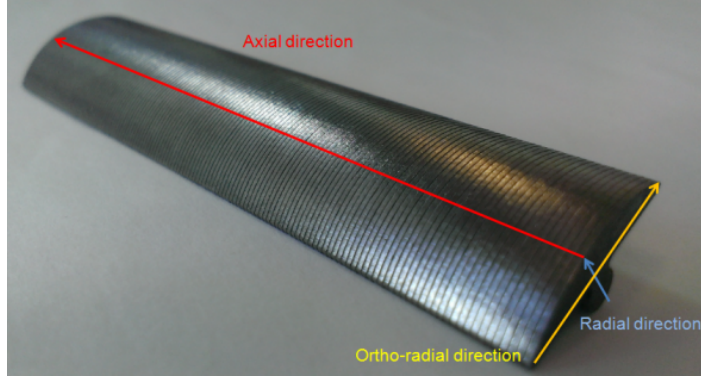


FIGURE 1.28 – Segment laminé du rotor. Les directions des résistances thermiques sont indiquées par les flèches.

Les tôles ferromagnétiques sont collées par un adhésif époxyde de façon à obtenir un coefficient de foisonnement relativement élevé qui est égal à 0,95. Connaissant le coefficient de foisonnement et l'épaisseur des tôles, les épaisseurs de l'isolant et de l'adhésif peuvent être déduites. Cela permet par la suite de calculer la résistance thermique axiale équivalente qui peut s'exprimer comme étant la somme de deux résistances thermiques en série (à gauche de la fig. 1.29),

$$R_{eq-ax} = N_{lam}R_{lam-ax} + N_{iso}R_{iso-ax}, \quad (1.62)$$

R_{lam-ax} et R_{iso-ax} sont les résistances thermiques axiales d'une seule tôle et d'une seule couche d'isolant y compris l'adhésif, respectivement. Ces résistances sont calculées en utilisant les informations présentées au tableau 1.5. N_{lam} et N_{iso} sont, respectivement, le nombre de tôles et le nombre de couches d'isolant et d'adhésif.

Pour les directions radiale et orthoradiale, les résistances thermiques radiales $R_{lam-rad}$ et $R_{iso-rad}$ pour chaque tôle et chaque couche d'isolant avec adhésif sont utilisées, mais sont cette fois associées en parallèle (à droite de la fig. 1.29),

$$R_{eq-rad} = \frac{R_{lam-rad}R_{iso-rad}}{N_{lam}R_{iso-rad} + N_{iso}R_{lam-ax}}. \quad (1.63)$$

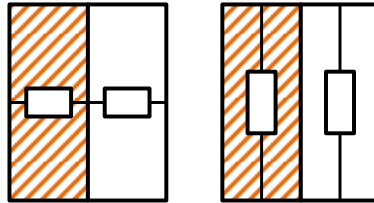


FIGURE 1.29 – Résistances thermiques d'une tôle ferromagnétique collée à une couche d'adhésif époxyde.

1.5.3 Contacts entre parties de la machine

À l'intérieur d'une partie hétérogène comme les empilements de tôles ou bien entre des solides de nature différentes tels que l'arbre et le rotor, les imperfections de l'interface de contact peuvent faire apparaître une différence de température parfois très importante entre les parties en contact. Cette notion de contact entre les solides peut affecter significativement la distribution de la température au sein de la machine.

L'interface de contact entre les parties cylindriques et coaxiales des machines électriques peut être décrite par un anneau circulaire composé d'air et de matériaux de conductivités thermiques différentes. Elle peut être modélisée par une Résistance Thermique de Contact (RTC), qui est fonction de plusieurs paramètres dont notamment le processus de fabrication, le fluide emprisonné et l'état de surface. Elle se calcule en fonction de la conductance surfacique de contact g_c , ou bien, à partir de l'épaisseur équivalente d'air contenue dans l'anneau circulaire e_c ,

$$R_c = \frac{1}{g_c S} = \frac{e_c}{k_s S} \quad (1.64)$$

Plusieurs études traitant cette problématique ont mis l'accent sur son importance [Staton 03] et [Claudiu 02]. Elles seront présentées et détaillées dans le chapitre 5. Conjointement, une procédure expérimentale visant à déterminer les RTCs (illustrées par la fig. 1.30 avec des résistances rayées) les plus importantes pour la machine Synchrel sera introduite puis décrite au chapitre 5.

1.5.4 Résistance de convection externe

La détermination des résistances thermiques qui modélisent l'échange de chaleur vers l'extérieur implique la connaissance des coefficients h et ε associés aux transferts par convection et rayonnement des surfaces externes. Ces coefficients sont soumis à de fortes incertitudes liées à la nature des matériaux, l'environnement, la géométrie traitée et même leur méthodes de détermination. Or, ces coefficients occupent un rôle central dans la modélisation thermique.

En général, le coefficient d'échange convectif est estimé à l'aide de corrélations empiriques qui, la plupart du temps ne s'appliquent pas aux géométries réelles externes des machines électriques.

Pour l'émissivité, il est possible d'utiliser des valeurs typiques données dans la littérature. Or il s'agit de valeurs qui, en général, ne correspondent pas aux alliages utilisés dans le cas réel.

Il est ainsi crucial d'avoir une bonne approximation de ces coefficients d'échange (convection et rayonnement). Ce contexte fait apparaître l'utilité des méthodes numériques telles que la Mécanique des Fluides Numérique (MFN) (Computational Fluid Dynamics (CFD)) afin d'estimer ces coefficients. Les méthodes, regroupées par la MFN, fournissent des solutions numériques basées sur la résolution des équations de la mécanique des fluides, en exploitant des méthodes de discrétisation spatiale (maillage). La MFN permet de modéliser les écoulements fluidiques accompagnés de transferts de chaleur.

Généralement, cette approche est utilisée pour la modélisation des écoulements fluidiques dans des domaines complexes. Ainsi, cette approche peut être appliquée typiquement dans le contexte des machines électriques, pour modéliser les phénomènes (fluidiques) dans l'entrefer [Kuosa 02, Howey 10] et les cavités diverses [Trigeol 06], et donc d'établir la valeur des coefficients d'échange thermique.

Le mode de refroidissement de la machine Synchrel Totalement Fermée Non Ventilée (TFNV) repose sur la convection naturelle externe autour de la surface cylindrique lisse et des surfaces latérales. Pour le modèle complet de la machine Synchrel, la méthode MFN basée sur la méthode des volumes finis est utilisée pour modéliser le transfert thermique vers l'extérieur.

Cette méthode présente l'avantage de pouvoir évaluer le coefficient d'échange local h en tout point de la surface de la machine. Une valeur moyenne $\bar{h}$ (sur la

surface S_t) est calculée par,

$$\bar{h} = \frac{1}{S_t} \int_{S_t} h dS_t, \quad (1.65)$$

afin de déterminer la résistance thermique de convection naturelle équivalente,

$$R_{conv} = \frac{1}{\bar{h}S}. \quad (1.66)$$

Celle-ci peut alors être insérée dans le modèle à CL complet de la machine Synchrel.

La mise en place d'un tel modèle numérique nécessite de maîtriser les principes fondamentaux de la mécanique des fluides (les équations régissant les écoulements, les propriétés des fluides, les différentes forces agissant sur les fluides...).

Dans cette finalité, une présentation détaillée des différents aspects de la mécanique des fluides sera donnée dans le chapitre 2. Elle sera suivie dans le chapitre 3 par la description et l'exploitation d'un modèle MFN d'une configuration géométrique cylindrique simplifiée afin de valider les outils numériques utilisés ainsi que les hypothèses de modélisation. Enfin, cette approche numérique sera utilisée sur la machine et comparée à des mesures expérimentales détaillées dans le chapitre 4.

1.5.5 Capacités thermiques

Pour la modélisation thermique en régime transitoire, il faut définir la capacité thermique de chaque cellule. L'éq. 1.48 est utilisée pour calculer cette capacité associée au nœud définissant la température moyenne de chaque cellule. La valeur de la chaleur massique c_p de chaque matériau est accessible dans la littérature. Pour les parties composées de plusieurs sous-parties, une capacité thermique massique équivalente est calculée en moyennant celles de tous les matériaux impliqués.

$$c_p = \sum c_{pi} \frac{V_i}{V_{tot}}. \quad (1.67)$$

1.5.6 Sources thermiques

Pour compléter le modèle thermique, il reste à quantifier et à localiser les différentes sources de pertes. Celles-ci constituent les sources de chaleur. Elles sont modélisées par des sources de courant (par analogie électrique-thermique) et sont connectées au nœud de la cellule indiquant la température moyenne (fig. 1.21). Pour cela, il faut lister et modéliser les différentes pertes générées par la machine Synchrel.

De manière générale, les pertes mécaniques de la machine Synchrel sont négligeables. Les pertes fer représentent 0,6% des pertes totales [Rasid 16]. Ainsi, il existe deux sources de chaleur associées aux cellules mises pour la dent statorique et le corps du stator (en rose et rouge bordeaux, respectivement, dans la fig. 1.26).

Compte tenu de la structure passive du rotor, les pertes Joule rotoriques sont nulles ce qui n'est pas le cas pour le stator bobiné. Ces pertes sont calculées en fonction de la résistance électrique de chaque phase. Elles ne doivent pas élever la température des bobines au-dessus de la valeur maximale qui peut être supportée : $T_{max} = 100^\circ C$ (principalement à cause de l'isolant des fils de bobinage).

Les bobines sont constituées de deux parties ; les têtes de bobines (qui sont petites en comparaison de la longueur de la machine) et la partie active placée dans les encoches. Donc, il est important de quantifier les pertes Joule pour les

têtes de bobines et la partie active en fonction du volume, connaissant le volume occupé par chacune d'elles. Ainsi, il a été montré que 26% des pertes Joule sont dissipées par les têtes de bobines ; le reste étant généré dans les encoches. Il est alors nécessaire de placer deux sources de chaleur dans le modèle thermique de la machine, pour la partie active et les têtes de bobines, afin de modéliser ces pertes Joule [Rasid 16].

Le schéma du modèle thermique détaillé obtenu est donné par la fig. 1.30.

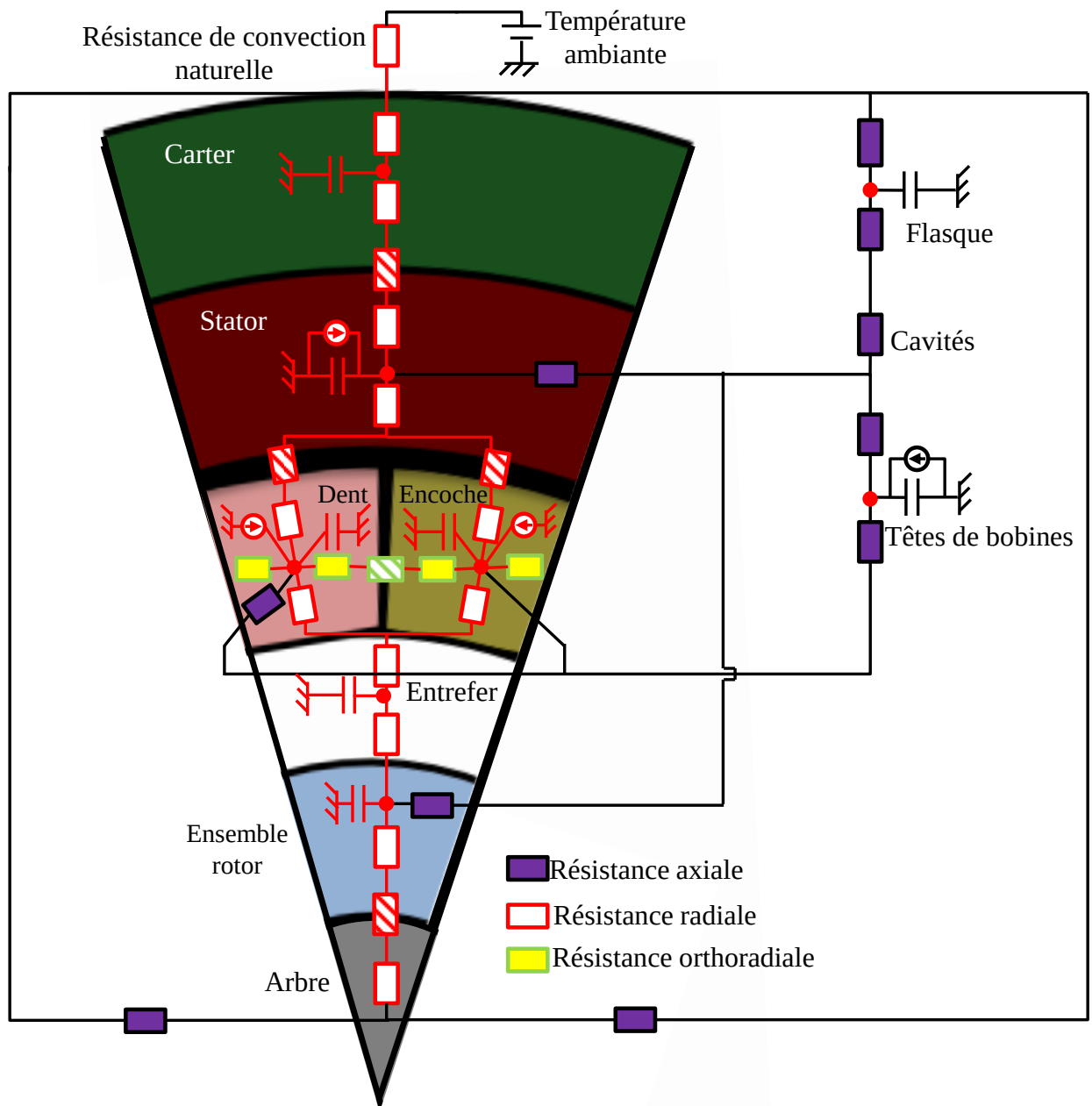


FIGURE 1.30 – Modèle thermique détaillé de la machine Synchrel.

Dans les prochains chapitre, il sera fait référence à ce modèle thermique par "*MTD*" : Modèle Thermique détaillé.

À partir de la fig. 1.30, nous pouvons visualiser 8 nœuds. Or ce modèle doit représenter le quart de la machine, alors il faut ajouter deux nœuds supplémentaires liés aux deux autres dents. Donc le modèle thermique détaillé peut être décrit par le système d'équations 1.49 d'ordre 10.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté de manière générale la machine Synchrel, ses avantages et ses inconvénients par rapport aux autres types des machines. Après avoir passé en revue les différentes topologies proposées dans la littérature, une présentation de la machine Synchrel à rotor segmenté, servant d'actionneur d'embrayage dans les véhicules hybrides, a été donnée.

Les différentes pertes et les modes de transmission de chaleur dans les machines électriques ont été répertoriés. En s'appuyant sur la définition de ces modes de transfert, plusieurs méthodes de modélisations thermiques associées aux machines électriques peuvent être choisies. Nous avons utilisé la méthode à CL pour modéliser la machine Synchrel. Cette méthode repose sur le calcul des résistances thermiques correspondant à chaque mode de transfert thermique au sein des différentes parties de la machine. Pour la conduction, la difficulté réside dans le calcul de la conductivité thermique équivalente des milieux hétérogènes (les bobines, les segments du rotor). Ce problème a été résolu par l'utilisation de modèles analytiques d'homogénéisation proposés dans des études antérieures. Quant à la convection à l'intérieur de la machine (entrefer et cavités), elle a été considérée négligeable par rapport à la conduction.

Afin de compléter le modèle détaillé de la machine Synchrel, deux phénomènes importants restent à analyser et à modéliser. Il s'agit de la prise en compte du transfert thermique vers l'extérieur et la considération des résistances thermiques de contact. Dans ce chapitre, nous avons esquissé l'analyse de ces phénomènes et les difficultés qu'ils présentent. Les solutions proposées dans la littérature ne sont pas toujours applicables et peuvent engendrer des erreurs par leur application, principalement, à cause de la diversité des topologies des machines électriques rencontrées.

Les prochains chapitres ont pour objectif la présentation et l'évaluation du phénomène de convection externe autour de la machine Synchrel et de quantifier les incertitudes sur les coefficients d'échange thermique à l'aide des RTCs en vue de la modélisation thermique des machines électriques.

Bibliographie

- [Andersson 13] B. Andersson. *Lumped parameter thermal modelling of electric machines*. PhD thesis, Université de Technologie de Chalmers Göteborg (Sweden), 2013.
- [Bertin 99] Y. Bertin. *Refroidissement des machines électriques tournantes*. Techniques de l'ingénieur, vol. vol. 6, pages pp. D3460.1–D3460.22, 1999.
- [Bertotti 88] G. Bertotti. *General properties of power losses in soft ferromagnetic materials*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. vol. 24, pages pp. 621–630, 1988.
- [Boglietti 03] A. Boglietti, A. Cavagnino & D. A. Staton. *A simplified thermal model for variable-speed self-cooled industrial induction motor*. IEEE Transaction on Industry Applications, vol. vol. 39, pages pp. 945–952, 2003.
- [Bouafia 98] M. Bouafia, Y. Bertin & J. B. Saulnier. *Analyse expérimentale des transferts de chaleur en espace annulaire étroit et rainuré avec cylindre intérieur tournant*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 41, pages pp. 1279–1291, 1998.
- [Claudiu 02] V. Claudiu. *Modélisation du transfert de chaleur au sein des machines électriques tournantes : Dimensionnement et optimisation de leur système de refroidissement*. PhD thesis, Paris 6, 2002.
- [Degiovanni 12] A. Degiovanni. *Conduction*. Techniques de l'ingénieur, 2012.
- [Doc 10] C. Doc. *Contribution à la conception et au dimensionnement d'un actionneur d'embrayage*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2010.
- [Glises 98] R. Glises. *Machines électriques tournantes : Simulation du comportement thermique*. Techniques de l'ingénieur, vol. vol. 6, pages D3760. 1–D3760. 9, 1998.
- [Holman 01] J. P. Holman. *Heat transfer*. Eighth SI Metric Edition, 2001.
- [Howey 10] D. A. Howey. *Thermal design of air-cooled axial flux permanent magnet machines*. PhD thesis, Imperial College London, 2010.
- [Idoughi 11] M.L. Idoughi. *Extraction de modèles thermiques simplifiés des machines électriques à partir d'un calcul du champ de températures*. PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2011.
- [Incropera 11] F.P. Incropera, T.L. Bergman, D.P. David & A.S. Lavine. *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley and Sons, 2011.
- [Khliissa 15] R. Khliissa. *Contribution à la définition des méthodes d'optimisation rapides et économiques pour le dimensionnement d'actionneurs électriques*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2015.
- [Kostko 23] J. Kostko. *Polyphase reaction synchronous motors*. Journal of the American Institute of Electrical Engineers, vol. vol. 42, pages pp. 1162–1168, 1923.
- [Kuosa 02] M. Kuosa. *Numerical and experimental modelling of gas flow and heat transfer in the air gap of an electric machine*. PhD thesis, Université de Technologie de Lappeenranta, 2002.

- [Lindstrom 99] J. Lindstrom. *Thermal model of a permanent magnet motor for a hybrid electric vehicle*. PhD thesis, Université de Technologie de Chalmers (Sweden), 1999.
- [Lutun 12] J. Lutun. *Modélisation thermique des alternateurs automobiles*. PhD thesis, INP Grenoble, 2012.
- [Maloberti 12] O. Maloberti, A. Gimeno, A. Ospina, G. Friedrich, K. E. K. Benkara & L. Charbonnier. *Thermal modelling of a claw-pole car alternator : Steady-state computation and identification of free convection coefficients*. Electrical Machines (ICEM), pages 1888–1892, 2012.
- [Meksi 14] O. Meksi & A. O. Vargas. *Modélisation thermique de l’alternateur à griffes : étude de la convection naturelle dans l’entrefer*. Symposium de Génie Electrique, 2014.
- [Mellor 91] P. H. Mellor, D. Roberts & D. R. Turner. *Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design*. IEE Proceedings B-Electric Power Applications, vol. vol. 138, pages pp. 205–218, 1991.
- [Mori 88] T. Mori & K. Tanaka. *Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions*. Acta metallurgica, vol. vol. 21, pages pp. 59–80, 1988.
- [Nategh 12] S. Nategh, O. Wallamark, M. Leksell & S. Zhao. *Thermal analysis of a PMSRM using partial FEA and lumped parameter modeling*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. vol. 27, pages pp. 477–488, 2012.
- [Pyrhönen 09] J. Pyrhönen, T. Jokinen & V. Hrabovcovà. Design of rotating electrical machines. John Wiley & Sons. Ltd, 2009.
- [Rasid 16] M. A. H. Rasid. *Contribution to multi-physical studies of small Synchronous-reluctance machine for automotive equipment*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2016.
- [Rodriguez 15] P. D. Rodriguez. *Modélisation et optimisation des machines synchro-réductantes à aimants permanents et de leur électronique*. PhD thesis, Supélec, 2015.
- [Roye 85] D. Roye & R. Perret. *Définitions des règles de modélisation thermique des machines électriques tournantes*. Revue de physique appliquée, vol. vol. 20, pages pp. 191–202, 1985.
- [Saari 98] J. Saari. *Thermal analysis of high-speed induction machines*. PhD thesis, Acta Polytechnica Scandinavica, 1998.
- [Srinivas 01] K. N. Srinivas & R. Arumugam. *Thermal characterization through finite element analysis of the switched reluctance motor*. Proceedings of IEEE Region 10 International Conference on Electrical and Electronic Technology, vol. vol. 2, pages pp. 819–823, 2001.
- [Staton 03] D. Staton, A. Boglietti & A. Cavagnino. *Solving the more difficult aspects of electric motor thermal analysis*. Electric Machines and Drives Conference, vol. vol. 2, pages pp. 747–755, 2003.
- [Staton 08] D. Staton & A. Cavagnino. *Convection heat transfer and flow calculations suitable for electric machines thermal models*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. vol. 55, pages pp. 3509–3516, 2008.

- [Steinmetz 84] C. Steinmetz. *On the law of hysteresis*. Proceedinf of the IEEE, vol. vol. 72, pages pp. 197–221, 1984.
- [Teertstra 05] P. Teertstra, M. M. Yovanovich & J. R. Culham. *Analytical modeling of natural convection in horizontal annuli*. Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA-0959), page 959, 2005.
- [Trigeol 06] J. F. Trigeol, Y. Bertin & P. Lagonotte. *Thermal Modeling of an Induction Machine Through the Association of Two Numerical Approaches*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. vol. 21, pages pp. 314–323, 2006.

Chapitre 2

Aspects généraux sur le transfert thermique par convection

Sommaire

2.1	Notions élémentaires de transfert de chaleur dans les fluides	70
2.2	Équations de Navier-Stokes	76
2.3	Instabilité et turbulence en mécanique des fluides . . .	84
2.4	Convection naturelle	86
	Bibliographie	94

Introduction

Ce travail est centré sur l'étude par des outils numériques du transfert de chaleur par convection naturelle autour de la machine Synchrel. Pour cela une présentation approfondie du phénomène à étudier, ainsi que des formulations mathématiques à résoudre est nécessaire.

Par définition, le transfert convectif est associé à un écoulement fluidique. Or, le comportement fluidique est décrit par un champ de vitesses, une répartition spatiale de température et une distribution locale des propriétés du fluide.

Afin d'entamer l'étude de ce phénomène, une introduction générale est donnée afin de rappeler les notions élémentaires en mécanique des fluides : les propriétés des fluides, le comportement thermique et mécanique du fluide en contact avec une surface... ; c'est l'objectif de la première partie du chapitre. Ces notions permettent d'introduire, par la suite, les équations générales régissant les écoulements fluidiques en régimes laminaire et turbulent.

Bien que des solutions exactes existent pour des configurations géométriques particulières, le fait de trouver la solution reste insurmontable dans la plupart des cas, en raison de la non-linéarité des phénomènes physiques en jeu et des géométries complexes impliquées. On a donc recours, typiquement pour les écoulements turbulents, à des solutions numériques.

Intuitivement, la convection naturelle est due à un gradient de température. En réalité, pour que la convection naturelle existe au sein d'un fluide, l'existence d'un gradient de température ne suffit pas : son amplitude doit dépasser un certain seuil. Ce mécanisme sera expliqué dans la section 2.4. Finalement, la formulation mathématique simplifiée du problème de convection naturelle en régime permanent et laminaire sera établie.

2.1 Notions élémentaires de transfert de chaleur dans les fluides

Un des premiers aspects à définir lorsqu'il s'agit de faire la modélisation dynamique d'un fluide est celui de l'échelle spatiale à laquelle il faut se placer. On peut identifier trois différents niveaux :

- l'échelle nanoscopique : elle correspond à l'échelle des molécules. Pour réaliser une analyse dynamique, il faut faire appel aux outils statistiques. Pour notre étude, cette description est trop lourde et n'a aucun intérêt par rapport à nos besoins.
- l'échelle macroscopique : les interactions moléculaires sont négligeables et les propriétés physiques sont définies pour des grands ensembles (des corps).
- l'échelle mésoscopique : c'est une échelle intermédiaire qui permet d'analyser une quantité de particules à l'aide des grandeurs qui peuvent être considérées pour des ensembles de particules en ignorant toute discontinuité du fluide au niveau moléculaire et les mouvements aléatoires microscopiques.

Dans la mécanique des fluides, il est en général pertinent de travailler à l'échelle mésoscopique afin de décrire les interactions moléculaires à travers des propriétés physiques qui ne varient pas lorsqu'on passe d'un point à un autre à l'intérieur d'un ensemble de particules. Nous pouvons donc restituer la dynamique globale d'un volume de fluide en le découpant en sous-ensembles (volumiques) à l'intérieur desquels certaines propriétés physiques restent constantes. Cette hypothèse est

connue comme celle des milieux continus [Lienhard 13].

La notion de milieu continu est donc liée à la définition des ensembles sur lesquels nous pourrions considérer l'homogénéité. Cette idée est basée sur le concept de **volume élémentaire** qui est aussi appelé volume de contrôle ou « particule fluide ». Il s'agit d'un volume infinitésimal du système étudié contenant un nombre très grand de molécules et qui est stable et insensible aux fluctuations moléculaires. Les volumes de ce type sont dits "volumes élémentaires représentatifs" (VER). Ses dimensions doivent s'inscrire dans l'échelle mésoscopique : elles doivent être grandes par rapport au libre parcours moyen des molécules et petites par rapport aux dimensions caractéristiques de l'observateur.

La fig. 2.1 illustre la notion de volume élémentaire dans un milieu continu. Cette figure montre la variation d'une grandeur décrivant le fluide pour les différentes échelles. Pour une longueur très petite, cette grandeur fluctue aléatoirement et perd toute signification descriptive. Lorsqu'on est dans l'échelle mésoscopique où on peut définir le volume élémentaire, la grandeur converge vers une valeur constante. Enfin, si on se place dans le domaine macroscopique, cette grandeur ne peut plus être considérée comme uniforme ; des fluctuations réapparaissent mais elles sont lentes.

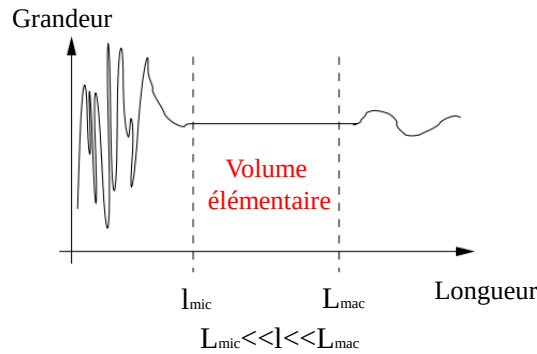


FIGURE 2.1 – Domaine de définition du volume élémentaire représentatif du milieu continu.

Nous avons introduit dans ce qui précède la notion de milieu continu et de volume élémentaire. Il s'agit de deux notions fondamentales à la description de la dynamique d'un fluide. Nous allons par la suite les utiliser dans la description du transport et des lois de conservation.

2.1.1 Théorie du transport et lois de conservation

L'analyse du transport d'une quantité peut être locale (sous forme différentielle) ou globale (sous forme intégrale). À chaque analyse, il faut associer des grandeurs physiques bien spécifiques :

- des grandeurs intensives : variables indépendantes de la quantité de matière du système étudié (masse volumique, vitesse, température),
- des grandeurs extensives : variables dépendantes de la quantité de matière du système (masse, quantité de mouvement, énergie). Elles peuvent s'écrire sous forme intégrale en utilisant des variables intensives.

En relation avec les définitions précédentes, la variation locale d'une variable intensive b s'écrit comme suit,

$$db = \frac{\partial b}{\partial t} dt + \frac{\partial b}{\partial x_i} dx_i, \quad (2.1)$$

avec x_i composante $n^\circ i$ de la coordonnée spatiale, d'où,

$$\frac{db}{dt} = \frac{\partial b}{\partial t} + \left(\frac{dx_i}{dt} \right) \frac{\partial b}{\partial x_i}, \quad (2.2)$$

avec cette dernière équation, nous observons que la variation locale de la quantité b ne dépend pas exclusivement de sa variation temporelle mais aussi de la vitesse globale du fluide puisque $v_i = dx_i/dt$ est la composante $n^\circ i$ de la vitesse des particules ; ainsi :

$$\frac{db}{dt} = \frac{\partial b}{\partial t} + v_i \frac{\partial b}{\partial x_i}, \quad (2.3)$$

ou bien, en notation vectorielle,

$$\frac{db}{dt} = \frac{\partial b}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad})b. \quad (2.4)$$

Le terme $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad})b$, qui est dû au champ de vitesse, prend en compte la variation dans l'espace de b à cause du transport advectif. La définition donnée par l'éq. 2.4 est connue comme étant "la dérivée particulaire" d'une variable intensive ; elle décrit le transport local de la quantité b .

Dans le cas global, l'analyse porte sur des régions. Ces régions sont produites par le découpage de l'espace occupé par le fluide en volumes élémentaires. Le volume élémentaire (de contrôle) est une région de géométrie arbitraire délimitée par une surface fermée. Ce volume est fixe dans l'espace. L'évaluation d'une grandeur intensive dans l'étendue d'un volume de contrôle Ω génère une grandeur extensive. Cette opération effectue le passage d'une analyse locale vers une autre globale, correspondante :

$$B = \int_{\Omega} b d\Omega. \quad (2.5)$$

L'évaluation de la grandeur extensive dépend du volume occupé par le volume élémentaire Ω .

Une variable intensive peut aussi être évaluée sur la surface $\partial\Omega$ du volume élémentaire Ω . En particulier, lorsque le fluide a une vitesse globale (macromoléculaire) $\mathbf{v}$, on a,

$$\int_{\partial\Omega} b \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS. \quad (2.6)$$

Cette intégrale évalue la quantité de b qui traverse la surface $\partial\Omega$ par unité de temps. En d'autres termes, il s'agit du **flux** de b à travers $\partial\Omega$. Le flux est orienté et, dans le cas d'une surface fermée comme $\partial\Omega$, il est soit dans la direction sortante soit vers l'intérieur. L'orientation est arbitraire ; néanmoins, il faut que les deux soient complémentaires. Dans ce qui suit nous allons supposer que le flux sortant est positif et donc le flux rentrant est négatif.

Il est utile d'évaluer la conservation des grandeurs extensives, c'est-à-dire d'établir un bilan considérant la quantité à l'intérieur du domaine ainsi que les échanges par sa surface. Afin d'illustrer la manière d'évaluer cette conservation, nous allons spécifier les différents termes dans le cas d'un fluide homogène. La variation au cours du temps d'une variable extensive B est définie comme suit,

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} b d\Omega. \quad (2.7)$$

Cette variation doit être égale à la somme d'une première contribution des échanges avec l'extérieur (eq. 2.6) et d'une seconde tenant compte des sources

présentes soit dans le volume soit à la surface. L'apport des sources est évalué par l'expression suivante,

$$\int_{\Omega} Q_V d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{Q}_S \cdot \mathbf{n} dS, \quad (2.8)$$

où Q_V et $\mathbf{Q}_S$ les sources de chaleur de volume et de surface, respectivement.

Ainsi, en faisant la somme de ces expressions, nous obtenons la loi de conservation pour la grandeur scalaire b dans un fluide homogène,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} b d\Omega + \oint_{\partial\Omega} b \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\Omega} Q_V d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{Q}_S \cdot \mathbf{n} dS. \quad (2.9)$$

Si le fluide n'est pas homogène, en plus du phénomène de transport dû à la vitesse globale du fluide $\mathbf{v}$ (advection), il faut considérer le terme additionnel décrivant la diffusion. Dans ce cas, la loi de conservation s'écrit,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} b d\Omega + \oint_{\partial\Omega} b \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS - \oint_{\partial\Omega} \kappa \rho \mathbf{grad} (b/\rho) \cdot \mathbf{n} dS = \\ \int_{\Omega} Q_V d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{Q}_S \cdot \mathbf{n} dS, \end{aligned} \quad (2.10)$$

avec ρ la masse volumique et κ le coefficient de diffusion.

La même démarche peut s'appliquer dans le cas d'une quantité vectorielle $\mathbf{B}$. La loi de conservation est alors de la forme suivante,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{B} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} [\mathbf{F}_A - \mathbf{F}_D] \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\Omega} \mathbf{Q}_V d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \underline{\mathbf{Q}}_S \cdot \mathbf{n} dS, \quad (2.11)$$

avec $\underline{\mathbf{F}}_A$ le tenseur d'advection, $\underline{\mathbf{F}}_D$ le tenseur de diffusion et $\underline{\mathbf{Q}}_S$ le tenseur lié aux sources à la surface $\partial\Omega$.

2.1.2 Viscosité d'un fluide

Afin de préciser la notion de transport relatif aux quantités vectorielles, nous allons illustrer le phénomène de cisaillement d'un fluide.

Nous considérons le cas d'un fluide contenu entre deux plaques horizontales distantes de l , tel que représenté par la fig. 2.2. Initialement, les deux plaques et le fluide à l'intérieur sont au repos. Puis, nous supposons qu'une force horizontale est appliquée sur la plaque supérieure, provoquant son déplacement à la vitesse v (dans la direction horizontale).

On peut alors analyser la variation de vitesse à l'intérieur du fluide en considérant que ce dernier est composé d'un ensemble infini de couches horizontales (notre volume de contrôle) superposées les unes aux autres. Avec ces conditions, la couche du fluide qui est en contact avec la plaque supérieure adopte la même vitesse de déplacement que cette plaque (vitesse moyenne des particules qui la composent). De manière analogue, la couche du fluide la plus proche de la plaque inférieure a une vitesse nulle. Entre les deux, il y a donc une variation de vitesse, tel qu'il est illustré par la fig. 2.2.

Le mouvement de la plaque supérieure est transmis par un phénomène de diffusion aux couches intermédiaires. Ainsi, il se produit une propagation de l'énergie cinétique des couches supérieures vers les couches inférieures. Néanmoins, cette variation de vitesse sous-entend une perte progressive de l'énergie cinétique initiale et donc une conversion (perte) de cette énergie sous forme d'agitation thermique par l'effet du frottement entre les couches successives par l'action des forces intermoléculaires.

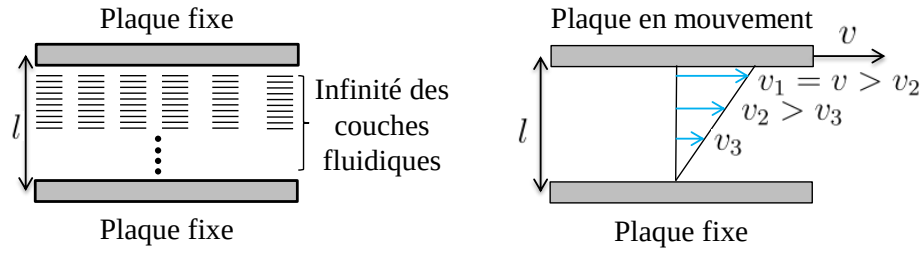


FIGURE 2.2 – Exemple d’une plaque se déplaçant parallèlement à une plaque fixe et profil de vitesse des couches fluidiques virtuelles intermédiaires.

Si nous négligeons les pertes par frottement (et les forces intermoléculaires qui pourraient exister) entre les plaques et le fluide, ainsi qu’entre les couches successives du fluide, toutes les couches auraient la même vitesse et les pertes d’énergie cinétique seraient nulles. De là, le phénomène de cisaillement (déformation) n’existerait pas (voir schéma à gauche de la fig. 2.3). Il y a donc un rapport direct entre la manière dont la vitesse se propage dans la direction perpendiculaire aux couches et la déformation subie par le fluide (créée par une contrainte de cisaillement τ). Ce rapport dépend de la nature du fluide et peut être quantifié par une quantité appelée viscosité dynamique μ [kg/m.s], définie dans notre cas comme suit,

$$\tau = \mu \frac{dv}{dz}. \quad (2.12)$$

Il s’agit de la loi de friction de Newton.

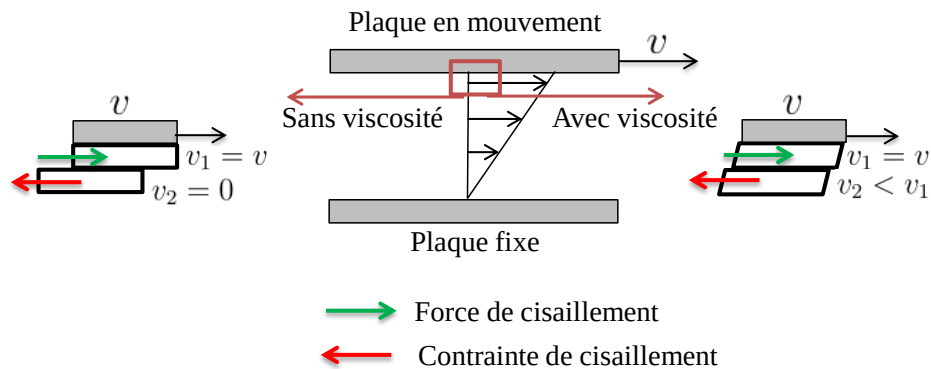


FIGURE 2.3 – Comportement mécanique sans viscosité dynamique (à gauche) et avec viscosité dynamique (à droite).

Selon la réponse du fluide (vitesse de déformation, taux de déformation) à la force de cisaillement, nous pouvons distinguer deux grands types de comportements :

- ceux dont nous venons de faire l’exemple et qui présentent une proportionnalité entre la vitesse de déformation (propagation de la vitesse dans la direction normale au déplacement) et la contrainte de cisaillement : ils correspondent aux fluides "Newtoniens",
- ceux pour lesquels la vitesse de déformation est non linéaire en fonction de la force de cisaillement appliquée. Ce type de fluide est appelé "non Newtonien".

2.1.3 Couche limite mécanique et couche limite thermique

Dans l’exemple précédent, nous avons vu que les couches fluides à proximité des parois adoptent la même vitesse que ces parois. Cependant, lors du déplacement

fluidique, les phénomènes les plus complexes interviennent au niveau du contact entre le fluide et les plaques.

La fig. 2.4 représente un fluide en déplacement à une vitesse v_∞ le long d'une plaque supposée fixe. Cette dernière impose alors une vitesse nulle sur les volumes élémentaires en contact avec elle. Par contre, loin de la paroi, la vitesse est égale à la vitesse de l'écoulement v_∞ . Donc, la vitesse varie entre 0 et v_∞ , considérant (par hypothèse) une direction perpendiculaire à la paroi. Cette variation de la vitesse dépend de la viscosité du fluide, comme nous l'avons remarqué à la section précédente. Si la viscosité est grande, la diffusion de l'énergie cinétique (de la vitesse) va augmenter fortement. Ainsi, au voisinage des parois, où les effets de la viscosité deviennent prédominants, la variation de la vitesse dans la direction normale à la plaque est importante [Incropera 11].

Pour tout point de la surface, on peut alors définir un point à une distance (prise dans la direction normale à cette surface) pour laquelle la vitesse du fluide vaut $0,99v_\infty$. La couche comprise entre les points à la surface et les points à la distance définie précédemment est appelé **Couche limite mécanique**.

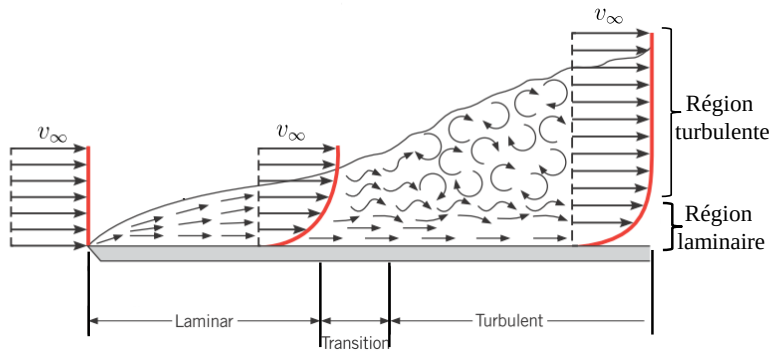


FIGURE 2.4 – Couche limite mécanique [Incropera 11].

Le même type de raisonnement peut être mené avec la température. S'il y a une différence de température entre la plaque (T_s) et le fluide loin de la paroi ($T_{amb} < T_s$), les volumes élémentaires du fluide près de la paroi vont avoir une agitation thermique plus importante que celles des couches éloignées. Cela va générer de fait une région avec un fort gradient de température, au sein de laquelle on peut définir la **couche limite thermique**. L'épaisseur de cette couche est définie comme étant la distance perpendiculaire à la paroi où l'effet de la diffusion de la chaleur devient négligeable et dans laquelle la température des volumes élémentaires T remplit la relation $(T_s - T)/(T_s - T_{amb}) = 0,99$. La fig. 2.5 illustre la couche limite thermique. Les couches limites mécanique et thermique jouent un rôle très important dans la description des problèmes mettant en jeu le transport convectif.

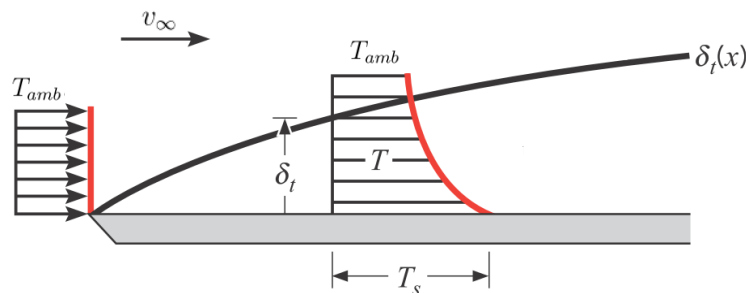


FIGURE 2.5 – Couche limite thermique [Incropera 11].

2.2 Équations de Navier-Stokes

Les définitions et les notions précédentes (la viscosité, le comportement des fluides Newtoniens, les grandeurs intensives et extensives, le milieu continu, la théorie du transfert et la loi de conservation) vont être utilisées afin de déterminer les lois de conservation de certaines grandeurs extensives (masse, quantité de mouvement, énergie). L'élaboration de ces lois de conservation implique l'évaluation de la variation totale de ces grandeurs dans un volume de contrôle Ω en prenant en compte les flux entrant et sortant par sa surface $\partial\Omega$, et éventuellement, les sources et les forces externes et internes qui agissent sur ce volume élémentaire Ω (comme détaillé dans la partie 2.1.1).

Cette partie met en évidence les lois de conservation sur lesquelles repose la mécanique des fluides. Ces lois sont reformulées sous forme de relations mathématiques. Elles correspondent à :

- la loi de conservation de la masse (équation de continuité),
- la loi de conservation de la quantité de mouvement (2ème loi de Newton),
- la loi de conservation de l'énergie.

Le comportement dynamique et thermique des écoulements fluidiques est adéquatement décrit par la solution de ces relations appelées **équations de Navier-Stokes**, grâce à sa validité vérifiée dans plusieurs cas. Les équations de Navier-Stokes sont présentées par la suite sous leurs formes intégrales.

2.2.1 Conservation de la masse (continuité)

La conservation de la masse est une conséquence directe de l'hypothèse du milieu continu. Elle exprime le fait que la matière n'est ni créée ni détruite, mais toujours conservée. Si nous faisons l'analyse dans un volume de contrôle Ω , fixe dans l'espace et de surface extérieure $\partial\Omega$, et en utilisant la masse volumique qui est une variable intensive locale, la variation de masse à l'intérieur de Ω peut s'écrire comme suit,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega. \quad (2.13)$$

Ce terme doit être égal à la quantité de matière qui est échangée au travers de sa surface $\partial\Omega$. Ainsi, si nous faisons une analyse locale sur un élément de surface dS orienté par le vecteur $\mathbf{n}$ (dans la direction sortante du domaine Ω), et en supposant que le déplacement est décrit par le champ de vitesse $\mathbf{v}$, nous pouvons exprimer le flux sortant comme,

$$\oint_{\partial\Omega} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS. \quad (2.14)$$

Par conséquent, le flux sortant est positif ($\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$) tandis que le flux rentrant est négatif ($-\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$). En absence de transport dû à la différence de masse volumique à l'intérieur du fluide (fluide de masse volumique homogène, pas de diffusion) et de sources (pas de création de matière), le bilan peut s'effectuer en reprenant l'éq. 2.10,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0. \quad (2.15)$$

2.2.2 Conservation de la quantité de mouvement

Dans un volume Ω de masse m , la variation temporelle de la quantité de mouvement $\mathbf{p}$ (masse $\times$ vitesse) est proportionnelle à la force résultante appliquée sur

le volume. De cette façon, la variation de $\mathbf{p}$ à l'intérieur du volume de contrôle Ω doit être équivalente aux échanges produits par le mouvement du fluide à la surface ainsi qu'aux éventuelles forces agissant sur le volume. Le terme dû à la variation de la quantité de mouvement s'écrit comme suit,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho \mathbf{v} d\Omega \right). \quad (2.16)$$

Ce terme doit être égal aux échanges produits par le mouvement du fluide, qui sont dans ce cas représentés par le tenseur d'advection (voir éq. 2.11),

$$- \oint_{\partial\Omega} (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS, \quad (2.17)$$

Il faut également ajouter les termes dus aux forces agissant sur le volume, c'est-à-dire :

- les forces volumiques qui agissent sur toute la masse contenue dans le volume de contrôle Ω : la gravité, la force de flottabilité, les forces centrifuges ou les forces magnétiques.
- les forces surfaciques qui sont appliquées sur $\partial\Omega$. Ces forces peuvent avoir deux origines différentes : la pression exercée par le fluide entourant Ω et les contraintes de cisaillement ayant comme origine la friction entre les volumes élémentaires constituant le fluide.

Les forces volumiques agissant sur Ω peuvent être quantifiées par le terme suivant,

$$\int_{\Omega} \rho \mathbf{f}_m d\Omega, \quad (2.18)$$

avec $\mathbf{f}_m$ la force massique et $\rho \mathbf{f}_m$ la force volumique.

Les forces surfaciques sont représentées par l'intermédiaire d'un tenseur de contraintes $\underline{\mathbf{T}}_s$,

$$\oint_{\partial\Omega} \underline{\mathbf{T}}_s \cdot \mathbf{n} dS. \quad (2.19)$$

Ce tenseur de contraintes peut se décomposer en deux termes ; le premier est relatif à la pression hydrostatique p et le second regroupe les termes liés à la viscosité. Cette dernière est prise en compte par le tenseur des contraintes $\mathbf{T}$. Il en résulte l'expression suivante,

$$\oint_{\partial\Omega} \underline{\mathbf{T}}_s \cdot \mathbf{n} dS = \underbrace{- \oint_{\partial\Omega} p \underline{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{n} dS}_{\text{opposé de la pression hydrostatique}} + \underbrace{\oint_{\partial\Omega} \underline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{n} dS}_{\text{tenseur des contraintes de viscosité}}, \quad (2.20)$$

avec $\underline{\mathbf{I}}$ le tenseur identité. En regroupant les quatre termes précédents et en suivant l'écriture générale de l'équation de conservation d'une quantité vectorielle donnée par l'éq. 2.11, nous obtenons l'équation suivante,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho \mathbf{v} d\Omega \right) = & - \oint_{\partial\Omega} (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS \\ & + \int_{\Omega} \rho \mathbf{f}_m d\Omega - \oint_{\partial\Omega} p \underline{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} \underline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{n} dS. \end{aligned} \quad (2.21)$$

En regroupant les termes de vitesse à gauche de l'équation,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho \mathbf{v} d\Omega \right) + \oint_{\partial\Omega} (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\Omega} \rho \mathbf{f}_m d\Omega - \oint_{\partial\Omega} p \underline{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} \underline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{n} dS. \quad (2.22)$$

Tenseur de contraintes

Nous avons décrit dans la section 2.1.2 le phénomène de viscosité dans un fluide et nous avons vu que, dans certains cas, la contrainte de cisaillement est proportionnelle à la variation spatiale de la vitesse. Nous pouvons établir les équations qui lient les contraintes aux vitesses, dans le cas des fluides Newtoniens.

Les contraintes peuvent se définir comme la réunion de deux composantes : les contraintes de cisaillement qui sont parallèles aux surfaces, et les contraintes normales qui sont appliquées perpendiculairement. Les contraintes de cisaillement sont notées avec deux indices différents : le premier indique la direction du vecteur normal (orienté de l'intérieur vers l'extérieur) de la surface sur laquelle s'applique la contrainte et le second donne la direction de la contrainte appliquée. Ainsi, par exemple, la contrainte τ_{xy} est appliquée dans la direction y dans le plan perpendiculaire à la direction x . Les contraintes normales sont notées avec deux fois le même indice ; par exemple, τ_{xx} correspond à la contrainte normale dans la direction x tel qu'illustré par la fig. 2.6.

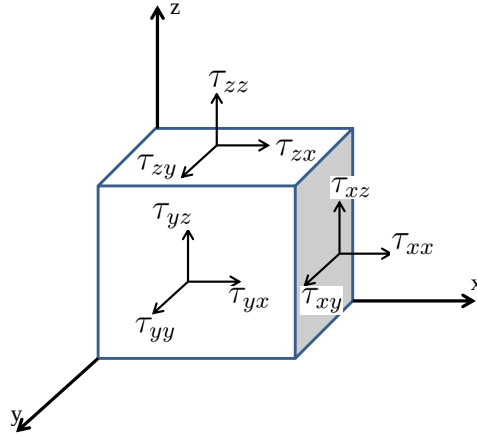


FIGURE 2.6 – Représentation des composantes du tenseur de Reynolds.

De cette façon, le tenseur de contraintes s'écrit,

$$\underline{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

Ce tenseur est symétrique,

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad (2.24)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}, \quad (2.25)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}. \quad (2.26)$$

L'équation constitutive du fluide met en relation chacune de ces contraintes avec la pression et la vitesse, de telle sorte que pour un fluide isotrope (voir [Schlichting 68]) les contraintes de cisaillement se définissent comme suit,

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right), \\ \tau_{yz} &= \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right), \\ \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Les contraintes normales peuvent être définies comme,

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{v}, \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{v}, \\ \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{v}.\end{aligned}$$

Dans ces équations les termes $\mu \partial v_x / \partial x$, $\mu \partial v_y / \partial y$, $\mu \partial v_z / \partial z$ représentent le taux de changement de forme et le terme $\lambda \operatorname{div} \mathbf{v}$ représente la dilatation du volume de contrôle, avec λ la seconde viscosité. Si le fluide est Newtonien, ces équations peuvent se simplifier en utilisant la relation entre λ , la seconde viscosité et μ , la viscosité dynamique du fluide : il s'agit de l'hypothèse de Stokes [Schlichting 68],

$$3\lambda + 2\mu = 0. \quad (2.28)$$

On a ainsi,

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= 2\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{v} \right), \\ \tau_{yy} &= 2\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{v} \right), \\ \tau_{zz} &= 2\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{v} \right).\end{aligned}$$

L'éq. 2.22 peut être donc écrite en fonction de la vitesse (l'inconnue) et de deux termes sources : les forces volumiques et la pression hydrostatique.

2.2.3 Conservation de l'énergie

Au même titre que la masse et la quantité de mouvement, l'énergie totale se conserve. Cette conservation est une conséquence de la première loi de la thermodynamique : la variation de l'énergie totale à l'intérieur d'un volume est causée par la variation du travail des forces, et tient compte du bilan du flux de chaleur dans le volume. L'énergie massique totale s'écrit en fonction de l'énergie interne massique e_i et l'énergie cinétique $|\mathbf{v}|^2/2$ comme suit,

$$E = \frac{|\mathbf{v}|^2}{2} + e_i, \quad (2.29)$$

et la variation temporelle de cette énergie totale,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E \, d\Omega. \quad (2.30)$$

Une partie de cette variation est due aux échanges énergétiques créés par le mouvement de particules, c'est-à-dire aux échanges en rapport à l'advection,

$$- \oint_{\partial\Omega} \rho E \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS. \quad (2.31)$$

L'autre partie concerne les échanges issus de la diffusion de la chaleur (agitation thermique des particules),

$$\oint_{\partial\Omega} k \mathbf{grad} T \cdot \mathbf{n} \, dS. \quad (2.32)$$

Le travail effectué par les forces agissant sur le volume est décomposé en deux contributions. La première est due aux forces volumiques,

$$\int_{\Omega} \rho \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{v} d\Omega. \quad (2.33)$$

La seconde provient du tenseur de contraintes,

$$\oint_{\partial\Omega} \underline{\mathbf{T}}_s \cdot \mathbf{v} dS = - \oint_{\partial\Omega} (p \underline{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} (\underline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS. \quad (2.34)$$

Finalement, les sources de chaleur internes au volume pouvant résulter de l'absorption, l'émission ou bien de la radiation sont prises en compte par le terme suivant,

$$\int_{\Omega} q_i d\Omega. \quad (2.35)$$

Nous n'allons pas dans la suite de ce document considérer ce type de phénomène. L'équation résultante résumant le bilan énergétique est alors,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega = & - \oint_{\partial\Omega} \rho E \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} k \mathbf{grad} T \cdot \mathbf{n} dS + \\ & \int_{\Omega} \rho \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{v} d\Omega - \oint_{\partial\Omega} (p \underline{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} (\underline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS + \int_{\Omega} q_i d\Omega. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Nous pouvons réordonner ces termes et séparer ceux qui dépendent de l'énergie de ceux décrivant les sources volumiques et surfaciques. Nous obtenons l'expression qui suit,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho E \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = & \oint_{\partial\Omega} k \mathbf{grad} T \cdot \mathbf{n} dS + \\ & \int_{\Omega} (\rho \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{v} + q_i) d\Omega - \oint_{\partial\Omega} (p \underline{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{v} + \underline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS. \end{aligned} \quad (2.37)$$

2.2.4 Système d'équations

Les équations de Navier-Stokes sont formées par l'ensemble des lois de conservation. De cette façon nous obtenons un système de cinq équations,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho \mathbf{v} d\Omega \right) + \oint_{\partial\Omega} (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\Omega} \rho \mathbf{f}_m d\Omega - \oint_{\partial\Omega} p \underline{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} \underline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho E \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = & \oint_{\partial\Omega} k \mathbf{grad} T \cdot \mathbf{n} dS + \\ & \int_{\Omega} (\rho \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{v} + q_i) d\Omega - \oint_{\partial\Omega} (p \underline{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{v} + \underline{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS, \end{aligned} \quad (2.40)$$

avec les quantités à conserver : ρ , $\rho \mathbf{v} = [\rho v_x, \rho v_y, \rho v_z]$ et ρE . Cependant, le nombre d'inconnues s'élève à sept puisqu'on considère les variables ρ , v_x , v_y , v_z , E , p et T . Afin de fermer le système, c'est-à-dire de faire en sorte d'avoir le même nombre d'équations que d'inconnues, il nous faut rajouter deux nouvelles équations. Ces

équations peuvent être des équations thermodynamiques : une première faisant le lien entre la pression, la masse volumique et la température et la seconde entre l'énergie interne, la pression et la température.

Si le fluide est compressible, son volume dépend de la pression appliquée. Une variation de son volume implique une variation de sa masse volumique. En revanche, la masse volumique d'un fluide incompressible reste toujours constante quelle que soit la valeur des forces exercées sur lui. Dans le cas où le fluide se déplace avec une vitesse supérieure à celle du son, il est recommandé d'utiliser le rapport vitesse fluide/vitesse du son afin d'évaluer l'importance de la compressibilité (voir la sous section 2.2.5) [13]. Selon que le fluide est considéré comme compressible ou incompressible, il existe deux approches différentes afin d'écrire les équations thermodynamiques de pression et de température. Dans ce dernier cas, le fluide est traité comme un gaz parfait, sinon, il est nécessaire de considérer le comportement d'un gaz réel.

Gaz parfaits

Pour un gaz parfait, la pression peut être déterminée par l'équation suivante,

$$p = \rho RT \quad (2.41)$$

où $R = 8,3144 \text{ [J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}]$ est la constante universelle des gaz parfaits. Il est intéressant, comme nous le reverrons par la suite, d'exprimer l'énergie en fonction de l'enthalpie totale H du système ; dans ce cas,

$$H = c_p T + \frac{|v|^2}{2} = E + \frac{p}{\rho}, \quad (2.42)$$

avec c_p la capacité thermique massique (à pression constante).

De cette dernière relation, nous pouvons déduire une expression pour la température,

$$T = \frac{1}{c_p} \left(E - \frac{|v|^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right), \quad (2.43)$$

et avec les définitions suivantes,

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad R = c_p - c_v, \quad (2.44)$$

et en reprenant l'éq. 2.41, il résulte que,

$$p = \rho(\gamma - 1) \left(E - \frac{|v|^2}{2} \right). \quad (2.45)$$

La température est finalement calculée par l'intermédiaire de l'éq. 2.41. Les deux eqs. 2.41 et 2.45 permettent de fermer complètement le système.

Dans le cas d'un gaz réel (fluide compressible), deux approches différentes peuvent être envisagées selon que le fluide est considéré en équilibre thermodynamique ou pas. Si le fluide n'est pas en équilibre, les valeurs de pression, masse volumique, viscosité, etc. sont interpolées de façon empirique sur des données expérimentales. Nous n'allons pas utiliser cette approche parce que dans l'étude de la convection naturelle, il est plus intéressant, comme nous allons le voir à la section §2.4, de traiter le fluide comme un gaz parfait, mais en faisant varier la masse volumique en fonction de la température.

2.2.5 Adimensionnalisation des équations de Navier-Stokes

Les résultats expérimentaux sont, généralement, présentés sous forme de nombres adimensionnels pour permettre la mise à l'échelle des conditions réelles de l'écoulement. Cette approche permet de comparer les différents résultats de la littérature et de décrire un écoulement en utilisant un minimum de paramètres. La même approche peut être adoptée pour les résultats numériques. En écrivant les équations de Navier-Stokes sous la forme adimensionnelle à l'aide des paramètres de référence, il est possible d'obtenir des nombres adimensionnels qui regroupent logiquement les paramètres physiques et géométriques nécessaires pour décrire le comportement fluide.

L'adimensionnalisation consiste ainsi à normaliser les variables dépendantes et indépendantes par rapport à des dimensions caractéristiques. Par exemple, la vitesse peut être normalisée par une vitesse référence v_0 , les coordonnées spatiales par rapport à une longueur référence L_0 , le temps par rapport à un temps de référence t_0 et la température par rapport à une différence de température de référence. Cela permet d'obtenir les expressions suivantes [Mabrouk 10, Howey 10, Ferziger 02],

$$x_i^* = \frac{x_i}{L_0}; \quad v_i^* = \frac{v_i}{v_0}; \quad T^* = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}; \quad p^* = \frac{p}{\rho v_0}, \quad (2.46)$$

avec L_0 la longueur caractéristique de l'objet étudié (un diamètre ou une largeur). En remplaçant ces grandeurs dans les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible, nous obtenons :

$$\frac{\partial v_i^*}{\partial x_i^*} = 0, \quad (2.47)$$

$$St \frac{\partial v_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(v_j^* v_i^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v_i^*}{\partial x_j^{*2}} - \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Fr^2} \gamma_i, \quad (2.48)$$

$$St \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial(v_j^* T^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{RePr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x_j^{*2}}. \quad (2.49)$$

telle que γ_i est la composante du vecteur accélération dans la direction x_i normalisé.

On voit donc l'apparition des nombres adimensionnels suivants définis par [Pyrhönen 09, Ferziger 02],

$$St = \frac{L_0}{v_0 t_0}; \quad Re = \frac{\rho v_0 L_0}{\mu}; \quad Fr = \frac{v_0}{\sqrt{L_0 g}}. \quad (2.50)$$

Il s'agit, respectivement, des nombres de Strouhal, de Reynolds et de Froude.

L'utilisation de l'approximation de Boussinesq (voir la sous-section 2.4.2) permet d'obtenir, dans l'équation de conservation de mouvement, le terme suivant,

$$\frac{Ra}{Re^2 Pr} T^* \gamma_i, \quad (2.51)$$

avec Ra le nombre de Rayleigh, défini par,

$$Ra = Gr Pr = \frac{\rho^2 g \beta (T_1 - T_0) L_0^3}{\mu^2} Pr, \quad (2.52)$$

où β est le coefficient de dilatation thermique, Gr le nombre de Grashof et Pr le nombre de Prandtl,

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{c_p \mu}{k_s}, \quad (2.53)$$

ν est la viscosité cinématique et α est la diffusivité thermique.

Le nombre de Prandtl représente le rapport entre l'énergie transférée par le mouvement global des particules et celle par diffusion de chaleur. Pour les liquides, le nombre de Prandtl varie très largement. Pour les gaz, il est compris entre 0,6 et 0,9. Dans l'exemple d'un fluide classique comme l'air, $Pr = 0,69$ à $T = 100^\circ\text{C}$, ce qui implique que ce milieu transmet la quantité de mouvement et l'énergie sensiblement à la même vitesse. Nous fournissons quelques valeurs du nombre de Prandtl dans le tableau 2.1 [Courderc 08].

TABLE 2.1 – Nombres du Prandtl pour des fluides à 100°C [Courderc 08].

Fluide	Nombre de Prandtl
Air	0,69
Vapeur d'eau	1,06
Eau	7
Huile d'olive	980

Le nombre adimensionnel de Rayleigh est utilisé pour caractériser le transfert de chaleur par convection naturelle. Il sert à comparer l'énergie thermique transmise par conduction et par advection au sein d'un fluide.

Les nombres adimensionnels se divisent en deux groupes ; ceux liés à la convection forcée (tels que les nombres de Reynolds et de Taylor), introduisent la vitesse linéaire de l'air v ou la vitesse angulaire Ω , et ceux liés à la convection naturelle (les nombres de Grashof et de Rayleigh). La définition de ces nombres ainsi que leurs expressions sont résumées dans le tableau 2.2.

TABLE 2.2 – Nombres adimensionnels les plus utilisés pour la convection [Pyrhönen 09].

Nombre adim.	Phénomène	Formulation	Définition
Reynolds	Convection forcée	$Re = \frac{vL_0}{\mu}$	Rapport entre les forces visqueuses et les forces d'inertie.
Taylor		$Ta = \frac{\Omega^2 R_r (\frac{D_h}{2})^3}{\mu^2}$	Rapport entre les forces centrifuges et les forces visqueuses
Grashof	Convection naturelle	$Gr = \frac{\rho^2 g \beta (T_1 - T_0) L_0^3}{\mu^2}$	Rapport entre les forces gravitationnelle et visqueuse
Prandtl		$Pr = \frac{c_p \mu}{k_s}$	Rapport entre énergie transmise par déplacement de matière et par diffusion

Le nombre de Reynolds indique si la convection forcée est de nature laminaire, transitoire ou turbulente.

Également, le nombre de Taylor intervient lorsque le mouvement de l'air est introduit par la rotation relative de deux cylindres coaxiaux.

Le rapport entre les nombres de Reynolds et de Grashof, déduit de l'équation de conservation de mouvement, permet de caractériser le type de la convection

comme suit,

$$\frac{Gr}{Re^2} = \begin{cases} \approx 1 & \text{convection mixte,} \\ << 1 & \text{convection forcée,} \\ >> 1 & \text{convection naturelle.} \end{cases}$$

Le nombre de Nusselt est un autre nombre adimensionnel servant à caractériser le transfert de chaleur au sein d'un fluide. Il traduit le rapport entre le transfert thermique total et le transfert thermique par conduction. Dans le cas où le transfert est totalement effectué par conduction, le nombre de Nusselt est égal à 2 et il atteint ses valeurs maximales en passant de la convection naturelle vers la convection forcée. Ce nombre dépend des nombres introduits précédemment ; il est calculé en fonction de Re et de Ta lors de la convection forcée, et en fonction de Gr et de Pr pour la convection naturelle. Pour notre étude, il est intéressant de définir le coefficient d'échange convectif h calculé à partir du nombre de Nusselt,

$$h = \frac{Nu k_s}{L_c}. \quad (2.54)$$

L'étude adimensionnelle est utile lors des analyses analytiques. Elle sert à déterminer l'importance des différents paramètres dans les équations de Navier-Stokes ainsi que l'importance de chaque phénomène physique pour un écoulement donné. Le choix des paramètres de référence est direct pour des écoulements simples. Ce n'est pas le cas pour des écoulements complexes (géométrie complexe, propriétés variables...). Cela peut augmenter le nombre des paramètres adimensionnels nécessaires et rendre, parfois, inutile de procéder par cette approche.

2.3 Instabilité et turbulence en mécanique des fluides

En mécanique des fluides, un état d'équilibre de référence peut être défini lorsque les lignes de courant sont stationnaires et ne varient que légèrement dans l'espace. C'est le cas de l'écoulement laminaire. D'après cette définition, un écoulement est dit instable s'il existe une perturbation qui vient changer ses caractéristiques par rapport à l'état de référence (l'état laminaire). Néanmoins, d'autres états d'équilibre instationnaire et plus complexes existent. On parle alors d'écoulements turbulents [Lesur 92].

L'apparition de ce phénomène a été quantifiée la première fois par une expérience proposée par Reynolds (1883). L'expérience consiste à faire circuler de l'eau dans une conduite, dans laquelle un colorant est introduit (fig. 2.7) [Archambeau 05].

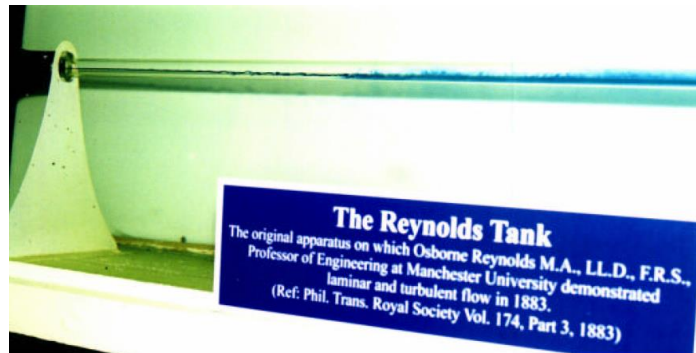


FIGURE 2.7 – Système expérimental utilisé par Reynolds pour la visualisation de la turbulence existant à l'Université de Manchester.

La répartition spatiale du colorant évolue d'une ligne droite vers un mélange d'eau colorée due aux structures tourbillonnaires qui se construisent, tel qu'illustré par la fig. 2.8.

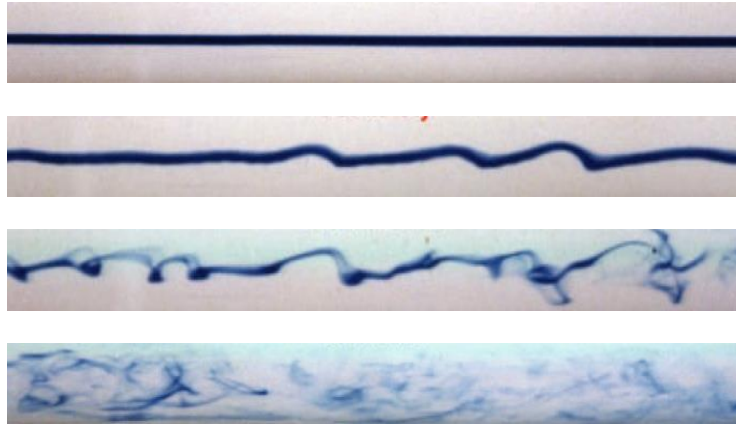


FIGURE 2.8 – Évolution du régime d'écoulement dans la canalisation de Reynolds; régimes principaux d'écoulements.

La turbulence a des effets bien visibles dans la nature sous la forme de structures tourbillonnaires telles que les rafales de grand frais et les flots tumultueux. Ces structures ne sont pas organisées ce qui en fait toute la complexité. L'évolution temporelle et spatiale de ce type d'écoulement est très complexe et peut être difficile à représenter et à comprendre dans le temps et l'espace. Le dimensionnement et l'optimisation des réseaux de distribution de fluides, les échangeurs de chaleur et les problématiques aéronautiques, nécessitent la prise en compte de l'effet de ces tourbillons, à des niveaux de précision plus au moins élevés suivant les besoins de l'application.

2.3.1 Modélisation numérique de la turbulence

La particularité de l'écoulement turbulent est de présenter un mouvement moléculaire chaotique, complexe et irrégulier dans l'espace, contrairement à un écoulement laminaire. Cela cause une diffusion importante des propriétés physiques et favorise l'échange des quantités de mouvement et d'énergie au sein du fluide. Ces mouvements apparaissent clairement sous la forme des structures tourbillonnaires.

Malgré les performances grandissantes des supercalculateurs, la simulation numérique de la turbulence au sein des fluides se trouve toujours face à des difficultés importantes. La Simulation Numérique Directe (Direct Numerical Simulation (DNS)) des équations de Navier-Stokes sous la forme dépendante du temps n'est applicable que pour des problèmes relativement simples, pour lesquels le nombre de Reynolds Re ne dépasse pas 10^5 . Dans le cas contraire, cette méthode n'est pas recommandée vue qu'une discrétisation fiable du domaine nécessite un nombre de nœuds de l'ordre de $Re^{9/4}$ et un temps de calcul équivalent à (Re^3) . Compte tenu de ces coûts très élevés, on comprend qu'il devient nécessaire de recourir à des méthodes, certes approximatives, mais beaucoup plus rapides (pour prendre en compte l'effet de la turbulence).

Il existe plusieurs modèles de turbulence qui peuvent être classés comme suit [Blazek 15, Cebeci 05] :

- algébriques (0-Eq.),
- à une équation (1-Eq.),

- à deux équations (2-Eq.),
- de second ordre (modèles du tenseur de Reynolds (RST : Reynolds-Stress Transport models et ARS : Algebraic Reynolds-Stress models)),
- à grande échelle (Large Eddy Simulation (LES)).

Ces modèles sont présentés dans la fig. 2.9 selon le degré de complexité.

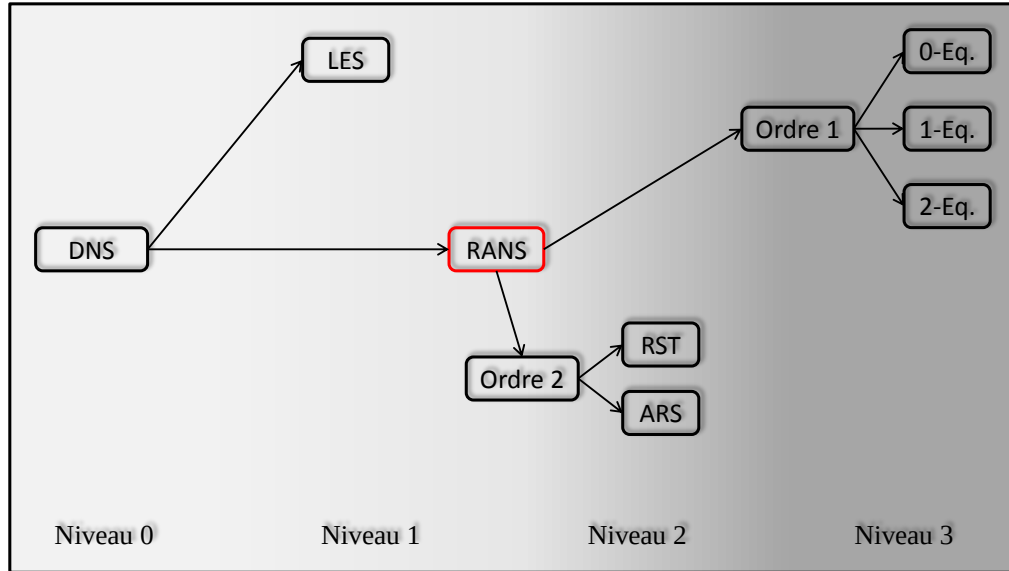


FIGURE 2.9 – Hiérarchie des classes de différents modèles de turbulence selon leur complexité [Blazek 15].

Les trois premiers modèles (0-Eq., 1-Eq. et 2-Eq) sont regroupés dans la classe des modèles de fermeture de premier ordre ; il sont basés, généralement, sur l'hypothèse de la **viscosité turbulente** de Boussinesq. Les modèles les moins complexes sont ceux basés sur les équations de Navier-Stokes moyennées (RANS : Reynolds Averaged Navier-Stokes) (en rouge dans la fig. 2.9) sur lesquelles nous allons mettre l'accent dans la partie suivante.

Il est évident que la variété de ces modèles provient du fait qu'un modèle de turbulence n'est pas capable de résoudre tous les types d'écoulements turbulents. Chaque modèle a ses avantages et ses inconvénients par rapport à la nature de l'écoulement. Il faut prendre en considération, également, la précision requise et les informations recherchées, relativement à la complexité du modèle.

Le lecteur intéressé par une introduction à la modélisation de la turbulence peut se référer à l'annexe C. Dans cette annexe, nous présentons les équations de Navier-Stokes moyennées pour un fluide Newtonien. Ensuite, nous présentons l'approche de la **viscosité turbulente** introduite par Boussinesq. Enfin, nous introduisons les modèles basés sur l'approche de Boussinesq.

Dans la section suivante, nous allons nous intéresser à la convection naturelle en régime laminaire et les hypothèses simplificatrices qu'on peut appliquer aux équations de Navier-Stokes.

2.4 Convection naturelle

Les équations de Navier-Stokes introduites dans ce chapitre sont applicables pour tout type d'écoulement. Elles sont couplées, non-linéaires et ainsi difficiles à résoudre. Cette complexité nécessite dans la plupart des cas l'introduction de

simplifications. Le choix de ces hypothèses simplificatrices dépend de la nature de l'écoulement, du fluide, de l'application et des objectifs visés.

Dans notre étude, on s'intéresse à la convection naturelle qui est décrite par la distribution locale des champs de pression, de vitesse et de température. Pour pouvoir appliquer les simplifications convenables, il est nécessaire de formaliser le mécanisme de transfert de chaleur par convection naturelle. C'est l'objectif de la prochaine partie.

2.4.1 Déplacement d'un volume élémentaire soumis à un gradient de température

Pour comprendre le mécanisme de la convection naturelle, nous allons considérer le cas d'un fluide au repos et soumis à une pression constante. Sous l'effet de l'augmentation en température, le fluide tend à se dilater ce qui va affecter son volume, et donc sa masse volumique.

Prenons l'exemple d'un volume de contrôle initialement à une température faible. S'il vient à être exposé à une source de chaleur, la dilatation du fluide va diminuer la masse volumique des particules dans ce volume de contrôle. Autrement dit, il devient plus léger, tel qu'illustré par la fig. 2.10.

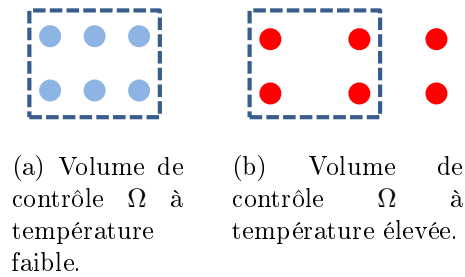


FIGURE 2.10 – Variation de la masse volumique en fonction de la température d'un volume de contrôle.

La différence de masse volumique entre les volumes élémentaires chauds et froids au sein du fluide place ses constituants sous l'effet des forces d'Archimède (en plus des forces gravitationnelles). De là, les volumes de masse volumique faible acquièrent un mouvement ascendant, alors que les volumes de masse volumique plus élevée se mettent à descendre. Grâce à la diffusion thermique et à la viscosité du fluide, le mouvement du fluide se propage au sein du domaine fluidique (transfert de quantité de mouvement) et il s'accompagne d'un transfert de chaleur. Cette réaction spontanée du fluide, provoquée par le changement de la masse volumique du fluide en fonction de la température, à pression constante, se produit jusqu'à atteindre un état d'équilibre thermique et mécanique. C'est le mécanisme de la convection naturelle (dite aussi convection libre) causée par la présence simultanée de l'accélération de pesanteur et d'une différence de température.

Reprenons le volume élémentaire Ω , libre de se déplacer spontanément vers le haut ou bien vers le bas dans une cabine fermée. Si Ω est entouré de volumes élémentaires de même masse volumique, il va rester au repos. Dans ce cas, la poussée d'Archimède exercée sur le volume est nulle.

À présent, nous nous mettons dans le cas où la paroi inférieure de la cabine est chauffée et la paroi en haut refroidie, comme illustré par la fig. 2.11. Dès que la masse volumique du milieu entourant le volume élémentaire devient plus faible

à cause d'une température élevée imposée par la paroi inférieure, le volume Ω se met en mouvement vers le haut sous l'effet de la poussée d'Archimède. Le même mécanisme explique le déplacement des volumes élémentaires de la zone froide (bleue) vers le bas. Ainsi, lorsque la poussée d'Archimède est différente de zéro, elle est responsable du déplacement du fluide chaud et léger vers le haut, dans cette cabine.

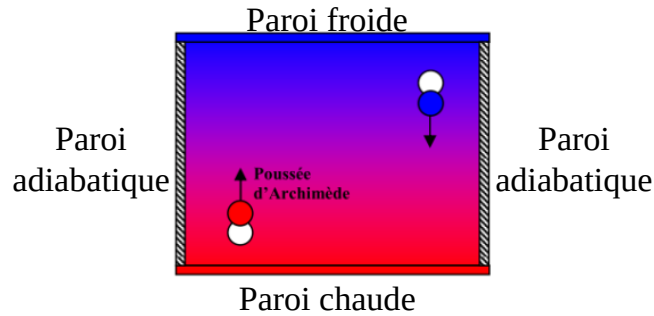


FIGURE 2.11 – Schéma explicatif du déplacement des molécules sous l'effet des forces d'Archimède (de flottabilité) [Mabrouk 10].

La poussée d'Archimède, créée par le gradient de température, doit être supérieure à la traînée visqueuse, qui freine le mouvement des particules. La fig. 2.12 représente la force d'Archimède qui vient s'opposer à la traînée visqueuse. Ainsi, si ces deux forces sont égales, il n'y a pas de mouvement parce que le volume élémentaire est en équilibre mécanique.

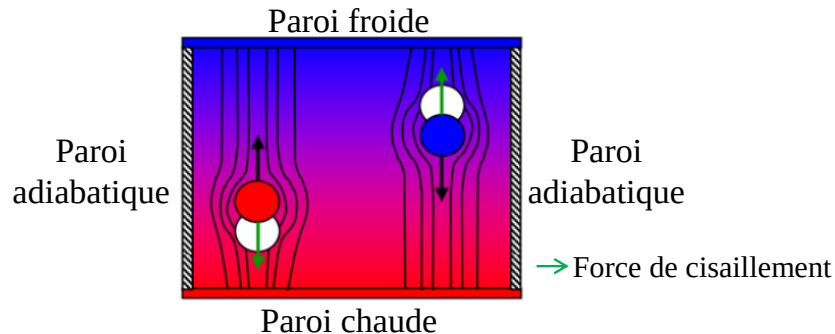


FIGURE 2.12 – Schéma de l'influence des contraintes de cisaillement [Mabrouk 10].

De là, la diffusion thermique défavorise toujours l'amorçage de la convection naturelle. C'est un mécanisme qui minimise le gradient de température sans déplacement de matière. Elle retarde ainsi, l'apparition des forces d'Archimède, ainsi que tout forme de mouvement au sein du fluide.

La convection naturelle entre une surface à température élevée entourée par un fluide froid s'effectue en trois étapes. D'abord, l'énergie thermique s'écoule, par diffusion, de la surface chaude vers les volumes élémentaires adjacents, ce qui élève leur température. Ensuite, les volumes élémentaires à énergie plus élevée se déplacent et se mélangent avec ceux d'énergie plus faible. Une partie de l'énergie de chaque volume se transmet aux autres. L'écoulement résultant assimile alors un transport simultané de masse et d'énergie.

Enfin, l'énergie transmise à chaque volume élémentaire se manifeste sur deux formes : celle emmagasinée grâce à la capacité calorifique du fluide et celle transportée lors du mouvement du fluide [Abdelhalim 11].

Ainsi, le mécanisme de la convection naturelle est une réaction, causée par des perturbations externes qui poussent le fluide à trouver un autre état d'équilibre mécanique.

Il est nécessaire par la suite de rappeler quelques notions basiques liées à la convection naturelle afin de décrire les équations qui vont gouverner ce phénomène (Navier-Stokes+hypothèses).

Loi de l'hydrostatique

Considérons le volume élémentaire fluide, présenté dans la fig. 2.13. Le volume est dit en équilibre mécanique si la somme des forces appliquées est nulle,

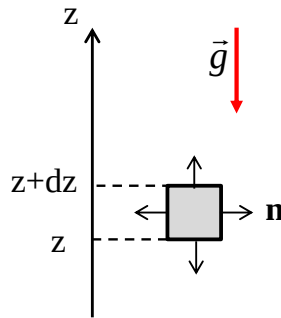


FIGURE 2.13 – Équilibre mécanique d'un volume de contrôle.

$$-p(z+dz) + p(z) - \rho g dz = 0. \quad (2.55)$$

La différence de pression hydrostatique p a le rôle d'équilibrer l'effet de pesanteur. C'est la loi de Pascal (loi de statique des fluides) généralisée par,

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g. \quad (2.56)$$

Tout corps immergé dans un fluide à l'équilibre mécanique est soumis à ce gradient de pression sous forme d'une force verticale opposée à la force gravitationnelle. C'est la poussée d'Archimède qui définit la flottabilité d'un corps, qui est proportionnelle à son volume et sa masse volumique. Elle est obtenue en intégrant l'éq. 2.56 comme suit [Prenel 99],

$$\underbrace{- \oint_{\partial\Omega} p \cdot \mathbf{n} dS}_{\text{forces de pression hydrostatique}} + \underbrace{\int_{\Omega} \rho \mathbf{g} d\Omega}_{\text{poids propre au volume soumis}} = \mathbf{0}. \quad (2.57)$$

D'après cette équation, le terme 2.18 des forces volumiques dans l'équation de conservation de mouvement générale 2.22 peut être défini comme suit,

$$\int_{\Omega} \rho \mathbf{f}_m d\Omega = \int_{\Omega} \rho \mathbf{g} d\Omega, \quad (2.58)$$

En mécanique des fluides, cette force s'applique sur les volumes élémentaires en vue d'atteindre l'équilibre mécanique. Comme la masse volumique dépend de la température, un gradient de température va donc créer une différence de masse volumique entre particules chaudes et froides. Ce déséquilibre thermique devient

la cause d'un déséquilibre mécanique (la différence entre les forces de pression hydrostatique et les forces gravitationnelles n'est pas nulle),

$$\underbrace{- \oint_{\partial\Omega} p \cdot \mathbf{n} dS}_{\text{force de pression hydrostatique}} + \underbrace{\int_{\Omega} \rho \mathbf{g} d\Omega}_{\text{poids propre au volume soumis}} \neq \mathbf{0}. \quad (2.59)$$

Pour entraîner l'écoulement en mouvement, le gradient de température doit atteindre un seuil capable de créer une poussée d'Archimède plus grande que les forces de frottement (de cisaillement). Ces forces de cisaillement sont verticales (en vert dans la fig. 2.12) et s'opposent à la force de gravitation, donc, au déplacement des particules. Dès que les forces gravitationnelles dépassent ce seuil, le déplacement devient possible. La poussée d'Archimède amplifie la vitesse initiale du volume élémentaire jusqu'au moment où les deux forces deviennent égales (éq. 2.57) [Mabrouk 10].

2.4.2 Approximation de Boussinesq

Les équations de continuité et de conservation de mouvement (éqs. 2.15 et 2.22) sont très complexes à maîtriser surtout dans le cas des écoulements compressibles. Elles sont non-linéaires, couplées et difficiles à résoudre mathématiquement. À l'exception de quelques géométries simples (tuyaux, surfaces parallèles planes), il n'est pas possible d'en trouver une solution sans simplifier les équations. Ces simplifications consistent à annuler des termes, parfois en les négligeant, compte tenu de leur faible importance. Bien sûr cela peut introduire des erreurs sur les résultats. Lorsque ce n'est pas possible de trouver une solution analytique exacte, ces simplifications permettent de minimiser le temps de calcul et les ressources matérielles nécessaires pour obtenir une solution numérique [Ferziger 02].

La forme des équations de conservation de masse et de mouvement présentée dans la section 2.2 est très générale. Ces équations décrivent la variation temporelle et spatiale des propriétés d'écoulement. La masse volumique du fluide peut être considérée constante dans plusieurs cas. Ainsi, cela est vrai pour les liquides où la variation de la masse volumique est clairement négligeable ; mais cette hypothèse peut être faite aussi pour les gaz. Ces fluides peuvent être considérés compressibles ou incompressibles selon la valeur du nombre adimensionnel de Mach qui définit le rapport entre la vitesse de l'écoulement v et la vitesse du son c [Schlichting 68],

$$M = \frac{v}{c}. \quad (2.60)$$

La compressibilité d'un fluide peut être négligée lors du traitement d'un écoulement si,

$$\frac{1}{2}M^2 \ll 1. \quad (2.61)$$

Autrement dit, si la vitesse d'écoulement est très faible par rapport à la vitesse du son, la compressibilité peut être négligée. Ainsi, dans le cas de l'air, la vitesse du son est 340 m/s, et la variation relative de la masse volumique $\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{1}{2}M^2 = 3,5 \times 10^{-4}$ pour une vitesse d'écoulement en convection naturelle de 0,12 m/s. Cette valeur permet de considérer que la masse volumique est presque constante et que le fluide est approximativement incompressible [Schlichting 68].

Pour les écoulements accompagnés d'un transfert de chaleur, les propriétés du fluide varient de façon qu'ils peuvent être la source d'un mouvement fluidique.

Dans le cas de la convection naturelle, nous avons vu que la variation de la masse volumique du fluide est une fonction de la température. Dans ce cas, la masse volumique peut être considérée comme constante dans le terme d'advection ($\oint_{\partial\Omega} \rho(\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS$) et variable dans le terme gravitationnel ($\int_{\Omega} \rho \mathbf{g} d\Omega$) dans l'éq. 2.22 : c'est l'approximation de Boussinesq. Cette hypothèse simplifie la résolution numérique des équations de la mécanique des fluides.

On considère un état thermodynamique de référence ρ_0 et T_0 . En utilisant le développement de Taylor, l'équation d'état de la masse volumique s'écrit sous la forme suivante [Martynenko 05],

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{T - T_0}{T_0} + \dots \right). \quad (2.62)$$

Le développement au premier ordre donne,

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta (T - T_0)), \quad (2.63)$$

où β est le coefficient de dilatation à pression constante.

L'objectif de l'approche de Boussinesq est de remplacer la masse volumique dans le terme de flottabilité par une perturbation, tel qu'exprimé dans l'équation suivante,

$$\rho_1 = \rho - \rho_0 \approx -\rho_0 \beta (T - T_0). \quad (2.64)$$

Cette hypothèse est valable lorsque $\beta (T - T_0) \ll 1$.

2.4.3 Formulation simplifiée des équations de Navier-Stokes en convection naturelle

Les équations de Navier-Stokes peuvent s'écrire sous la forme générale suivante,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad (2.65)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho \mathbf{v} d\Omega \right) + \oint_{\partial\Omega} (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\Omega} \rho \mathbf{f}_m d\Omega - \oint_{\partial\Omega} p \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \rho E \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS &= \oint_{\partial\Omega} k \mathbf{grad} T \cdot \mathbf{n} dS + \\ &\int_{\Omega} (\rho \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{v} + q_i) d\Omega - \oint_{\partial\Omega} (p \mathbf{I} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS, \end{aligned} \quad (2.67)$$

Le problème traité dans cette étude correspond à un écoulement en régime permanent donc la variation temporelle de la masse volumique ρ , de la quantité de mouvement $\rho \mathbf{v}$ et de la quantité d'énergie ρE est nulle,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Omega} \rho \mathbf{v} d\Omega \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho E d\Omega = 0. \quad (2.68)$$

L'écoulement n'est exposé qu'aux forces volumiques gravitationnelles. Le terme des forces volumiques $\mathbf{f}_m$ qui apparaît dans la forme générale des équations de Navier Stokes est égale à $\mathbf{g}$. Les termes de turbulence sont négligés vu que l'écoulement est considéré laminaire ; les modèles de fermeture ne sont pas nécessaires. Les formes simplifiées obtenues sont,

$$\oint_{\partial\Omega} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad (2.69)$$

$$\oint_{\partial\Omega} (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\Omega} \rho \mathbf{g} d\Omega - \oint_{\partial\Omega} p \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} \oint_{\partial\Omega} \rho E \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = k \oint_{\partial\Omega} \mathbf{grad} T \cdot \mathbf{n} dS + \\ \int_{\Omega} (\rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} + q_i) d\Omega - \oint_{\partial\Omega} (p \mathbf{I} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS. \end{aligned} \quad (2.71)$$

En considérant un état thermodynamique de référence ρ_0 et T_0 , la masse volumique définie par à l'éq. 2.63 peut être utilisé dans l'éq. 2.70. Si la variation de la masse volumique est faible, l'approximation de Boussinesq peut être appliquée en supposant que la densité est constante dans toutes les équations sauf dans le terme de flottabilité où elle doit être remplacée par l'expression $-\rho_0 \beta (T - T_0)$ (eq. 2.64). La forme finale des équations de Navier Stokes obtenues est,

- équation de conservation de masse (équation de continuité) :

$$\oint_{\partial\Omega} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad (2.72)$$

- équation de conservation de quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \rho_0 \oint_{\partial\Omega} (\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS = -\rho_0 \beta (T - T_0) \int_{\Omega} \mathbf{g} d\Omega - \\ \oint_{\partial\Omega} p \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} dS + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS, \end{aligned} \quad (2.73)$$

- équation de conservation d'énergie :

$$\begin{aligned} \rho_0 \oint_{\partial\Omega} E \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = k \oint_{\partial\Omega} \mathbf{grad} T \cdot \mathbf{n} dS + \\ \rho_0 \int_{\Omega} (\mathbf{g} \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{\rho_0} q_i) d\Omega - \oint_{\partial\Omega} (p \mathbf{I} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} dS. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Conclusion

Dans ce deuxième chapitre, nous avons présenté les aspects généraux de la mécanique des fluides, tels que la propriété de viscosité d'un fluide Newtonien et son rôle lors d'un écoulement dû à un gradient de température, le développement des couches limites thermique et mécanique et, également, la théorie de transport et les lois de conservation. Ces notions sont nécessaires pour pouvoir établir les équations décrivant les écoulements sous une forme générale : les équations de Navier-Stokes composées des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

La résolution des équations de Navier-Stokes en régime turbulent est soumise à des difficultés importantes. En s'appuyant sur plusieurs approches théoriques, plusieurs modèles de turbulence peuvent être adoptés. Nous avons cité les plus utilisés dans l'annexe C. Ce sont les modèles de premier et de second ordre. Ces deux classes reposent sur les équations de Navier-Stokes moyennées.

Ce chapitre contient la description mathématique du phénomène convectif en général. L'étude adimensionnelle, qui a permis de définir deux régimes d'écoulement (laminaire et turbulent), et l'approximation de Boussinesq concernant la variation de la masse volumique en fonction de la température, ont permis de décrire

mathématiquement la convection naturelle avec les équations de Navier-Stokes en régime laminaire. Pour simplifier davantage, nous avons choisi de travailler en régime permanent.

Ce chapitre constitue donc une introduction nécessaire à la résolution numérique de la formulation finale simplifiée des équations de Navier-Stokes (éqs. 2.72, 2.73 et 2.74) et permet d'aborder la modélisation numérique introduite au chapitre suivant.

Bibliographie

- [Abdelhalim 11] S. Abdelhalim. *Etude de la convection naturelle thermique et massique dans la couche limite le long d'une plaque verticale avec une force de flottabilité opposée*. PhD thesis, Université Mentouri Constantine, 2011.
- [Archambeau 05] F. Archambeau. *Introduction à la turbulence*. Rapport technique, ENSTA, 2004-2005.
- [Blazek 15] J. Blazek. *Computational fluid dynamics : Principles and applications*. Butterworth-Heinemann, 2015.
- [Cebeci 05] T. Cebeci, J.P. Shao, F. Kafyeke & E. Laurendeau. *Computational fluid dynamics for engineers*. Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [Courderc 08] J.P. Courderc, C. Gourdon & A. Liné. *Phénomènes de transfert en régime des procédés*. TEC&DOC, 2008.
- [Ferziger 02] J. H. Ferziger & M. Peric. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer, 2002.
- [Howey 10] D. A. Howey. *Thermal design of air-cooled axial flux permanent magnet machines*. PhD thesis, Imperial College London, 2010.
- [Incropera 11] F.P. Incropera, T.L. Bergman, D.P. David & A.S. Lavine. *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley and Sons, 2011.
- [Lesur 92] G. Lesur. *Instabilité et sources locales de turbulence dans les disques d'accrétion*. PhD thesis, Université Joseph-Fourier, 1992.
- [Lienhard 13] H. J. Lienhard. *A heat transfer textbook*. Courier Corporation, 2013.
- [Mabrouk 10] G. Mabrouk. *Modélisation de la convection naturelle laminaire dans une enceinte avec une paroi chauffée partiellement*. PhD thesis, Université de Mentouri Constantine, 2010.
- [Martynenko 05] O. G. Martynenko & P. P. Kharamtsom. *Free-convective heat transfer : with many photographs of flows and heat exchange*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [Prenel 99] J. P. Prenel. *Mécanique des fluides*. Techniques Ingénieur, 1999.
- [Pyrhönen 09] J. Pyrhönen, T. Jokinen & V. Hrabovcovà. *Design of rotating electrical machine*. John Wiley & Sons. Ltd, 2009.
- [Schlichting 68] H. Schlichting. *Boundary-layer theory*. New York : McGraw-hill, 1968.

Chapitre 3

Modélisation numérique de la convection naturelle externe autour d'un cylindre horizontal

Sommaire

3.1	Étude bibliographique	96
3.2	Discrétisation spatiale des équations de Navier-Stokes	107
3.3	Résolution numérique des équations de Navier-Stokes	113
3.4	Comparaison avec la littérature	118
	Bibliographie	127

Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que les écoulements et les phénomènes qui y sont associés peuvent être décrits par des équations intégral-différentielles dont la solution analytique ne s'obtient que dans de rares cas très particuliers, justifiant le recours plus large aux méthodes numériques.

Dans ce chapitre, nous allons présenter les méthodes numériques qui s'appliquent aux équations de Navier-Stokes (différences finies, éléments finis et volumes finis), en mettant l'accent sur la méthode des volumes finis que nous allons, par la suite, appliquer à l'étude de la convection naturelle autour d'un cylindre.

La discrétisation de ces équations donne un système d'équations algébriques qui peut être linéaire ou non linéaire. Dans les deux cas, des méthodes de résolution (méthodes directes et méthodes itératives) sont appliquées en cohérence avec le type de problème (2D ou 3D) et de la nature du système à résoudre et selon son degré de complexité (séquentielle ou couplée) [Ferziger 02].

Les méthodes de résolution sont implémentées sous forme de codes de calcul qui fournissent plusieurs techniques de discrétisation des différentes équations de Navier-Stokes

Afin d'illustrer les différentes étapes, nous avons réalisé une étude MFN pour analyser la convection naturelle autour d'une surface cylindrique simple. Cette étude est physiquement identique à une étude issue de la littérature, qui sera détaillée dans la quatrième partie de ce chapitre.

Ce chapitre va être consacré à résumer les difficultés qui peuvent être rencontrées lors de la modélisation de la convection naturelle avant de considérer la géométrie plus complexe de la machine Synchrel. Nous donnerons un aperçu des méthodes de discrétisation spatiale. Ce chapitre éclaire les différents choix que nous avons effectués lors de notre étude.

3.1 Étude bibliographique

Pour une forme cylindrique et en présence de la force gravitationnelle, les couches limites thermique et mécanique se développent à partir du point inférieur du cylindre. Comme représenté par la fig. 3.1, l'épaisseur de cette couche augmente tout au long du périmètre, du bas vers le haut et forme un panache (plume thermique) qui se développe par la suite verticalement au-dessus du cylindre.

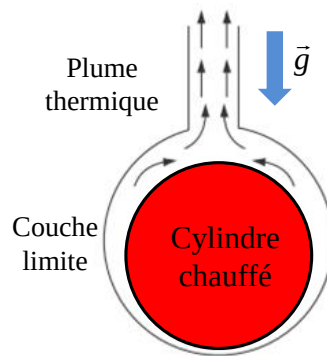


FIGURE 3.1 – Couche limite autour d'une surface cylindrique à la température $T_s > T_{amb}$ [Bergman 11].

Cette plume est l'extension verticale de la couche limite qui n'est pas en contact avec la surface cylindrique. Sa hauteur est calculée relativement à un axe central

vertical imaginaire passant au milieu du cylindre. Son évolution dépend des caractéristiques physiques du cylindre et du fluide. Le facteur le plus important est la différence de température entre l'environnement (T_{amb}) et la température de la surface du cylindre (T_s). Ce facteur permet de déterminer la densité du fluide qui affecte directement le développement de la plume en lien avec la force de flottabilité exercée sur les particules d'air. Plus la différence de température est grande, plus la force de flottabilité et la hauteur de la plume sont importantes. De ce fait, on peut avoir la même longueur de plume pour deux cylindres de différents diamètres. Plusieurs études ont été faites sur le développement de la plume afin de calculer sa hauteur [Theodore 11].

Dans le contexte de la convection naturelle autour des formes cylindriques simples en position horizontale, les études réalisées peuvent être semi-empiriques [Churchill 75, Kuehn 76], expérimentales [Morgan 75, Fand 77, Fand 83, Luciano 83, Kitamura 99, Misumi 03] et numériques [Özgür 09, Saitoh 93]. En général, les études numériques sont conduites, en parallèle, avec des analyses expérimentales.

3.1.1 Études expérimentales et semi-empiriques

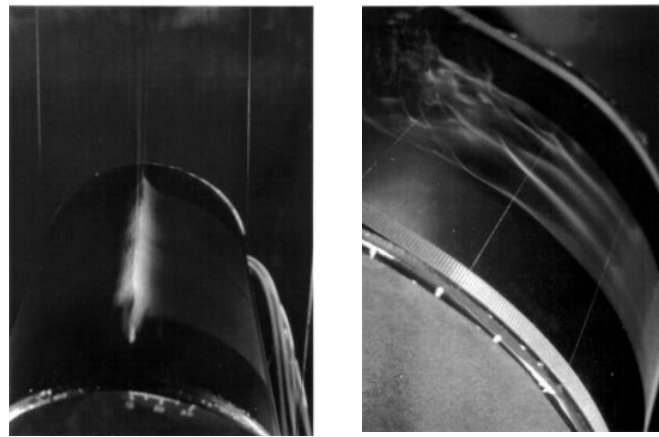
Kitamura et al. [Kitamura 99, Misumi 03] ont réalisé une étude expérimentale concernant des cylindres statiques horizontaux placés dans l'eau et dans l'air. Les cylindres sont chauffés par un flux thermique uniforme. Pour l'étude réalisée dans l'eau, le diamètre des cylindres varie entre 6 cm et 80 cm ; pour les cylindres entourés par l'air, les diamètres utilisés sont entre 20 cm et 120 cm.

Le paramètre utilisé pour faire les différentes comparaisons est le nombre de Rayleigh modifié défini par,

$$Ra^* = \frac{g\beta q_{conv} D^4}{k_s \alpha \nu}, \quad (3.1)$$

ν est la viscosité cinématique. L'étude a été réalisée sur un intervalle du Rayleigh modifié Ra^* assez large : $Ra^* = [1 \times 10^8, 3,6 \times 10^{13}]$.

Ces études expérimentales ont permis d'observer la transition vers le régime turbulent et de visualiser le développement de la couche limite pour le régime laminaire et turbulent, tel qu'illustré par la fig. 3.2.



(a) Régime laminaire $Ra^* = 1,97 \times 10^9$ (b) Régime turbulent $Ra^* = 1,12 \times 10^{11}$

FIGURE 3.2 – Visualisation expérimentale des régimes laminaire et turbulent autour d'un cylindre [Misumi 03].

Les auteurs ont fait apparaître quatre comportements différents en fonction de la position considérée sur le périmètre du cylindre. Ils sont définis comme suit :

- comportement laminaire, caractérisant le bord d'attaque,
- séparation tridimensionnelle du fluide chauffé de la surface du cylindre, à partir d'un angle qui dépend du nombre Ra^* ,
- après la séparation, début du régime transitoire,
- transformation de l'écoulement en turbulent : les écoulements voisins fusionnent au bord de fuite et montent en un nuage turbulent.

Ces comportements sont visibles à la fig. 3.3 pour un cylindre de diamètre $D = 120cm$ et $Ra = 5,56 \times 10^{11}$,



FIGURE 3.3 – Comportements multiples de l'écoulement autour d'un cylindre.

Dans l'article [Misumi 03], les auteurs ont pu identifier un nombre de Rayleigh critique pour l'air $Ra_{crit} = 3,5 \times 10^9$ (qui est différent de celui identifié pour l'eau $Ra = 1,2 \times 10^9$) au-delà duquel le point de séparation apparaît pour la première fois impliquant l'apparition du régime turbulent.

Les études semi-empiriques sont menées afin de remédier au manque de précision des solutions théoriques, surtout dans le cas des formes cylindriques [Churchill 75]. Dans ce contexte, on trouve la solution,

$$\overline{Nu}^{-1/2} = 0,6 + 0,387 \left[\frac{Ra}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{16/9}} \right]^{1/6}, \quad (3.2)$$

proposée par Churchill [Churchill 75] et qui est valide quels que soient le nombre de Rayleigh et le nombre de Prandtl et lorsque le cylindre est à température uniforme ou à flux uniforme. Dans cette étude, l'auteur donne très peu de détails sur le protocole expérimental, les techniques de mesure employées et les géométries étudiées, dans la mesure où les expériences ont été réalisées pour un large intervalle du nombre de Rayleigh.

Kuehn [Kuehn 76] a corréli les résultats obtenus pour l'intervalle le plus large possible du nombre de Rayleigh, en combinant la solution de conduction, la solution de la couche limite laminaire et les données expérimentales afin de fournir une solution semblable à celle trouvée par Churchill [Churchill 75] (éq. 3.3). Il s'agit d'une des rares corrélations de la littérature pouvant s'appliquer pour toutes les

valeurs du nombre de Rayleigh,

$$\overline{Nu} = \frac{2}{\ln \left[1 + \frac{2}{\left(\left[0,518 Ra^{1/4} \left(1 + \left[\frac{0,559}{Pr} \right]^{3/5} \right)^{-5/12} \right]^{15} + (0,1 Ra^{1/3})^{15} \right)^{1/15}} \right]}. \quad (3.3)$$

Les études expérimentales souffrent toujours d'une dispersion du nombre de Nusselt. Cette dispersion a été évaluée par Morgan [Morgan 75] en calculant un coefficient de variation $V_c = 100 \times \text{écart-type} / \text{moyenne} (\%)$. Pour des données expérimentales, V_c varie entre 3% et 35%. Il est compris entre 5% et 26% pour les corrélations proposées dans la littérature. Cette dispersion est due à plusieurs facteurs dont les pertes par conduction, les points de mesure et leur nombre, les perturbations externes (mouvement d'air, source externe d'énergie...) et l'utilisation d'une enceinte sous dimensionnée [Morgan 75, Fand 77].

Après une analyse récapitulative de la littérature, Morgan [Morgan 75] a pu proposer une corrélation pour chaque intervalle du nombre de Rayleigh sous la forme,

$$\overline{Nu} = A_m Ra^{n_m}, \quad (3.4)$$

tels que A_m et n_m sont les coefficients donnés par le tableau suivant,

TABLE 3.1 – Coefficients A_m et n_m utilisés pour la corrélation 3.4.

A_m	n_m	Ra
0,675	0,058	10^{-10} à 10^{-2}
1,020	0,148	10^{-2} à 10^2
0,850	0,188	10^2 à 10^4
0,480	0,250	10^4 à 10^7
0,125	0,333	10^7 à 10^{12}

Dans [Fand 77] et [Fand 83], Fand et al. ont analysé la convection autour d'un cylindre horizontal isotherme (diamètre de 1,157 cm) immergé dans l'eau, l'air et trois différentes huiles de silicone. Le nombre de Rayleigh expérimental varie de $2,5 \times 10^2$ à $1,8 \times 10^7$ et le nombre de Prandtl varie de 0,7 à 3090. Lors de cette étude, les auteurs ont mis l'accent sur deux aspects qui peuvent introduire la dispersion des résultats expérimentaux dans la littérature. Le premier aspect est la température à laquelle les propriétés du fluide sont évaluées et qui diffère d'un auteur à l'autre. Pour cela, ils ont proposé des corrélations empiriques de la même forme algébrique mais à chaque fois la température à laquelle les propriétés thermiques sont évaluées diffère. En comparaison avec les résultats expérimentaux, ils ont proposé la forme suivante,

$$\overline{Nu}_j = 0,478 Ra_j^{0,25} Pr_j^{0,05}, \quad (3.5)$$

qui garantit une déviation moyenne minimale de 1,5% par rapport aux résultats expérimentaux. Les propriétés du fluide sont évaluées à la température T_j définie en fonction de la température de surface T_s et la température ambiante T_{amb} par,

$$T_j = T_{amb} + j(T_s - T_{amb}); \quad j = 0, 32. \quad (3.6)$$

Le deuxième aspect est la dissipation visqueuse qui est prise en compte. Dans ce cas, le nombre de Nusselt est fonction de $Nu = f(Pr, Ra, Ge)$ comme suit ($3 \times 10^2 \leq Ra \leq 2 \times 10^7$),

$$\overline{Nu} = 0,4Pr^{0,0432}Ra^{0,25} + 0,503Pr^{0,0334}Ra^{0,0816} + 0,958\frac{Ge^{0,122}}{Pr^{0,06}}Ra^{0,0511}, \quad (3.7)$$

tel que Ge est un nombre adimensionnel, équivalent du nombre de Eckert pour la convection forcée. Il sert à quantifier la dissipation visqueuse et il est défini par,

$$Ge = \frac{g\beta L_c}{c_p}. \quad (3.8)$$

Les corrélations 3.5 et 3.7 proposées par Fand [Fand 77, Fand 83] montrent plus de cohérence avec les données expérimentales que les résultats de Churchill (équ. 3.2) et de Morgan (équ. 3.1). De plus, elles sont fonction du nombre de Prandtl ce qui n'est pas pris en considération dans les autres corrélations ([Churchill 75] et [Morgan 75]).

Le fait que le cas des cylindres à température uniforme ou à flux uniforme, ait été traité par différents auteurs, a poussé Kitamura [Kitamura 99, Misumi 03] à utiliser le nombre de Rayleigh modifié Ra^* (équ. 3.1) pour être en mesure de comparer les différents résultats.

Les résultats présentés par Kitamura ont donné une dispersion du nombre de Nusselt plus faible, autour de 20%, par rapport aux résultats de Churchill (équ. 3.2) et de Morgan (équ. 3.1). Les aspects cités par Fand et al. [Fand 77, Fand 83] peuvent être parmi les causes de dispersion entre les corrélations proposées par Churchill (équ. 3.2) et par Morgan (équ. 3.1) et celles empiriques proposées par Kitamura [Kitamura 99, Misumi 03]. De plus, la méthode d'élaboration des équations de Morgan et Churchill, considérée parfois inappropriée, peut être parmi les causes de dispersion. Morgan [Morgan 75] a, tout simplement, moyenné les résultats obtenus par des autres chercheurs et Churchill a utilisé des mesures expérimentales issues de la littérature pour un nombre de Rayleigh élevé, sans donner les détails nécessaires concernant la procédure expérimentale.

Dans une partie de l'étude, Misumi [Misumi 03] s'est penché sur la variation locale du coefficient d'échange surtout après l'apparition du point de séparation sur la surface cylindrique (transition laminaire, turbulent). Il a montré que Nu varie proportionnellement à $Ra^{*1/5}$ dans la région laminaire et qu'il est nettement plus important dans la région transitoire et turbulente. Ce fait montre que le nombre et l'emplacement des mesures locales effectuées afin d'estimer Nu peut engendrer des erreurs sur le calcul du nombre de Nusselt moyen.

Luciano [Luciano 83] a réalisé deux séries d'expériences afin de mesurer les coefficients d'échange moyen et local par convection naturelle, en régime laminaire autour d'un cylindre horizontal de diamètres 0,37 cm et 15 cm. À la fin de cette étude, des corrélations empiriques sont proposées et comparées avec la solution intégrale des équations de la couche limite.

Les corrélations empiriques proposées par Kitamura [Kitamura 99] et par Luciano [Luciano 83] ont la même forme que la corrélation de Morgan (équ. 3.4) et les différents coefficients, en régime laminaire, sont donnés dans le tableau 3.2,

En rapprochant les corrélations empiriques extraites sur les formes cylindriques horizontales à température constante (éqs. 3.2, 3.4 et éqs. 2 et 3 dans le tableau 3.2), il est possible de réaliser une étude comparative, tel qu'illustré par la fig. 3.4.

TABLE 3.2 – Domaines de validité et coefficients de l'éq. 4.25 donnés par Luciano [Luciano 83] et Kitamura [Kitamura 99] et [Bergman 11, Holman 01]

Auteur	Intervalle de validité	a	b
Kitamura [Kitamura 99]	$3 \times 10^8 \leq Ra^* \leq 2,5 \times 10^{10}$	0,5	0,2
Luciano [Luciano 83]	$1,5 \times 10^4 \leq Ra \leq 6 \times 10^5$	0,488	0,246
Holman [Bergman 11, Holman 01]	$Ra \leq 9 \times 10^9$	0,525	0,25

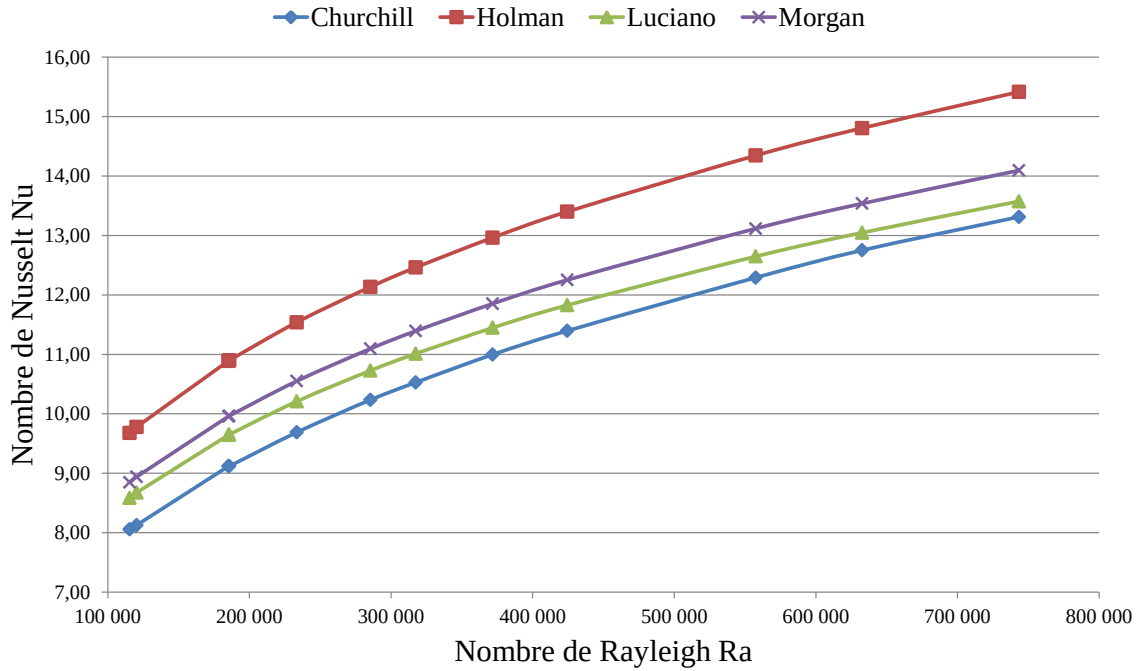


FIGURE 3.4 – Variations du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh décrites par des corrélations issues de la littérature.

Cette comparaison nous permet d'évaluer l'écart qui est introduit par l'application des corrélations empiriques (éqs. 3.2, 3.4 et les équations de Luciano et Holman) considérées lors de cette partie bibliographique.

Le nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}$ des quatre corrélations illustrées par la fig. 3.4 est utilisé comme référence pour calculer les écarts introduits par l'application de cette approche empirique. Les différences entre cette moyenne $\overline{Nu}$ et les corrélations maximale ($\overline{Nu}_{sup}$ à partir de l'éq. 3.4 [Holman 01]) et minimale ($\overline{Nu}_{inf}$ à partir de l'éq. 3.2 [Churchill 75]) sont calculées comme suit,

$$\delta \overline{Nu}_{sup}(Ra) = \overline{Nu}_{sup}(Ra) - \overline{Nu}(Ra), \quad \delta \overline{Nu}_{inf}(Ra) = \overline{Nu}(Ra) - \overline{Nu}_{inf}(Ra). \quad (3.9)$$

Les écarts e_{1sup} et e_{1inf} sont définis par,

$$e_{1sup} = \left[\frac{\delta \overline{Nu}_{sup}}{\overline{Nu}} \right], \quad e_{1inf} = \left[\frac{\delta \overline{Nu}_{inf}}{\overline{Nu}} \right]. \quad (3.10)$$

Ces écarts supérieur et inférieur sont estimés : $e_{1sup} = 9,78\%$ et $e_{1inf} = 7,18\%$, respectivement. Les résultats sont illustrés par la fig. 3.5.

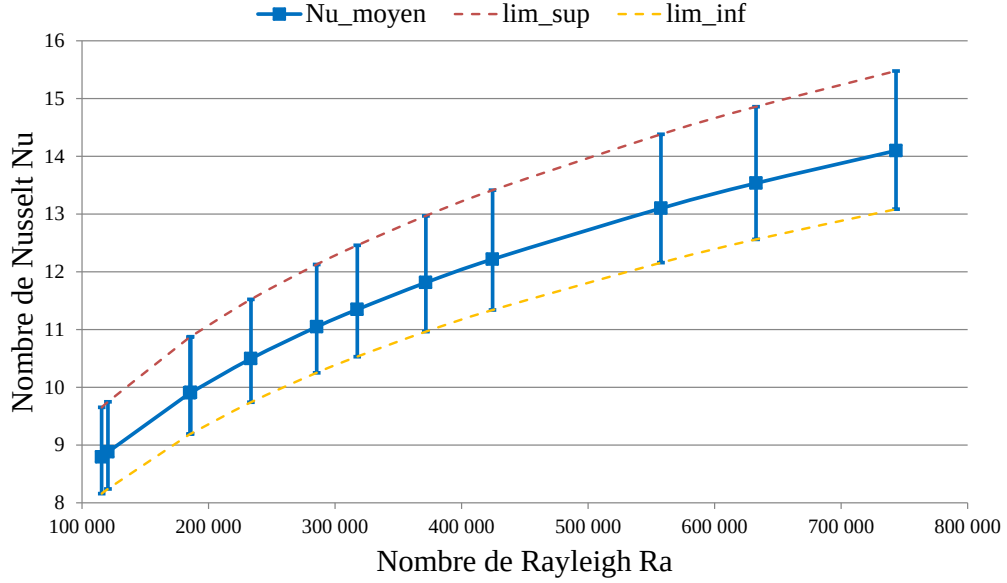


FIGURE 3.5 – Variation du nombre de Nusselt empirique moyen en fonction du nombre de Rayleigh avec $e_{1sup} = 9,78\%$ et $e_{1inf} = 7,18\%$.

3.1.2 Études numériques

Plusieurs études numériques [Kuehn 80, Saitoh 93, Özgür 09, Özgür 11] ont concerné la convection naturelle autour des formes cylindriques de différentes tailles. Étant donné que les effets de courbure et la différence de pression à travers la couche limite pour un nombre de Rayleigh $Ra > 10^5$ sont négligeables, la plupart de ces études ont adopté l'hypothèse de la couche limite et ont résolu, dans ce cadre, les équations qui la décrivent [Kuehn 80, Yamamoto 04].

Selon Kuehn [Kuehn 80], la théorie de la couche limite ne peut pas décrire convenablement le transfert thermique convectif pour une gamme faible ou moyenne du nombre de Rayleigh (régime laminaire), à cause de l'importance des effets de courbure et la non validité des hypothèses de la couche limite dans la région de la plume thermique.

Un autre facteur de dispersion des résultats expérimentaux est le choix des dimensions de l'enceinte ; l'interaction entre la plume thermique et le plafond de la cabine où le cylindre est placé peut agir sur le coefficient d'échange autour du cylindre. Ce problème nécessite une bonne description de la plume thermique lors des études numériques effectuées afin d'étudier ce phénomène convectif dans un domaine fermé. Pour cela, la modélisation numérique nécessite une stratégie de maillage adéquate, en particulier, dans le cas où il y a une interaction importante entre la plume thermique et l'enceinte.

La fig. 3.6 illustre deux exemples de stratégie de maillage pour deux différents cas. Le premier cas (fig. 3.6a) correspond à l'étude numérique réalisée par Mabrouk [Mabrouk 10] de la convection naturelle autour d'une plaque horizontale chauffée dans une cabine de test fermée. Le maillage est hexaédrique et il est raffiné uniformément le long de la plume. Les résultats obtenus donnent des isothermes numériques identiques aux isothermes expérimentales. Le deuxième maillage (fig. 3.6b) est réalisé pour l'étude de la convection naturelle autour d'un cylindre tel que la plume n'interagit pas avec l'enceinte [Özgür 11].

Il est clair dans les deux cas que le maillage est plus raffiné dans la zone de la

plume thermique. Selon les dimensions de l'enceinte et la hauteur de la plume par rapport au corps chauffé, parfois il n'est pas nécessaire de raffiner jusqu'au plafond de l'enceinte. Donc, il ne suffit pas de raffiner le maillage autour du corps chauffé mais il faut s'appliquer à réaliser un maillage adéquat tout au long de la plume thermique, ce qui peut aider à obtenir une bonne approximation des résultats.

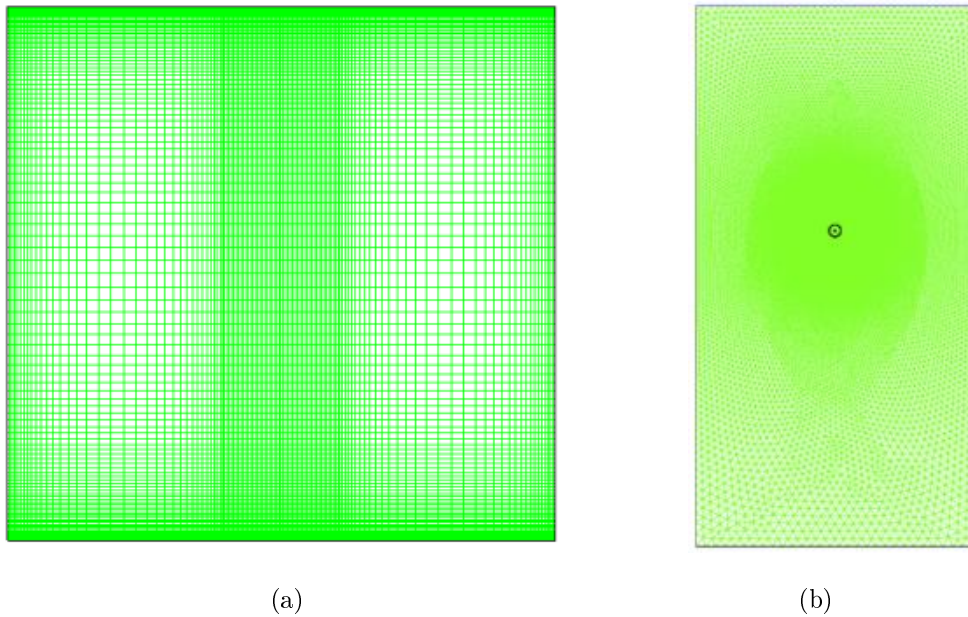


FIGURE 3.6 – Méthodes de maillage d'un modèle 2D : maillage quadrilatère à gauche et maillage triangulaire à droite.

Atayilmaz a utilisé deux types de maillage : un maillage tétraédrique [Özgür 09] et un autre hexaédrique [Özgür 11] avec une inflation à partir de la surface du cylindre à chaque fois. De plus, le maillage est raffiné et uniforme dans la zone occupée par la plume thermique. Malgré que le maillage hexaédrique lors de l'étude [Özgür 09] a donné des bons résultats, l'auteur l'a changé en tétraédrique lors de sa deuxième étude [Özgür 11]. L'étude a montré l'applicabilité de deux types de maillage mais avec une erreur plus importante pour le maillage tétraédrique.

Saitoh [Saitoh 93] a présenté une solution numérique basée sur l'approche des différences finies pour résoudre les équations de Navier-Stokes décrivant la convection naturelle autour d'un cylindre horizontal isotherme ($10^3 < Ra < 10^5$, $Pr = 0,7$). Les auteurs ont comparé la variation du nombre de Nusselt local avec des résultats numériques de la littérature en particulier ceux de Kuehn [Kuehn 80]. Les auteurs ont imposé des conditions aux limites différentes sur la surface représentant le plafond de l'enceinte. Les conditions aux limites imposées ont été choisies de façon à modéliser la convection naturelle dans une enceinte ouverte et fermée. Dans le premier cas, ils ont eu une dispersion significative par rapport à Kuehn [Kuehn 80] malgré le même type de conditions aux limites. Cette dispersion est moins importante dans le second cas (en utilisant des conditions aux limites différentes) (fig. 3.7).

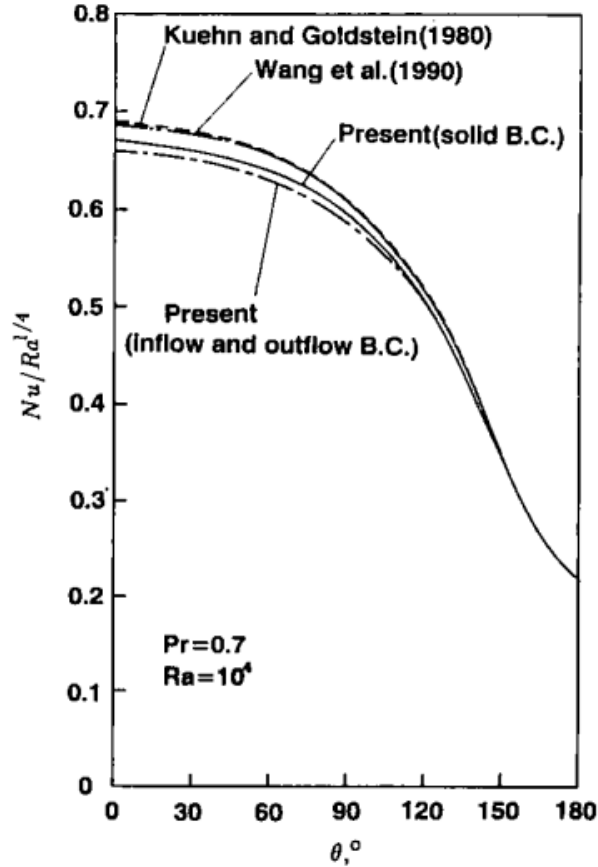


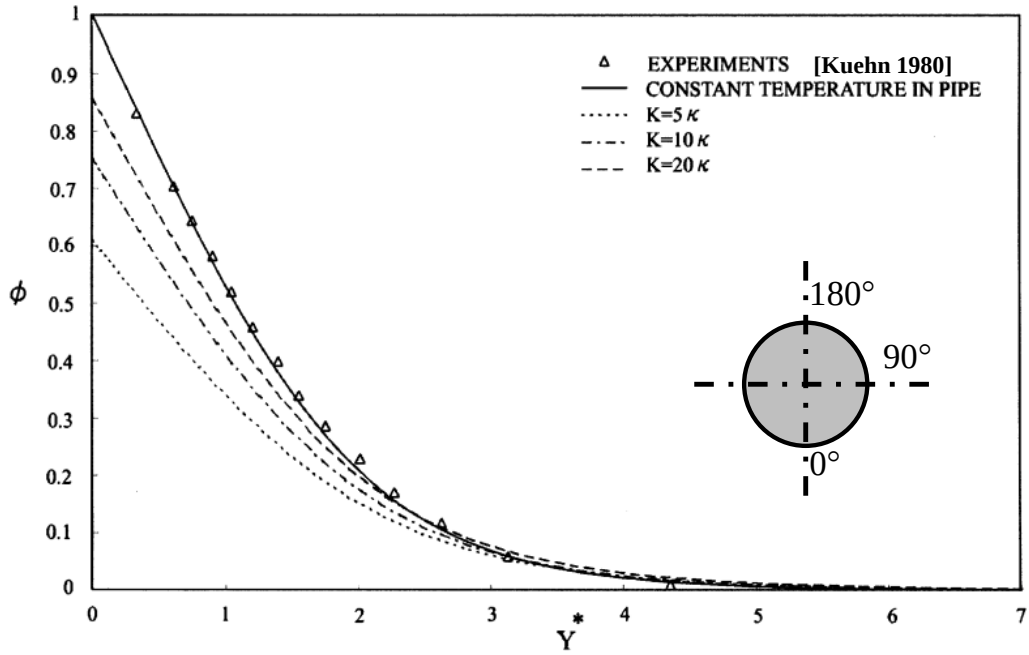
FIGURE 3.7 – Comparaison du nombre de Nusselt pour $Ra = 10^4$ [Saitoh 93]

Le phénomène de convection naturelle est très sensible à son environnement, ce qui est montré numériquement par Saitoh [Saitoh 93] en changeant les conditions aux limites (fig. 3.7) et confirmé par Cegini [Cesini 99] et Kumar [Kumar 14] en variant les dimensions de l'enceinte.

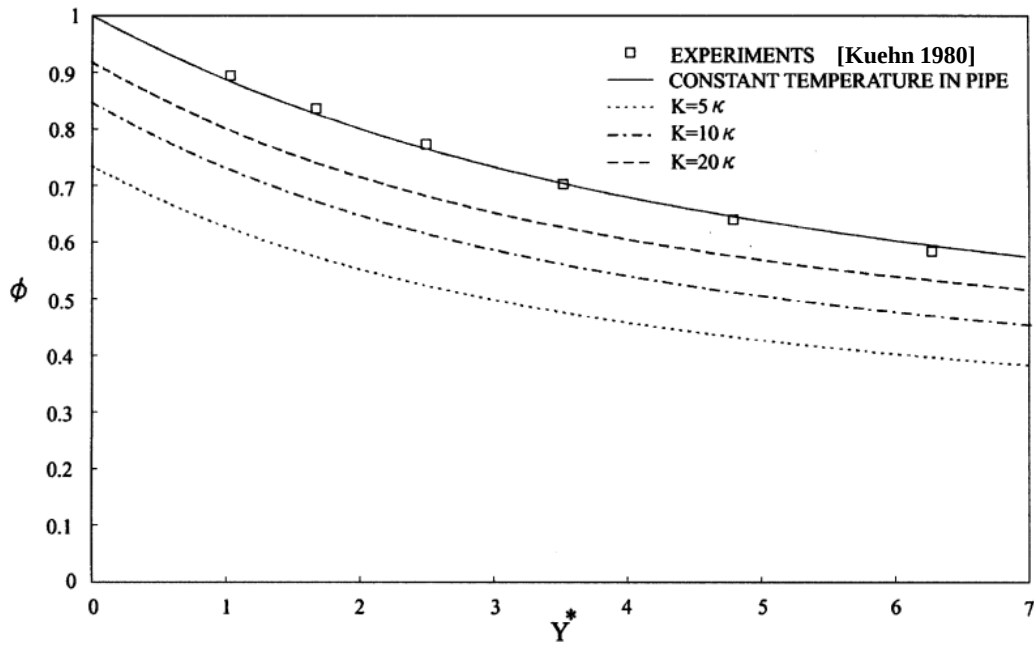
Yamamoto et al. [Yamamoto 04] ont réalisé une étude numérique sur la convection naturelle autour d'un cylindre horizontal. L'étude a été couplée avec le transfert thermique par conduction grâce à l'utilisation de plusieurs cylindres creux de conductivités thermiques différentes $k = 5\kappa$, $k = 10\kappa$ et $k = 20\kappa$ telle que κ est la conductivité thermique de l'air sec.

Les auteurs ont validé les données numériques à l'aide des données expérimentales de Kuehn [Kuehn 80] qui considère la compressibilité de l'air. Selon cette étude, il a été montré que la conductivité thermique joue un rôle clé lors du transfert thermique de l'intérieur vers l'extérieur du cylindre creux contenant de l'air chaud. Elle peut agir considérablement sur la température du cylindre ainsi que sur le passage des calories vers l'extérieur.

La fig. 3.8 présente la distribution de la température adimensionnelle $\Phi = (T - T_{amb})/(T_s - T_{amb})$ en fonction de la distance adimensionnelle Y^* lorsqu'on s'éloigne dans une direction normale à la surface du cylindre. D'après cette figure, une conductivité thermique plus faible impose une température faible sur la surface du cylindre.



(a) Pour $\theta = 90^\circ$.



(b) Pour $\theta = 180^\circ$.

FIGURE 3.8 – Distribution de la température à $\theta = 90^\circ$ (3.8a) et à $\theta = 180^\circ$ (3.8b) pour différentes conductivités thermiques.

Le flux thermique dégagé par la plume thermique au-dessus du cylindre ($\theta = 180^\circ$) est plus important et la température reste légèrement plus élevée au niveau de la région supérieure du cylindre ($\theta = 180^\circ$).

Il faut attirer l'attention sur le fait que les résultats numériques de Kuehn et al. [Kuehn 80], qui ne prennent pas en considération la compressibilité du fluide, sont validés par rapport à leurs données expérimentales. D'autre part, les mêmes données expérimentales sont utilisées pour valider les résultats numériques de Yamamoto et al. [Yamamoto 04]. Nous pouvons alors déduire que la prise en compte de la

compressibilité n'est pas significative et ne fait qu'alourdir le calcul.

À l'aide d'une étude numérique (MFN), Atayilmaz et al. [Özgür 09] ont proposé l'équation,

$$\overline{Nu} = 0,954 Ra^{0,168}, \quad (3.11)$$

pour calculer le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh en régime laminaire ($7,4 \times 10^1 < Ra < 3,4 \times 10^3$ et $Pr = 0,7$).

Une première comparaison entre les mesures réalisées et les résultats MFN a donné une différence dans la plage de 20% ; elle est présentée par la fig. 3.9.

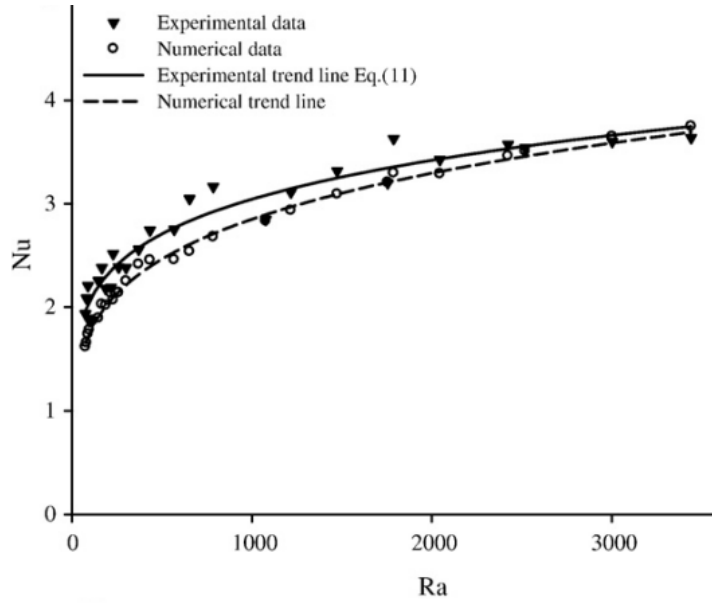


FIGURE 3.9 – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux de Atayilmaz [Özgür 09].

Cette équation est comparée aux relations proposées par Morgan [Morgan 75], Churchill et Chu [Churchill 75] et Fand [Fand 83]. La comparaison est donnée par la fig. 3.10.

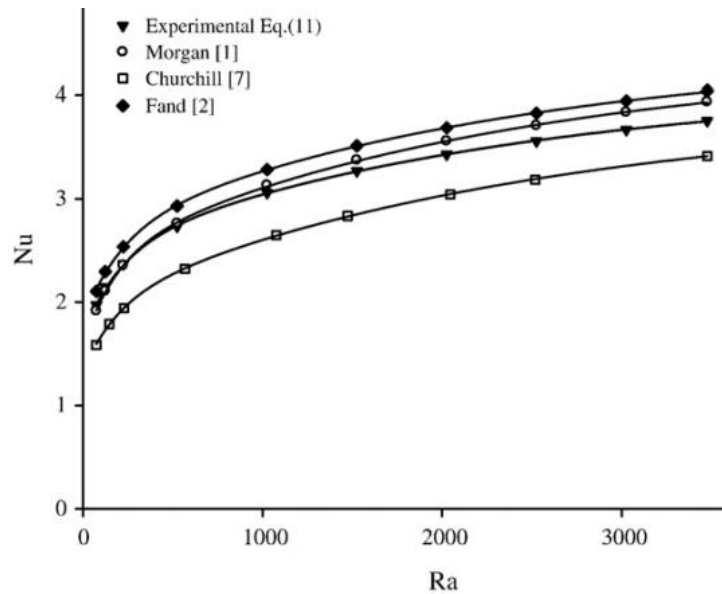


FIGURE 3.10 – Résultats expérimentaux de Atayilmaz [Özgür 09] avec les résultats d'autres études [Morgan 75, Churchill 75]

L'intervalle de déviation entre les différents résultats est de $\pm 20\%$. Cette déviation est maximale par rapport aux résultats de Churchill et Chu [Churchill 75]. Les auteurs ont expliqué cette différence par le fait que l'expression de Churchill [Churchill 75] est valable pour un intervalle très large du nombre de Rayleigh (laminaire et turbulent).

Une comparaison similaire a été effectuée par Logie et al. [Logie 11] pour un large intervalle du nombre $Ra \leq 10^8$ et en appliquant un modèle de turbulence de second degré (modèle $k - \epsilon$). La conclusion est la même par rapport aux résultats de Churchill [Churchill 75].

Pour le cas d'un cylindre, la méthode MFN est généralement utilisée en 2D puisque la longueur du cylindre est très grande par rapport au diamètre. Ceci n'est pas toujours le cas des machines électriques ; impliquant que le modèle 2D ne peut pas être utilisé.

Les modèles MFN peuvent être résolus par plusieurs approches numériques différentes telles que des différences finies [Kuehn 80, Saitoh 93] et des volumes finis [Cesini 99, Özgür 09, Özgür 11]. Ces approches sont présentées dans la sous-section suivante, en se concentrant davantage sur l'approche qui sera utilisée dans la suite de cette étude.

3.2 Discrétisation spatiale des équations de Navier-Stokes

La solution analytique des équations de Navier-Stokes ne peut pas être calculée dans tous les cas. Si cette solution existe pour des cas particuliers, c'est grâce au recours à des hypothèses simplificatrices trop restrictives pour pouvoir être appliquées de façon satisfaisante par rapport à la réalité. En particulier, si l'étude se place dans le régime turbulent, ce qui entraîne l'apparition des nouvelles inconnues et donc l'utilisation des approches de fermeture (annexe C), il est primordial d'avoir recours à des méthodes numériques. Ces méthodes numériques servent à remplacer le système continu par un système discret équivalent.

Les codes informatiques, utilisés pour réaliser une telle tâche, regroupés sous le nom de codes Mécanique des Fluides Numérique (MFN), permettent la discrétisation des équations aux dérivées partielles en exprimant ces équations sous forme d'un système algébrique qui peut être résolu en utilisant des techniques numériques.

Le tableau 3.3 présente une liste non exhaustive des différents codes de calcul MFN et les approches numériques utilisées,

TABLE 3.3 – Quelques codes CFD.

Nom	Origine	Méthode
FLOW-3D	Harwell, Royaume-Uni	Volumes finis
Fluent	Fluent Inc, Royaume-Uni	Volumes finis
STAR-CCM+	New York, USA	Volumes finis
OPENFOAM	Royaume-Uni	Volumes finis
COMSOL	Suède	Éléments finis
Flotherm	Wilsonville, USA	Volumes finis

Dans les sections suivantes, nous allons faire une description succincte des méthodes de discrétisation les plus utilisées lors de la modélisation thermique dans

les domaines fluidiques.

3.2.1 Méthodes de discrétisation des équations de Navier-Stokes

La procédure de modélisation numérique des phénomènes convectifs commence initialement par la discrétisation spatiale des équations de Navier-Stokes ; cela correspondant à l'approximation numérique des différents termes (d'advection, de source et de diffusion). Pour cela, plusieurs approches existent : les différences finies, les éléments finis et les volumes finis. Les deux dernières approches reposent sur les mêmes étapes :

- discrétiser le domaine de calcul (domaine physique) en cellules (volumes élémentaires), ce processus est appelé maillage. Le maillage peut contenir des cellules triangulaires et/ou quadratiques en 2D ou des cellules tétraédriques, hexaédriques, prismatiques ou pyramidales en 3D,
- résoudre les lois de la mécanique des fluides pour chaque cellule élémentaire.

Méthode des différences finies et des éléments finis

L'approche des différences finies fait partie des premières méthodes développées et appliquées pour la résolution numérique des équations différentielles. Elle est appliquée directement sur la forme différentielle des équations de Navier-Stokes. Son principe consiste à utiliser l'expansion par séries de Taylor pour la discrétisation des dérivées des variables d'écoulement.

L'avantage de cette méthode est sa simplicité et la possibilité d'obtenir des approximations d'ordre élevé pour augmenter la précision de la discrétisation spatiale. Par contre cette méthode ne s'applique que sur un maillage structuré, ce qui la rend limitée en terme d'utilisation [Blazek 15].

L'approche des éléments finis, introduite pendant les années 50, est aussi appliquée pour la simulation des écoulements. Cette approche consiste à écrire le problème aux EDP sous une forme intégrale (formulation faible).

Cette approche a l'avantage de traiter les phénomènes discontinus. Elle est attractive et préférable pour l'analyse des écoulements autour et à l'extérieur des géométries complexes vu sa formulation intégrale et sa bonne adaptation aux maillages triangulaires ou tétraédriques. De plus, elle peut être adaptée aux applications où le fluide n'est pas Newtonien [Blazek 15].

Méthode des volumes finis

Cette méthode est basée sur le respect des lois de conservation (la forme intégrale des équations de Navier-Stokes). Une fois le domaine physique divisé en volumes de contrôles (cellules) polyédriques, les intégrales à droite de l'équation de transport générale (eq. 2.11) peuvent être approximées par la somme des flux traversant chaque surface du volume de contrôle. La précision de la discrétisation spatiale des équations de Navier Stokes dépend du schéma d'évaluation des flux.

Il y a deux façons de définir la forme et la position du volume de contrôle en rapport au maillage :

- cellule centrée (fig. 3.11a) : dans ce cas, le volume de contrôle coïncide avec la cellule physique et la quantité du flux est enregistrée au centre de la cellule de la grille.

- cellule vertex (fig. 3.11b) : dans ce cas, le volume de contrôle peut unir plusieurs cellules partageant le même point du maillage (nœud), ou, être centré autour de ce point. La quantité du flux est enregistrée aux nœuds.

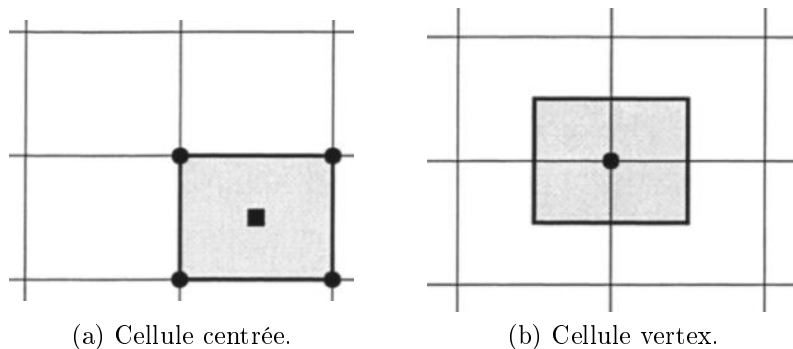


FIGURE 3.11 – Différentes définitions des volumes de contrôle en respectant la discrétisation du domaine physique.

Par rapport à la méthode des éléments finis, malgré que dans certains cas les deux méthodes ont une flexibilité comparable par rapport à la géométrie traitée, la méthode des volumes finis peut être plus favorable parce qu'elle s'appuie directement sur les lois de conservation sur chaque volume de contrôle [Blazek 15].

3.2.2 Discrétisation spatiale en utilisant l'approche des volumes finis

Afin d'illustrer le principe de la discrétisation, nous allons rappeler et collecter les équations générales (éqs. 2.15, 2.22 et 2.37) dans le même système d'équations. Pour cela, nous revenons sur la formulation vectorielle générale des lois de conservation (éq. 2.11) où nous avons introduit deux vecteurs de flux $\mathbf{F}_c$ et $\mathbf{F}_v$.

Le premier vecteur est lié au terme d'advection (transport d'une quantité par déplacement global des particules) et le second contient les contraintes visqueuses et la diffusion de chaleur. Enfin, le terme $\mathbf{Q}$ contient les sources volumiques (forces volumiques ou sources de chaleur internes au volume).

En appliquant l'éq. 2.11 aux variables indépendantes de l'écoulement, nous obtenons le système suivant,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} [\mathbf{F}_c - \mathbf{F}_v] dS = \int_{\Omega} \mathbf{Q} d\Omega. \quad (3.12)$$

Dans le cas tridimensionnel, les termes de l'éq. 3.12 sont définis comme suit,

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho v_z \\ \rho E \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{F}_c = \begin{pmatrix} \rho V_n \\ \rho v_x V_n + n_x p \\ \rho v_y V_n + n_y p \\ \rho v_z V_n + n_z p \\ \rho E V_n \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

où V_n est la vitesse normale à la surface $\partial\Omega$ du volume Ω . Elle est définie par,

$$V_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = n_x v_x + n_y v_y + n_z v_z. \quad (3.15)$$

À l'aide de l'éq. 2.23, le terme $\mathbf{F}_D$ est défini par,

$$\mathbf{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{yx} + n_z \tau_{zx} \\ n_x \tau_{xy} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{zy} \\ n_x \tau_{xz} + n_y \tau_{yz} + n_z \tau_{zz} \\ n_x \Theta_x + n_y \Theta_y + n_z \Theta_z \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

tel que

$$\Theta_x = v_x \tau_{xx} + v_y \tau_{yx} + v_z \tau_{zx} + k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (3.17)$$

$$\Theta_y = v_x \tau_{xy} + v_y \tau_{yy} + v_z \tau_{zy} + k \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (3.18)$$

$$\Theta_z = v_x \tau_{xz} + v_y \tau_{yz} + v_z \tau_{zz} + k \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (3.19)$$

Ce sont les termes décrivant le travail des forces visqueuses et le transfert de chaleur par conduction au sein du fluide, respectivement. Le terme source est défini par,

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho f_{m,x} \\ \rho f_{m,y} \\ \rho f_{m,z} \\ \rho \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{v} + q_i \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Plusieurs méthodes numériques exploitent la discrétisation de l'espace et du temps séparément. Cela permet une flexibilité sur le choix des approximations de différentes précisions pour l'évaluation des dérivées temporelle et spatiale ; il s'agit de l'approche la plus répandue [Blazek 15].

La méthode des volumes finis, comme toute approche de discrétisation numérique, suit une démarche bien définie. Étant donné que ce type de méthode repose sur la conservation d'une quantité physique à l'intérieur d'un domaine (ou d'un sous-domaine), il est donc nécessaire d'exprimer cette conservation sous forme d'une équation intégrale (eq. 2.11). En premier lieu, il faut effectuer un "pavage" du domaine Ω en le décomposant en un ensemble de sous-domaines $\{\Omega = \Omega_1, \dots, \Omega_{N_C}\}$ avec N_C le nombre total de cellules.

Chaque cellule du domaine Ω a un ensemble de frontières $\cup(\Gamma_i, \Gamma_j, \dots, \Gamma_k)$ dont la dimension ($\dim(\partial\Omega_m)$) dépend de la forme géométrique des cellules. Cela définit l'ensemble des frontières $\Gamma_m = \Gamma_1, \dots, \Gamma_{N_F}$. Ce pavage (maillage) doit ainsi proscrire certaines conditions afin de contenir l'augmentation significative de l'erreur numérique :

- le recouvrement de cellules ;
- le partage de frontières entre plus que 2 sous-domaines ;
- les trous dans le maillage ;
- le chevauchement entre les cellules ;
- les changements brusques des tailles des cellules.

On peut identifier plusieurs types de maillage :

- le maillage structuré (fig. 3.12a) : il contient des cellules quadrangulaires en 2D et hexaédriques en 3D. Ces cellules sont ordonnées dans l'espace, ce qui présente l'avantage de faciliter le calcul numérique. Cependant, il est difficile à appliquer pour des géométries courbes.
- le maillage non structuré (fig. 3.12b) : il contient notamment des cellules triangulaires en 2D et tétraédriques en 3D. Ces cellules ne sont pas ordonnées dans l'espace ce qui complique le calcul numérique. Cependant, il est plus flexible à appliquer pour des géométries complexes (cylindriques par exemple).
- le maillage hybride : ce peut être un maillage multi-zone tel qu'illustré par la fig. 3.12c ou bien constitué de plusieurs formes de cellules dans la même zone (hexaédriques et tétraédriques)

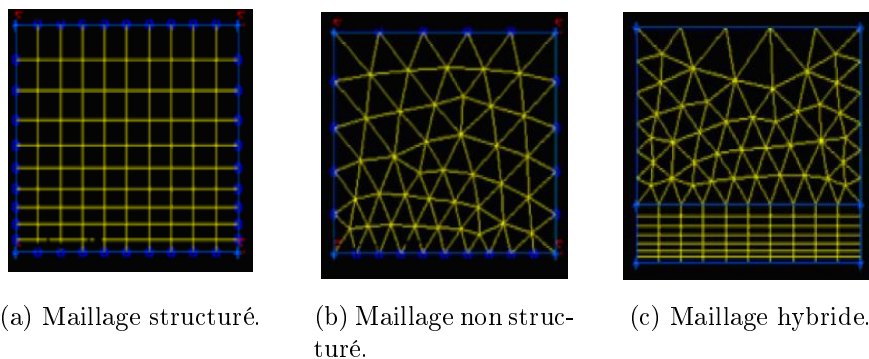


FIGURE 3.12 – Différents types de maillage en 2D.

En se basant sur ce pavage, des volumes de contrôle sont définis afin d'évaluer l'intégrale des termes convectifs, et des termes sources. Afin de simplifier cette étude, nous allons considérer que chacun de ces volumes de contrôle ne change pas en fonction du temps. D'après le système d'équations donné par l'éq. 3.12, la dérivée temporelle du vecteur $\mathbf{W}$ peut être écrite pour une cellule Ω_i comme,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_i} \mathbf{W} d\Omega = \Omega_i \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t}, \quad (3.21)$$

ainsi, l'éq. 3.12 devient,

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega_i} \left[\oint_{\partial\Omega_i} (\mathbf{F}_c - \mathbf{F}_v) dS - \int_{\Omega_i} \mathbf{Q} d\Omega \right]. \quad (3.22)$$

L'intégrale surfacique à droite de l'éq. 3.22 est approximée par la somme des flux convectif et diffusif traversant les faces du volume de contrôle. Généralement, ces flux sont supposés constants sur chaque point d'une face et il est évalué en son centre. Le terme source, au sein de chaque cellule, est généralement supposé constant. Cela est suffisant pour avoir un schéma de précision de second ordre [Blazek 15].

Ainsi, à partir de l'éq. 3.22, nous obtenons,

$$\frac{d\mathbf{W}}{dt} = -\frac{1}{\Omega_i} \left[\sum_{f=1}^{N_F} (\mathbf{F}_c - \mathbf{F}_v)_f S_f - (\mathbf{Q}\Omega)_i \right]. \quad (3.23)$$

où S_f est l'aire d'une face. En appliquant l'éq. 3.23 sur chaque volume de contrôle, nous obtenons un système d'équations ordinaires différentielles de premier ordre.

Selon le type de volume de contrôle (cellule centrée ou vertex), les variables conservatives et les variables dépendantes sont associées au même point : centre de la cellule ou point du maillage.

Plusieurs solutions existent pour l'évaluation des flux convectifs $\mathbf{F}_{c_f}$ et diffusifs $\mathbf{F}_{v_f}$. La difficulté réside dans le fait qu'il faut l'évaluer pour toutes les faces du volume de contrôle. Or, les variables d'écoulement (ρ , v_x , v_y , v_z , E , p et T) ne sont pas toujours connues pour chaque face. Dans ce cas, il faut interpoler les flux ou bien les variables d'écoulement. Cette étape intervient pour construire la solution à partir des valeurs à l'intérieur du volume de contrôle. Elle peut être appliquée [Blazek 15] :

- soit par le calcul de la moyenne arithmétique,
- soit grâce à des méthodes d'interpolation dédiées, comme la méthode décentré avant (Upwind).

L'approximation des volumes finis fournit la forme algébrique (éq. 3.23) au centre de chaque cellule de maillage ; cette équation contient les valeurs des variables à un nœud ainsi qu'aux centres des nœuds voisins. Si on considère que le système obtenu est linéaire et en régime permanent, le résultat de discrétisation appliqué à une variable d'écoulement noté ϕ , est donc un système algébrique linéaire sous la forme suivante [Ferziger 02],

$$A_P \phi_P + \sum_l A_l \phi_f = Q_P, \quad (3.24)$$

où P est le volume de contrôle où les équations différentielles sont appliquées et f est l'indice qui désigne les nœuds à l'entour. Les coefficients A_l dépendent des données géométriques, des propriétés du fluide. Q_P présente tous les termes qui ne contiennent que des variables connues. Le système d'équations pour le domaine de calcul peut être écrit sous la forme suivante,

$$\underline{\mathbf{A}} \phi = \mathbf{Q}, \quad (3.25)$$

où $\underline{\mathbf{A}}$ est une matrice carrée creuse de coefficients, ϕ est un vecteur contenant les valeurs des variables aux nœuds du maillage et $\mathbf{Q}$ est le vecteur contenant les termes à droite de l'éq. 3.24

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & A_{1,N_i} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & A_{2,N_i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N_C,1} & A_{N_C,2} & \cdots & A_{N_C,N_i} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{N_C} \end{pmatrix}.$$

Lorsque le nombre d'équations et d'inconnues est égal au nombre de volume de contrôle, alors le système est bien posé. Il faut avoir une éq. 3.23 pour chaque volume de contrôle. On dispose alors d'un nombre très important d'équations à résoudre numériquement [Ferziger 02].

Cette situation est vraie pour un maillage structuré. Pour un autre type de maillage, la matrice $\underline{\mathbf{A}}$ devient plus complexe mais reste creuse. Le nombre maximal d'éléments dans une ligne de la matrice $\underline{\mathbf{A}}$ est égal au nombre de voisins pour une approximation de second ordre. Pour une approximation d'ordre plus élevé, le nombre dépend des voisins que le schéma de discrétisation utilise.

3.3 Résolution numérique des équations de Navier-Stokes

3.3.1 Présentation du code de calcul

Comme nous l'avons vu, la méthode des volumes finis repose sur une application des lois de conservation. Ceci peut justifier sa prédominance dans les codes de calcul MFN (tableau 3.3).

Dans notre étude, nous avons utilisé le code de calcul Fluent. Il est capable de modéliser des écoulements de complexités variables. Les guides théoriques et de l'utilisateur permettent d'évaluer ses capacités de modélisation et de résolution [Inc 11].

Fluent propose de nombreux modèles physiques et schémas numériques. Afin de bien les utiliser, il faut établir un certain nombre d'hypothèses qui vont réduire au maximum les variables. Ces étapes sont décrites par la suite :

- Configuration des équations à résoudre : choisir le solveur, définir le type d'écoulement (compressible ou incompressible), établir les conditions aux limites, sélectionner le régime d'écoulement (laminaire, turbulent) ...
- Configuration de la méthode numérique : choix d'une méthode numérique d'approximation (méthode de discrétisation, méthode de calcul du gradient), choix d'une méthode d'initialisation (conditions initiales), critères de convergence...

3.3.2 Configuration des équations de Navier-Stokes

La configuration des équations à résoudre permet de faire des choix afin de limiter le temps de calcul. Ces choix sont liés à la nature de l'écoulement à étudier, par exemple :

- écoulement laminaire ou turbulent,
- écoulement compressible ou incompressible,
- fluide Newtonien ou non Newtonien,
- écoulement visqueux ou non,
- transfert de chaleur par conduction, convection ou radiation ou par radiation et convection en même temps.

Si nous supposons de plus que l'écoulement est incompressible, alors on a le choix entre deux possibilités dans le cas d'un écoulement dans un domaine fermé :

- Si le régime est transitoire, la densité initiale est calculée à partir de la température et de la pression initiale ; par conséquent, la masse initiale est alors connue. Lors des itérations, la masse est conservée. Cette approche est valable pour les forts gradients de température.
- Si le régime est permanent, l'approche de Boussinesq peut être appliquée. La densité est spécifiée par l'utilisateur, et par voie de conséquence, la masse aussi. Cette approche est valable pour les faibles gradients de température.

Dans les développements à suivre, les choix sont faits, dans le chapitre 2, afin d'obtenir les équations de Navier-Stokes simplifiées (éqs. 2.72, 2.73 et 2.74).

Pour configurer ces équations simplifiées, nous commençons par le choix du solveur : basé sur la densité ou basé sur la pression. Ces deux solveurs sont utilisés afin de simuler les écoulements fluidiques de manière itérative. Le solveur basé sur la densité est développé pour des écoulements compressibles à grande vitesse. Par contre, la seconde approche est destinée aux écoulements incompressibles à faible

vitesse tels que les écoulements générés par les forces de flottabilité. Actuellement, elles sont reformulées de façon qu'elles puissent traiter et résoudre les différents types d'écoulements.

Dans le même contexte, l'équation de conservation de masse considère la variation temporelle de la masse volumique (variable indépendante) qui est utilisée pour estimer la pression à travers l'équation des gaz parfaits (eq. 2.45). Cette relation traduit le couplage entre l'évolution temporelle de la masse volumique et la pression dans l'équation de conservation de mouvement. C'est pour cela que les méthodes de discrétisation des équations régissant l'écoulement (eq. 3.12) sont définies comme basées sur la densité.

Dans notre cas, la masse volumique ne dépend pas du temps (écoulement incompressible, donc la variation temporelle est nulle dans l'équation de conservation de masse), donc la pression ne peut plus être déduite de la variation temporelle de la masse volumique. D'où le recours à d'autres approches pour calculer la pression, telle que la résolution de l'équation de Poisson : ce sont les approches dites "basées sur la pression" [Blazek 15].

Fluent donne la possibilité de choisir entre ces deux solveurs. Chaque solveur se base sur des équations bien précises pour estimer les inconnues de l'écoulement. Le tableau 3.4 récapitule ces équations. On y trouve l'équation de correction de pression qui est obtenue par une manipulation des eqs. 2.22 et 2.15 [Inc 11]. L'équation d'état est définie comme suit,

$$p = \rho RT (1 + B_e \rho + C_e \rho^2) , \quad (3.26)$$

tels que B_e et C_e sont des coefficients à déterminer empiriquement.

TABLE 3.4 – Équations utilisées par chaque solveur pour l'estimation des inconnues de l'écoulement.

Inconnue	Basé sur la pression	Basé sur la densité
Vitesse	équation de conservation de mouvement 2.22	équation de conservation de mouvement 2.22
Pression	équation de correction de pression	équation d'état 3.26
Densité	—	équation de conservation de masse 2.15

3.3.3 Configuration de l'approche numérique

Le rôle du code numérique est de réaliser les étapes suivantes :

- application des lois régissant l'écoulement sur chaque volume de contrôle pour obtenir le système des équations algébriques ,
- linéarisation de la forme discrétisée des équations de Navier-Stokes,
- résolution du système d'équations linéaires.

La première étape permet d'obtenir la forme discrétisée des équations de Navier-Stokes (eqs. 3.23). Une équation de la même forme peut être écrite pour chaque cellule du domaine ce qui permet d'obtenir les équations algébriques à résoudre. Puisque notre objectif, lors de cette étude est d'obtenir une solution en régime permanent, nous n'allons nous intéresser qu'à la discrétisation spatiale (les termes temporels étant nuls).

Interpolation des termes d'advection et de diffusion

Pour résoudre les équations algébriques, il est nécessaire de déterminer les valeurs des termes d'advection $\mathbf{F}_{cf}$ et de diffusion $\mathbf{F}_{vf}$ dans l'éq. 3.22 aux différentes faces de chaque cellule. Ces valeurs doivent être interpolées à partir de la valeur au centre de la cellule en utilisant un schéma décentré avant. Il existe plusieurs autres schémas de ce type, de différentes précisions et pour différentes applications [Blazek 15, Ferziger 02].

Nous avons travaillé avec le schéma du premier ordre (fig. 3.13),

$$F_e \phi_P - F_w \phi_W = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W). \quad (3.27)$$

Cette interpolation suppose que la valeur d'une quantité peut être placée au centre d'un volume de contrôle et qu'elle représente sa valeur moyenne. De cette façon, lorsque le schéma décentré avant de premier ordre est sélectionné, la valeur de ϕ_f est égale à la valeur de ϕ au centre de la cellule en amont ou en aval, selon la direction de l'écoulement.

Afin d'explicitier ce schéma de discrétisation, nous considérons le volume de contrôle et un écoulement convectif, illustrés par la fig. 3.13 [Mabrouk 10].

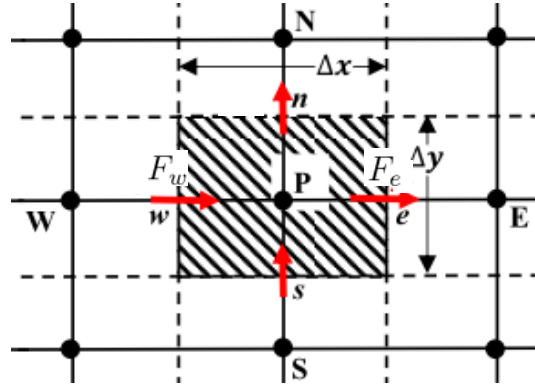


FIGURE 3.13 – Volume de contrôle avec le sens des flux convectifs et conductifs présentés par des flèches en rouge.

ϕ_f ($f = e, w, n, s$) s'exprime alors comme suit selon le sens de l'écoulement,

$$\begin{aligned} \phi_e &= \phi_P; & \text{si } F_e > 0 & & \phi_n &= \phi_P; & \text{si } F_n > 0 \\ \phi_e &= \phi_E; & \text{si } F_e < 0 & & \phi_n &= \phi_N; & \text{si } F_n < 0 \\ \phi_w &= \phi_W; & \text{si } F_w > 0 & & \phi_s &= \phi_S; & \text{si } F_s > 0 \\ \phi_w &= \phi_P; & \text{si } F_w < 0 & & \phi_s &= \phi_P; & \text{si } F_s < 0 \end{aligned}$$

Le schéma décentré avant s'écrit comme suit,

$$\begin{aligned} F_e \phi_e &= \phi_P \max(F_e, 0) - \phi_E \max(-F_e, 0) \\ F_w \phi_w &= \phi_W \max(F_w, 0) - \phi_P \max(-F_w, 0) \\ F_n \phi_n &= \phi_P \max(F_n, 0) - \phi_N \max(-F_n, 0) \\ F_s \phi_s &= \phi_S \max(F_s, 0) - \phi_P \max(-F_s, 0) \end{aligned}$$

En substituant les dernières expressions obtenues dans l'équation discrétisée (eq. 3.27), elle devient, sous la forme de l'éq. 3.24,

$$A_P \phi_P + A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S = b_P, \quad (3.28)$$

tels que A_i regroupe les flux convectif et diffusif par,

$$\begin{aligned}
A_E &= D_e + \max(-F_e, 0) \\
A_W &= D_w + \max(F_w, 0) \\
A_N &= D_n + \max(-F_n, 0) \\
A_S &= D_s + \max(F_s, 0)
\end{aligned}$$

où $D_f = \frac{\kappa}{\delta x_i}$ est la conductance de la diffusion et $F_f = \rho v_i$ est la force de convection tel que $f = e, w, n, s$.

Bien que la discrétisation du premier ordre accélère la convergence, généralement, elle est moins précise surtout avec un maillage non structuré. Dans le cas de la convection naturelle, l'écoulement est physiquement simple mais la solution numérique n'est pas stable. Alors, il y a plus d'intérêt de choisir le schéma qui permet d'accélérer la convergence (généralement de premier ordre dans ce cas d'étude).

Évaluation du gradient et de la divergence

L'évaluation des gradients de vitesse et de température est requise pour l'évaluation des flux visqueux dans le terme F_{c_f} de l'éq. 3.23. Selon l'équation de conservation générale d'une variable d'écoulement ϕ (eq. 2.10), ce terme diffusif appliqué à une face e s'écrit comme suit,

$$F_{c_e} = \oint_{S_e} \kappa \rho \mathbf{grad} \phi \cdot \mathbf{n} dS \approx (\kappa \rho \mathbf{grad} \phi \cdot \mathbf{n})_e S_e. \quad (3.29)$$

Le gradient de ϕ au centre de la face e peut être écrit comme suit,

$$\mathbf{grad} \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \mathbf{j} = \frac{\partial \phi}{\partial n} \mathbf{n} + \frac{\partial \phi}{\partial t} \mathbf{t}, \quad (3.30)$$

où n et t représentent les directions des coordonnées normale et tangentielle à la face e , respectivement.

Il existe plusieurs approches afin d'approximer la dérivée normale ou le gradient au centre de la cellule. Si la variation de ϕ au voisinage de la face peut être décrite par une fonction de forme, il est alors possible de dériver cette fonction au point e afin d'estimer la dérivée en respectant les coordonnées cartésiennes. Le flux diffusif s'écrit alors [Ferziger 02],

$$F_{c_e} = \kappa \rho \sum_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)_e S_e. \quad (3.31)$$

Une autre méthode, que nous avons utilisée, consiste à interpoler les dérivées au centre de la face f à partir de la valeur calculée au centre du volume de contrôle P . Cette approche s'applique en utilisant le théorème de Green-Gauss ; elle permet d'approximer la dérivée au centre de la cellule par la valeur moyenne sur le volume de contrôle [Blazek 15, Inc 11].

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)_P \approx \frac{1}{\Delta \Omega} \int \frac{\partial \phi}{\partial x_i} d\Omega. \quad (3.32)$$

Par la suite, on considère alors que la dérivée $\partial \phi / \partial x_i$ est la divergence du vecteur $\phi \mathbf{i}_i$ et on transforme l'intégrale dans l'équation précédente en une intégrale surfacique en appliquant le théorème suivant,

$$\int_{\Omega_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} d\Omega = \oint_{\partial \Omega} \phi \mathbf{i}_i \cdot \mathbf{n} dS \approx \sum_f \phi_f S_f. \quad (3.33)$$

Le gradient de ϕ au centre du volume de contrôle est alors égal à la somme des produits de $\phi_f S_f$, pour toutes les faces du volume de contrôle, divisée par son volume,

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i}\right)_P \approx \frac{\sum_f \phi_f S_f}{\Omega_i}, \quad (3.34)$$

La somme est effectuée sur toutes les faces qui entourent la cellule. La valeur de face ϕ_f peut être calculée par la moyenne arithmétique des valeurs des nœuds ϕ_n si on utilise l'évaluation des gradients à l'aide du théorème de Green-Gauss basé sur les nœuds,

$$\phi_f = \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} \phi_n, \quad (3.35)$$

tel que N_n est le nombre de nœuds à chaque face. La valeur de ϕ_n est déduite à partir la moyenne pondérée des valeurs des cellules entourant le nœud [Blazek 15, Inc 11].

Le schéma Green-Gauss basé sur les nœuds détermine des valeurs exactes d'une fonction linéaire à un nœud à partir des valeurs aux centres des cellules voisines par la résolution d'un problème de minimisation de contraintes, garantissant une précision de deuxième ordre de la discrétisation spatiale. Cette méthode est plus avantageuse que d'autres basées sur le théorème de Green-Gauss, surtout, pour un maillage irrégulier.

Schéma d'interpolation de la pression

L'équation de conservation de la quantité de mouvement (équ. 2.73) contient la contribution de la pression. Sa forte connexion à l'équation de continuité (équ. 2.72), typiquement dans le cas d'un fluide incompressible, fait qu'elle nécessite un traitement plus attentif.

Connaissant le champ de pression et le flux massique, le champ de vitesse peut être estimé. Ces données constituent une partie importante de la solution. En appliquant la méthode des volumes finis, le terme de la pression peut être approximé comme étant, un terme source $-\int_{\Omega} \mathbf{grad} p \cdot \mathbf{I} d\Omega$ (force de volume) ou une force de surface $-\oint_{\partial\Omega} p \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} dS$.

Après l'approximation de ce terme aux centres des volumes de contrôle, il est possible d'utiliser deux schémas d'interpolation de pression dans le contexte de la convection naturelle : le schéma "Standard" et le schéma "body-force-weighted"

La première méthode est applicable au cas d'une faible variation de pression entre les cellules. Dans le cas contraire, ce schéma pose des problèmes, surtout si les forces volumiques sont importantes comme dans le cas du l'écoulement tourbillonnaire ou la convection naturelle en régime turbulent (nombre de Rayleigh très élevé).

Le schéma Standard est acceptable pour la plupart des cas, mais la deuxième alternative peut présenter plus d'avantages sur la précision de la solution. Le schéma "body-force-weighted" calcule la pression à la face en supposant que le gradient de la différence entre la pression et les forces volumiques est constant. Cette hypothèse est acceptable si les forces volumiques sont connues a priori dans l'équation de conservation de mouvement.

Couplage vitesse-pression

Pour un écoulement compressible, l'équation de continuité est utilisée pour déterminer la densité. Ensuite, la pression est calculée à partir d'une équation d'état. Cette approche n'est pas valide pour les écoulements incompressibles ou si le nombre de Mach est très faible.

Pour les écoulements incompressibles, la difficulté des équations de Navier-Stokes est qu'il n'y pas d'équation indépendante pour la pression, malgré le rôle de son gradient dans l'équation de conservation de quantité de mouvement. La solution est alors de construire un champ de pression cohérent avec l'équation de continuité (eq. 2.72), d'où le recours à des méthodes de couplage pression-vitesse [Ferziger 02].

Les méthodes de couplage peuvent s'appliquer pour la résolution d'un problème en régime transitoire ainsi qu'en régime permanent. Elles exploitent l'équation de correction de pression pour imposer la conservation de la masse à chaque itération lors de la résolution du problème. L'équation de correction de pression est obtenue par manipulation de l'équation de continuité et l'équation de conservation de mouvement [Ferziger 02].

Les méthodes basées sur l'équation de correction de pression comptent parmi les méthodes les plus connues ; elles sont appelées "méthodes de projection". L'utilisation de telles méthodes implique l'estimation d'une valeur provisoire de pression afin de pouvoir estimer la vitesse $\tilde{v}_i$ à partir de l'équation de conservation de quantité de mouvement, qui ne satisfait pas l'équation de continuité.

La résolution de l'équation de correction de pression permet de calculer la pression de correction p' , qui permet, par la suite, la correction de la pression et de la vitesse et renforcer les conditions de continuité.

Dans la MFN, cette méthode correspond à l'algorithme SIMPLE (Simple-Implicit Method for Pressure-linked Equations) (fig. 3.14). En plus de cet algorithme, il en existe d'autres qui peuvent être appliqués pour la modélisation numérique de la convection naturelle en régime permanent tel que l'algorithme SIM-PLC (SIMPLE-Consistent) et en régime transitoire tel que l'algorithme PISO.

3.4 Comparaison avec la littérature

Avant d'appliquer la MFN sur la géométrie de la machine, nous allons l'appliquer sur une géométrie simple : le cas d'un cylindre de longueur supposée infinie. Pour cela, l'étude de Atayilmaz a été utilisée comme référence en traitant le cas d'un cylindre de diamètre de 4,8 mm [Özgür 09]. Cette étude est réalisée en régime laminaire, pour un nombre de Rayleigh dans l'intervalle $74 \leq Ra \leq 3,4 \times 10^3$ où le rayonnement est négligé.

L'auteur a réalisé une étude expérimentale sur un cylindre lisse, au repos et isolé thermiquement des deux côtés. Le cylindre est supposé isotherme à la température T_s et il est suspendu dans une cabine de test, comme représenté par la fig. 3.15.

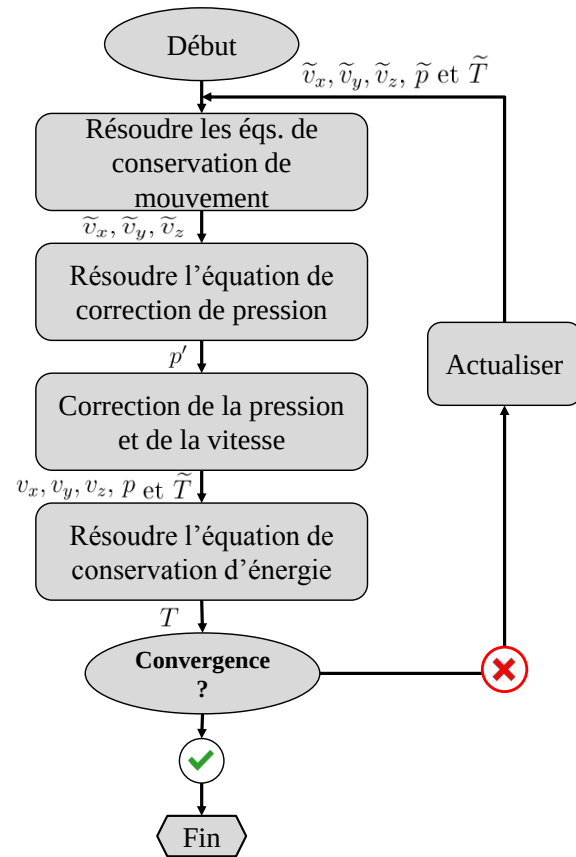


FIGURE 3.14 – Algorithme SIMPLE.

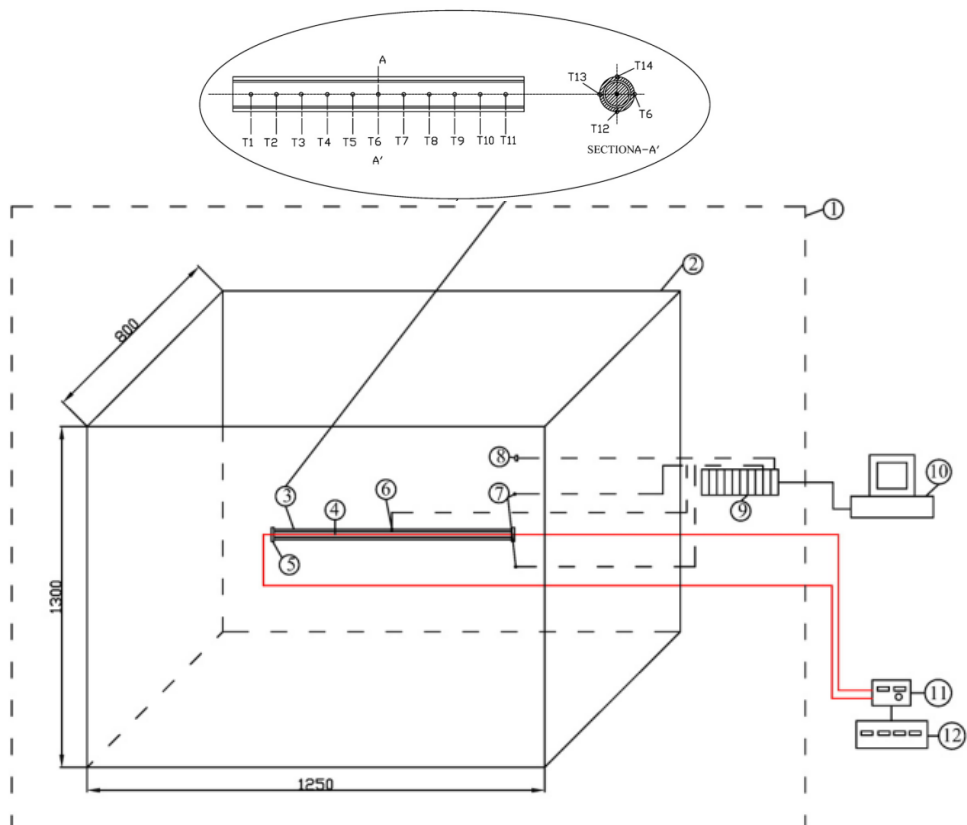


FIGURE 3.15 – Représentation de la configuration expérimentale utilisée par Atayilmaz [Özgür 09].

La cabine de test est placée dans une chambre conditionnée à la température T_∞ qui est donc également celle de la cabine.

Cette étude expérimentale est accompagnée d'une analyse numérique. À la fin de cette étude, une corrélation numérique (éq. 3.11) est proposée pour permettre la détermination du nombre de Nusselt surfacique moyen.

Dans cette partie, nous avons réalisé la même étude numérique. Nous avons appliqué les mêmes méthodes et étapes définies dans [Özgür 09], en précisant les paramètres nécessaires pour la modélisation en convection naturelle autour d'un cylindre statique lisse. Nous avons aussi changé certains paramètres de simulation, pour pouvoir établir des comparaisons entre les différentes solutions et sélectionner la plus satisfaisante du point de vue de la vitesse de convergence et de la précision des résultats.

La démarche suivie dans ce travail est présentée par la fig. 3.16.

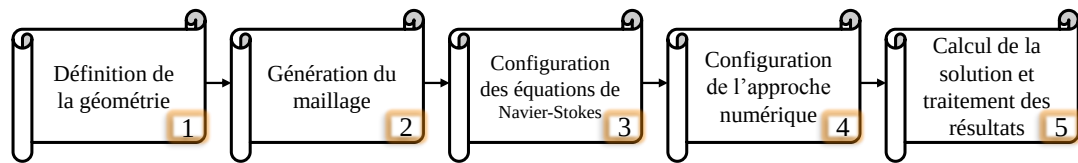


FIGURE 3.16 – Étapes considérées pour le traitement du problème numérique MFN.

La démarche que nous avons adoptée consiste à suivre les étapes listées dans la fig. 3.17, en vue d'estimer une approche "optimale" à toute étude numérique de ce type.

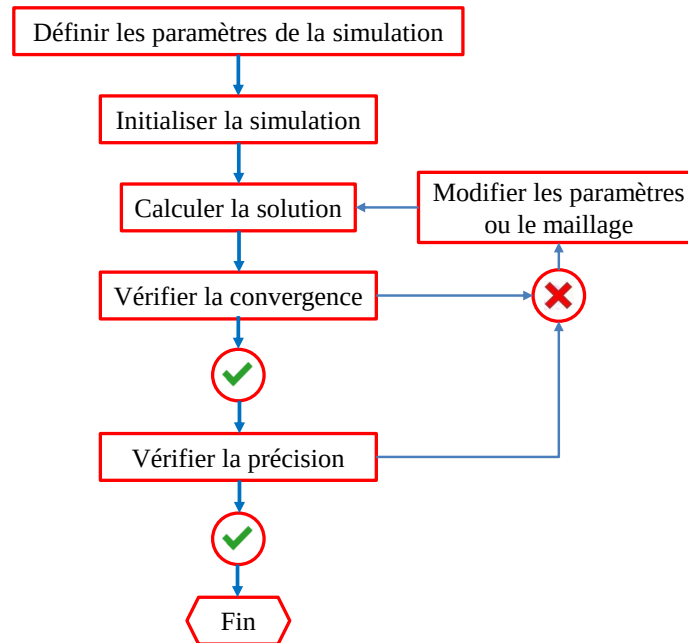


FIGURE 3.17 – Démarche suivie pour l'obtention d'une solution numérique optimale d'un problème thermique.

À la suite de cette section, nous allons suivre les étapes de la fig. 3.16 pour le traitement du problème numérique présenté par Atayilmaz [Özgür 09].

3.4.1 Étapes 1 et 2

Selon la démarche donnée dans la fig. 3.16, nous avons commencé par la conception de la géométrie (fig. 3.18) et la génération du maillage du domaine physique.

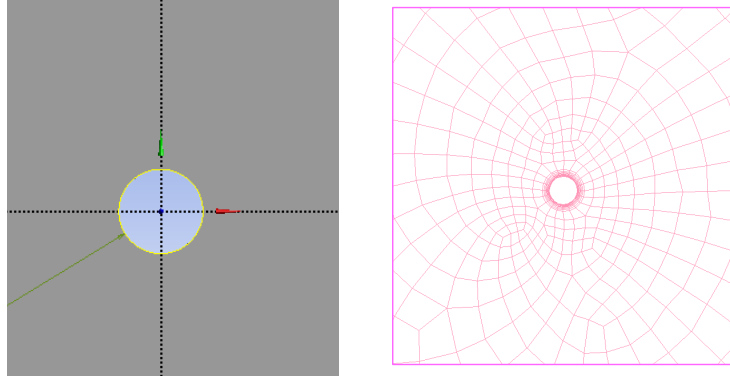


FIGURE 3.18 – Géométrie et exemple de maillage du domaine fluide en 2D autour du cylindre.

Un modèle 2D et un autre 3D ont été réalisés. Étant donné que le maillage structuré génère moins d'éléments et implique un temps de calcul plus faible, il a été choisi lors de cette étude comparative.

Une inflation a été imposée afin d'être en mesure de détecter le gradient de température et de vitesse à proximité de la paroi cylindrique (couches limites).

L'étape la plus importante correspond au maillage. C'est le facteur le plus important pour s'assurer d'obtenir une solution satisfaisante. Elle nécessite 80% du temps de travail total.

3.4.2 Étape 3

Pour modéliser l'écoulement traité par Atayilmaz, il est possible de suivre les choix déjà mentionnés pour la configuration des équations de Navier-Stokes et présentés dans la sous-section §3.3.2. Ces choix correspondent à ceux adoptés lors de son étude. Ils permettent d'obtenir la formulation mathématique simplifiée de ce problème physique détaillé dans le chapitre 2 (éqs. 2.72, 2.73 et 2.74).

Quant au choix du solveur discuté auparavant, le solveur basé sur la pression est sélectionné, dans la mesure où il a été développé initialement pour des écoulements à faible vitesse. Pour être cohérent avec l'analyse numérique réalisée par Atayilmaz, nous avons repris le même algorithme SIMPLE lors de cette étude.

Les conditions aux limites imposées sont de type mur à température constante pour les interfaces entre l'air et le cylindre et entre l'air et la cabine. Les différentes configurations de ces conditions aux limites sont extraites de l'étude de Atayilmaz [Özgür 09] et résumées dans le tableau 3.5. Les conditions aux limites à la surface du cylindre T_s et aux parois de la cabine de test T_{amb} sont issues des démarches expérimentales effectuées par Atayilmaz [Özgür 09].

TABLE 3.5 – Conditions aux limites des modèles numériques réalisés [Özgür 09].

N° du cas	T_{amb} (°C)	T_s (°C)	Ra
1	30,29	50,36	255,73
2	30,31	60,19	358,09
3	11,36	60,58	642,33

3.4.3 Étape 4

La quatrième étape consiste à établir la configuration appliquée par les approches numériques. Pour la discrétisation des équations de conservation d'énergie et de conservation de quantité de mouvement, l'approche décentrée avant de premier ordre est appliquée. Quant à la pression, il est possible d'utiliser l'approche "PRESTO!" (PREssure STaggering Option) ainsi que l'approche "body-force-weighted". Atayilamaz n'a pas précisé son choix. Lors de cette étude, nous avons essayé les deux approches. En définitive, l'approche "body-force-weighted" a été retenue.

La précision exigée est fixée à 10^{-3} pour la vitesse et la masse et à 10^{-6} pour l'énergie. L'initialisation donne accès aux différents paramètres initiaux de la solution qui peuvent agir sur la convergence.

Pour les premières simulations, la fluctuation des résidus est importante, tel qu'affiché par la fig. 3.19.

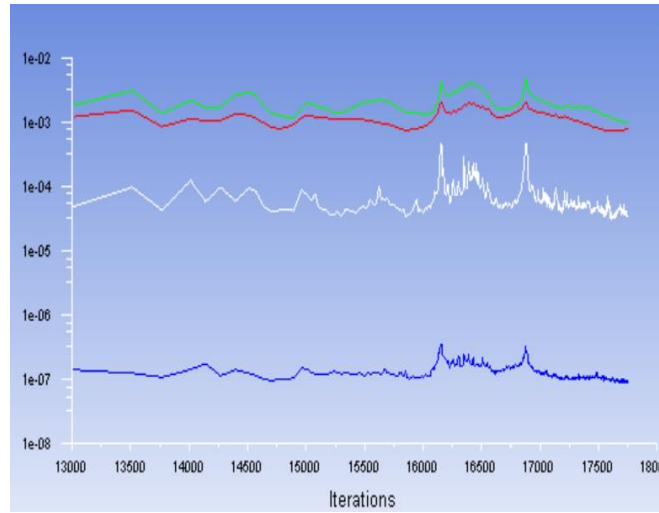


FIGURE 3.19 – Fluctuations continues de la solution numérique.

En suivant la démarche de la fig. 3.17, nous avons changé plusieurs paramètres tels que les facteurs de sous-relaxation. Ces facteurs sont utilisés afin de diminuer l'influence de l'itération précédente sur l'itération actuelle lorsque la fluctuation des résidus est importante et continue. Nous avons agi particulièrement sur le facteur de sous-relaxation de la quantité de mouvement.

Ce problème nous a amené, également, à changer de méthodes de discrétisation et également à fixer une vitesse verticale initiale de 0,001 m/s.

3.4.4 Résultats

Il est possible de visualiser la distribution locale du coefficient d'échange h (fig. 3.20). Cette figure illustre la différence de valeur du coefficient d'échange au-dessous et au-dessus du cylindre. Il est plus élevé en bas du cylindre, ce qui est cohérent avec la littérature. Ce résultat implique que la résistance thermique au-dessus du cylindre est plus élevée ce qui induit une température plus élevée à cet endroit du cylindre.

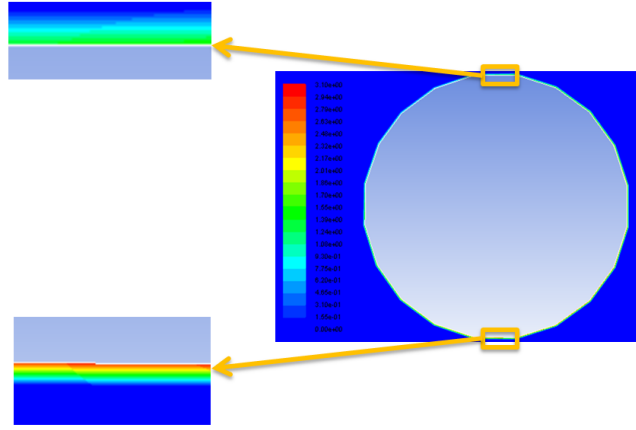


FIGURE 3.20 – Distribution locale du coefficient d'échange autour du cylindre.

Afin de valider ce modèle numérique, nous avons calculé le nombre de Nusselt moyen pour chaque cas (tableau 3.5) afin d'établir une comparaison avec les résultats de [Özgür 09]. La différence entre les nombres de Nusselt obtenus et ceux de Atayilmaz ne dépasse pas 0,1 pour le modèle 2D.

TABLE 3.6 – Comparaison entre les nombres de Nusselt obtenus numériquement et ceux de Atayilmaz [Özgür 09].

N° du cas	1	2	3
$\overline{Nu}$ [Özgür 09]	2,15	2,32	2,63
$\overline{Nu}$ (2D)	2,24	2,34	2,73
$\overline{Nu}$ (3D)	2,53	-	-

Il faut remarquer que pour le modèle 3D, le résultat obtenu en utilisant les mêmes paramètres numériques correspond à un nombre de Nusselt plus élevé.

La fig. 3.21 montre la variation du nombre de Nusselt local autour du cylindre dans le cas 3. La moyenne obtenue à partir des valeurs locales est égale à celle calculée dans le tableau 3.6 (obtenue directement à partir de Fluent).

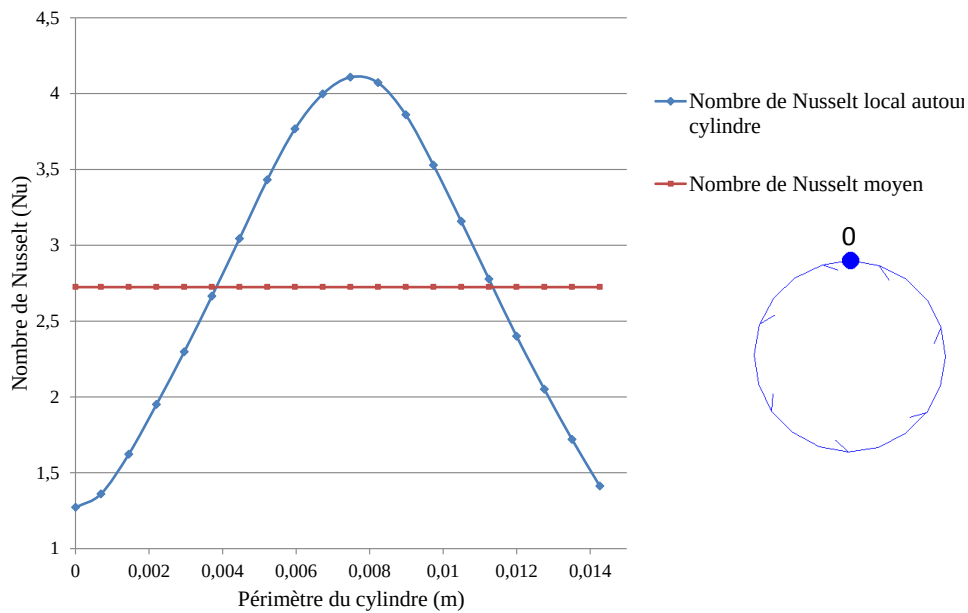


FIGURE 3.21 – Variation du nombre de Nusselt local autour du cylindre et calcul du nombre de Nusselt moyen.

La variation de température sur trois cylindres virtuels coaxiaux et de différents diamètres 24 mm (surface du cylindre), 26 mm et 35 mm est illustrée par la fig. 3.22.

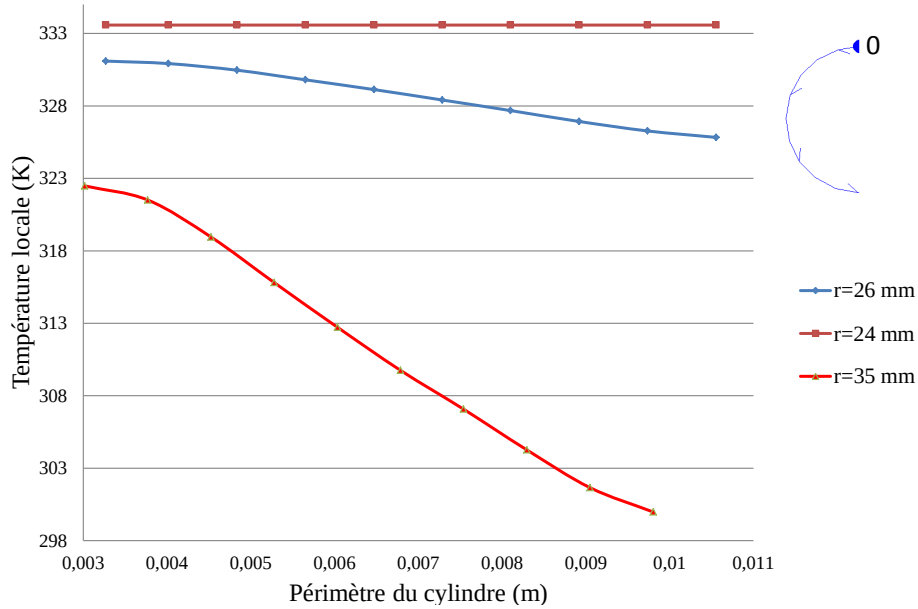


FIGURE 3.22 – Variation de la température sur la moitié verticale de trois cylindres virtuels concentriques par rapport au cylindre étudié.

La solution numérique impliquée lors de cette comparaison est cohérente avec les résultats de Atayilmaz. Or il faut noter que la solution obtenue par ce dernier, a engendré une déviation de $\pm 20\%$ par rapport aux résultats expérimentaux de la même étude (nombre de Rayleigh faible $7,4 \times 10^1 < Ra < 3,4 \times 10^3$). Ce point nous a mené à chercher d'autres solutions numériques qui sont valables pour un intervalle plus large du nombre de Rayleigh (au delà de 10^5).

Pour cela, nous avons mené des calculs numériques avec des configurations différentes pour traiter la convection naturelle autour d'un cylindre horizontal de diamètre variant entre 3 cm et 5 cm. Les solutions sont obtenues en utilisant deux codes de calcul différents : Openfoam et Fluent. Elles sont illustrées par la fig. 3.23 à l'aide des courbes de tendance obtenues en utilisant la corrélation (éq. 3.4).

Les résultats numériques du nombre de Nusselt sont comparés avec le nombre de Nusselt empirique moyen $\overline{Nu}$ obtenu à partir des corrélations extraites de la littérature illustrées par la fig. 3.4. Nous pouvons remarquer que les solutions numériques sont comprises dans l'intervalle $e_{1sup} = 9,78\%$ et $e_{1inf} = 7,18\%$ (fig. 3.23) (sous-section §3.1.1) qui correspond à l'écart engendré par l'application des corrélations empiriques.

Ces résultats permettent de conclure que l'étude numérique peut donner assistance à la résolution des problèmes de convection naturelle, dans le cas des surfaces simples. Dans le chapitre suivant nous allons l'appliquer sur la surface plus complexe de la machine Synchrel afin de tester ses capacités.

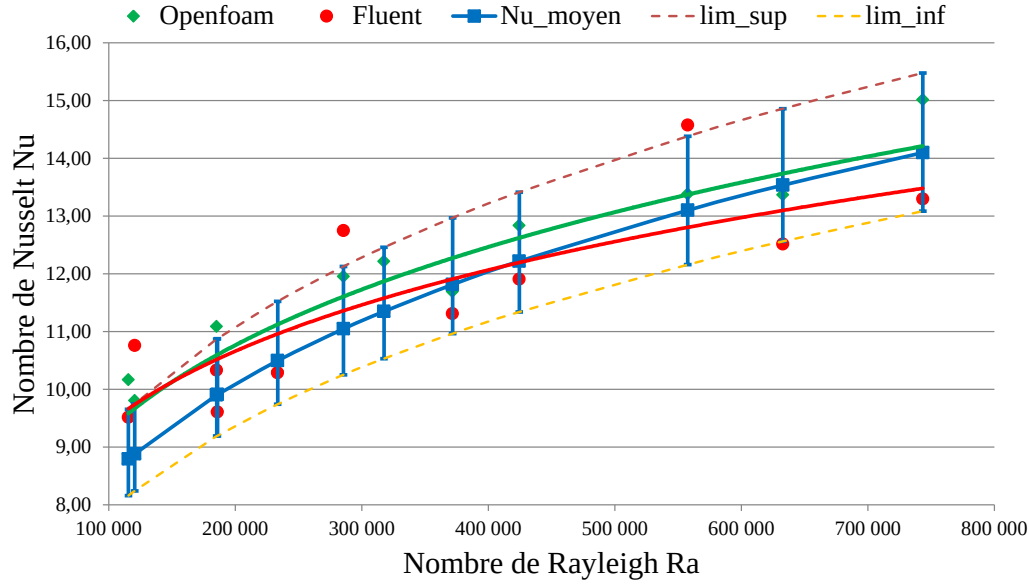


FIGURE 3.23 – Comparaison des résultats numériques obtenus en utilisant des configurations différentes par rapport aux résultats empiriques de la littérature, en tenant compte de l'écart introduit par les corrélations empiriques.

Conclusion

Une étude bibliographique a été réalisée afin de comparer les différentes méthodes adoptées lors de l'étude de la convection naturelle autour des formes cylindriques simples. Ces études sont réalisées sur des cylindres de différents diamètres en position horizontale à température uniforme et flux thermique uniforme. Elles ont été réalisées dans différents contextes applicatifs (échangeurs thermiques, machines électriques) et en appliquant des méthodes expérimentales et numériques.

Les corrélations empiriques regroupées à la fin de cette étude ont permis d'évaluer l'écart relatif par rapport à la moyenne, que l'on peut considérer par application de cette approche. L'écart e_1 obtenu dans le cas d'une surface cylindrique est donné par deux valeurs maximale et minimale. La valeur maximale est égale à $e_{1sup} = 9,78\%$ et la valeur minimale à $e_{1inf} = 7,18\%$.

La deuxième partie de ce chapitre a été consacrée à présenter les aspects généraux sur les approches numériques de discrétisation en mettant l'accent sur l'approche des volumes finis. La comparaison entre les différentes approches de discrétisation a montré que celle des volumes finis est plus avantageuse ; elle permet l'application directe des lois de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sur chaque volume de contrôle décomposant le domaine.

Quelle que soit la méthode de discrétisation adoptée, elle repose sur la discrétisation spatiale du domaine physique (domaine de calcul) pour définir ces volumes de contrôle. Pour certains codes de calcul MFN, les cellules créées pendant l'étape de génération du maillage coïncident avec les volumes de contrôle ; ce qui est le cas du code de calcul MFN Fluent qui est utilisé dans notre présente étude. L'étape de maillage est très importante et elle impacte fortement le choix des schémas de discrétisation. Elle présente une étape déterminante lors de la modélisation numérique des phénomènes thermiques en général.

En se basant sur la discrétisation du domaine physique et du phénomène à traiter, nous avons présenté quelques techniques de discrétisation spatiale des dif-

férents termes des équations de Navier-Stokes. Ces techniques peuvent être utilisées pour la discrétisation des équations de conservation d'énergie et de quantité de mouvement.

Selon la relation entre la pression et la masse volumique et la façon selon laquelle le problème numérique est posé, plusieurs algorithmes peuvent être appliqués afin d'évaluer la pression en fonction de la masse volumique ou à partir d'un couplage entre la vitesse et la pression. Ces techniques sont généralement proposées par les codes MFN et elles diffèrent du point de vue du type d'application et de la précision recherchée.

Le code MFN Fluent est flexible et propose la possibilité de choisir entre plusieurs schémas de discrétisation afin notamment de simuler la convection naturelle en régime permanent. Afin de sélectionner les choix les plus convenables, le problème, étudié par Atayilmaz [Özgür 09], a été traité en appliquant les équations de Navier-Stokes simplifiées obtenues dans le chapitre 2 (éqs. 2.72, 2.73 et 2.74).

Les nombres de Nusselt obtenus sont comparés avec les résultats de l'article référence [Özgür 09]. Ils présentent une différence qui ne dépasse pas 0,01. Cependant, les résultats obtenus par Atayilmaz affichent une erreur de $\pm 20\%$ par rapport à ses propres résultats expérimentaux. Cette erreur nous a amené à essayer des configurations numériques différentes (notamment en utilisant un autre code de calcul MFN) que celle validée par les résultats de Atayilmaz.

Les différentes solutions numériques obtenues sont comparées à l'étude d'écarts relatifs moyens obtenus dans la sous-section §3.1.1 ($e_{1sup} = 9,78\%$ et $e_{1inf} = 7,18\%$).

Pour l'étude réalisée sur la machine Synchrel et présentée par la suite, la configuration numérique validée par les résultats de Atayilmaz sera appliquée. La géométrie considérée est plus complexe et un modèle 3D sera utilisé. Dans ce cas, il devient compliqué de générer un bon maillage structuré, et cette situation peut justifier le choix d'un maillage non structuré qui s'adapte plus facilement à la géométrie. Cette étude numérique est détaillée dans le prochain chapitre.

Bibliographie

- [Bergman 11] T. L. Bergman, F. P. Incropera, D. P. DeWitt & A. S. Lavine. Fundamentals of heat and mass transfer. John Wiley and Sons, 2011.
- [Blazek 15] J. Blazek. Computational fluid dynamics : principles and applications. Butterworth-Heinemann, 2015.
- [Cesini 99] G. Cesini, M. Paroncini, G. Cortella & M. Manzan. *Natural convection from a horizontal cylinder in a rectangular cavity*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 42, pages pp. 1801–1811, 1999.
- [Churchill 75] S. W. Churchill & H. H. Chu. *Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a horizontal cylinder*. International Journal of heat transfer of Heat Mass Transfer, vol. vol. 18, pages pp. 1049–1053, 1975.
- [Fand 77] R. M. Fand, E. W. Morris & M. Lum. *Natural convection heat transfer from horizontal cylinders to air, water and silicone oils for Rayleigh numbers between 3×10^2 and 2×10^7* . International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 20, pages pp. 1173–1184, 1977.
- [Fand 83] R. M. Fand & J. Brucker. *A correlation for heat transfer by natural convection from horizontal cylinders that accounts for viscous dissipation*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 26, pages pp. 709–716, 1983.
- [Ferziger 02] J. H. Ferziger & M. Peric. Computational methods for fluid dynamics. Springer, 2002.
- [Holman 01] J. P. Holman. Heat transfer. Eighth SI Metric Edition, 2001.
- [Inc 11] Ansys Inc, editeur. Ansys fluent theory guide. Southpoint, 2011.
- [Kitamura 99] K. Kitamura, F. Kami-Iwa & T. Misumi. *Heat transfer and fluid flow of natural convection around large horizontal cylinders*. International Journal of Heat and Mass Transfer 42, vol. vol. 50, page pp. 4093–4106, 1999.
- [Kuehn 76] T. H. Kuehn & R. J. Goldstein. *Correlating equations for natural convection heat transfer between horizontal circular cylinders*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 19, pages pp. 1127–1134, 1976.
- [Kuehn 80] T. H. Kuehn & R. J. Goldstein. *Numerical solution to the Navier-Stokes equations for laminar natural convection about a horizontal isothermal circular cylinder*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 23, pages pp. 971–979, 1980.
- [Kumar 14] A. Kumar, J.B. Joshi, A. K. Nayak & P. K. Vijayan. *3D CFD simulation of air cooled condenser-I : Natural concentric over a circular cylinder*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 78, pages pp. 1265–1283, 2014.
- [Logie 11] W. Logie & E. Frank. *A computational fluid dynamics study on the accuracy of heat transfer from a horizontal cylinder into quiescent water*. ISES Solar World Congress, Kassel, Deutschland, 2011.

- [Luciano 83] M. Luciano. *Laminar free convection around horizontal circular cylinders*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 26, pages pp. 1669–1677, 1983.
- [Mabrouk 10] G. Mabrouk. *Modélisation de la convection naturelle laminaire dans une enceinte avec une paroi chauffée partiellement*. PhD thesis, University of Mentouri Constantine, 2010.
- [Misumi 03] T. Misumi, K. Suzuki & K. Kitamura. *Fluid flow and heat transfer of natural convection around large horizontal cylinders : experiments with air*. Heat Transfer—Asian Research, vol. vol. 32, pages pp. 293–305, 2003.
- [Morgan 75] V. T. Morgan. *The overall convective heat transfer from smooth circular cylinders*. Advances in heat transfer, vol. vol. 11, page pp. 199–210, 1975.
- [Saitoh 93] T. Saitoh, T. Sajiki & K. Maruhara. *Bench mark solutions to natural convection heat transfer problem around a horizontal circular cylinder*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 36, pages 1251–1259, 1993.
- [Theodore 11] L. Theodore. *Heat transfer applications for the practicing engineer*. John Wiley & Sons, 2011.
- [Yamamoto 04] S. Yamamoto, D. Niiyama & B. R. Shin. *A numerical method for natural convection and heat conduction around and in a horizontal circular pipe*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 47, pages pp. 5781–5792., 2004.
- [Özgür 09] S. A. Özgür & T. T. Ismail. *Experimental and numerical study of the natural convection from a heated horizontal cylinder*. International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. vol. 36, page pp. 731–738, 2009.
- [Özgür 11] S. A. Özgür. *Experimental and numerical study of natural convection heat transfer from horizontal concentric cylinders*. International Journal of Thermal Sciences 50, vol. vol. 50, pages pp. 1472–1483, 2011.

Chapitre 4

Étude de la convection autour de la machine synchro-réductante

Sommaire

4.1	Étude bibliographique sur la convection externe des machines électriques	130
4.2	Étude expérimentale de la convection autour de la machine synchro-réductante	147
4.3	Modélisation numérique de la machine synchro-réductante	157
4.4	Résultats et comparaison	170
	Bibliographie	182

Introduction

L'élévation de température est un facteur qui peut fortement limiter les performances des machines électriques. Celles ci peuvent être endommagées si la température dépasse une certaine limite. Cette limite est imposée lors de l'étape de conception, en particulier, au travers du choix du vernis isolant des conducteurs. Afin de pouvoir introduire cette limite lors de la conception des machines électriques, des modèles thermiques sont utilisés. Ces modèles doivent traduire la complexité de la machine et des phénomènes thermiques, tout en étant capables de tenir compte d'une variation de paramètres qui peuvent être ajustés au cours de la conception de la machine.

Des études de sensibilité ont montré l'importance du mode de refroidissement de la machine qui a une influence directe et importante sur le comportement thermique interne et externe [Assaad 15, Rasid 16]. Ces études ont montré plus particulièrement l'importance de la convection externe et notamment son impact en vue d'une modélisation thermique efficace. Ce phénomène dépend de plusieurs facteurs dont notamment la topologie de la machine (ouverte ou fermée) et le mode de refroidissement (ventilation, circuit d'eau,...).

La modélisation du transfert convectif repose sur le coefficient de transfert d'échange convectif. La détermination de ce paramètre constitue une étape délicate lors de la modélisation thermique des machines électriques. Il dépend de plusieurs facteurs tels que la position et la géométrie de la machine, la température ambiante et l'environnement dans lequel la machine opère. Pour cela classiquement, des corrélations empiriques, présentées dans la littérature, sont utilisées que ce soit pour la convection forcée ou naturelle. Ces relations sont présentées dans la première partie de ce chapitre.

Les petites machines électriques, utilisées dans de nombreuses applications motrices électriques (la machine Synchrel dans notre cas d'étude), sont généralement totalement fermées et non ventilées. Dans ce cas, le refroidissement apparaît comme l'aspect thermique le plus important. Il est très sensible à plusieurs facteurs tels que l'emplacement de la machine (en contact avec son support ou pas), la présence d'autres sources d'énergie (l'alimentation, rayonnement externe).

Ce chapitre présente une démarche permettant de déterminer le coefficient d'échange convectif moyen total à différentes positions angulaires pour la machine Synchrel à l'aide de trois différentes approches : par utilisation de corrélations empiriques issues de la littérature, par une approche expérimentale et enfin par les méthodes numériques de type MFN. Cette démarche permettra de confronter les trois méthodes et d'élaborer de corrélations numérique et expérimentale servant à déterminer le coefficient d'échange convectif pour différentes inclinaisons de la machine, dans un intervalle de températures de fonctionnement.

4.1 Étude bibliographique sur la convection externe des machines électriques

Les machines électriques peuvent se caractériser par la topologie de leur carter, et ainsi par leur mode de refroidissement. Nous pouvons trouver des machines ouvertes ou fermées, des machines non ventilées ou ventilées à l'extérieur ou à l'intérieur. La fig. 4.1 résume ces différentes configurations.

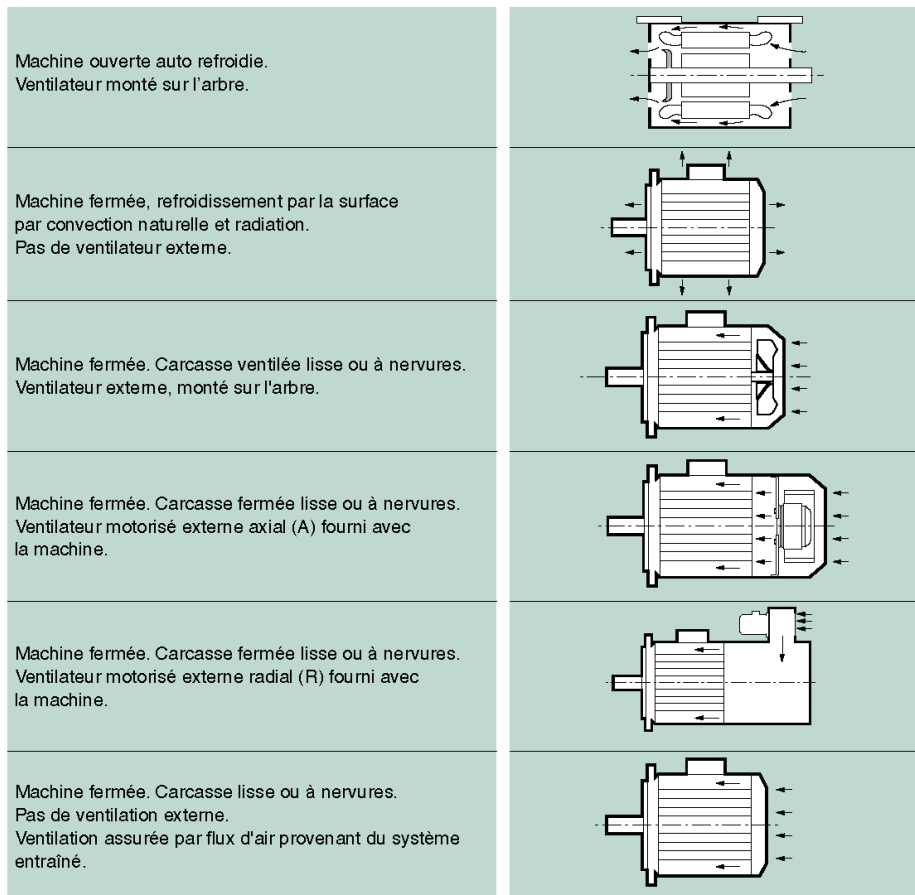


FIGURE 4.1 – Exemples de configurations de refroidissement de machines électriques [PMS-LFM 12].

La convection externe autour des machines électriques se manifeste entre la surface du carter et un fluide extérieur de température différente. Selon l'origine de l'entraînement du fluide en mouvement, ce mécanisme de transfert de chaleur peut correspondre à l'un des trois phénomènes suivants : la convection forcée, naturelle ou mixte (naturelle+forcée).

En convection forcée, l'effet de la convection naturelle est généralement négligé. Ainsi, le cas de la convection mixte est rarement traité. D'autre part, bien que quelques études aient considéré l'effet du rayonnement, il est généralement considéré faible lors de la convection naturelle. Dans ce qui suit, chaque phénomène convectif sera abordé séparément en décrivant les solutions les plus utilisées pour résoudre ce genre de problème thermique.

Dans les différents cas, le but est de déterminer le coefficient d'échange moyen $\bar{h}$ afin de pouvoir caractériser les échanges convectifs globaux. Ce coefficient dépend de plusieurs paramètres tels que la configuration géométrique de la machine, le mode d'écoulement et son régime, des paramètres thermophysiques et également la température de l'air ambiant. Ce coefficient est estimé à partir de corrélations empiriques et analytiques ou à partir des méthodes numériques de type MFN (Mécanique des Fluides Numérique) avec lesquelles le coefficient d'échange peut être calculé localement en tout point de la surface de carter.

Les corrélations analytiques et empiriques reposent sur l'analyse dimensionnelle du problème thermique. Cette méthode synthétise les différents aspects thermiques et géométriques en les regroupant sous forme de variables qui définissent des nombres adimensionnels caractérisant l'état du fluide. Ces nombres adimen-

sionnels ont été introduits dans le chapitre 2 (tableau 2.2).

Généralement, ces corrélations visent à définir le nombre adimensionnel de Nusselt Nu en fonction d'autres nombres adimensionnels qui regroupent l'effet des facteurs agissant sur le mécanisme de convection. Le choix de ces nombres dépend du mode de convection traité (naturelle ou forcée). Pour la convection forcée, le nombre de Reynolds Re caractérise l'écoulement et nous renseigne sur la transition entre le régime laminaire et le régime turbulent. Pour la convection naturelle, c'est le nombre de Rayleigh Ra qui joue ce rôle. Le tableau 4.1 résume les intervalles de valeurs typiques du coefficient d'échange pour les différents modes de convection [Bergman 11].

TABLE 4.1 – Intervalles typiques du coefficient d'échange convectif pour les gaz et les liquides en convection naturelle et forcée.

Phénomène et fluide	$h(W/m^2K)$
Convection naturelle	
Gaz	2 – 25
Liquides	50 – 1000
Convection forcée	
Gaz	25 – 250
Liquides	100 – 20 000

Dans ce qui suit, nous allons présenter les deux principaux modes de refroidissement des machines électriques et les corrélations empiriques qui peuvent être appliquées dans ce contexte pour les décrire.

4.1.1 Convection forcée

Principalement dans le cas des machines de grande puissance, des systèmes de refroidissement efficaces sont exploités afin d'évacuer la chaleur produite à l'intérieur de la machine. Ces systèmes utilisent le phénomène de convection forcée afin d'augmenter l'échange des calories avec le fluide externe tel que l'air ou l'eau. Le mécanisme de refroidissement par convection forcée dépend de plusieurs paramètres tels que la nature du fluide utilisé (gaz ou liquide), le débit du fluide (vitesse de circulation du fluide multipliée par la section de passage) et également du placement du mécanisme de refroidissement. Ce mécanisme peut être rencontré avec des topologies de machines étudiées ouvertes ou fermées.

Le dispositif de refroidissement nécessite une étude précise en raison de sa position dans le trajet principal du flux thermique vers l'extérieur. Dans l'étude réalisée par Dakaju [Dajaku 06], l'auteur a pu augmenter considérablement la valeur du coefficient d'échange (12 fois), ce qui a diminué la température de près de 60°C au niveau de chaque composant interne. Cette étude montre ainsi l'impact direct et important de ce phénomène sur la distribution interne des températures. On comprend bien qu'un système de refroidissement efficace permet d'étendre les performances de la machine.

Refroidissement par liquide

Le refroidissement par liquide est fréquemment utilisé pour les machines Totalemment Fermées Non Ventilées à grande puissance massique. Il consiste à faire circuler un liquide dans des conduits de différentes formes afin de maintenir constante

la température des parties les plus critiques de la machine. De tels circuits de refroidissement sont illustrés par la fig. 4.2. Les deux premiers exemples montrent un circuit de refroidissement composé des tubes entourant la machine de façon radiale et axiale, respectivement. Le troisième circuit de refroidissement est situé au niveau de l'arbre de la machine.

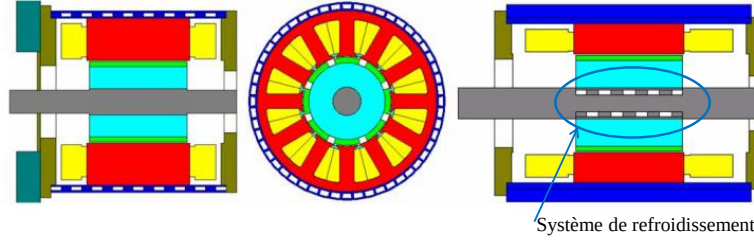


FIGURE 4.2 – Exemples des circuits de refroidissement par liquides [Staton 08].

Le circuit de refroidissement peut être constitué d'un tube de section rectangulaire ou circulaire. Nous pouvons définir sa longueur caractéristique ou "diamètre hydraulique" L_c par [Bergman 11],

$$L_c = \frac{4S}{P}, \quad (4.1)$$

avec S la section de passage du fluide et P le périmètre de la section de passage. Ainsi, pour une section cylindrique, la longueur caractéristique est équivalente au diamètre du tube.

Le régime d'écoulement à l'intérieur de ces conduites dépend de certains facteurs : la section de conduite et sa longueur caractéristique, les paramètres thermophysiques du liquide et la température de parois de conduite. Ici apparaît toute l'utilité du nombre de Reynolds qui sert à caractériser le régime,

$$Re = \frac{\rho v_0 L_0}{\mu}. \quad (4.2)$$

Si le nombre de Reynolds est inférieur à une valeur critique, estimée à 2 300, alors l'écoulement peut être considéré comme laminaire. La manifestation du régime turbulent commence pour un nombre de Reynolds au-dessus de 10000. Entre les deux cas, l'écoulement est en phase transitoire (ou mixte).

Le nombre de Nusselt ainsi que le coefficient d'échange varie tout au long du tube de refroidissement comme illustré par la fig. 4.3 [Küttler 13],

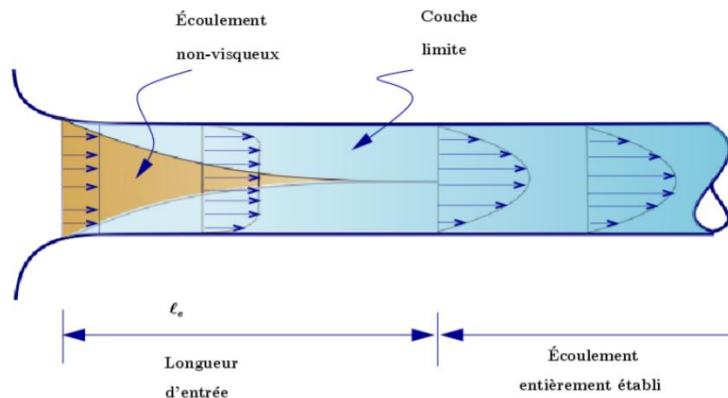


FIGURE 4.3 – Longueur d'entrée et écoulement établi dans un tube [Ridha 08].

Afin de pouvoir caractériser les échanges entre le liquide et les parois des tubes, le nombre de Nusselt moyen est utilisé afin d'établir des corrélations en prenant en compte la longueur d'entrée. Ces corrélations ont la forme classique suivante,

$$\overline{Nu} = C Re^m Pr^n. \quad (4.3)$$

Les valeurs des coefficients C , m et n dépendent du régime d'écoulement (laminaire ou turbulent).

Des corrélations, adaptées à des phénomènes de convection forcée interne, à la géométrie des conduites et du régime d'écoulement (laminaire, turbulent), peuvent être exploitées pour l'étude de ces circuits de refroidissement. Sieder et Tate ont proposé une corrélation pour la convection forcée en régime laminaire à travers un tube cylindrique ou rectangulaire [Küttler 13],

$$\overline{Nu} = 1,86 \left(Re Pr \frac{L_c}{L_{tube}} \right) \left(\frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14}. \quad (4.4)$$

La corrélation 4.4 prend en compte la variation des propriétés thermophysiques du fluide à l'aide d'un coefficient correctif calculé en fonction de la viscosité au centre du tube μ et à proximité de la paroi μ_p .

Pour modéliser le comportement thermique des écoulements fortement turbulents et transitoires, la forme classique (éq. 4.3) n'est pas suffisante. D'où le recours à des corrélations plus sophistiquées telle que celle proposée par Gnielinski [Küttler 13] et qui a la forme suivante,

$$\overline{Nu} = \frac{(\xi/8)(Re - 1000)Pr}{1 + 1,27\sqrt{\xi/8}(Pr^{2/3} - 1)}, \quad (4.5)$$

où $\xi = (1,82 \log_{10}(Re) - 1,64)^{-2}$ est le facteur de frottement.

Ces corrélations ne prennent pas en compte les courbures présentées par les conduites spiralées qui permettent d'améliorer les échanges convectifs (fig. 4.4).

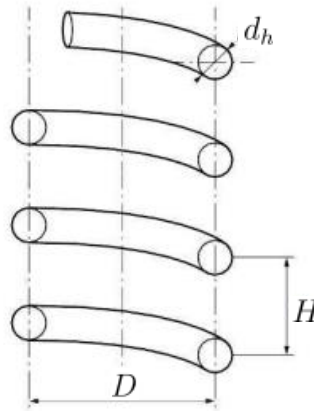


FIGURE 4.4 – Paramètre géométriques des conduites spiralées [Bertin 00].

Pour prendre en compte cette caractéristique (courbure), Gnielinski a proposé une corrélation basée sur la notion de diamètre équivalent de courbure D_c défini comme suit,

$$D_c = D \left(1 + \left[\frac{H}{\pi D} \right] \right). \quad (4.6)$$

Dans ce cas, le nombre de Reynolds critique est formulé comme suit,

$$\overline{Re}_{cr} = 2300 \left(1 + 8,6 \left[\frac{d_h}{D_c} \right]^{0,45} \right). \quad (4.7)$$

Pour le régime transitoire, l'auteur propose de réaliser une interpolation linéaire du nombre de Nusselt. Les corrélations en régime laminaire sont [Gnielinski 76],

$$\overline{Nu} = \left(3,66 + 0,08 \left[1 + 0,08 \left(\frac{d_h}{D_c} \right)^{0,9} \right] Re^m Pr^{1/3} \right) \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,14}, \quad Re < Re_{cr} \quad (4.8)$$

$$\overline{Nu} = \frac{(\xi/8) Re Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\xi/8} (Pr^{2/3} - 1)} \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,14}, \quad Re_{cr} < Re \quad (4.9)$$

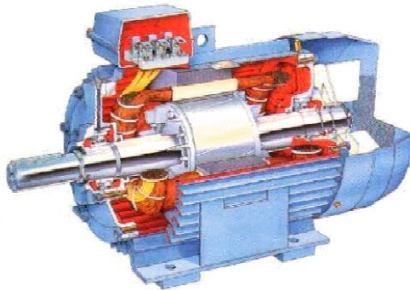
avec $m = 0,5 + 0,2903 \left(\frac{d_h}{D_c} \right)^{0,194}$ l'exposant affecté au nombre de Reynolds. Dans ce cas, le coefficient de frottement est calculé en fonction du rayon de courbure,

$$\xi = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} + 0,03 \left(\frac{d_h}{D_c} \right)^{0,5}. \quad (4.10)$$

Un récapitulatif des corrélations applicables dans ce contexte en régime laminaire ou turbulent pour estimer le nombre de Nusselt dans les circuits de refroidissement peut être trouvé dans [Bertin 00, Staton 08, Küttler 13].

Refroidissement par air

Le mécanisme de refroidissement par air en convection forcée est utilisé pour les machines Totalelement Fermées, comme celle traitée dans [Trigeol 04] et également avec les machines ouvertes [Vasilescu 02]. Les machines totalement fermées sont conçues avec un carter muni d'ailettes axiales ou radiales (fig. 4.5). L'espace entre deux ailettes successives a la forme d'une conduite ouverte d'un côté (canal semi-ouvert ou forme en U). Elles servent à augmenter la surface d'échange thermique.



(a) Ailettes axiales [Trigeol 04].



(b) Ailettes radiales.

FIGURE 4.5 – Exemples de machines électriques munies d'un carter à ailettes axiales 4.5a et radiales 4.5b.

Généralement, les ailettes des machines Totalelement Fermées et Ventilées (TFV) sont axiales. La fig. 4.6 donne quelques exemples de carters conçus pour les machines TFV.

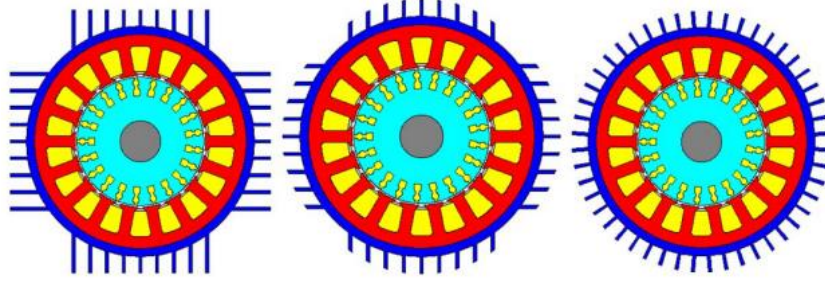


FIGURE 4.6 – Exemples de systèmes de refroidissement à air en convection forcée (ventilateurs non représentés) [Staton 08].

Pour la convection forcée, la vitesse de l'air est imposée par un ventilateur monté sur l'arbre. L'estimation de cette vitesse, liée à la vitesse de la machine, est un point critique lors de l'estimation du coefficient d'échange. La vitesse est perturbée le long de la machine par le phénomène de frottement de l'air avec la surface par la présence des ailettes, de la boîte à bornes et même par le support de la machine. Ces éléments bloquent le passage de l'air et ne favorisent pas l'échange de chaleur [Trigeol 04, Boglietti 3]. La fig. 4.7 propose un exemple d'une distribution hétérogène du coefficient d'échange dans le cas d'une machine TFV affectée par la perturbation du champ de vitesse.

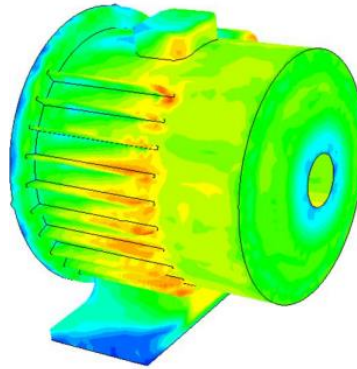


FIGURE 4.7 – Distribution locale du coefficient d'échange autour d'une machine totalement fermée et ventilée [Boglietti 09].

Dans ce contexte, les travaux de Takahashi [K. Takahashi 02] étudient la variation axiale du coefficient d'échange. Pour cela, un coefficient d'échange initial maximal h_0 est évalué au niveau du bord d'attaque où se fait le premier contact entre l'air ventilé et la surface du carter de la machine. D'après cette étude, le coefficient d'échange diminue en s'éloignant du bord d'attaque sous l'effet des ailettes et peut atteindre 60% de h_0 à la sortie des ailettes.

La fig. 4.8 donne l'évolution du coefficient d'échange par rapport au coefficient estimé au bord d'attaque h_0 , en fonction de la position, pour une machine TFV [Trigeol 04].

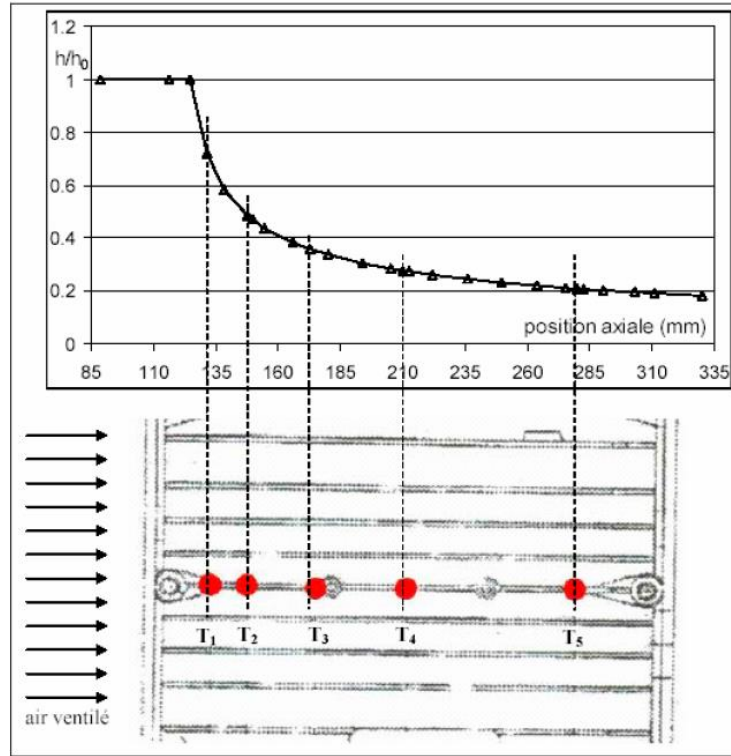


FIGURE 4.8 – Profil du coefficient de convection à la surface du carter avec des ailettes [Trigeol 04].

La présence d'un ventilateur et d'ailettes conduit à un écoulement d'air non parallèle aux parois des ailettes. C'est une configuration qui n'est pas semblable à un écoulement d'air dans une conduite. Dans ce cas l'écoulement a deux composantes : radiale et angulaire. L'échappement de l'air verticalement loin de la surface de contact avec le carter est dû à la composante radiale, ce qui vient réduire l'efficacité du transfert de chaleur et donc diminuer le coefficient d'échange. D'un autre côté, la composante angulaire, qui garde le contact entre l'air éjecté par le ventilateur et le carter, et le comportement turbulent de cet écoulement, sont favorables au transfert de chaleur [Trigeol 04].

Lors de la modélisation thermique des machines électriques, différentes méthodes permettent de déterminer le coefficient d'échange lié à la convection forcée externe. Chaque méthode présente des avantages et des inconvénients. Les méthodes numériques de type MFN et l'analyse des réseaux d'écoulement permettent de comprendre en détail et avec précision le comportement fluide autour de la machine. Cependant, elles restent compliquées à mettre en place au vu de la complexité de l'écoulement fluide qui dépend du ventilateur, des ailettes, de la vitesse de rotation et son trajet [Boglietti 08].

Sachant que la réalisation des expériences est coûteuse, Mellor [Mellor 91] a estimé expérimentalement le coefficient d'échange autour d'une machine TFC en supposant que la température du carter est uniforme et en utilisant la définition donnée par l'éq. 4.14. Le moteur a été mis en marche à charge constante (pertes thermiques constantes) jusqu'à l'équilibre thermique, afin de mesurer le gradient de température entre le carter et l'environnement, d'une part, et d'estimer les pertes, d'autre part.

Kylander [Kylander 95] a exploité une étude expérimentale afin d'identifier la

résistance convective externe locale calculée comme suit,

$$R = \frac{1}{k_k + c_k f\left(\frac{x}{d_h}\right) \omega_k^{0,8}}, \quad (4.11)$$

où c_k est une constante à identifier. k_k regroupe l'effet de la convection naturelle et du rayonnement ; ce paramètre est identifié à l'aide d'une expérience à rotor bloqué. ω_k est la vitesse de rotation. $f\left(\frac{x}{d_h}\right)$ est une fonction décrivant la variation axiale du coefficient d'échange. d_h est le diamètre hydraulique des canaux.

Dans certains cas, les auteurs s'orientent vers des corrélations empiriques. Ces dernières se basent sur la réalisation de nombreuses expériences sur des formes géométriques standards. Elles permettent de calculer le coefficient d'échange à partir des nombres adimensionnels.

C'est le cas de l'étude réalisée par Trigeol [Trigeol 06]. Malgré la complexité du processus de convection forcée et son influence sur la distribution de la température à l'intérieur de la machine, Trigeol [Trigeol 06] a supposé que la distribution du coefficient d'échange est similaire à un écoulement en régime laminaire parallèle à une plaque plane chauffée uniformément. En raison de cette hypothèse, les résultats déduits sont alors entachés d'erreurs et un recalage par rapport à l'expérimental est toujours nécessaire. Cette conclusion met l'accent sur la difficulté de la transmission des corrélations empiriques qui n'est pas toujours possible vue la diversité des topologies des machines.

Puisque les corrélations, décrivant un écoulement parallèle à une surface plane ne s'appliquent pas directement à des surfaces cylindriques avec des ailettes axiales, une autre alternative est proposée dans [Heils 52, Staton 08]. Cela se base sur de nombreuses analyses expérimentales sur des machines asynchrones. Dans ce cas, l'écoulement à travers les canaux semi-ouverts est supposé turbulent et la corrélation pour calculer le coefficient d'échange se définit comme suit,

$$\bar{h} = \frac{\rho c_p d_h v}{4L_h} (1 - e^{-m}), \quad (4.12)$$

$$m = 0,1448 \frac{L_h^{0,946}}{d_h^{1,16}} \left(\frac{k}{\rho c_p v_i} \right)^{0,214}, \quad (4.13)$$

v est la vitesse d'entrée de l'air dans les canaux et L_h est la longueur axiale des ailettes. Il est recommandé de multiplier $\bar{h}$ par un facteur de turbulence qui varie entre 1,7 et 1,9.

Par la suite, nous allons continuer à faire la même analyse sur le mode de refroidissement par convection naturelle autour des machines électriques.

4.1.2 Convection naturelle

Le refroidissement des machines TFNV ou des machines TFV opérant à faible vitesse repose principalement sur la convection naturelle et le rayonnement à travers la surface du carter lisse ou munie d'ailettes. Malgré ce fait, la littérature souffre d'une lacune sur les études réalisées concernant la convection naturelle autour des machines électriques en comparaison avec la convection forcée qui a attiré plus d'attention. La fig. 4.9 donne des exemples de machines TFNV.

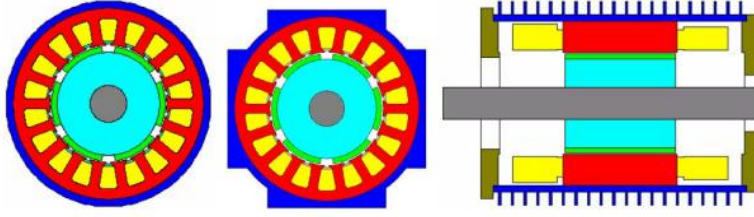


FIGURE 4.9 – Exemples de surfaces d'échange avec l'extérieur pour des machines TFNV [Staton 08].

La surface du carter est généralement lisse pour les machines TFNV. S'il est indispensable d'augmenter la surface d'échange avec des ailettes, ces dernières peuvent être perpendiculaires à l'axe de la machine si elle est en position horizontale, de façon à ne pas perturber l'écoulement naturel de l'air. Dans le cas où la machine opère dans la position verticale, les ailettes doivent être placées parallèlement à l'axe de la machine.

La convection naturelle et le rayonnement dépendent fortement des différents facteurs mentionnés précédemment pour la convection forcée (gradient de température, géométrie, position de la machine ...) en plus de la présence des corps dans l'environnement de la machine (parois, sources de chaleurs, etc). Le coefficient d'échange moyen total qui regroupe l'effet du rayonnement et de la convection h_t est défini par,

$$\bar{h}_t = \bar{h} + \bar{h}_r = \frac{q_t}{(T_s - T_{amb}) S_t}. \quad (4.14)$$

Le coefficient d'échange radiatif h_r dans l'eq. 4.14 est défini par,

$$\bar{h}_r = \bar{\varepsilon} \sigma (T_s^2 + T_{amb}^2) (T_s + T_{amb}), \quad (4.15)$$

tel que $\bar{\varepsilon}$ est l'émissivité totale moyenne de la surface. Si ce paramètre est connu ou estimé, le coefficient d'échange convectif moyen est obtenu par la relation $\bar{h} = \bar{h}_t - \bar{h}_r$.

Afin de pouvoir caractériser les échanges convectifs entre le carter et l'air et estimer le coefficient d'échange moyen $\bar{h}$, le nombre de Nusselt moyen est utilisé afin d'établir des corrélations. Ces corrélations servent à évaluer le nombre de Nusselt Nu en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour les différentes topologies de carters desquelles le comportement de la convection naturelle dépend. Dans ce qui suit, nous allons traiter la configuration d'un carter à ailettes et d'un carter lisse.

Carter à ailettes

Pour un carter à ailettes, il est possible d'approximer le transfert thermique en déterminant le rendement d'une ailette à partir du bilan thermique en régime établi. L'épaisseur de l'ailette e_a est très faible devant sa profondeur L_a , tel qu'illustré par la fig. 4.10.

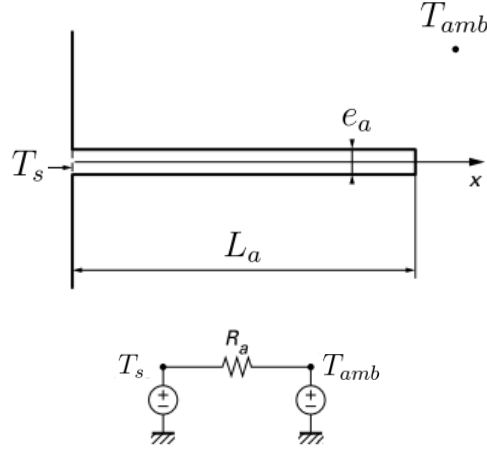


FIGURE 4.10 – Schéma et modèle thermique nodal équivalent d'une ailette [Bertin 99].

La conductivité élevée du carter (généralement en aluminium) permet de considérer que la température de la base de l'ailette est égale à la température de la surface externe du carter. Le coefficient d'échange convectif $\bar{h}$ est supposé uniforme sur toute la surface du carter. Le bilan thermique élaboré entre la conduction au sein d'une ailette de surface S_a et la convection à partir de sa surface sur un élément de volume de l'ailette s'écrit sous la forme suivante [Bertin 99, Bergman 11],

$$\frac{T - T_{amb}}{T_s - T_{amb}} = \frac{\cosh(m(L_a - x))}{\cosh(mL_a)}, \quad (4.16)$$

où $m = \sqrt{\frac{hP}{kS_a}}$.

À partir de l'éq. 4.16, il est possible de déduire la résistance R_a qui relie le flux de chaleur évacué par l'ailette et le gradient de température entre la base de l'ailette et l'environnement,

$$R_a = \frac{1}{\sqrt{hPkS_a} \tanh(mL_a)}. \quad (4.17)$$

Comme pour la convection forcée, les corrélations pour les formes verticales et horizontales en U sont valables pour la caractérisation des ailettes. Ces corrélations dépendent des dimensions des ailettes, de l'orientation de la machine et du régime d'écoulement. Pour les formes en U disposées verticalement et en régime laminaire, une corrélation (eq. 4.18) proposée par Tierney [Pol 73] peut être utilisée. Cette corrélation évalue le nombre de Nusselt en fonction de l'espacement entre deux ailettes successives S_a , le rapport d'aspect du canal semi-ouvert $\alpha_a = S_a/L_a$ et la longueur caractéristique (rayon hydraulique) : $r = 2L_aS_a/[2(L_a + S_a)]$,

$$\overline{Nu} = \frac{r}{L_a} \frac{Ra}{Z} \left(1 - e^{-Z \left(\frac{0.5}{(r/L_a)Ra} \right)^{0.75}} \right), \quad (4.18)$$

tel que

$$Z = 24 \frac{1 - 0.483e^{-0.17/\alpha}}{([1 + \alpha_a/2] [1 + (1 - e^{-0.83\alpha_a}) (9.14\sqrt{\alpha_a}e^{-465S} - 0.61)])^3}. \quad (4.19)$$

Quant à la forme en U disposée horizontalement et en régime laminaire, la corrélation de Jones (eq. 4.20) peut être appliquée [Jones 70]. Dans ce cas, l'espacement entre deux ailettes successives est utilisé comme longueur caractéristique.

$$\overline{Nu} = 0.00067Ra \left(1 - e^{(-7640/Ra)^{0.44}} \right)^{1.7}. \quad (4.20)$$

La modélisation thermique du phénomène convectif autour de la surface totale d'une machine électrique n'est pas possible juste en se servant des corrélations décrivant le comportement thermique autour des ailettes. La surface totale est composée d'autres formes géométriques. De plus, il n'existe pas de corrélation capable de prendre en compte toutes les formes constituant le carter en une seule fois. Dans ce cas, nous avons besoin d'un ensemble de corrélations pour pouvoir modéliser les échanges avec la géométrie complexe du carter. Chaque corrélation permet de modéliser une forme surfacique simple appartenant à la géométrie complexe du carter, en permettant l'évaluation du coefficient d'échange moyen $\bar{h}_i$ associé à cette surface. Le coefficient d'échange convectif moyen pour toute la surface du carter est obtenu en moyennant les coefficients d'échange convectifs $\bar{h}_i$ par rapport à l'aire occupée par chaque surface : c'est la méthode de la moyenne pondérée [Staton 03, Staton 08],

$$\bar{h} = \sum \bar{h}_i S_i / S_t. \quad (4.21)$$

La même méthode peut être appliquée pour les machines ayant un carter lisse (fig. 4.9) ce qui est le cas pour la machine Synchrel.

Staton et al. [Staton 98] ont mené une étude numérique de type MFN sur la convection naturelle autour d'une machine à aimants permanents, avec un carter à ailettes radiales. Lors de cette étude, plusieurs formes de carter ont été étudiées, sans prendre en compte l'effet des surfaces latérales et en négligeant le rayonnement. Les carters considérés ont une forme cylindrique, carrée, standard typique et à ailettes radiales, comme illustré par la fig. 4.11.

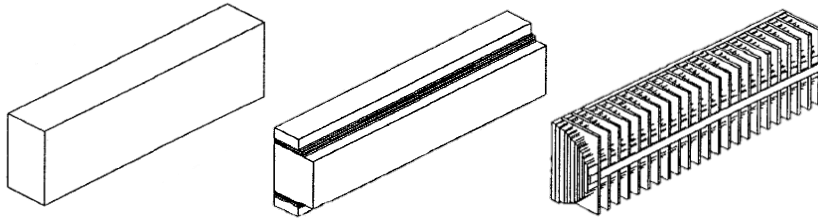


FIGURE 4.11 – Différentes formes de carter étudiées par Staton à l'aide de la méthode MFN [Staton 98].

La corrélation obtenue est de la forme suivante,

$$\bar{h} = k_1 \left(\frac{\Delta T}{L_c} \right)^{k_2}, \quad (4.22)$$

tel que ΔT est l'écart entre la température du carter T_s et la température ambiante. En utilisant les résultats numériques et l'éq. 4.22, les coefficients k_1 et k_2 , calculés pour les différentes formes de carter, sont donnés dans le tableau (4.2).

TABLE 4.2 – Valeurs des coefficients k_1 et k_2 de l'éq. 4.22.

Forme du carter	k_1	k_2
Carrée	1,078	0,25
Standard typique	1,176	0,25
Ailettes radiales	0,748	0,33

Carter lisse

Staton et al. [Staton 98] ont mené la même étude numérique de type MFN sur la convection naturelle autour d'une forme de carter cylindrique lisse, comme illustré par la fig. 4.12.

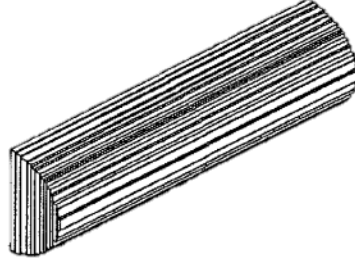


FIGURE 4.12 – Forme de carter cylindrique lisse étudié par Staton à l'aide de la méthode MFN [Staton 98].

La corrélation obtenue pour ce carter cylindrique lisse est la suivante,

$$\bar{h} = 1,3 \left(\frac{\Delta T}{d} \right)^{0,25}. \quad (4.23)$$

Les résultats de l'éq. 4.22 (tableau 4.2) et l'éq. 4.23 ont permis de tracer l'évolution du coefficient d'échange convectif en fonction du gradient de température pour chaque forme de carter (fig. 4.13).

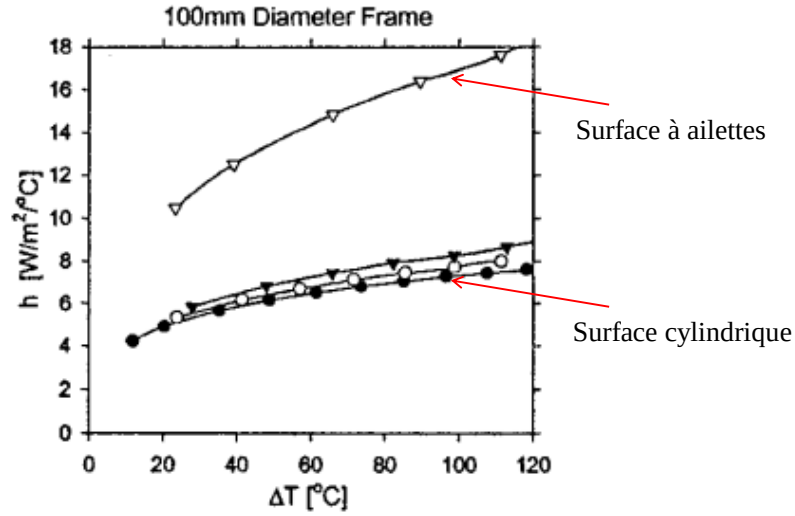


FIGURE 4.13 – Variation du coefficient d'échange $\bar{h}$ en fonction du gradient de température ΔT pour un carter de diamètre 10 cm de forme cylindrique, carré (trait avec cercles vides), standard (trait avec triangles pleins) et avec des ailettes radiales [Staton 98].

Les coefficients d'échange liés aux carters cylindrique, carré et standard se tiennent dans le même intervalle quel que soit le gradient de température. Par contre, l'effet des ailettes est très clair ; la présence des ailettes conduit à un coefficient d'échange deux fois plus élevé que dans les cas précédents, autrement dit, le transfert de chaleur vers l'extérieur est plus efficace. Cet écart est d'autant plus grand que la différence de température ΔT est élevé.

Un faible coefficient d'échange externe, qui est le cas généralement des machines électriques dépourvues d'ailettes, induit un transfert de chaleur faible vers

l'extérieur. Cela influence donc directement la température interne de bobinage et augmente le risque d'endommagement des enroulements.

Les résultats numériques de Staton [Staton 98] pour la surface cylindrique permettent de compléter la comparaison faite dans la fig. 3.23 en utilisant la même forme de l'éq. 3.4 pour tracer la courbe de tendance. Cette comparaison est illustrée par la fig.4.14.

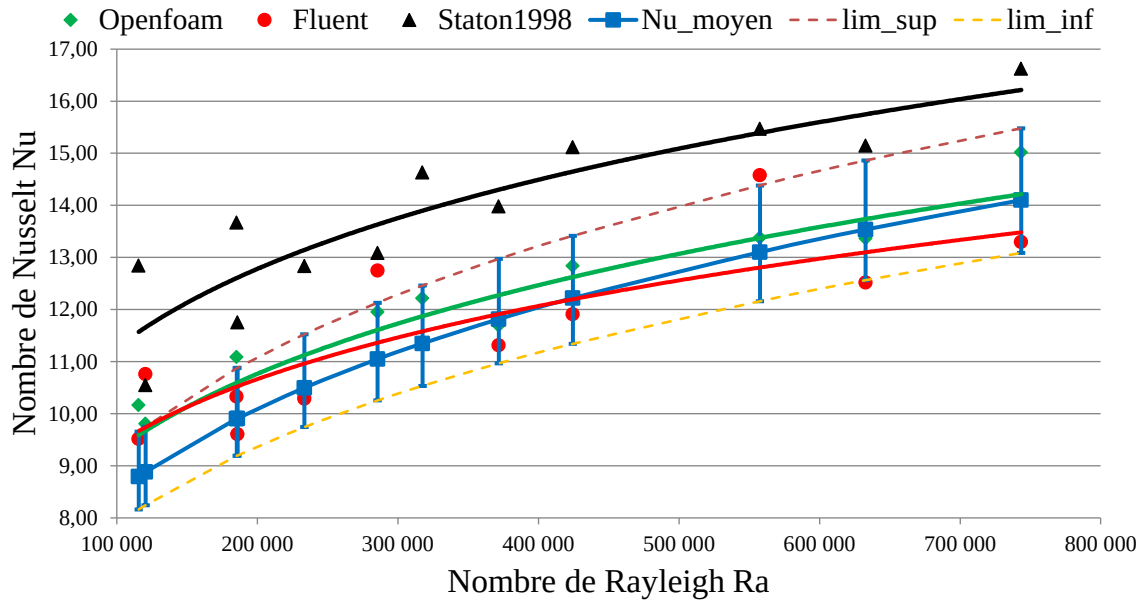


FIGURE 4.14 – Comparaison des résultats obtenus numériques et ceux de Staton [Staton 98] par rapport à l'écart introduit par l'approche empirique.

Les coefficients obtenus de l'éq. 3.4 pour chaque solution numérique sont résumés dans le tableau 4.3.

TABLE 4.3 – Coefficients A_m et n_m de l'éq. 3.4 obtenus par la courbe de tendance des résultats numériques et ceux de Staton [Staton 98].

Corrélation	A_m	n_m
Openfoam	0,814	0,211
Fluent	1,205	0,178
Staton [Staton 98]	1,398	0,181

Les résultats de la corrélation numérique (eq. 4.22) proposée par Staton [Staton 98] surestiment le coefficient d'échange convectif en comparaison avec les corrélations empiriques et les résultats numériques obtenus dans le chapitre 3. Donc un écart relativement important peut être introduit par l'approche numérique en traitant ce phénomène de convection naturelle.

L'écart est calculé par rapport aux résultats obtenus à l'aide de Fluent. La déviation maximale obtenue entre les résultats numériques peut atteindre $e_n = 20,88\%$.

Pour les machines totalement fermées de petite et moyenne taille, non ventilées ou avec un ventilateur fonctionnant à faible vitesse, Boglietti et al. [Boglietti 09] ont proposé de calculer une résistance équivalente initiale (prenant en compte la convection et le rayonnement) en fonction de la surface totale du carter S_t (peut être appliquée au carter à ailettes),

$$R = 0,167S_t^{1,039}. \quad (4.24)$$

Cette résistance peut être corrigée par recalage par rapport à l'analyse expérimentale.

Les machines ayant un carter lisse peuvent également présenter des surfaces extérieures d'échange, de forme complexe qui nécessitent d'être décomposées en sous surfaces simples pour lesquelles des corrélations sont connues. On peut alors utiliser la méthode de la moyenne pondérée pour évaluer l'échange thermique possible pour la surface d'échange initiale. Les corrélations les plus adaptées à ce genre de problème sont empiriques ; elles sont déduites d'études sur des formes géométriques simples (surface plane, surface cylindrique). Elles dépendent des caractéristiques de la surface traitée : orientation et longueur caractéristique. On notera que cette dernière est parfois déterminée différemment d'un auteur à un autre. Malgré l'absence d'ailettes, la position en fonctionnement de la machine influence l'échange par convection naturelle.

Heo et al. [Heo 12] ont étudié expérimentalement le transfert naturel de chaleur autour de cylindres inclinés, en se basant sur l'analogie entre le transfert de masse et celui de chaleur. Les auteurs ont été confrontés à une dispersion entre les différents résultats obtenus par les corrélations proposées par Morgan, Al-Arabi et Fand [Morgan 75, Fand 77, Al-Urabi 80, AL-Arabi 82]. La différence de définition de la longueur caractéristique peut figurer parmi les causes de cette dispersion [Rani 14].

Dans notre étude, nous allons nous limiter à trois formes surfaciques délimitant le carter de la machine Synchrel à différentes positions : un cylindre, une surface latérale carrée et une surface latérale irrégulière. Trois positions principales vont être alors considérées successivement, telles que représentées par la fig. 4.15.

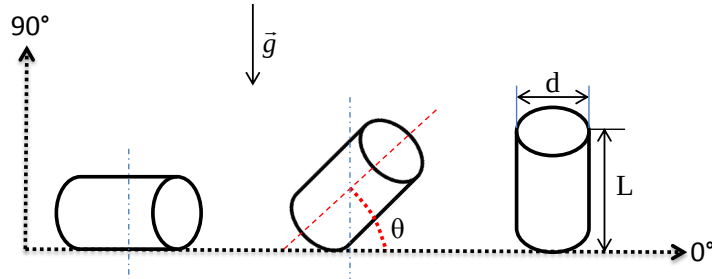


FIGURE 4.15 – Différentes positions de la machine (position horizontale, inclinée et verticale).

Ainsi, en assimilant la machine à un cylindre de diamètre d et de longueur L , trois configurations géométriques de la machine sont possibles : horizontale, inclinée et verticale. La surface cylindrique peut être horizontale, inclinée et verticale. Les surfaces latérales peuvent être verticales, inclinées orientées vers le haut ou vers le bas et horizontales orientées vers le haut ou vers le bas.

Dans la partie suivante, nous allons présenter les différentes corrélations proposées dans la littérature servant à déterminer le nombre de Nusselt pour ces multiples configurations géométriques. Ces corrélations sont utilisées dans le contexte des machines électriques.

Surface cylindrique :

Lorsque la machine est en position horizontale, la surface cylindrique est également en position horizontale. En plus de l'étude numérique, Staton et al. [Staton 08] ont proposé de déterminer la contribution de la convection naturelle en utilisant les corrélations empiriques classiques sous la forme suivante,

$$\overline{Nu} = a (GrPr)^b = aRa^b. \quad (4.25)$$

Les coefficients a et b sont des constantes dépendantes du régime d'écoulement (laminaire ou turbulent) et également de la position angulaire (horizontale, verticale) (voir tableau 4.4).

TABLE 4.4 – Coefficients de l'éq. 4.25 pour la convection naturelle extérieure en régime laminaire et turbulent pour un cylindre.

Position de la surface	a lam.	b lam.	a turb.	b turb.
Cylindre horizontal	0,525	0,25	0,129	0,33
Cylindre vertical	0,59	0,25	0,129	0,33

La transition d'un régime à un autre se produit pour un nombre de Rayleigh d'environ $Ra = 10^9$.

Markovic et al. [Markovic 06] ont étudié la convection naturelle expérimentalement et théoriquement autour d'une petite machine électrique à carter lisse. Pour cette étude, les auteurs ont utilisé la corrélation,

$$\overline{Nu}^{1/2} = 0,6 + 0,387 \left[\frac{Ra}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{16/9}} \right]^{1/6}, \quad (4.26)$$

proposée par Churchill et Chu [Churchill 75] afin de calculer le nombre de Nusselt moyen pour la surface cylindrique horizontale. Les propriétés thermophysiques de l'air, dans ce cas, sont calculées à la température moyenne : $T_m = (T_s + T_{amb})/2$.

Les auteurs ont alors conclu que cette corrélation sous-estime le coefficient d'échange par convection et introduit des erreurs. Ils ont expliqué cette sous-estimation par le fait que les conditions d'application de cette corrélation ne sont pas claires. Le rayonnement est pris en compte lors de cette étude et il est conclu qu'il représente environ 35% du transfert total de chaleur sur le prototype étudié [Markovic 06].

Pour un cylindre incliné, les références disponibles correspondent à des études effectuées sur des formes cylindriques simples [Heo 12, Rani 14, Bergman 11] et [Holman 01].

Rani et al. [Rani 14] ont testé quatre types de corrélations empiriques en se basant sur la longueur caractéristique définie par,

$$L_c = \left[\frac{Ld}{(L/d) \cos\theta + (d/L) \sin\theta} \right]^{1/2}. \quad (4.27)$$

Afin de valider les différentes corrélations, les auteurs ont utilisé des études expérimentales antérieures sur la convection naturelle pour différentes inclinaisons. Ils ont conclu que la corrélation suivante est la plus prédictive [Rani 14],

$$(\overline{Nu}(\theta))^{1/2} = 0,54 + a \left[\frac{Ra(\theta)}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{16/9}} \right]^b, \quad (4.28)$$

avec $a = 0.390 \pm 0,008$ et $b = 1685 \pm 0,0006$, calculés en utilisant les résultats expérimentaux de Bansal (1976). Le nombre de Rayleigh $Ra(\theta)$ dépend de la longueur caractéristique (eq. 4.27) et donc du degré d'inclinaison de la machine.

La corrélation 4.28 est toujours valide pour une surface cylindrique verticale.

Surface latérale verticale :

Lorsque la machine est horizontale, les deux surfaces latérales sont en position verticale. Dans ce cas, une même corrélation est applicable pour les deux surfaces latérales de la machine, en adaptant la longueur caractéristique.

La corrélation 4.25 peut être utilisée dans ce cas, mais avec des coefficients a et b différents, donnés par le tableau 4.5 [Staton 08, Holman 01].

TABLE 4.5 – Coefficients de l'éq. 4.25 pour la convection naturelle en régime laminaire et turbulent autour d'une surface latérale verticale.

Régime d'écoulement	a	b
Laminaire	0,59	0,25
Turbulent	0,129	0,33

Churchill et al. [Churchill 75] ont proposé cette corrélation,

$$\overline{Nu}^{1/2} = 0,825 + 0,387 \left[\frac{Ra}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{16/9}} \right]^{1/6}. \quad (4.29)$$

Ces deux corrélations et l'écart empirique par rapport à leur moyenne $e_2 = e_3 = 7,43\%$ sont illustrés par la fig. 4.16.

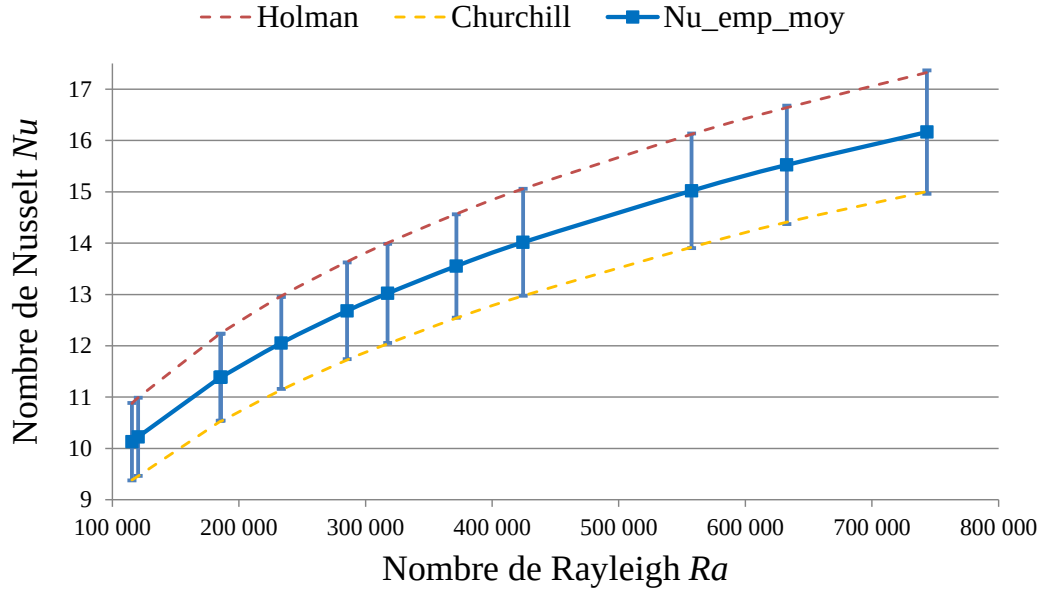


FIGURE 4.16 – Variation du nombre de Nusselt empirique moyen en fonction du nombre Rayleigh, pour la surface latérale verticale (écart de 7,43%).

Surface latérale inclinée :

Lorsque la machine est inclinée, les deux surfaces latérales occupent deux positions différentes. La première surface est inclinée et orientée vers le bas et la deuxième surface est inclinée et orientée vers le haut.

Pour le premier cas de figure, il est possible d'appliquer la corrélation de Churchill (eq. 4.29) mais en remplaçant l'accélération gravitationnelle g par $g \cos(\theta)$

lors du calcul du nombre de Rayleigh. Ces corrélations ne sont valables que pour $0 \leq \theta \leq 60^\circ$ [Bergman 11].

Fujii *et al.* [Fujii 72] ont réalisé une étude expérimentale sur des surfaces planes chauffées et placées dans l'eau, pour différentes inclinaisons. La corrélation proposée pour $\theta < 88^\circ$ est sous la forme suivante,

$$\overline{Nu} = 0,56 (Ra \cos(\theta))^{1/4}, 10^5 \leq Ra \cos(\theta) \leq 10^{11}. \quad (4.30)$$

Pour cette expression, les propriétés thermiques (excepté le coefficient de dilatation) sont évaluées à la température $T_e = T_s - 0,25(T_s - T_{amb})$. Le coefficient de dilatation est défini à la température $(T_{amb} + 0,5(T_s - T_{amb}))/2$.

Pour la surface latérale avec flux de chaleur orienté vers le haut, il semble qu'une seule corrélation soit proposée dans la littérature. Cette corrélation est valable pour des inclinaisons entre 15° et 75° ($10^5 \leq GrPr \cos(\theta) \leq 10^{11}$) [Holman 01],

$$\overline{Nu} = 0,14 \left[(GrPr)^{1/3} - (Gr_c Pr)^{1/3} \right] + 0,56 (GrPr \cos(\theta))^{1/4}, \quad (4.31)$$

avec Gr_{crit} le nombre de Grashof critique qui dépend de l'inclinaison ; il n'est caractérisé que pour certaines inclinaisons (voir [Holman 01]).

Surface latérale horizontale :

Pour le cas particulier où la machine est verticale, la corrélation 4.25 est utilisée avec les coefficients a et b définis aux tableaux 4.6 et 4.7 pour les surfaces horizontales orientées vers le haut et vers le bas, respectivement.

TABLE 4.6 – Coefficients de l'éq. 4.25 pour la convection naturelle en régime laminaire autour d'une surface plane horizontale orientée vers le haut [Bergman 11, Fujii 72].

Référence	a lam.	b lam.	a turb.	b turb.
[Bergman 11]	0,54	0,25	0,15	0,33
[Fujii 72]	0,13	0,33	0,16	0,33

TABLE 4.7 – Coefficients de l'éq. 4.25 pour la convection naturelle en régime laminaire autour d'une surface plane horizontale orientée vers le bas [Bergman 11, Fujii 72].

Référence	a lam.	b lam.	a turb.	b turb.
[Bergman 11]	0,52	0,25	NA	NA
[Fujii 72]	0,56	0,2	0,58	0,25

4.2 Étude expérimentale de la convection autour de la machine synchro-réductante

4.2.1 Caractéristiques de la machine Synchrel

La machine prototype Synchrel (Synchro-Réductante) est un petit moteur TFNV (fig. 4.17).

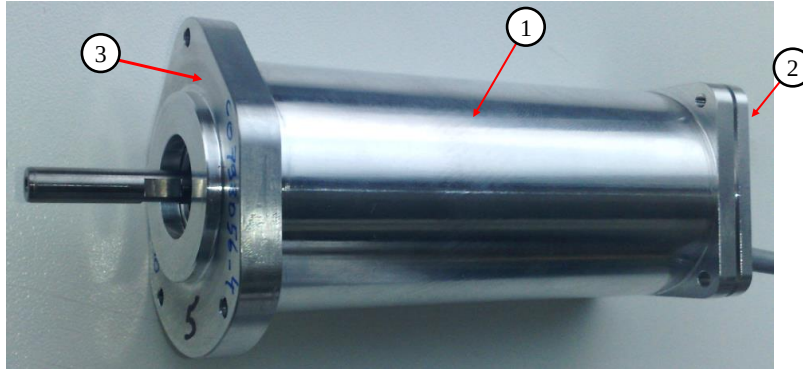


FIGURE 4.17 – Machine Synchro-reluctante (Synchrel).

Elle a été choisie afin d'assurer l'actionnement de l'embrayage dans les véhicules en raison de ses faibles pertes Joule par rapport aux autres catégories de machines synchrones et à sa robustesse thermique par rapport aux machines à aimants permanents. De plus, sa faible taille (tableau 4.8) et son carter dépourvu d'ailettes ont permis de gagner en encombrement en vue de l'application envisagée (une comparaison avec les autres machines est détaillée dans la sous-section §1.1).

Le carter de la machine Synchrel d'aire $S_t = 2,28 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ est en aluminium et est constitué de trois régions différentes S_i : la surface cylindrique S_1 lisse de diamètre $d = 4,5 \text{ cm}$ et de longueur de $L = 11,43 \text{ cm}$, la surface latérale carrée S_2 et la surface latérale irrégulière S_3 . La longueur caractéristique des surfaces S_2 et S_3 est définie en fonction de la forme géométrique (voir tableau 4.8).

TABLE 4.8 – Dimensions géométriques de chaque surface constituant la machine Synchrel.

	Cylindrique	Carrée	Irrégulière
N° de la surface (S_i)	S_1	S_2	S_3
$S_i \text{ (m}^2\text{)}$	$1,78 \times 10^{-2}$	$2,1 \times 10^{-3}$	$2,9 \times 10^{-3}$
Longueur caractéristique L_i	d (diamètre)	$d = H$ (hauteur)	$\sqrt{S_3}$
$L_{ci} \text{ (m)}$	$4,54 \times 10^{-2}$	$4,54 \times 10^{-2}$	$5,44 \times 10^{-2}$

La machine contient 12 encoches statoriques. Les enroulements triphasés sont couplés en triangle et sont accessibles. La résistance électrique de chaque enroulement est égale à $R_0 = 0,22 \Omega$ à la température ambiante.

La partie suivante présente le banc utilisé pour mener les expériences et les mesures thermiques concernant la machine Synchrel.

4.2.2 Banc expérimental

L'étude expérimentale de la convection naturelle est très délicate car ce phénomène est très sensible aux conditions extérieures (température ambiante, pertes par conduction, écoulement d'air imprévu...). Ces interactions peuvent apparaître au travers de différents modes de transfert de chaleur. Ainsi, une partie de l'énergie thermique peut s'écouler par conduction. Ce fait explique la suspension du cylindre dans une enceinte dans les études expérimentale effectuées sur ce phénomène autour d'une forme cylindrique simple.

En effet, lorsque la machine est posée sur son support, dont la conductivité thermique est élevée, la surface équivalente d'évacuation de chaleur augmente, ce qui favorise l'évacuation de la chaleur vers l'extérieur. Afin de supprimer les

contacts mécaniques de la machine Synchrel avec son environnement, une première étape consiste à supprimer le support ainsi que de découpler le codeur de position, initialement solidaire de la machine, afin de pouvoir suspendre la machine (fig. 4.18).

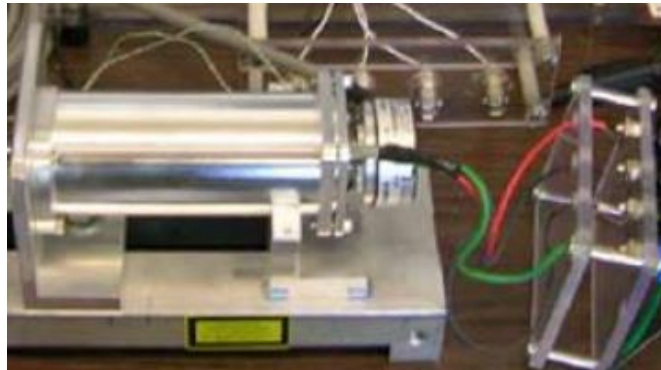
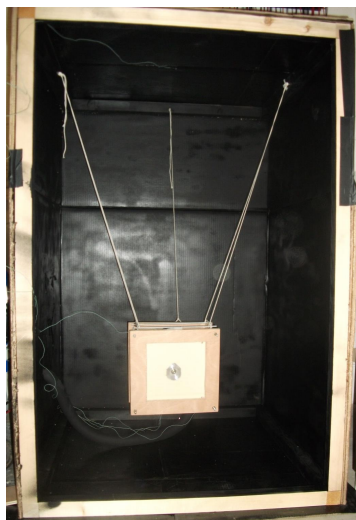


FIGURE 4.18 – Machine Synchrel posée sur son support et équipée de son capteur de position.

Les autres facteurs pouvant affecter, à distance, le processus de la convection naturelle sont, principalement, l'écoulement d'air imprévu dans la salle d'expériences et impliquant un gradient de température ainsi que le flux d'énergie rayonné par les appareils à proximité de la machine. Afin de réduire de manière efficace ces perturbations externes, une cabine en carton épais fixé par un squelette en bois, est placée dans la salle d'expériences.

Cette cabine de dimensions $85 \times 88 \times 130$ cm est totalement fermée pour éviter les écoulements fluidiques imprévus. Elle dispose d'une paroi démontable pour faciliter l'installation et l'instrumentation de la machine à l'intérieur, tel qu'illustré par la fig. 4.19.



(a) Cabine ouverte.



(b) Cabine fermée.

FIGURE 4.19 – Cabine d'expériences conçue afin de limiter les perturbations externes sur la convection naturelle.

Les surfaces internes de la cabine de test sont peintes en noir pour réduire le phénomène de réflexion thermique.

Les dimensions de la cabine peuvent avoir un effet notable sur les résultats expérimentaux. Afin de limiter ces sources de perturbations, les dimensions de la

cabine et la position de la machine à l'intérieur de la cabine sont choisies de façon à éviter un éventuel effet indésirable sur l'évolution de la convection naturelle et donc sur le coefficient d'échange de la machine.

La machine est suspendue à l'intérieur de la cabine à une distance de 30 cm au-dessus de la base à l'aide d'un support en bois (en forme en T) afin de garantir son horizontalité et à l'aide de fils pour le maintien de la position. Pour obtenir la position inclinée souhaitée, nous plaçons la machine à l'horizontale, puis, nous changeons l'inclinaison.

Un ensemble de dispositifs assurant l'acquisition et l'enregistrement des grandeurs physiques telles que la tension, le courant et la température est placé à l'extérieur de la cabine (sous-section §4.2.3).

Les essais thermiques, à courant continu imposé, sont réalisés sur la machine Synchrel en connectant les trois phases de la machine en parallèle.

La procédure expérimentale est décrite schématiquement par la fig. 4.20 ; elle permet de rendre compte des caractéristiques du banc d'expériences utilisé lors de cette étude.

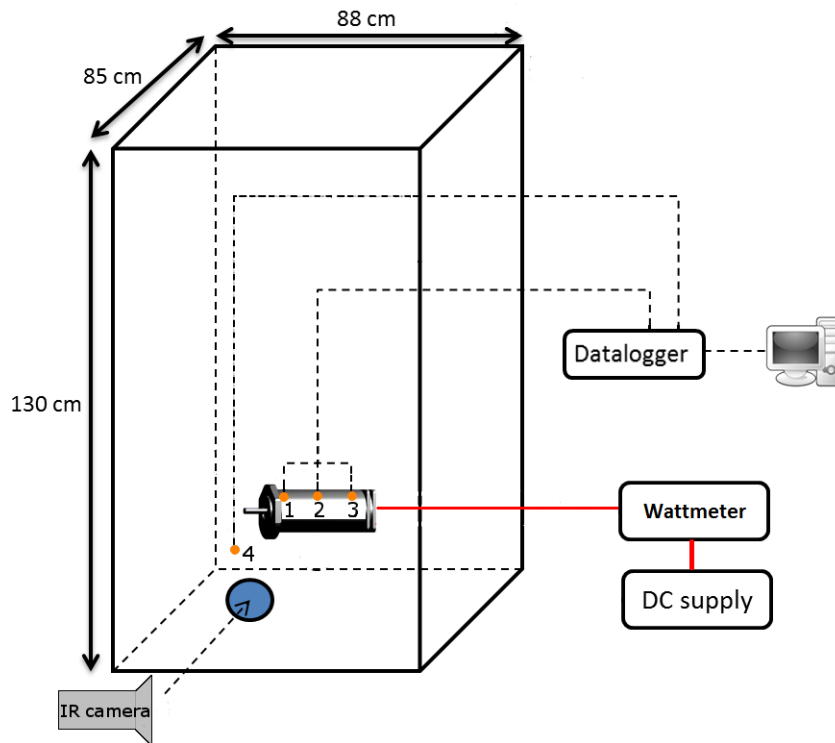


FIGURE 4.20 – Schéma du banc d'essai : (1) quatre thermocouples pour la température du carter, (2 et 3) thermocouples pour l'encoche et (4) thermocouple pour la température ambiante.

4.2.3 Montage électrique et thermique

La machine est portée à une température élevée grâce à un essai à courant continu imposé : les trois phases de la machine sont connectés en parallèle à une alimentation continue tel qu'illustré par la fig. 4.21. La connexion est faite directement avec les phases au point le plus proche de la machine à l'intérieur de la cabine.

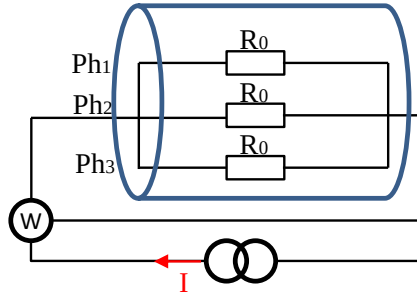
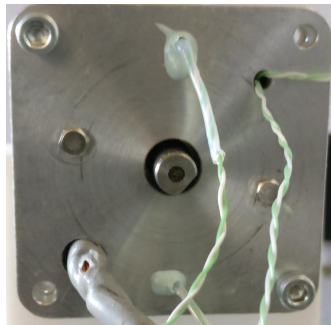


FIGURE 4.21 – Schéma représentatif de l'alimentation et du câblage des phases, assuré pendant les expériences à courant continu.

Les mesures de tension et de courant sont assurées à l'aide d'un wattmètre Yokogawa WT200 afin d'évaluer la puissance injectée en régime permanent (Annexe D).

Connaissant le courant, la tension et la valeur de la résistance électrique de chaque enroulement, nous pouvons utiliser l'éq. 1.2 pour calculer la puissance électrique injectée en régime permanent. La variation de la résistance électrique en fonction de la température, lors de la présente étude est négligeable.

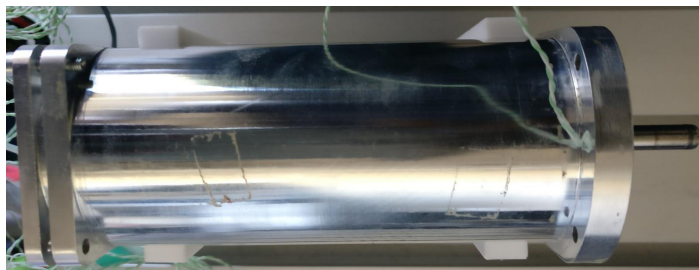
Les mesures de température sont assurées par une caméra thermique et des thermocouples de type K. L'emplacement de ces thermocouples sur la surface externe est donné par la fig. 4.22.



(a) Deux thermocouples pour la surface carrée.



(b) Un thermocouple pour la surface irrégulière.



(c) Un thermocouple pour la surface cylindrique.

FIGURE 4.22 – Emplacement des différents thermocouples sur la surface de la machine.

Six thermocouples sont utilisés. La fig. 4.20 fait apparaître les points 1, 2 et 3 :

- (1) représente les quatre thermocouples placés sur la surface externe de la machine : un pour la surface cylindrique $T_{s,1}$, un autre pour la surface carrée et les deux derniers pour la surface irrégulière (fig. 4.22),

- (2 et 3) représentent les deux thermocouples placés dans des encoches différentes,

Enfin, deux thermocouples sont utilisés pour la mesure de la température ambiante. Le premier est placé dans un coin au-dessous de la machine à l'intérieur de la cabine (fig. 4.20). Le second est placé à l'extérieur de la cabine.

Ces capteurs sont reliés à une centrale d'acquisition Graphtec GL820E (data-logger) réalisant l'acquisition et le stockage instantanés des températures. Cette centrale est connectée à un PC pour l'enregistrement final (fig. 4.20).

La caméra infrarouge de type Flir A20M, de précision $\pm 2^\circ C$, a été également utilisée pour réaliser trois tâches différentes :

- mesurer la température sur l'une des surfaces externes de la machine,
- déterminer l'émissivité de chaque surface de la machine,
- visualiser la distribution de la température autour de la machine.

La caméra infrarouge est placée en face de la machine suspendue, au travers d'une fenêtre de visualisation aménagée au travers de la surface démontable de la cabine (fig. 4.19b).

4.2.4 Protocole expérimental

Le banc d'expériences étant mis en place, certaines étapes préparatoires et préliminaires doivent être suivies. Elles sont présentées dans ce paragraphe.

La mesure de température avec la caméra infrarouge nécessite l'utilisation d'un adhésif de couleur noire et dont l'émissivité est connue : $\varepsilon = 0,95$. Dans ce cas, on suppose que la conductivité thermique de l'adhésif est suffisamment élevée pour pouvoir considérer que la température du carter est égale à celle de l'adhésif placé dessus.

Avec les mêmes hypothèses, nous pouvons déterminer l'émissivité de chaque surface ; pour cela, un adhésif de ce type est placé sur chaque surface. À l'aide de la caméra infrarouge, il est possible d'utiliser deux points de mesure, un sur l'adhésif et un autre sur la surface du carter directement. En considérant que la température mesurée sur l'adhésif est la température de référence et qu'elle est uniforme sur chaque surface, nous pouvons obtenir l'émissivité à partir du second point de mesure. Pour cela, le paramètre d'émissivité lié au point de mesure placé directement sur le carter est ajusté. L'émissivité de la surface du carter est obtenue lorsque les températures aux 2 différents points de mesures deviennent égales.

L'émissivité trouvée expérimentalement pour chaque surface est donnée dans le tableau 4.9.

TABLE 4.9 – Émissivités obtenues expérimentalement de chaque surface de la machine Synchrel.

	Cylindrique	Carrée	Irrégulière
N° de la surface (S_i)	S_1	S_2	S_3
ε	0,08	0,12	0,08

Plusieurs expériences ont été réalisées afin de déterminer le coefficient d'échange moyen de la surface externe de la machine et pour différentes inclinaisons. Les cinq inclinaisons considérées sont $\theta = 0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 70^\circ$ et 90° . La fig. 4.23 représente la machine à la position de $\theta = 45^\circ$.

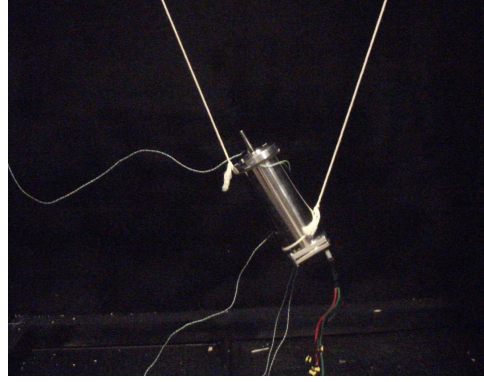


FIGURE 4.23 – Machine Synchrel suspendue en position inclinée à 45°.

Pour chaque inclinaison, trois puissances électriques différentes sont injectées dans la machine, ce qui permet d'avoir trois points de fonctionnement de la machine. Lors des expériences, la variation de la résistance électrique R_s est faible. De plus, le traitement des résultats est réalisé en régime thermique permanent. Par conséquent, dans ces conditions, la variation de la résistance électrique peut être négligée.

Le même protocole est répété pour chaque expérience :

- fermer totalement la cabine de test et positionner la camera infrarouge,
- fixer l'amplitude du courant continu et appliquer l'alimentation,
- attendre l'installation du régime permanent ; il est considéré comme atteint lorsque la variation de toutes les températures reste dans l'ordre de $\pm 0,1$ à $0,2^\circ C$ pendant 30 minutes.

La distribution de la température autour de la machine est visualisée par la caméra thermique et par utilisation d'une mousse fine de polyuréthane servant d'écran. On place ainsi verticalement une plaque au-dessus de la machine tel qu'illustré par la fig. 4.24.

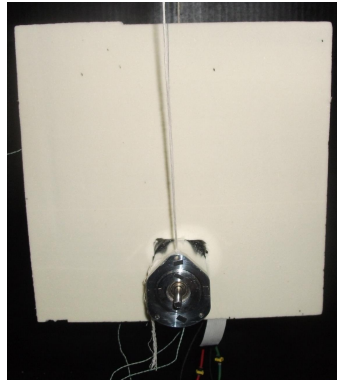


FIGURE 4.24 – Placement de la mousse de polyuréthane pour la visualisation de la répartition de température autour de la machine.

4.2.5 Corrélation expérimentale

À l'état d'équilibre thermique, à la fin de chaque expérience, la puissance électrique totale injectée ϕ_t est évacuée vers l'extérieur par convection naturelle et par rayonnement, en traversant le carter de la machine.

Afin de calculer l'énergie thermique totale évacuée par chaque surface ϕ_{ti} (avec $i = 1, 2$ et 3 , l'indice de la surface considérée ; cylindrique, carrée et irrégulière, res-

pectivement), nous supposons qu'elle est proportionnelle à l'aire correspondante,

$$\phi_{ti} = \phi_t \frac{S_i}{S_t}. \quad (4.32)$$

Le coefficient d'échange équivalent de convection et de rayonnement $\bar{h}_{ti}$ pour chaque surface est calculé en utilisant l'équation suivante,

$$\bar{h}_{ti} = \frac{\phi_{ti}}{(T_{si} - T_{amb}) S_i}. \quad (4.33)$$

Le coefficient d'échange convectif $\bar{h}_i$ est alors estimé en retranchant le coefficient radiatif $\bar{h}_{ri}$ du $\bar{h}_{ti}$,

$$\bar{h}_{ri} = \bar{\varepsilon}_i \sigma (T_{si}^2 + T_{amb}^2) (T_{si} + T_{amb}), \quad (4.34)$$

où $\bar{h}_{ri}$ est calculé en utilisant l'émissivité obtenue expérimentalement (tableau 4.9) (il est très faible).

Afin d'estimer le coefficient d'échange pour toute la surface de la machine, nous avons appliqué la moyenne pondérée aux $\bar{h}_i$ déjà obtenus,

$$\bar{h} = \sum_i \bar{h}_i S_i / S_t. \quad (4.35)$$

En position horizontale, les résultats obtenus lors des différentes expériences réalisées ($\bar{h}_i$ et $\bar{h}$) sont illustrés par la fig. 4.25.

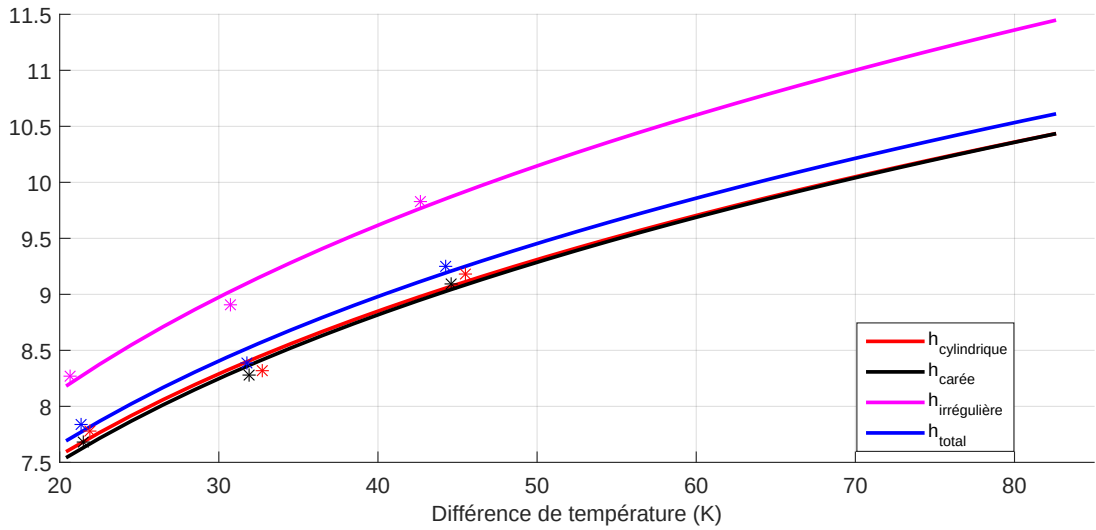


FIGURE 4.25 – Coefficient d'échange expérimental et courbes de tendances en fonction de la différence de température ΔT pour chaque surface du carter et la surface totale.

La courbe de tendance de chaque surface simple est obtenue en déterminant les coefficients k_1 et k_2 de l'équation,

$$\bar{h}_i = k_1 \left(\frac{\Delta T}{L_{c_i}} \right)^{k_2}, \quad (4.36)$$

de telle façon que la courbe de tendance soit en accord avec les résultats expérimentaux obtenus (tableau 4.10). L_{c_i} est la longueur caractéristique de chaque surface S_i (tableau 4.8).

Pour la surface totale de la machine, la courbe de tendance est obtenue en ajustant l'équation,

$$\bar{h} = c_1 \Delta T^{c_2}, \quad (4.37)$$

TABLE 4.10 – Valeurs de k_1 et k_2 pour chaque surface de la machine et la surface totale lorsque la machine est en position horizontale.

Forme de la surface	k_1	k_2
Cylindrique	1,897	0,227
Carrée	1,827	0,232
Irrégulière	1,969	0,24

par rapport aux coefficients d'échange expérimentaux regroupés et représentés par la courbe de tendance en fonction de la différence de température (en bleu dans la fig. 4.25). $c_1 = 3,84$ et $c_2 = 0,23$ sont des coefficients obtenus par l'interpolation des points expérimentaux (tableau 4.10).

En utilisant les $\bar{h}$ expérimentaux pour chaque position angulaire, nous pouvons déterminer les coefficients c_1 et c_2 à chaque inclinaison. À la fin de cette procédure, nous pouvons proposer une corrélation empirique sous la forme suivante,

$$\bar{h} = c_1(\theta)\Delta T^{c_2(\theta)}, \quad (4.38)$$

$c_1(\theta)$ et $c_2(\theta)$ sont des expressions qui dépendent de la position angulaire de la machine θ ; ils sont obtenus par interpolation,

pour $\theta \leq 70^\circ$,

$$c_1(\theta) = 2,128 \times 10^{-4}\theta^2 - 1,949 \times 10^{-2}\theta + 3,788, \quad (4.39)$$

$$c_2(\theta) = -8,945 \times 10^{-6}\theta^2 + 6,168 \times 10^{-4}\theta + 0,2355, \quad (4.40)$$

pour $70^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$,

$$c_1(\theta) = -1,35 \times 10^{-2}\theta + 4,371, \quad (4.41)$$

$$c_2(\theta) = -4 \times 10^{-4}\theta - 0,2668. \quad (4.42)$$

Le choix de diviser l'intervalle de la position angulaire de cette façon résulte d'une observation expérimentale. Le coefficient d'échange moyen à 70° est toujours légèrement plus grand que celui obtenu pour 45° et 90° .

La surface de réponse, obtenue à partir de la corrélation expérimentale, est illustrée par la fig. 4.26.

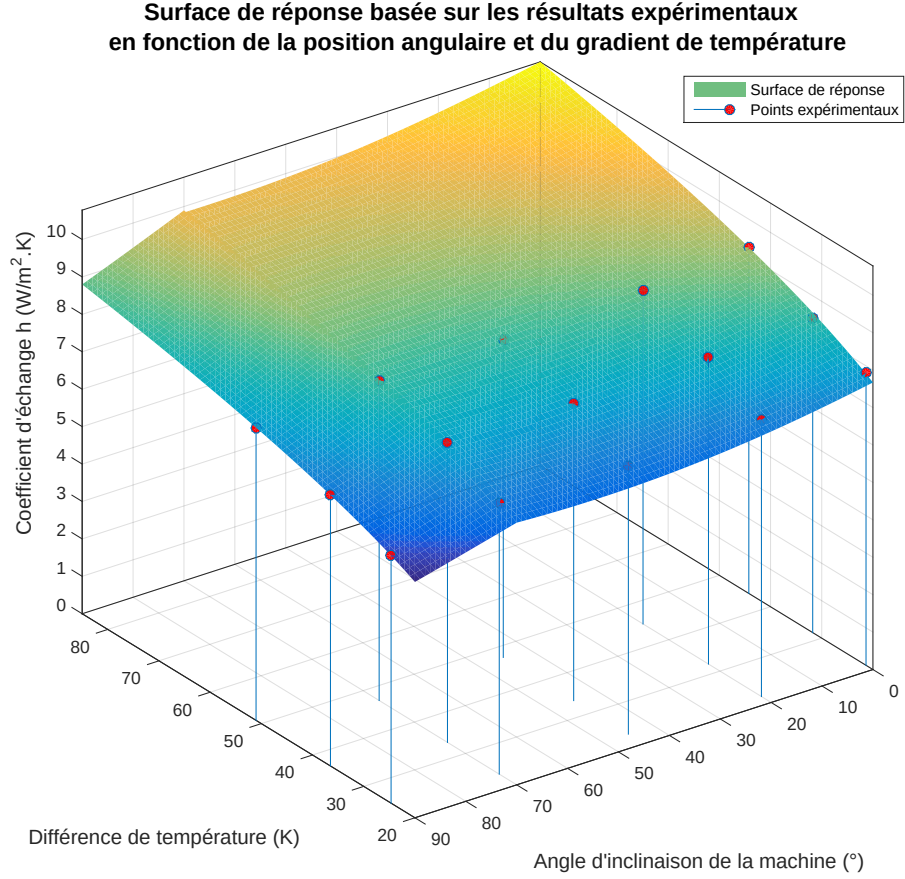


FIGURE 4.26 – Surface de réponse basée sur les résultats expérimentaux en fonction de la position angulaire θ et de la différence de température ΔT .

Les températures nécessaires pour ce calcul, et qui doivent être relevées, sont celles de chaque surface S_i du carter de la machine T_{si} et de l'environnement T_{amb} .

4.2.6 Incertitude expérimentale

Les erreurs induites par les mesures expérimentales sur un système physique ont plusieurs sources. Elles peuvent être classées en deux catégories : les erreurs systématiques, qui influencent les mesures toujours dans le même sens (sur-évaluation ou sous-évaluation de la valeur mesurée) et les erreurs aléatoires, qui varient d'une expérience à une autre dans tous les sens. Le calcul expérimental de ces erreurs n'est pas possible vu la non disponibilité de la valeur exacte de la mesurande. Par conséquent, on considère plutôt l'incertitude afin d'évaluer tout résultat incertain [Patin 15].

Pour les corrélations expérimentales (éqs. 4.36, 4.37 et 4.38), nous avons calculé l'incertitude-type avec la méthode détaillée dans l'annexe D. La valeur calculée est de même grandeur que les écarts introduits par les corrélations empiriques de la littérature. Par conséquent, ces écarts sont utilisés pour les corrélations expérimentales :

- $e_{1sup} = 9,78\%$ et $e_{1inf} = 7,18\%$ concernant la surface S_1 (résultats de la section §3.1)
- $e_2 = e_3 = 7,43\%$ pour les deux surfaces latérales verticales S_2 et S_3 (résultats de la sous-section §4.1.2)

La méthode présentée pour le calcul du $\bar{h}$ expérimental peut être considérée lors de l'évaluation des écarts supérieur et inférieur de mesure relatifs à la surface totale e_{t-sup} et e_{t-inf} en position horizontale, à partir de e_{1sup} , e_{1inf} , e_2 et e_3 , comme suit,

$$e_{t-sup} = \sum_i e_i S_i / Stot = 9,26\%, \quad e_{t-inf} = 7,23\%. \quad (4.43)$$

Cet écart est faible comparé aux écarts engendrés par l'utilisation de la méthode numérique. Dans ce contexte, la méthode expérimentale peut être prise comme référence. Dans la suite de cette étude, l'erreur sera calculée par rapport aux résultats expérimentaux.

4.3 Modélisation numérique de la machine synchro-réductante

La méthode MFN, basée sur les équations de Navier-Stokes, est utilisée pour la modélisation thermique de tous les transferts convectifs à l'intérieur et à l'extérieur des machines électriques. Cette approche a notamment pour but de contribuer à améliorer la précision des modèles thermiques à constantes localisées. Le point fort de cette méthode est sa précision potentielle, et son aptitude à décrire les écoulements fluidiques dans des régions complexes telles que les cavités autour des têtes de bobines. Dans plusieurs études, elle a démontré un bon accord par rapport aux analyses expérimentales. Par contre, elle présente l'inconvénient majeur de nécessiter un temps de calcul important.

Cette problématique vient à être compensée de manière très progressive par l'augmentation de la rapidité des calculateurs HPC (calculateurs hautes performances). Cela reste un défi pour les concepteurs des machines électriques d'utiliser la méthode MFN lors de la phase de conception.

Dans le contexte de cette étude, la méthode MFN est utilisée pour modéliser les transferts par convection naturelle à l'extérieur de la machine Synchrel. Cette étude contribue à réduire le temps de calcul en proposant une corrélation, basée sur les résultats numériques MFN, pour le calcul du coefficient d'échange convectif moyen du carter de la machine Synchrel.

Les modalités des expériences virtuelles (numériques MFN) sont identiques à celles réalisées sur la machine réelle. Elle sont détaillées par la suite. L'outil de calcul commercial MFN utilisé est le code Fluent. Le domaine de calcul 3D se base sur les données géométriques de la machine. Des simplifications géométriques sont adoptées afin de réduire le temps de calcul.

4.3.1 Description du problème et hypothèses simplificatrices

Le problème physique traité et réalisé expérimentalement est schématisé par la fig. 4.27a.

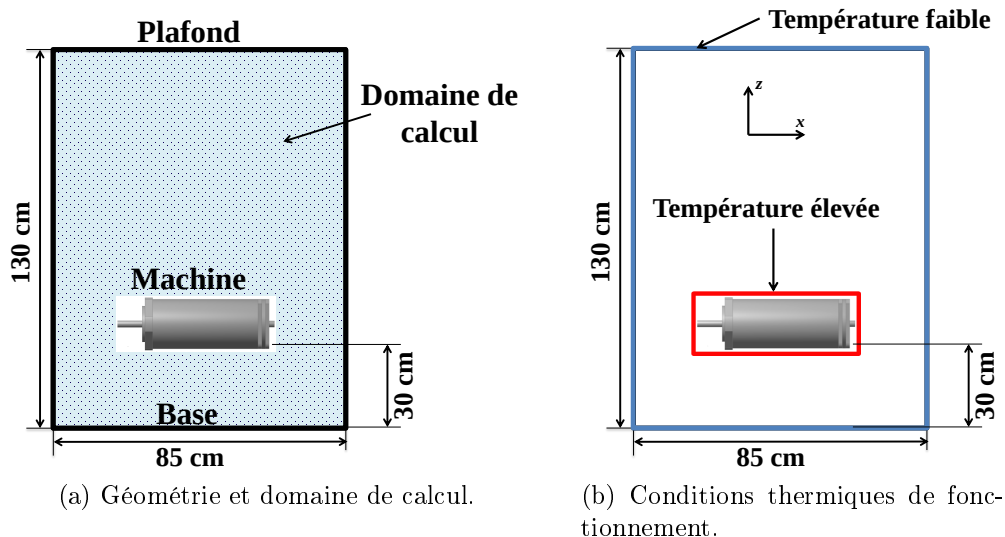


FIGURE 4.27 – Problème physique à considérer.

Pour résumer, la problématique considérée est celle de l'évacuation de chaleur par une machine électrique suspendue à l'intérieur d'une enceinte rectangulaire, à une distance de 30 cm de la base.

Le calcul d'une solution d'un problème 3D avec de telles dimensions est une tâche délicate et exigeante. Ainsi, des simplifications géométriques sont nécessaires pour réduire le domaine de calcul, et donc logiquement, le temps de calcul. Dans ce cadre, seule la moitié du domaine de calcul (le plan de symétrie est le plan $x - z$ dans la fig. 4.27) est considérée lors de cette étude.

Plusieurs simulations sont effectuées en changeant à chaque fois la position de la machine par rapport à l'horizontale. Dans tous les cas, les parois de la cabine de test sont supposées être à une température constante faible (paroi froide), égale à la température ambiante. Quelle que soit la position angulaire, les parois de la machine Synchrel sont maintenues à une température constante élevée (paroi chaude) (fig. 4.27b).

L'écoulement, dans ce cas, est entraîné par les forces de flottabilité dues au gradient de température entre la surface de la machine et les parois de la cabine de test. Il est considéré laminaire puisque le nombre de Rayleigh est, dans tout les cas, inférieur au nombre de Rayleigh critique ($Ra_{crit} = 10^9$).

Le phénomène à simuler est la convection naturelle dans un milieu fermé (cabine de test). Les hypothèses adoptées afin d'établir le modèle mathématique simplifié élaboré dans le chapitre 2 en régime permanent (éqs. 2.72, 2.73 et 2.74) décrivant la physique de la présente étude sont les suivantes :

- le fluide est Newtonien et incompressible,
- les conditions aux limites (températures) sont constantes au cours du temps,
- les propriétés thermophysiques du fluide sont considérées constantes,
- l'approche de Boussinesq est utilisée afin de calculer les forces de flottabilité,
- la dissipation visqueuse est négligeable.

À ce stade, quatre facteurs principaux peuvent influencer le temps de calcul nécessaire pour résoudre le problème numérique thermique :

- la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent) : l'écoulement dans notre cas est laminaire ; ainsi un calcul utilisant les modèles de turbulence peut augmenter inutilement les temps de calcul,

- la taille du domaine du calcul : compte tenu de la symétrie de la géométrie de la machine et le processus de convection naturelle, seule la moitié du domaine de calcul est considérée
- la solution numérique (transitoire ou permanent) : afin d'alléger le calcul numérique et de faciliter la comparaison aux mesures expérimentales (les mêmes conditions), nous avons choisi de chercher une solution en régime permanent,
- la stratégie de maillage : elle est choisie de façon à limiter le nombre de volumes de contrôle générés ; cela est illustrée par la fig. 4.28.

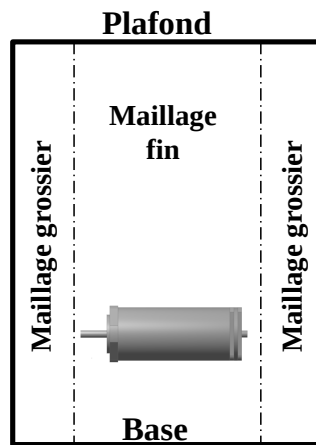


FIGURE 4.28 – Stratégie de maillage.

4.3.2 Maillage

Il est possible de simuler la convection naturelle autour d'une section cylindrique en utilisant un modèle 2D en tenant compte de l'invariance géométrique axiale de la machine.

Cependant, bien que cette solution permette d'alléger fortement le problème et donc d'accélérer les calculs, nous avons choisi de réaliser les calculs MFN avec un modèle 3D. Dans notre cas, la machine est placée dans une cabine dans laquelle des interactions entre le flux thermique et le plafond de la cabine se produisent. Ces interactions dépendent de la température imposée à chaque simulation et peuvent générer des tourbillons tridimensionnels menant à une solution 2D instable. De plus, elles peuvent affecter la valeur du coefficient d'échange autour de la machine Synchrel.

Pour la géométrie de la machine Synchrel, il est important de prendre en considération l'effet de bord des surfaces latérales, même en régime laminaire. En changeant l'inclinaison de la machine d'une simulation à une autre, le comportement du fluide autour de la machine change et devient de nature tridimensionnelle (autour du cylindre, tout le long de la surface cylindrique et verticalement au-dessus de la machine), comme cela a été présenté dans la partie 4.1. De plus, lorsque la machine est verticale ou inclinée, les surfaces latérales se comportent différemment ; la surface du bas bloque le flux thermique et la surface du haut se joint à la surface cylindrique pour favoriser le transfert thermique.

Dans la littérature, il est recommandé de réaliser un modèle 3D pour garantir une solution numérique plus précise et stable [Kumar 14].

Le maillage utilisé pour la géométrie 3D du domaine fluide est tétraédrique. La taille des mailles autour de la machine et sur le chemin approximatif du flux

de chaleur (région 1 de la fig. 4.29) est raffinée afin d'être en mesure de détecter les couches limites thermique et dynamique. La taille des mailles aux extrémités de la cabine de test (région 2 de la fig. 4.29) est relativement grossière.

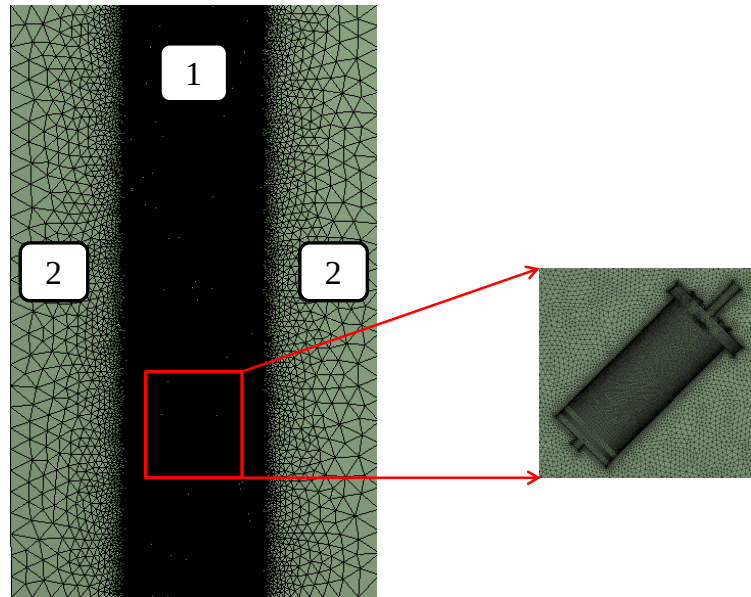


FIGURE 4.29 – Maillage pour la machine en position inclinée.

En appliquant cette stratégie pour toutes les inclinaisons de la machine (fig. 4.29), le domaine de calcul contient de l'ordre de 13 millions de volumes élémentaires. Le choix de la taille des cellules est pris selon une étude de sensibilité de maillage en modifiant la taille des éléments dans la zone 1.

Pour cela, nous avons initialement choisi le coefficient d'échange moyen total, calculé en utilisant la moyenne pondérée de l'éq. 4.25 appliquée à chaque surface de la machine, comme référence. Il est égal à $\bar{h} = 7,18 \text{ W/m}^2\text{K}$ pour un écart de température de $\Delta T = 39 \text{ K}$.

L'étude de sensibilité consiste à calculer le coefficient d'échange pour différentes tailles d'éléments dans la zone 1, et à les comparer au coefficient d'échange de référence. La taille des éléments dans la zone 1 varie entre :

- 3 mm et 10 mm pour la première solution ;
- 1 mm et 5 mm pour la deuxième solution ;
- 0,2 mm et 3 mm pour la troisième solution.

L'écart entre la solution numérique et le coefficient d'échange de référence correspondant à chaque solution numérique est égal à 10%, 7,1% et 1,3%, respectivement. Finalement, nous avons choisi de travailler avec un maillage dont la taille de volumes élémentaires dans la région raffinée (1) est comprise entre 0,2 mm et 3 mm (zone 1), et dans la région grossière (2) entre 3 mm et 40 mm.

Une inflation de maillage autour de la géométrie est appliquée de manière à détecter le champ de vitesses et la distribution locale de la température qui prennent place à proximité de la paroi. L'inflation est de type "Premier rapport d'aspect" ; elle nécessite de fixer le nombre de couches et le rapport d'aspect. Le rapport d'aspect est le rapport entre la base et la hauteur de la cellule. Vu que la base est définie lors de la définition de la taille du maillage, nous pouvons déduire la hauteur de la première couche de l'inflation. L'épaisseur des autres couches est calculée à partir de l'épaisseur de la première couche et du taux de croissance.

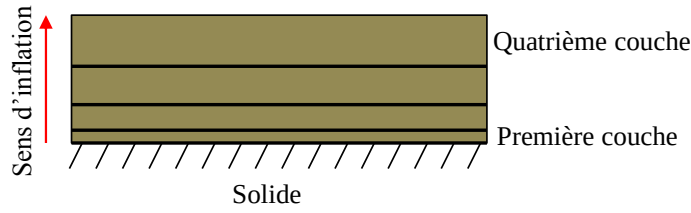


FIGURE 4.30 – Exemple d'inflation.

4.3.3 Conditions aux limites

La faible taille de la machine et la distribution interne de la puissance injectée, dans les trois phases, peuvent permettre de considérer que la distribution de température est uniforme sur toute la surface du carter. Une même condition aux limites est alors associée aux différentes parois latérales, la base de la cabine de test et aux parois de la machine en 3D. Cette condition est de type mur fixe (wall).

La condition mur est utilisée pour décrire un contact entre un fluide et un solide. Elle permet de spécifier la température du mur ou bien le flux circulant au travers, en plus des caractéristiques du solide en contact qui changent d'une paroi à l'autre (capacité thermique, conductivité thermique...). Puisque expérimentalement, nous avons des mesures de températures, alors la condition choisie est un mur à température constante (isotherme).

Pour le plafond, deux types de conditions aux limites peuvent être envisagés : "Wall" pour une cabine fermée et "Outflow" pour le cas contraire. Lors de cette étude, ces deux configurations ont été appliquées en gardant le même maillage et la même position de la machine. Les résultats sont affichés dans la fig. 4.31.

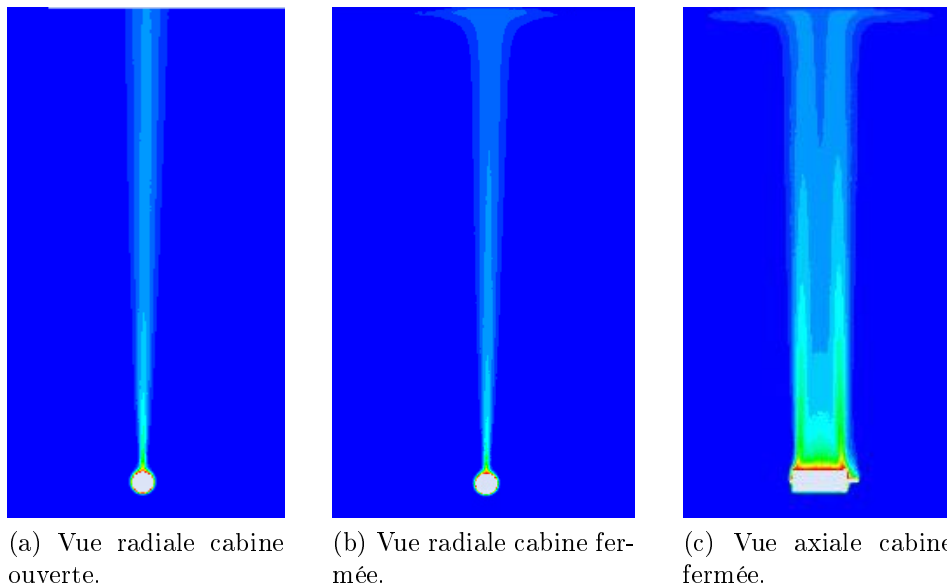


FIGURE 4.31 – Distribution locale de température dans le cas de la cabine ouverte et fermée.

Les figs. 4.31a, 4.31b et 4.31c correspondent à des vues radiales et axiale de la distribution locale de température dans la cabine de test. Elles montrent la différence de distribution locale de température entre une cabine de test ouverte et fermée.

La fig. 4.31a illustre le fait que la plume thermique n'est pas coupée par le plafond; donc le flux de chaleur sort par le plafond ouvert. Dans la fig. 4.31b, le plafond bloque le flux thermique de façon qu'il se réoriente dans toutes les directions à l'intérieur de la cabine.

Cette interaction vient modifier la variation locale de température selon l'axe z au milieu de la machine (fig. 4.32).

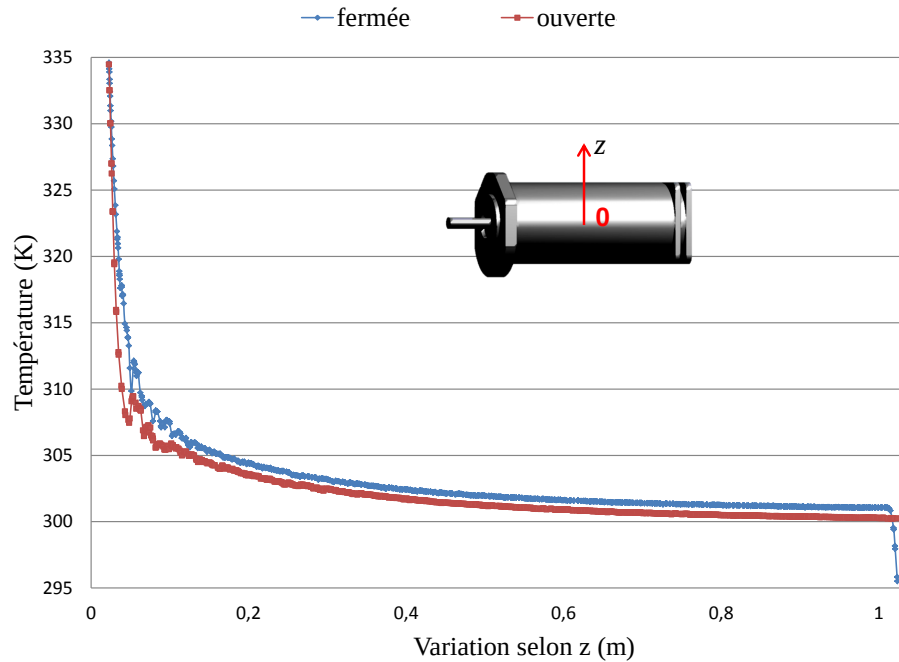


FIGURE 4.32 – Variation de la température au-dessus de la machine en fonction de l'élévation verticale.

Ces résultats font apparaître que la température selon l'axe z est légèrement plus faible lorsque la cabine est ouverte, ce qui implique un refroidissement plus efficace. La température à $z = 1$ m est imposée par le plafond lorsque la cabine est fermée ce qui n'est pas le cas lorsque la cabine est ouverte. Ce comportement est imposé par les conditions aux limites.

La variation du coefficient d'échange autour de la machine est affecté de 3% entre les deux cas. Cette variation peut être plus importante avec un gradient de température plus élevé. Le choix alors retenu est d'imposer la condition "mur" à une température constante pour la paroi plafond, afin de limiter les sources d'erreurs.

La fig. 4.33 illustre les conditions aux limites sur les différentes parois du domaine de calcul à la pression atmosphérique. Une condition de symétrie est imposée au plan $x - z$; le flux thermique normale à ce plan est nul. À chaque position de la machine, plusieurs simulations sont réalisées pour des températures différentes. La valeur de la température imposée varie dans la plage de températures de fonctionnement normal de la machine Synchrel.

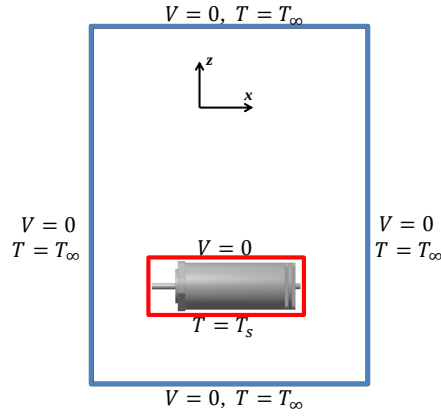


FIGURE 4.33 – Conditions aux limites en termes mathématiques du modèle numérique.

4.3.4 Champ de vitesses et distribution de température

L'étude de la répartition des températures et du champ de vitesses permet de comprendre les phénomènes qui ont lieu à l'intérieur de la cabine. Pour faire cette étude, on considère un cas d'étude où on a imposé une température uniforme à la surface de la machine $T_s = 373\text{ K}$ et une température ambiante $T_{amb} = 292\text{ K}$. Ces conditions correspondent à un nombre de Rayleigh $Ra = 3,6 \times 10^5$. La fig. 4.34 illustre la répartition du champ de vitesses et des températures obtenues.

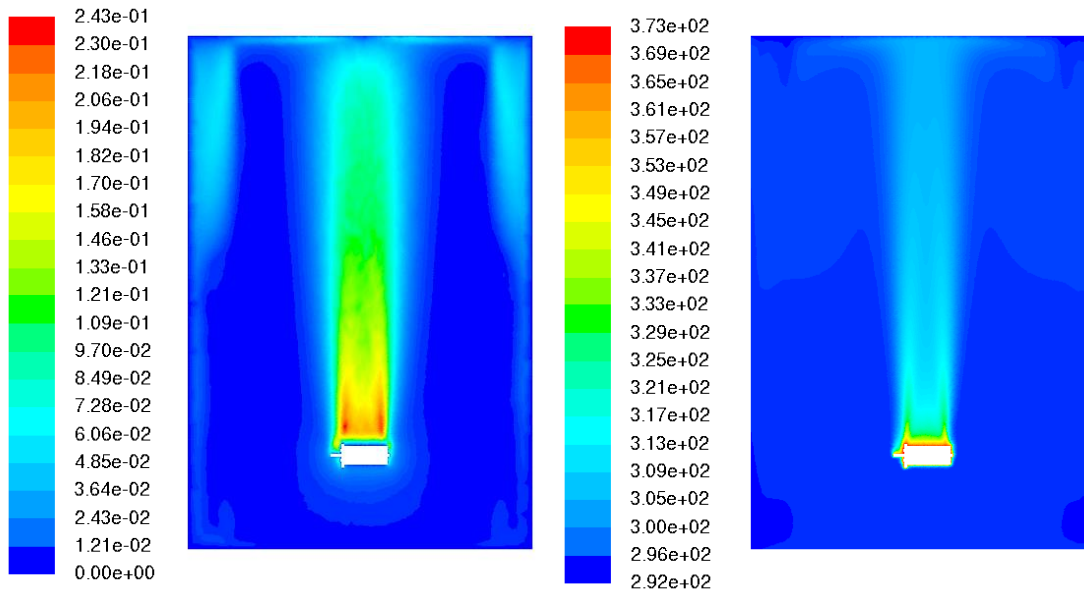


FIGURE 4.34 – Distribution locale de vitesse (à gauche) et de température (à droite) pour $\Delta T = 81\text{ K}$.

La vitesse maximale ($0,24\text{ m/s}$) est atteinte à proximité de la machine au-dessus des surfaces latérales. Cela peut être expliqué par le fait que les surfaces latérales augmentent le transfert vers l'extérieur en générant un flux thermique qui s'ajoute au flux thermique de la surface cylindrique ; cela correspond à un effet de bord.

L'air se déplace le long de la cabine vers le plafond. En contact avec ce dernier, la composante verticale de la vitesse s'annule et l'air s'oriente vers les surfaces latérales de la cabine comme cela est représenté dans la fig. 4.35.

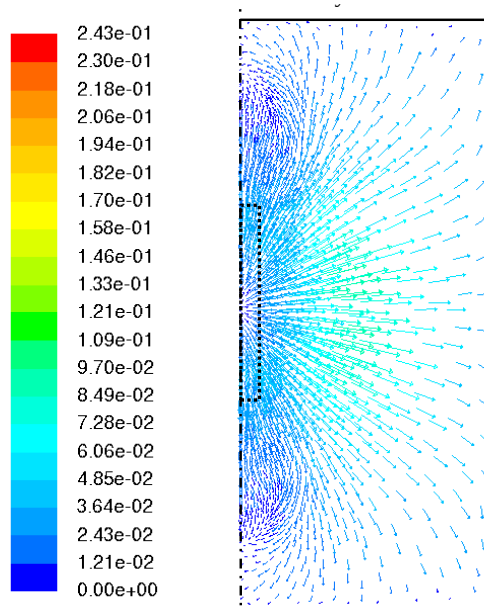


FIGURE 4.35 – Vue de dessus des vecteurs vitesse (m/s) de l'air en contact avec le plafond (vue de dessus).

L'air se déplace ensuite le long des surfaces latérales de la cabine en descendant vers la base et se mélange avec l'air froid jusqu'au moment où il retrouve la température la plus faible (sous la machine). L'air atteint la partie inférieure de la cabine, puis, se déplace vers la surface de la machine de nouveau. De cette façon, des grands tourbillons se mettent en place dans toutes les directions pour la mise en circulation de l'air du bas vers le haut. Ces tourbillons sont illustrés en 2D par la fig. 4.34.

La vitesse maximale augmente en fonction du gradient de température dans la cabine de test. La variation de la vitesse maximale en fonction du gradient de température est illustrée par la fig. 4.36,

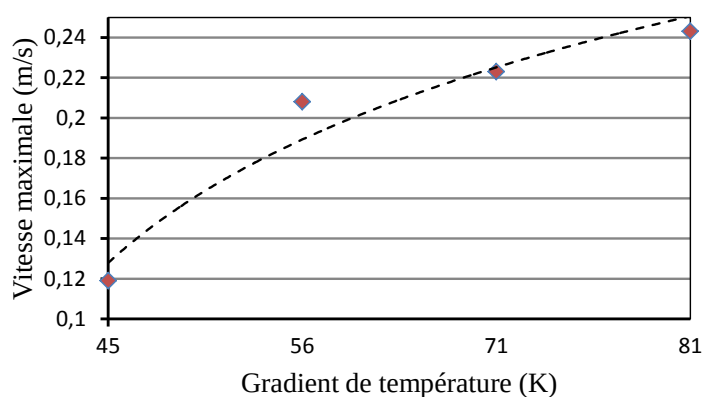


FIGURE 4.36 – Variation de la vitesse maximale en fonction de la différence de température imposée.

Dans la fig. 4.37, la distribution de la vitesse est visualisée dans le plan parallèle au plafond à une distance de 10 cm de l'axe de rotation de la machine horizontale. Cette figure montre que le champ de vitesse n'est pas uniforme dans la cabine de test.

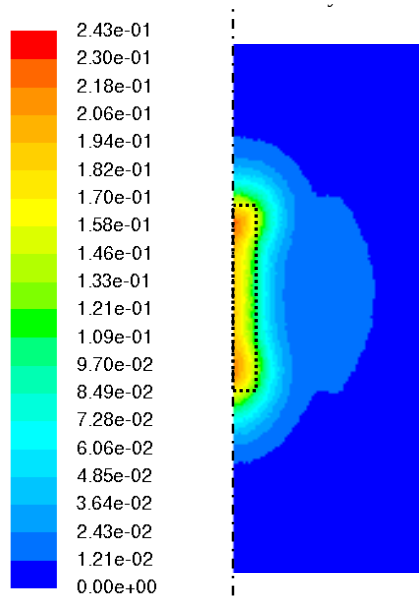


FIGURE 4.37 – Distribution de la vitesse au plan $z = 10$ cm de l'axe de la machine (vue de dessus).

On utilise alors le plan de symétrie axiale de la machine pour visualiser le panache (plume thermique), comme cela est représenté par la fig. 4.38,

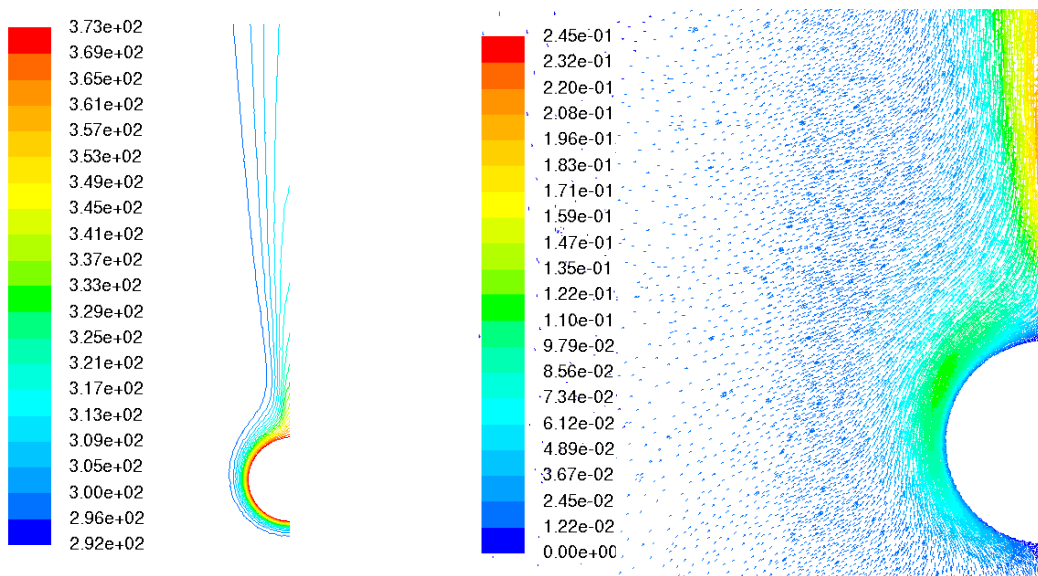


FIGURE 4.38 – Contours de température à gauche et vecteurs de vitesse à droite.

Nous pouvons observer que le fluide à l'intérieur de la cabine voit sa température augmenter à proximité de la surface du cylindre et se déplace vers le haut sous l'effet des forces d'Archimède.

La distribution locale de température est représentée ici en utilisant les résultats du calcul numérique de type MFN ainsi que les images de la caméra infrarouge (fig. 4.39). Pour effectuer cette comparaison, les conditions numériques reposent sur une différence de température de $\Delta T = 45$ K.

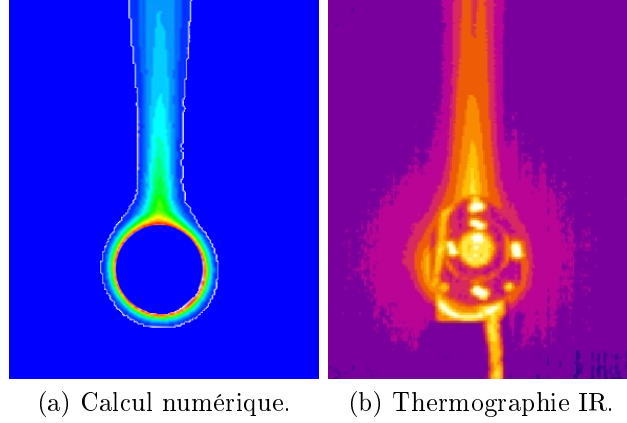


FIGURE 4.39 – Distribution de température numérique (à gauche) et obtenue par caméra infrarouge (à droite).

Les résultats de la fig. 4.39 valident qualitativement la distribution locale de température au niveau de la plume.

La distribution locale du coefficient d'échange h sur la surface totale de la machine Synchrel en position horizontale et verticale est illustrée par la fig. 4.40.

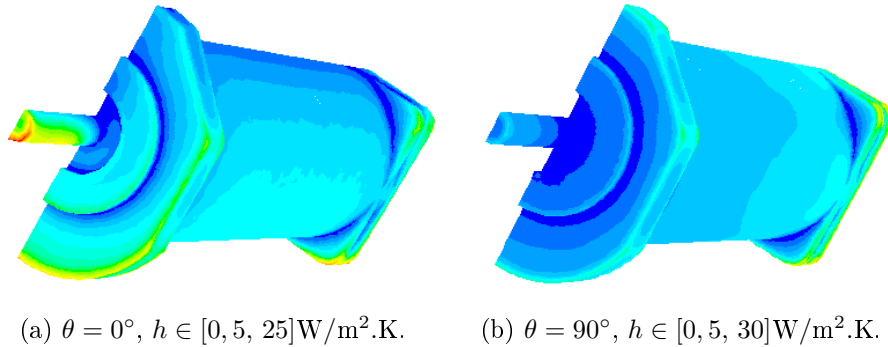


FIGURE 4.40 – Distribution locale du coefficient d'échange h en position horizontale (à gauche) et en position verticale (à droite).

La distribution locale de h n'est pas uniforme (fig. 4.40). Lorsque la machine est en position horizontale, le coefficient d'échange le plus faible (résistance thermique plus élevée) est sur la surface cylindrique où la température doit être plus élevée sous l'effet de la plume thermique.

En position verticale le transfert de chaleur devient plus difficile avec la surface irrégulière orientée vers le haut. Cette surface présente le coefficient d'échange le plus faible.

4.3.5 Corrélation numérique

La méthode numérique de type MFN permet de calculer le coefficient d'échange par convection $\bar{h}$ autour d'une surface quelconque S_t constituée de n cellules de

surface S_i et du coefficient d'échange convectif h_i comme suit,

$$\bar{h} = \frac{1}{S} \int \bar{h} dS_t = \frac{1}{S_t} \sum_{i=1}^n \bar{h}_i S_i. \quad (4.44)$$

L'étude numérique réalisée sur la machine Synchrel permet de déterminer le coefficient d'échange moyen pour toute la surface de la machine et pour chaque surface S_i (tableau 4.8). Cette étude compte in fine 25 solutions numériques qui résultent de la caractérisation de plusieurs températures uniformes à la surface du carter $T_s = [50, 64, 75, 90, 100]^\circ\text{C}$ et de plusieurs positions angulaires $\theta = [0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 90^\circ]$. L'inclinaison est déterminée par rapport à l'horizontale tel qu'illustré par la fig. 4.15. En position inclinée, la surface irrégulière est orientée vers le haut et la surface carrée est orientée vers le bas.

Dans cette partie, nous allons utiliser les résultats de l'étude numérique afin d'élaborer deux corrélations numériques. La première est consacrée au calcul du coefficient d'échange moyen $\bar{h}_i$ pour chaque surface S_i lorsque la machine est horizontale. La seconde est utilisée afin d'estimer le coefficient d'échange moyen de la surface totale $\bar{h}$ quelle que soit la position angulaire de la machine.

En position horizontale, les données numériques pour chaque surface constituant le carter et pour la surface totale sont regroupées. Ces données sont issues directement du code de calcul. Les courbes de tendance et les résultats numériques sont présentés dans la fig. 4.41.

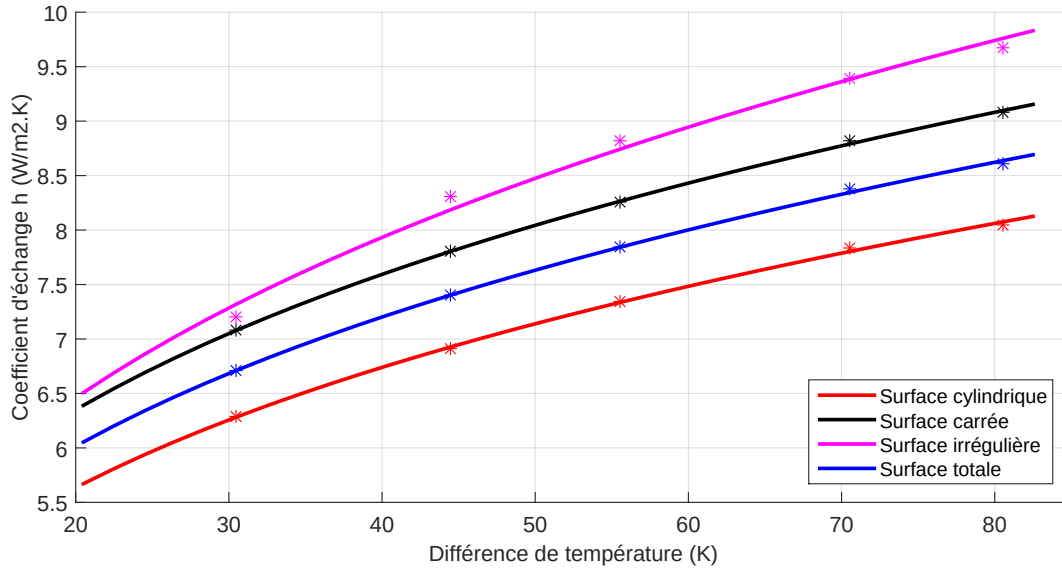


FIGURE 4.41 – Coefficients d'échange numériques et courbes de tendance en fonction de la différence de température ΔT pour chaque surface du carter et la surface totale.

La courbe de tendance de chaque surface simple est obtenue en déterminant les coefficients k_1 et k_2 de l'équation,

$$\bar{h}_i = k_1 \left(\frac{\Delta T}{L_{ci}} \right)^{k_2}, \quad (4.45)$$

de telle façon que la courbe de tendance soit en accord avec les résultats numériques obtenus (tableau 4.11). L_{ci} est la longueur caractéristique de chaque surface S_i (tableau 4.8).

TABLE 4.11 – Valeurs de k_1 et k_2 pour chaque surface de la machine et la surface totale lorsque la machine est en position horizontale.

Forme de la surface	k_1	k_2
Cylindrique	1, 17	0, 258
Carrée	1, 32	0, 258
Irrégulière	1, 123	0, 296

L'éq. 4.45 prend en compte l'effet des surfaces adjacentes et l'influence de la géométrie 3D, ce qui n'est pas le cas pour la corrélation de Staton (eq. 4.22) [Staton 98].

Pour la surface totale de la machine, la courbe de tendance est obtenue en ajustant l'équation,

$$\bar{h} = c_1 \Delta T^{c_2}, \quad (4.46)$$

par rapport aux coefficients d'échange numériques regroupés et représentés par la courbe de tendance en fonction de la différence de température (en bleu dans la fig. 4.41). $c_1 = 2, 763$ et $c_2 = 0, 259$ sont des coefficients obtenus par l'interpolation des points numériques (tableau 4.11).

Le calcul du coefficient d'échange moyen total $\bar{h}$ est répété pour chaque position angulaire pour déterminer c_1 et c_2 de l'éq. 4.46. Puisque nous considérons 5 positions angulaire $\theta = [0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 90^\circ]$, alors chaque coefficient prend 5 valeurs numériques différentes.

En suivant la même forme de corrélation expérimentale proposée dans la sous-section §4.2.5,

$$\bar{h} = c_1(\theta) \Delta T^{c_2(\theta)}, \quad (4.47)$$

nous pouvons déterminer les coefficients $c_1(\theta)$ et $c_2(\theta)$ dépendant de l'inclinaison de la machine θ ; ils sont obtenus par interpolation des résultats numériques,

pour $\theta \leq 70^\circ$,

$$c_1(\theta) = -9, 743 \times 10^{-5} \theta^2 + 1, 805 \times 10^{-2} \theta + 2, 727, \quad (4.48)$$

$$c_2(\theta) = 3, 36 \times 10^{-5} \theta^2 - 4, 57 \times 10^{-3} \theta + 0, 2624, \quad (4.49)$$

et pour $70^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

$$c_1(\theta) = -3, 885 \times 10^{-2} \theta + 6, 232, \quad (4.50)$$

$$c_2(\theta) = 2, 315 \times 10^{-3} \theta - 0, 055. \quad (4.51)$$

La variation du coefficient d'échange $\bar{h}$, évalué par la corrélation numérique, en fonction de la différence de température (eq. 4.47) est représentée pour chaque inclinaison par la fig. 4.42.

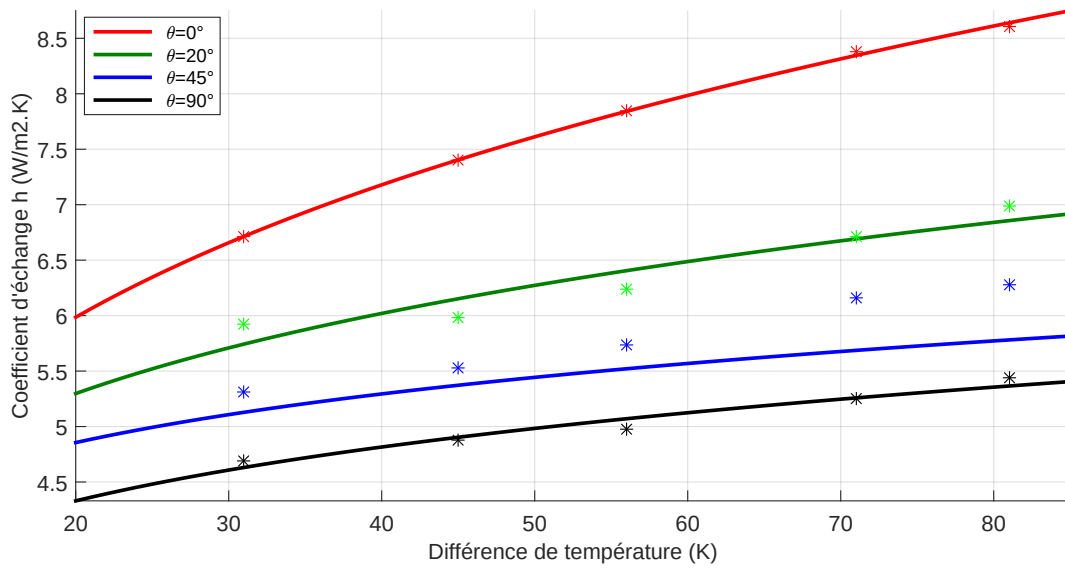


FIGURE 4.42 – Variation du coefficient d'échange total en fonction de ΔT à chaque inclinaison.

Toutes les courbes présentent la même tendance. Ainsi, dans tous les cas le coefficient $\bar{h}$ augmente avec la différence de température. D'après ces courbes, il est clair que $\bar{h}$ est maximal lorsque la machine est horizontale quel que soit la différence de température. Les minima sont obtenus lorsque la machine est placée verticalement ($\bar{h}$ diminue d'environ 33% par rapport à la position horizontale pour $\Delta T = 81$ K).

La corrélation numérique ne passe pas par tous les points numériques, autour de l'inclinaison 45° . Le fait que la corrélation numérique est obtenue par interpolation des points numériques peut engendrer cette sous-estimation.

En utilisant l'éq. 4.47, nous pouvons tracer la variation de $\bar{h}$ en fonction de θ pour différents écarts ΔT de température. Les courbes sont données à la fig. 4.43 avec les points numériques pour $\Delta T = 56$ K.

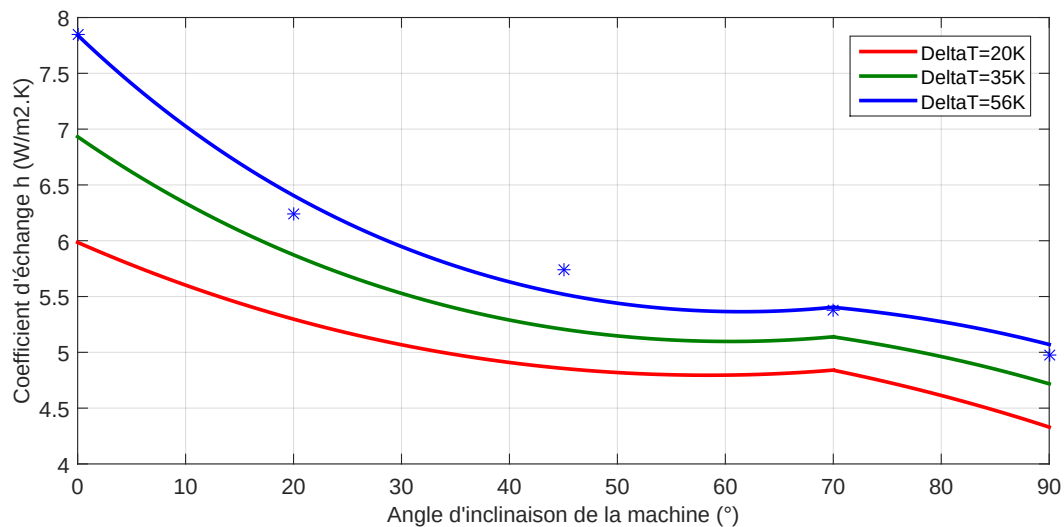


FIGURE 4.43 – Variation du coefficient d'échange numérique en fonction de l'inclinaison de la machine pour $\Delta T = 20, 35$ et 56 K.

Avec la fig. 4.43, nous remarquons que le coefficient d'échange diminue en allant de la position horizontale vers la position verticale de la machine. À 70° , il augmente légèrement. Ce comportement est observé expérimentalement.

La diminution du coefficient d'échange peut être décrite par intervalles. Jusqu'à 20° , $\bar{h}$ diminue fortement, puis, augmente légèrement entre $\theta = [60^\circ, 70^\circ]$. Ensuite, il fait une deuxième diminution significative entre $\theta = [70^\circ, 90^\circ]$. Ce comportement justifie l'élaboration d'une corrélation numérique par intervalle.

Dans la partie suivante, nous allons utiliser les corrélations numériques obtenues en comparaison avec celles déterminées expérimentalement et à partir de la littérature.

4.4 Résultats et comparaison

Dans cette partie du chapitre, nous allons considérer les trois approches déjà introduites précédemment : l'approche empirique issue de la littérature, l'approche expérimentale et l'approche numérique du type MFN. Pour cela, les corrélations expérimentales (éqs. 4.36, 4.37 et 4.38) et numériques (éqs. 4.45, 4.46 et 4.47) déjà élaborées vont être utilisées en comparaison avec une sélection de corrélations de la littérature (fig. 4.44).

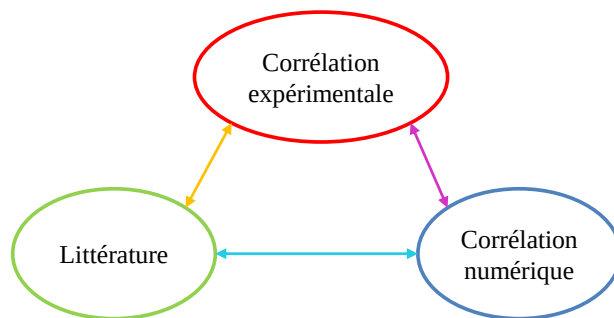


FIGURE 4.44 – Triptyque de comparaison.

Cette analyse comparative va être exposée en deux parties en présence des corrélations numériques et expérimentales. Dans la première partie, nous allons traiter chaque surface séparément (cylindrique, carrée et irrégulière), et considérer la surface totale de la machine en position horizontale. Les corrélations utilisées pour la comparaison du coefficient d'échange de chaque surface sont données dans le tableau 4.12.

TABLE 4.12 – Corrélations empiriques de la littérature utilisées pour déterminer le coefficient d'échange moyen pour chaque surface séparément, lorsque la machine est en position horizontale.

Surface	Corrélation
Cylindrique	éq. 4.22
	éq. 4.25
	éq. 4.26
Latérale (carrée et irrégulière)	éq. 4.25
	éq. 4.29

Pour la surface totale du carter horizontal, le coefficient d'échange moyen est estimé en calculant la moyenne pondérée des corrélations correspondant à chaque

surface simple qui constitue la surface complète de la machine,

$$\bar{h} = \sum_i \bar{h}_i S_i / S_t. \quad (4.52)$$

Les corrélations empiriques utilisées dans ce cas sont résumées dans le tableau 4.13 avec les corrélations nécessaires pour assurer la deuxième partie de l'analyse comparative. La deuxième partie va être consacrée à l'étude du coefficient d'échange convectif moyen de la surface totale, à chaque position angulaire.

TABLE 4.13 – Résumé des corrélations empiriques de la littérature utilisées pour déterminer les coefficients d'échange de chaque surface $\bar{h}_i$, puis le coefficient d'échange moyen équivalent $\bar{h}$.

Orientation de la machine	Surface	Corrélations moyennées
Machine horizontale	Cylindrique	éq. 4.25
	Carrée	
	Courbée	ou éqs. 4.26 et 4.29
Machine inclinée	Cylindrique	éq. 4.28
	Carrée	éq. 4.30
	Courbée	éq. 4.31
Machine verticale	Cylindrique	éq. 4.28
	Carrée	$\overline{Nu} = 0,52Ra^{0,25}$
	Courbée	$\overline{Nu} = 0,54Ra^{0,2}$

La longueur caractéristique utilisée par ces corrélations dépend de la forme de la surface traitée, tel que référencé dans le tableau 4.8. Ainsi, pour la surface cylindrique, la longueur caractéristique est le diamètre, et la hauteur pour la surface carrée. La surface irrégulière est ramenée à une surface carrée de longueur caractéristique calculée à partir de son aire.

4.4.1 Machine horizontale

Les équations de Staton [Staton 98, Staton 08] et Churchill [Churchill 75] citées dans le tableau 4.12 sont utilisées pour établir une comparaison avec les données numériques et expérimentales pour la surface cylindrique. Les résultats sont affichés dans la fig. 4.45.

L'écart entre les corrélations empiriques issues de la littérature, évalué dans la section §3.1 (fig. 3.5), est égal à $e_{1sup} = 9,78\%$ et $e_{1inf} = 7,18\%$. Celui entre les résultats numériques obtenus dans la sous-section §4.1.2 (fig. 4.14) est égal à $e_n = 20,88\%$ par rapport au $\bar{h}$ obtenu par Fluent. La déviation maximale du coefficient d'échange moyen expérimental $\bar{h}$ est déduit de l'écart entre les corrélations empiriques ; il est égal à e_{1sup} et à e_{1inf} pour la surface cylindrique. Ces résultats permettent de tracer la fig 4.45 en tenant compte des écarts obtenus pour chaque approche utilisée. L'écart empirique est tracé autour de la moyenne empirique des éqs. 3.2, 3.4 et les éqs. 2 et 3 dans le tableau 3.2, tel qu'illustré par la fig. 4.46.

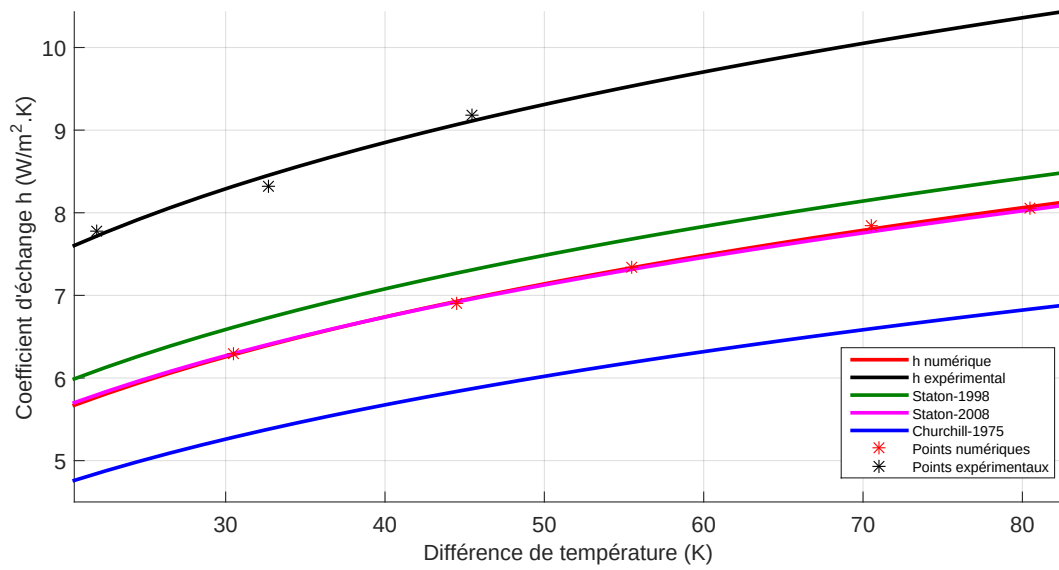


FIGURE 4.45 – Comparaison des résultats numériques, expérimentaux et empiriques de la littérature, pour la surface cylindrique.

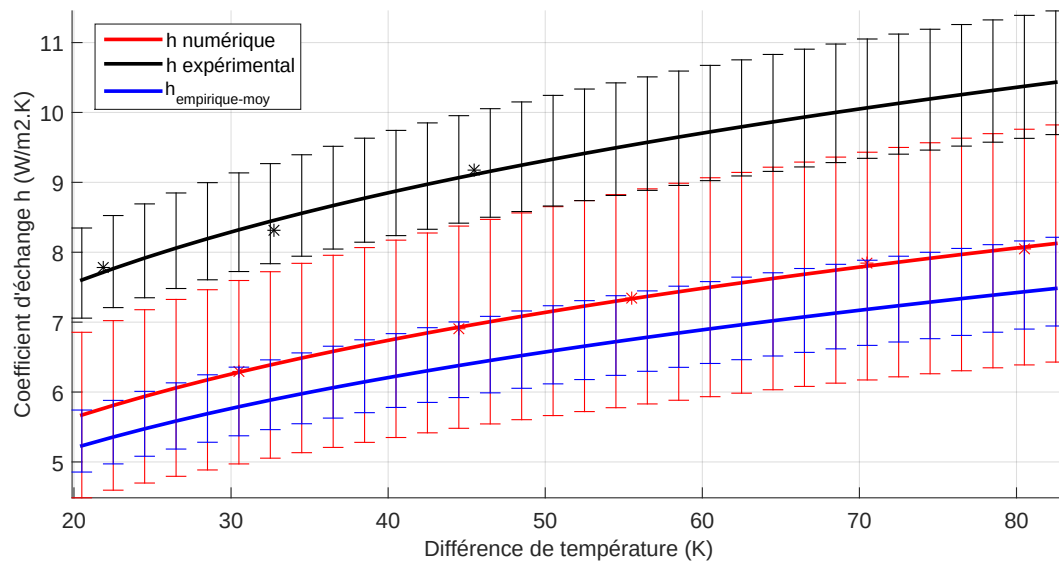


FIGURE 4.46 – Évolution du coefficient d'échange convectif en considérant les écarts pour la surface cylindrique.

Pour les surfaces latérales, la comparaison entre les résultats numériques et de Churchill et Staton [Churchill 75, Staton 08] est présentée par la fig. 4.47 pour la surface carrée et par la fig. 4.48 pour la surface irrégulière.

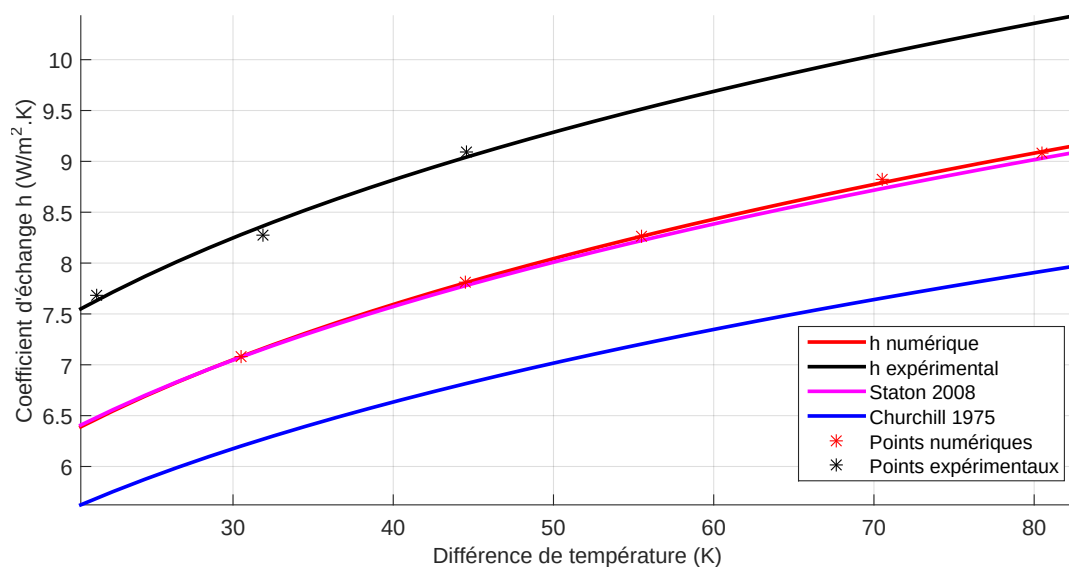


FIGURE 4.47 – Comparaison des résultats numériques, expérimentaux et empiriques de la littérature, pour la surface carrée.

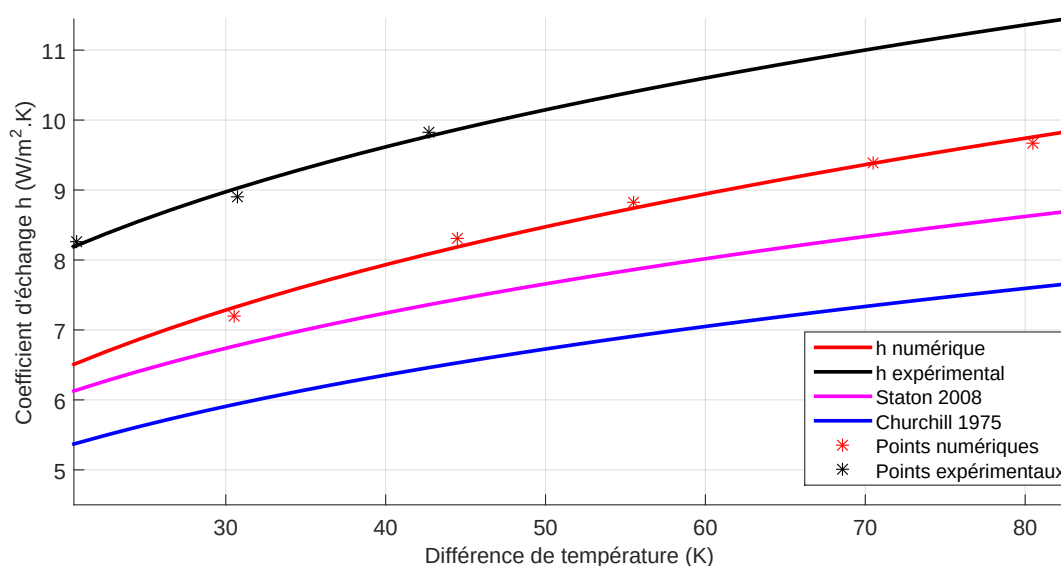


FIGURE 4.48 – Comparaison des résultats numériques, expérimentaux et empiriques de la littérature, pour la surface irrégulière.

Pour toutes les surfaces, l'écart est maximal lorsque les corrélations de Churchill et Chu [Churchill 75] sont utilisées. Cette différence peut être causée par la complexité non considérée des surfaces et les interactions entre elles. Il devient minimal en appliquant les relations de Staton (éqs. 4.25 et 4.22) et les corrélations numériques (éqs. 4.45 et 4.46).

La fig. 4.49 fournit les valeurs expérimentales du $\bar{h}$ pour la surface totale mises en comparaison avec les résultats de la littérature et les calculs numériques.

La méthode de la moyenne pondérée est utilisée en appliquant l'éq. 4.52, afin d'obtenir le $\bar{h}$ expérimental. La moyenne pondérée est appliquée aux équations citées dans le tableau 4.13 lorsque la machine est placée horizontalement.

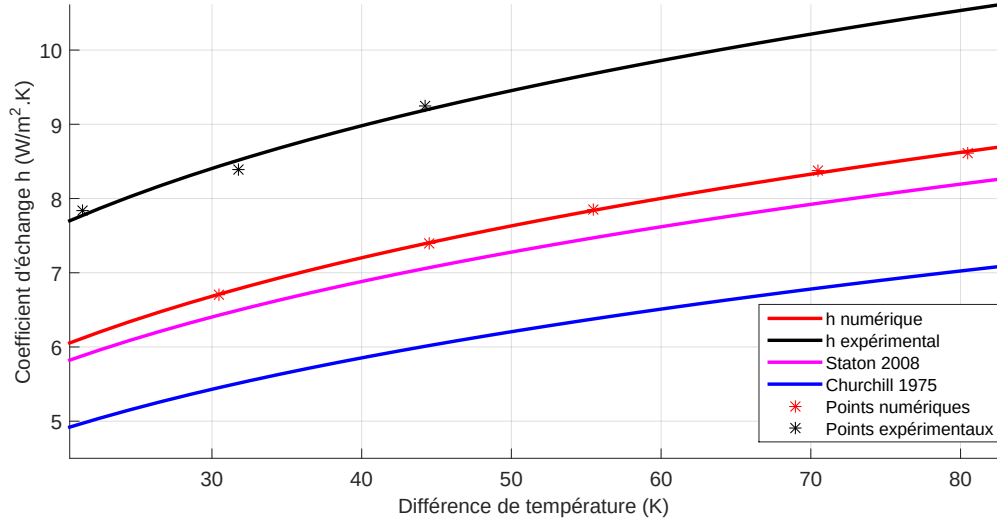


FIGURE 4.49 – Comparaison des résultats numériques, expérimentaux et les corrélations empiriques de la littérature, pour la surface totale de la machine Synchronel.

D'après la comparaison illustrée par la fig. 4.49, l'erreur entre les résultats expérimentaux et les résultats des corrélations empiriques de Churchill et Chu [Churchill 75] est évidente. Il provient de la dispersion déjà observée du calcul de $\bar{h}_i$ pour chaque surface prise séparément (figs. 4.45, 4.47 et 4.48).

Afin d'appliquer l'étude des écarts liés à chaque approche, nous avons adopté les hypothèses suivantes :

- l'écart relatif numérique des surfaces latérales est pris comme celui obtenu pour la surface cylindrique,
- l'écart relatif empirique de la surface totale est évalué en appliquant la moyenne pondérée (équ. 4.43),
- l'écart relatif introduit par la corrélation expérimentale est celui des corrélations empiriques de la littérature.

Ces hypothèses permettent d'obtenir l'évolution du $\bar{h}$ obtenu par chaque approche en tenant compte de l'écart calculé à chaque fois, tel qu'illustré par la fig. 4.50

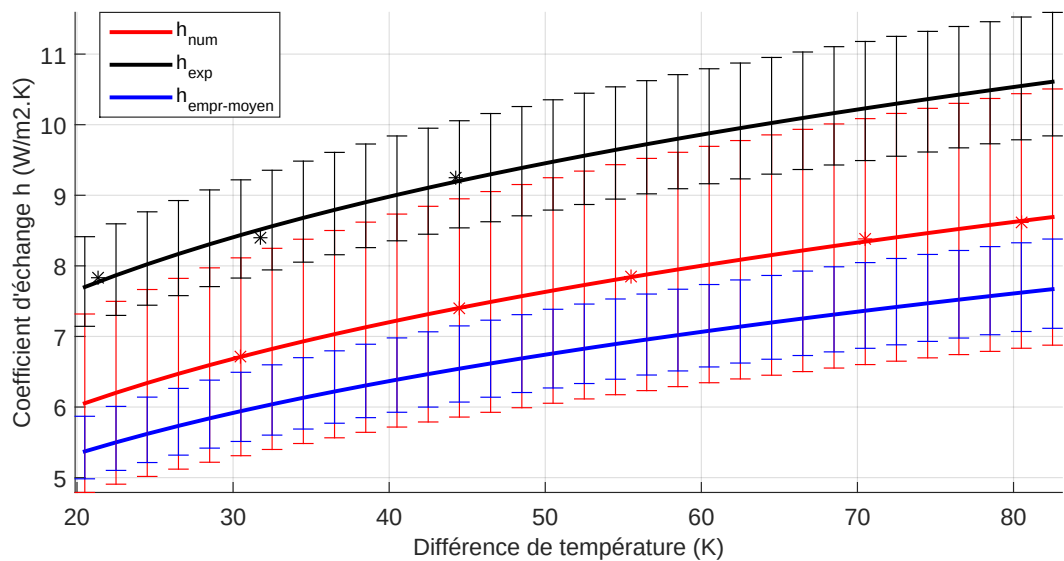


FIGURE 4.50 – Évolution du coefficient d'échange convectif en considérant les écarts de différentes approches utilisées pour la surface totale de la machine Synchronel.

Dans la partie suivante, nous allons analyser l'évolution du coefficient d'échange moyen de la surface totale de la machine Synchrel pour les différentes positions de la machine.

4.4.2 Machine inclinée

En utilisant la corrélation numérique (éq. 4.47), nous pouvons tracer l'évolution du coefficient $\bar{h}$ en fonction de ΔT et faire une comparaison avec la corrélation expérimentale (éq. 4.38) et les corrélations empiriques de la littérature (tableau 4.13). Prenons le cas où la machine est placée à 20° , cette triple comparaison est donnée par la fig. 4.51.

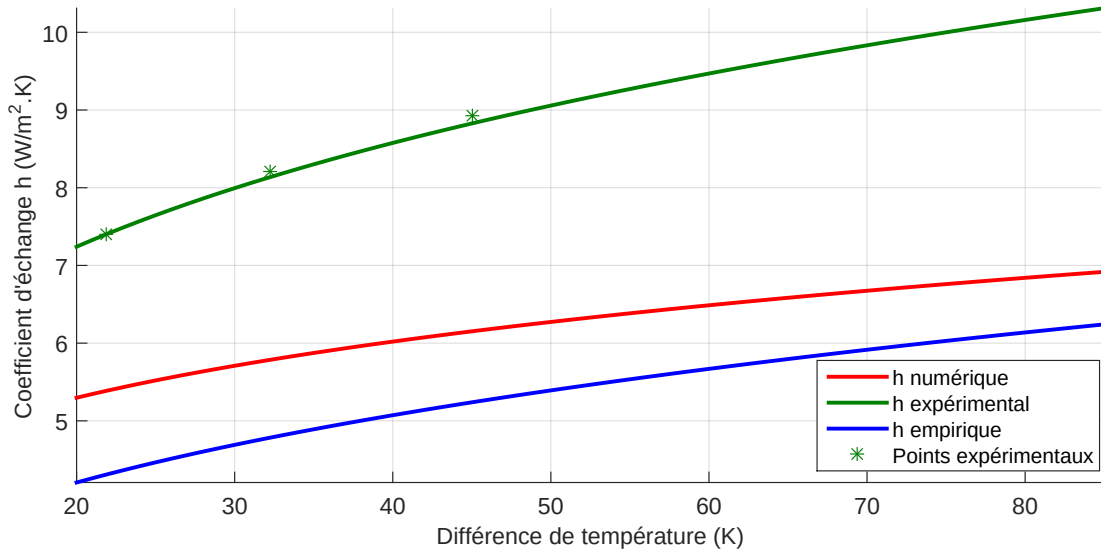


FIGURE 4.51 – Comparaison entre $\bar{h}$ numérique, expérimental et empirique pour $\Delta T = [20^\circ\text{C}, 80^\circ\text{C}]$ et $\theta = 20^\circ$.

Pour les deux courbes numérique et empirique, on garde la même tendance que l'expérimental mais on constate une erreur plus importante entre la littérature (courbe bleue) et l'expérimental (courbe verte).

Les corrélations extraites de la littérature sont élaborées à des inclinaisons limitées, et la corrélation (éq. 4.31) fournissant le coefficient d'échange de la surface latérale orientée vers le haut $\bar{h}_i$ n'est applicable que pour des inclinaisons bien précises.

La fig. 4.52 représente l'évolution du coefficient d'échange en fonction de l'inclinaison de la machine pour $\Delta T = 20^\circ\text{C}$. Elle fournit les résultats numériques (éq. 4.47) en comparaison avec les résultats expérimentaux. Les évolutions données par cette figure ont la même tendance dans chaque intervalle.

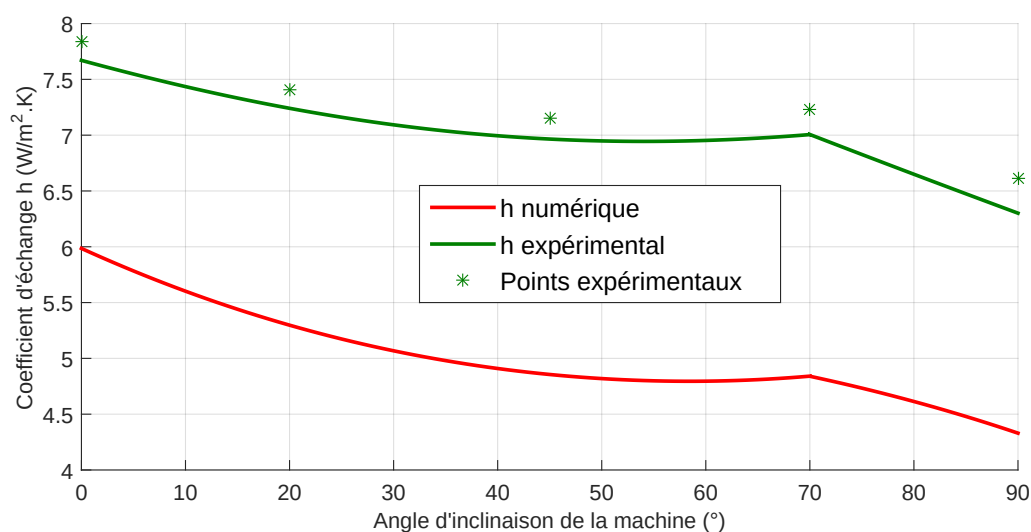


FIGURE 4.52 – Comparaison entre $\bar{h}$ numérique et expérimental pour $\theta = [0^\circ, 90^\circ]$ et $\Delta T = 20^\circ\text{C}$.

Puisque le coefficient d'échange empirique est évalué en utilisant des corrélations différentes pour chaque inclinaison, les données sont fournies dans le tableau 4.14.

TABLE 4.14 – Coefficients d'échange $\bar{h}$ obtenu en utilisant l'éq. 4.52 appliquée aux corrélations empiriques.

Méthode	0°C	20°C	45°C	75°C	90°C
Corrélation numérique (éq. 4.47)	5,98	5,29	4,85	4,75	4,33
Corrélation expérimentale (éq. 4.38)	7,67	7,24	6,96	6,86	6,33
Corrélations empiriques (éq. 4.52)	5,51	4,26	4,35	4,97	4

L'erreur introduite par l'approche empirique (littérature) est toujours plus importante que celle introduite par la corrélation numérique (tableau 4.14). Le même changement de comportement est observé à la position $\theta = 70^\circ$ pour la courbe numérique et expérimentale ; il semble être observé à $\theta = 75^\circ$ dans la littérature.

Ce changement du comportement à 70° peut être expliqué en tenant compte de deux facteurs importants : la surface d'échange vers l'extérieur et l'effet de la flottabilité à l'intérieur de la machine. Entre 20° et 70° , la plus grande part du flux de chaleur s'oriente vers le haut (vers les surfaces cylindrique et latérale du haut) sous l'effet de la flottabilité à l'intérieur de la machine. Pour la position angulaire 70° , la contribution de la surface latérale du haut est maximale. De plus, en cette position, la surface cylindrique ne bloque pas l'évacuation de chaleur du bas ce qui n'est pas le cas pour les autres positions.

En réunissant les résultats de simulations numériques, nous obtenons la surface de réponse qui permet de déterminer le coefficient d'échange pour chaque position angulaire et pour les différents écarts de températures (fig. 4.53b). Nous obtenons une seconde surface de réponse basée sur les résultats expérimentaux (fig. 4.53a).

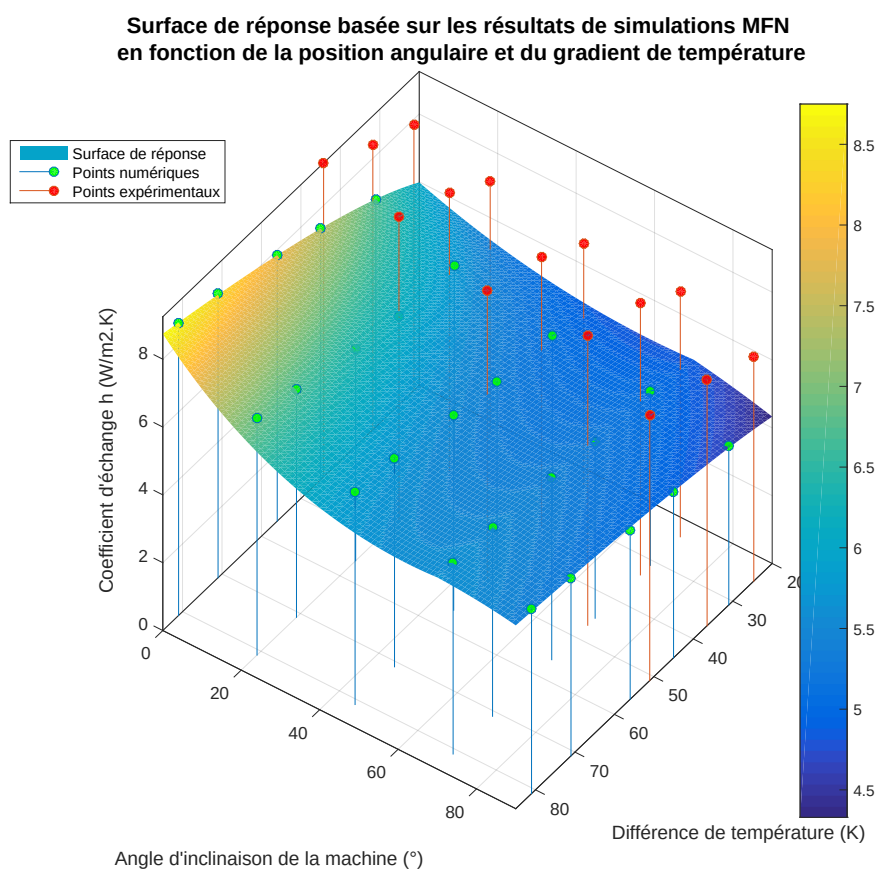
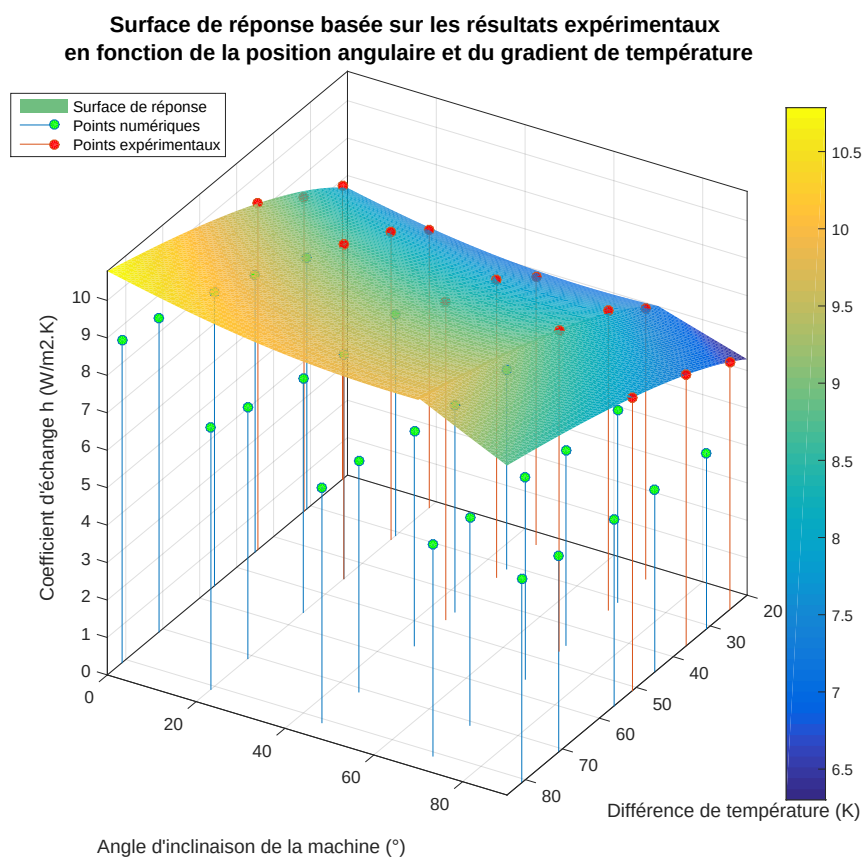


FIGURE 4.53 – Variation du coefficient d'échange total numérique en fonction de l'inclinaison de la machine et du gradient de température.

Les surfaces de réponse sont tracées en utilisant les corrélations expérimentale (éq. 4.38) et numérique (éq. 4.47) proposées dans ce chapitre. L'erreur entre les deux surfaces atteint au maximum environ 44% à 70° tel qu'illustré par la fig. 4.54.

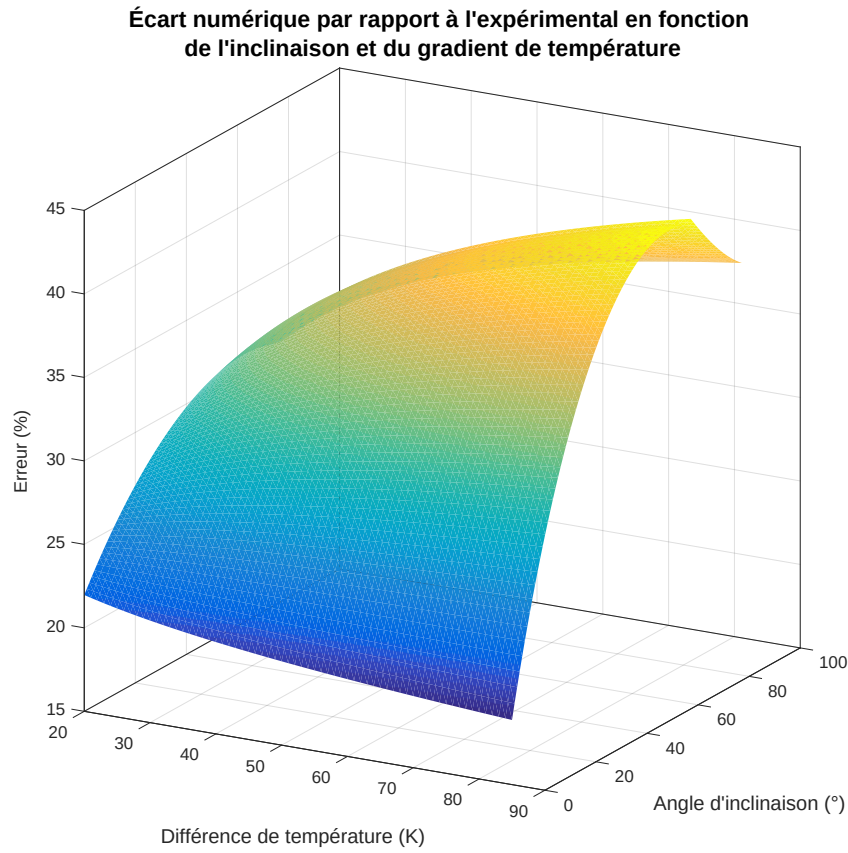


FIGURE 4.54 – Erreur de la corrélation numérique, calculée par rapport à la corrélation expérimentale.

4.4.3 Conclusions sur les résultats numériques

Le transfert thermique par convection naturelle, considéré comme l'un des aspects les plus difficiles à aborder lors de l'analyse thermique des machines électriques, a été étudié pour la machine Synchrel. Le coefficient d'échange moyen a été déterminé numériquement, expérimentalement et en utilisant les corrélations proposées dans la littérature.

La première partie de l'analyse des résultats concerne la position horizontale de la machine Synchrel. Nous avons pu élaborer deux corrélations expérimentales (éqs. 4.36 et 4.37) et numériques (éqs. 4.45 et 4.46) permettant d'estimer le coefficient d'échange $\bar{h}_i$ pour chaque surface S_i du carter de la machine Synchrel, en fonction du gradient de température et en position horizontale.

La première comparaison de l'évolution du coefficient d'échange pour chaque surface séparément $\bar{h}_i$ (machine horizontale) a permis de conclure que les résultats des corrélations numériques proposées pour chaque surface (éqs. 4.45 et 4.46) sont comparables avec ceux donnés par la corrélation classique utilisée par Staton [Staton 08]. Cette proximité des résultats est la plus forte pour les surfaces ayant une faible complexité géométrique (forme cylindrique et carrée). Pour la surface irrégulière, les corrélations numériques sont plus prédictives que la littérature.

Les données numérique et empirique présentent une erreur significative par rapport aux données expérimentales. Cette erreur devient importante lorsque l'on considère la corrélation de Churchill et Chu [Churchill 75]. Les résultats donnés par cette dernière sous-estiment systématiquement le coefficient d'échange, comme cela avait déjà été remarqué dans l'étude effectuée par Markovic [Markovic 06].

La seconde comparaison de l'évolution du coefficient d'échange total $\bar{h}$ nécessite de se servir de la moyenne pondérée afin d'estimer $\bar{h}$ à partir des corrélations empiriques issues de la littérature. Ces résultats ont été comparés avec le coefficient d'échange numérique total obtenu directement de l'outil de calcul MFN. Cette comparaison met à jour une même tendance en utilisant les différentes approches utilisées dans ce chapitre. Encore une fois, l'erreur avec la corrélation de [Churchill 75] est plus importante que celle avec l'équation proposée par [Staton 08] et qui est recommandée par [Bergman 11].

Cette dispersion par rapport aux résultats de [Churchill 75] peut être expliquée par le fait que le domaine d'application des corrélations est très large (applicables pour les régimes laminaire et turbulent), et qu'elles ne tiennent pas compte de l'effet de bord créé par les surfaces latérales.

La deuxième partie d'analyse des résultats concerne les différentes inclinaisons de la machine Synchrel. L'objectif est de voir si les corrélations empiriques gardent leur intérêt et fiabilité par rapport à la corrélation numérique (équ. 4.47) pour différentes positions de la machine.

Deux corrélations expérimentale (équ. 4.38) et numérique (équ. 4.47) permettant de déterminer le coefficient d'échange total $\bar{h}$ pour chaque température à différentes positions angulaires de la machine sont élaborées. Toutes ces corrélations ont été comparées avec la moyenne pondérée des corrélations empiriques proposées dans la littérature pour chaque surface S_i (équ. 4.52).

Les résultats ont montré qu'avec les corrélations de la littérature, l'erreur est importante par rapport à l'expérimental même en tenant compte de l'écart introduit par les deux approches (fig. 4.50). L'écart par rapport au numérique quelle que soit la position angulaire de la machine est plus faible. En tenant compte des écarts calculés pour chaque approche, les résultats numériques peuvent tendre vers une solution plus précise en améliorant la solution numérique (maillage, hypothèses simplificatrices).

Plusieurs facteurs peuvent expliquer la différence entre les résultats expérimentaux et numériques constatée lors de l'analyse des résultats. Ces causes peuvent être liées à l'étude expérimentale et à l'étude numérique. Nous avons calculé une incertitude sur les mesures expérimentales qui peut influencer la valeur du coefficient d'échange sans prendre en compte les incertitudes systématiques (Annexe D). Cette valeur est proche de la valeur donnée par l'étude des écarts déduite de la littérature et appliquée à la corrélation expérimentale. Cet écart (ou incertitude) peut influencer considérablement la température du bobinage et du carter, comme le montrera le prochain chapitre.

La solution numérique est très sensible à plusieurs paramètres tels que le maillage, les conditions aux limites et le type de la solution (permanent ou transitoire)... L'étude de sensibilité de maillage n'a été faite que lorsque la machine est horizontale. Les paramètres du maillage adopté ne sont donc pas forcément optimaux lorsque la machine est inclinée. Ce fait peut expliquer le fait que l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux est plus important lorsque la machine est inclinée.

Le choix d'une solution numérique en régime permanent peut ne pas bien

évaluer l'impact des tourbillons d'air à l'intérieur de la cabine sur le coefficient d'échange et donc s'éloigner de la réalité. En plus des paramètres de la configuration numérique, le calcul numérique est basé sur plusieurs hypothèses lors de la configuration des équations de Navier-Stokes : les propriétés thermophysiques des matériaux en contact avec l'air (carter, arbre et cabine), les paramètres de référence, le choix de la température de fonctionnement.

Les deux approches sont appliquées en utilisant des hypothèses différentes. Pour l'approche expérimentale, le flux évacué par chaque surface séparément est supposée proportionnel à son aire. Pour l'approche numérique, la température est supposée uniforme sur toute la surface, même lorsque la machine est en position inclinée. Ce qui n'est pas strictement conforme à la réalité.

Par exemple, en position verticale, le flux de chaleur va s'orienter vers le haut avant de traverser la surface irrégulière de la machine (qui n'est pas la plus grande surface). Vu que la surface du haut est de petite taille relativement à la surface cylindrique, alors, le flux va se concentrer et s'accumuler à l'intérieur de la machine et causer une élévation en température entre les différentes surfaces, malgré sa faible taille.

Conclusion

La convection externe autour des machines électriques a été présentée. Nous avons remarqué l'importance d'un tel phénomène lors de la réalisation du modèle thermique d'une machine électrique et nous avons présenté les différentes approches de modélisation utilisées dans la littérature. Les corrélations analytiques et empiriques proposées dans la littérature semblent parfois insuffisantes d'où le recours à l'approche expérimentale qui est exigeante en termes de temps et de moyens et l'approche numérique (MFN) qui peut offrir une meilleure précision locale et moyenne du coefficient d'échange convectif.

Tout au long de ce chapitre, la convection naturelle, comptant parmi les aspects difficiles de l'analyse thermique, a été traitée. Ce phénomène a été étudié autour d'une machine TFNV (machine Synchro-Réductante). Deux corrélations numérique et expérimentale ont été élaborées, permettant de déterminer le coefficient d'échange moyen pour différentes inclinaisons de la machine.

La solution numérique tient compte de l'effet de la géométrie 3D, en régime permanent, et basée sur la MFN. Les expériences, permettant d'élaborer la corrélation expérimentale, ont été réalisées dans une cabine de test totalement fermée afin de garantir un environnement au repos sans perturbations externes et éviter toute influence sur le processus d'échange de chaleur. Ces deux corrélations ont été confrontées à des corrélations extraites de la littérature.

La comparaison entre les résultats expérimentaux, numériques et empiriques ont montré que les corrélations de [Churchill 75] sous-estiment le coefficient d'échange moyen. L'erreur constatée entre les résultats numériques et expérimentaux peut être justifiée par les différentes sources d'incertitudes pouvant impacter la précision des différents résultats de manière significative. Cela donne un certain nombre de pistes en vue d'améliorer les calculs numériques, surtout dans le cas de géométries complexes.

L'étude des écarts constatés en appliquant chaque approche est réalisée. Cette étude a montré que l'analyse numérique de la convection naturelle peut prévoir le coefficient d'échange convectif avec une bonne précision.

Les résultats numériques obtenus lors de ce chapitre vont être utilisés pour alimenter le modèle nodal de la machine Synchrel présenté dans le chapitre 1. Les résultats du modèle final seront illustrés dans le chapitre 5 après la détermination des résistances thermiques de contact.

Bibliographie

- [AL-Arabi 82] M. AL-Arabi & M. Khamis. *Natural convection heat transfer from inclined cylinders*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 25, pages 3–15, 1982.
- [Al-Urabi 80] M. Al-Urabi & K. Y. Salman. *Laminar natural convection heat transfer from an inclined cylinder*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 23, pages 45–51, 1980.
- [Assaad 15] B. Assaad. *Contribution à la prise en compte des aspects thermiques des machines électriques dans un environnement mécatronique*. PhD thesis, University of technology of Compiègne, 2015.
- [Bergman 11] T. L. Bergman, F. P. Incropera, D. P. DeWitt & A. S. Lavine. *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley and Sons, 2011.
- [Bertin 99] Y. Bertin. *Refroidissement des machines électriques tournantes*. Techniques de l'ingénieur, vol. vol. 6, pages pp. D3460.1–D3460.22, 1999.
- [Bertin 00] Y. Bertin, E. Videcoq, S. Thieblin & D. Petit. *Thermal behavior of an electrical motor through a reduced model*. IEEE Transactions on energy conversion, vol. 15, pages 129–134, 2000.
- [Boglietti 3] A. Boglietti, A. Cavagnino, M. Lazzar & M. Pastorelli. *A simplified thermal model for variable-speed self-cooled industrial induction motor*. IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 39, pages 945–952, 2003.
- [Boglietti 08] A. Boglietti, A. Cavagnino & D. Staton. *Determination of Critical Parameters in Electrical Machine Thermal Models*. IEEE Tran. Ind. Appl., vol. 44, 2008.
- [Boglietti 09] A. Boglietti, A. Cavagnino, , D. Staton, M. Shanel, M. Mueller & C. Mejuto. *Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of Electrical Machines*. IEEE Tran. Ind. Appl., vol. 56, 2009.
- [Churchill 75] S. W. Churchill & H. H. Chu. *Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a horizontal cylinder*. International Journal of heat transfer of Heat Mass Transfer, vol. 18, pages 1049–1053, 1975.
- [Dajaku 06] G. Dajaku & D. Gerling. *An improved lumped parameter thermal model for electrical machines*. 17th International conference on electrical machines (ICEM2006), 2006.
- [Fand 77] R. M. Fand, E. W. Morris & M. Lum. *Natural convection heat transfer from horizontal cylinders to air, water and silicone oils for Rayleigh numbers between 3.10^2 and 2.10^7* . International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 20, pages 1173–1184, 1977.
- [Fujii 72] T. Fujii & H. Imura. *Natural-convection heat transfer from a plate with arbitrary inclination*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 15, pages 755–767, 1972.

- [Gnielinski 76] V. Gnielinski. *New equations for heat and mass-transfer in turbulent pipe and channel flow*. International chemical engineering, vol. 16, pages 359–368, 1976.
- [Heils 52] F. Heils. *Design and arrangement of cooling fins*. Elektrotechnik und Maschinenbau, vol. 69, pages 42–48, 1952.
- [Heo 12] J. H. Heo & B. J. Chung. *Natural convection heat transfer on the outer surface of inclined cylinders*. Chemical Engineering Science, vol. 73, pages 366–372, 2012.
- [Holman 01] J. P. Holman. Heat transfer. Eighth SI Metric Edition, 2001.
- [Jones 70] C. D. Jones & L. F. Smith. *Optimum arrangement of rectangular fins on horizontal surfaces for free-convection heat transfer*. Journal of heat transfer, vol. 92, pages 6–10, 1970.
- [K. Takahashi 02] H. Kuwahara K. Takahashi, K. Kajiura & T. Obata. *Airflow and thermal conductance in a totally enclosed induction motor*. Heat Transfer, vol. vol. 31, pages pp. 7–20, 2002.
- [Küttler 13] S. Küttler. *Dimensionnement optimal de machines synchrones pour des applications de véhicules hybrides*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2013.
- [Kumar 14] A. Kumar, J. B. Joshi, A. K. Nayak & P. K. Vijayan. *3D CFD simulation of air cooled condenser-I : Natural convection over a circular cylinder*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 78, pages 1265–1283, 2014.
- [Kylander 95] G. Kylander. *Thermal modelling of small cage induction motors*. PhD thesis, Chalmers University of Technology, 1995.
- [Markovic 06] M. Markovic, L. Saunders & Y. Perriard. *Determination of the Thermal Convection Coefficient for a Small Electric Motor*. Industry Applications Conference 41st IAS Annual Meeting, pages 58–61, 2006.
- [Mellor 91] P. H. Mellor, D. Roberts & D. R. Turner. *Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design*. IEE Proceedings B (Electric Power Applications). IET Digital Library, pages 205–218, 1991.
- [Morgan 75] V. T. Morgan. *The overall convective heat transfer from smooth circular cylinders*. in : T.F. Irvine Jr, J.P. Hartnett (Eds.), Advances in Heat Transfer, Academic Press, New York, vol. 11, page 199–210, 1975.
- [Patin 15] N. Patin. Power electronics applied to industrial systems and transports. Power Converters and their Control Elsevier, 2015.
- [PMS-LFM 12] PMS-LFM, éditeur. Machines tournantes-moteurs asynchrones (mas). Laboratoire de Fiabilité Mécanique, 2012.
- [Pol 73] D. W. Van De Pol & J. K. Tierney. *Free convection Nusselt number for vertical U-shaped channels*. Journal of Heat Transfer, vol. vol. 95, pages pp. 542–543, 1973.
- [Rani 14] N. Rani, H. Setia, M. Dutt & R. K. Wanchoo. *Natural Convection Heat Transfer from Inclined Cylinders : A Unified Correlation*. International Journal of Mathematical, Computational, Physical and Quantum Engineering, vol. 8, 2014.

- [Rasid 16] M. A. H. Rasid. *Contribution to multi-physical studies of small synchronous-reluctance machine for automotive equipment*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2016.
- [Ridha 08] A. Ridha. Transferts de chaleur et de masse. Université de Caen, 2008.
- [Staton 98] D. Staton & E. SO. *Determination of optimal thermal parameters for brushless permanent magnet motor design*. Industry Applications Conference. Thirty-Third IAS Annual Meeting, pages 41–49, 1998.
- [Staton 03] D. Staton, A. Boglietti & A. Cavagnino. *Solving the more difficult aspects of electric motor thermal analysis*. Electric Machines and Drives Conference, pages 747–755, 2003.
- [Staton 08] D. Staton & A. Cavagnino. *Convection Heat Transfer and Flow Calculations Suitable for Electric Machines Thermal Models*. IEEE Trans. Indus. Electronics, vol. 55, 2008.
- [Trigeol 04] J. F. Trigeol. *Identification des pertes d’une machine électrique par une approche thermique et à l’aide d’une technique inverse*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d’Aéro-technique et Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, 15 septembre 2004.
- [Trigeol 06] J.F. Trigeol, Y. Bertin & P. Lagonotte. *Thermal Modeling of an Induction Machine Through the Association of Two Numerical Approaches*. IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION, vol. 21, JUNE 2006.
- [Vasilescu 02] C. Vasilescu. *Modélisation du transfert de chaleur au sein des machines électriques tournantes : dimensionnement et optimisation de leur système de refroidissement*. PhD thesis, Paris 6, 2002.

Chapitre 5

Identification des résistances thermiques de contact et validation du modèle thermique

Sommaire

5.1	Définition de la résistance thermique de contact	187
5.2	Résistances thermiques de contact et procédure de détermination	189
5.3	Analyse de sensibilité par rapport aux résistances thermiques de contact	200
5.4	Protocole expérimental de l'identification paramétrique	203
5.5	Identification de paramètres par réduction de modèle	208
5.6	Détermination des Résistances Thermiques de Contact	217
5.7	Résultats et validation du modèle thermique détaillé de la machine Synchrel	220
	Bibliographie	229

Introduction

Afin de compléter le modèle thermique détaillé de la machine Synchrel, il est nécessaire d'estimer les valeurs des résistances thermiques de contact. Ces résistances sont liées au processus de fabrication et de montage des machines électriques. Elles décrivent le transfert de chaleur à l'interface des différents matériaux. L'objectif de la première étape de ce chapitre est de comprendre leur formation et leur impact sur le modèle thermique en général.

La deuxième étape dresse à donner un aperçu des différentes méthodes adoptées dans la littérature en vue de la détermination de ces paramètres, qui sont, assez généralement, utilisés pour regrouper les données d'incertitudes apparaissant dans le modèle thermique.

Suite à cette étude bibliographique, la troisième étape consiste à identifier les résistances thermiques de contact les plus influentes dans le modèle thermique détaillé de la machine Synchrel. Cette tâche est réalisée grâce à une étude de sensibilité locale.

Une fois les RTCs les plus influentes identifiées, le chapitre présente la procédure proposée permettant de trouver les valeurs de ces résistances. Cette procédure combine une approche physique et une approche mathématique, la machine étant sous conditions adiabatiques.

L'approche physique vise à identifier les paramètres d'un circuit thermique réduit de la machine par une procédure spécifique qui limite l'influence de la convection naturelle vers l'extérieur.

L'approche mathématique applique la réduction mathématique de modèle au MTD. La sélection de la méthode est réalisée suite à une étude bibliographique des méthodes appliquées aux modèles thermiques de type circuit électrique. Ces deux approches sont détaillées dans les sections §5.4 et §5.5 de ce chapitre.

En utilisant les modèles de second ordre obtenus par identification expérimentale et par la réduction de modèle, il devient possible d'estimer les résistances thermiques de contact. L'idée est donc d'effectuer une démarche itérative sur le processus de réduction mathématique de modèle afin de trouver les mêmes valeurs des paramètres du modèle de second ordre obtenu par identification expérimentale. Les valeurs des résistances thermiques de contact obtenues, à la fin de la démarche, sont alors insérées dans le MTD.

Une corrélation numérique de type MFN est élaborée, à la fin du chapitre 4, afin d'être appliquées directement dans le cas des machines TFNV à carter lisse. Dans la mesure où cette corrélation fournit une estimation relativement fiable du coefficient convectif externe en position horizontale de la machine, il devient intéressant d'évaluer l'impact de cette estimation sur les températures estimées par le MTD.

La seconde corrélation, expérimentale, également élaborée dans le chapitre 4, est utilisée afin d'établir des comparaisons supplémentaires entre le modèle thermique détaillé et les mesures expérimentales. Ces comparaisons permettent de valider le MTD et d'analyser les conséquences de l'inclinaison de la machine sur les températures estimées.

À des fins de diagnostic ou de surveillance, deux modèles de second ordre sont proposés afin de décrire les dynamiques thermiques les plus importantes dans la machine. Le premier est obtenu par l'application d'une méthode de réduction de modèle appliquée au MTD. Dans ce cas, la corrélation expérimentale est utilisée pour calculer la résistance de convection naturelle externe. Le second modèle

est obtenu par identification expérimentale en utilisant le minimum de points de mesures. Une comparaison sera explicitée à la fin de ce chapitre.

5.1 Définition de la résistance thermique de contact

Le contact entre deux solides ne s'effectue pas sur la surface totale commune mais uniquement sur certaines surfaces qui sont petites par rapport à la surface entière (surface apparente). Ces petites surfaces, constituées de déviations microscopiques, définissent la rugosité de la surface. Les irrégularités peuvent former des variations de surface plus grandes appelées ondulations. La rugosité et les ondulations permettent de décrire l'état d'une surface quelconque (fig. 5.1). Il a été montré qu'à cause de ces irrégularités, la surface réelle de contact ne dépasse pas 1% de la surface apparente [Boutonner 98].

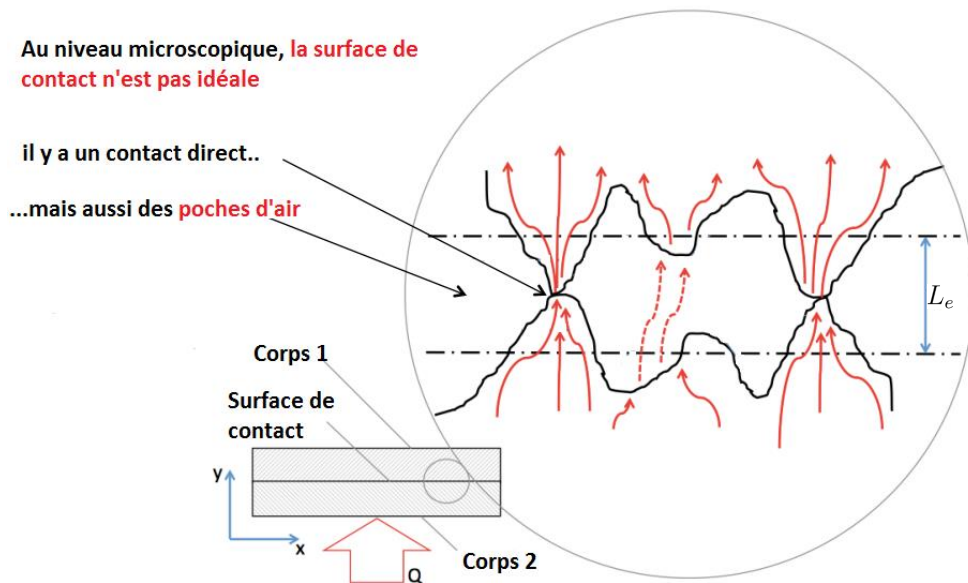


FIGURE 5.1 – Vue microscopique de deux surfaces en contact.

Entre les corps en contact subsistent des espaces interstitiels remplis d'air (fig. 5.1). La distance entre les parties solides des deux surfaces varie entre deux valeurs extrêmes. De là, de manière équivalente, elles sont généralement représentées par deux surfaces moyennes (tracées par deux traits discontinus à la fig. 5.1). Cette présentation vient définir une distance microscopique constante entre les surfaces de contact équivalentes (fig. 5.1). De ce fait, la résistance thermique de contact équivalente entre les deux surfaces peut être conçue comme celle formée par une lame d'air d'épaisseur L_e ; cette résistance de contact équivalente s'écrit donc comme,

$$R_{TC} = \frac{L_e}{k_s S_{app}}. \quad (5.1)$$

Nous considérons deux corps métalliques en contact. Vue la faible conductivité thermique de l'air par rapport à la conductivité thermique des métaux, la contribution de ces espaces interstitiels au transfert de chaleur par radiation q_{rad} et par convection q_{conv} est faible par rapport à la conduction à travers les points de contact. Dans ce cas, la majorité du flux de chaleur q_{RTC} qui traverse la surface de contact S_{app} est forcée de passer à travers les petites surfaces de contact par conduction q_{cond} ,

$$q_{RTC} = q_{cond} + q_{conv} + q_{rad}. \quad (5.2)$$

Ce "blocage" de flux de thermique et cette réduction brusque de la surface traversée entraînent une chute de température à l'interface de contact. La fig. 5.2 illustre le fait que le comportement thermique est perturbé par une résistance qui s'oppose au passage du flux thermique à cause d'un contact imparfait. Ce comportement n'est pas facile à modéliser [Incropera 11].

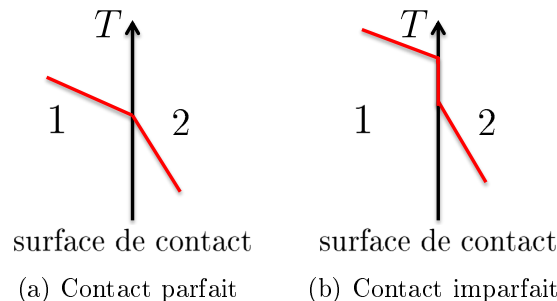


FIGURE 5.2 – Comportement thermique dans le cas d'un contact parfait et imparfait.

En réalité, les espaces interstitiels peuvent être occupés par des impuretés en plus de l'air. Si la température est inférieure à 300°C , ou bien, si les impuretés sont opaques (pas de transmission d'ondes électromagnétiques), le rayonnement peut être négligeable. Dans ce cas, l'éq. 5.2 peut être simplifiée sous la forme suivante [Ayers 04],

$$q_{RTC} = q_{cond} + q_{conv} = \left(\frac{k}{L_e} + h_{gap} \right) S_{app} \Delta T = h_{eq} S_{app} \Delta T, \quad (5.3)$$

où k est la conductivité thermique des deux matériaux en contact, h_{gap} est le coefficient de transfert de chaleur à travers les espaces interstitiels et h_{eq} est la conductivité équivalente de la région de contact. Cela permet de définir la Résistance Thermique de Contact (RTC) par,

$$R_{TC} = \frac{\Delta T}{q_{RTC}} = \frac{1}{(k/L_e + h_{gap}) S_{app}} = \frac{1}{(h_{eq}) S_{app}}. \quad (5.4)$$

Trois aspects principaux, peuvent agir directement sur la formation et la valeur de la RTC, tels que représenté par la fig. 5.3 ; ils sont d'ordre : géométrique, mécanique et thermique. Pour pouvoir modéliser le contact entre deux surfaces, il faut comprendre l'influence de chaque aspect sur ce phénomène ([Yovanovich 05]).

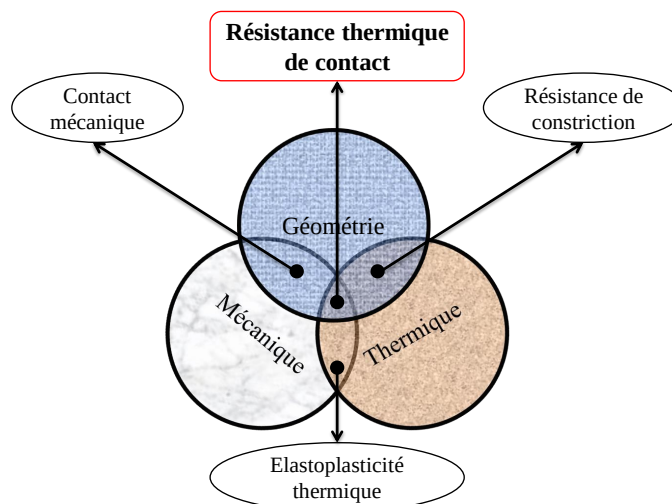


FIGURE 5.3 – Trois aspects de la résistance thermique de contact [Yovanovich 05].

5.2 Résistances thermiques de contact et procédure de détermination

5.2.1 Étude bibliographique sur les RTC

Contact plat

Les études menées sur le transfert de chaleur par contact entre deux corps ont débuté dans les années 1930 et ont concerné plusieurs domaines (aéronautique, nucléaire, microélectronique...) (fig. 5.4) [Yovanovich 05].

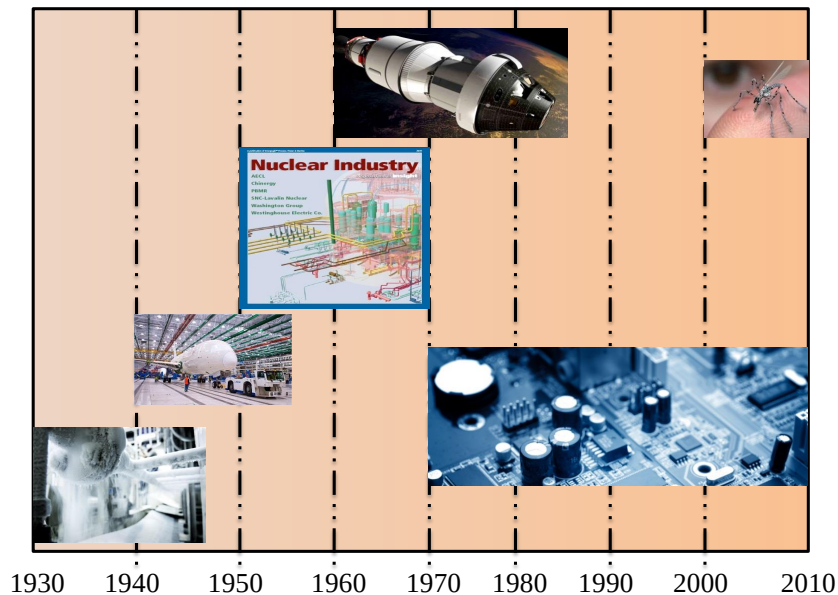


FIGURE 5.4 – Chronologie des recherches concernant la RTC.

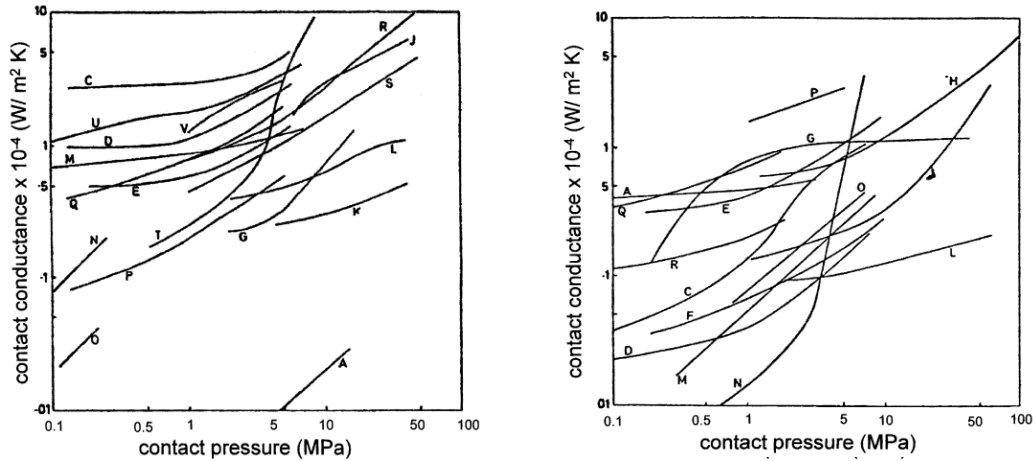
Dans l'objectif d'améliorer l'efficacité des systèmes face aux hautes températures de fonctionnement et aux flux de chaleur importants, l'étude des contacts et de leurs impacts est devenue une nécessité. Dans un premier moment, la priorité a été donnée à l'étude du contact entre les surfaces planes.

Dans ce contexte, Yovanovich et al. [Cooper 69] ont développé un modèle analytique permettant d'estimer la résistance au flux thermique entre deux corps pleins épais en contact dans le vide ; ce modèle est connu comme le modèle de CMY (Cooper-Mikic-Yovanovich).

Dans l'étude réalisée par [Bahrami 04], les auteurs ont proposé un modèle analytique compact. Ce modèle a été validé à l'aide d'une comparaison par rapport à plus que 800 points expérimentaux regroupés de la littérature. L'écart entre ces données et ce modèle ne dépasse pas 13,8%.

Yovanovich [Yovanovich 05] a résumé les solutions proposées dans la littérature pendant les 40 dernières années, pour la modélisation des contacts entre des surfaces rugueuses et lisses en régime permanent et transitoire.

En général, l'évolution de la conductance ou de la résistance de contact est analysée en prenant en considération certains facteurs tels que la nature du fluide emprisonné, la température des surfaces de contact, la pression de contact et la rugosité des surfaces. Dans la fig. 5.5, un exemple de variation de la conductance de contact entre des alliages de cuivre et des aciers inoxydables en fonction de la pression de contact est proposé [Yovanovich 05].



(a) Conductance de contact des alliages de cuivre en fonction de la pression de contact.

(b) Conductance de contact des aciers inoxydables en fonction de la pression de contact.

FIGURE 5.5 – Conductance thermique surfacique de contact pour : des alliages de cuivre (fig. 5.5a) et des aciers inoxydables (fig. 5.5b) en fonction de la pression de contact.

Le transfert de chaleur entre deux surfaces en contact est un problème commun à plusieurs secteurs industriels (automobile, aéronautique, micro-électronique, etc.) dans lesquels on peut trouver des contacts aussi bien plans que cylindriques.

Malgré la diversité des facteurs qui peuvent intervenir lors de l'étude d'un contact plan, tels que la nature du fluide, l'état des surfaces en contact et les paramètres thermophysiques, l'ajustement initial et les coefficients de dilatation, la pression de contact pour une surface plane peut être considérée indépendamment du flux de chaleur.

Contact cylindrique

Malgré la présence assez répandue des contacts cylindriques dans plusieurs applications, telles que les appareils électroniques et les machines électriques, cette configuration a reçu moins d'intérêt dans la littérature que les contacts plans [Degiovanni 98, Madhusudana 99, Ayers 04].

Ce type de géométrie de contact engendre des complexités supplémentaires. En plus des facteurs précédemment listés pour le contact plan, la pression de contact est fortement dépendante du flux de chaleur, de sa direction et de la température des corps en contact.

Dans ce contexte, on notera des tentatives d'extrapoler les modèles développés initialement pour des contacts plans pour décrire les contacts cylindre-cylindre. Cependant, la plupart de ces approches ont négligé le problème thermo-mécanique de dilatation due à l'élévation de température.

Degiovanni et al. [Degiovanni 98] ont proposé une analyse microscopique en régime permanent du contact cylindre-cylindre. Sous certaines hypothèses, ils ont pu proposer un modèle analytique. À partir de cette solution, les auteurs sont arrivés à modéliser la RTC sous la forme d'un réseau de trois résistances (fig. 5.6).

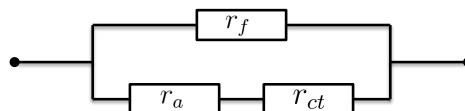


FIGURE 5.6 – Réseau de résistances qui forment la RTC.

Chaque résistance de ce réseau est associée à un phénomène physique ; r_f est la résistance du fluide en parallèle avec la résistance d'aspérité r_a en série avec la résistance de constriction r_{ct} . Cette dernière est due à la restriction de la surface disponible pour le passage de flux. Elle dépend de la géométrie de contact et de la conductivité thermique des corps en contact.

Madhusudana et al. [Madhusudana 99] a développé un modèle prédictif pour la conductance thermique de contact cylindrique. Ce modèle est basé sur les propriétés des matériaux, la géométrie, l'état de surface et l'ajustement initial. À l'aide de ce modèle, l'auteur a pu illustrer l'impact de certains paramètres tels que la température maximale, la combinaison des matériaux, le fluide interstitiel, sur la pression de contact et la conductance de contact. Les résultats montrent que la pression de contact augmente en augmentant le flux de chaleur quelle que soit la combinaison des matériaux utilisés. En tenant compte des différents coefficients de dilatation, Madhusudana et al. [Madhusudana 99] ont montré que la conductance de contact est proportionnelle à la rugosité de la surface et que la température maximale de fonctionnement a aussi des effets sur le comportement thermique à l'interface de contact.

L'évolution de la pression et la conductance de contact pour les différentes combinaisons d'acier inoxydable et d'aluminium ont été étudiées en fonction de la température maximale. Dans les différents cas, le flux est orienté radialement vers l'extérieur et la rugosité est inchangée. On notera que le coefficient de dilatation de l'aluminium est plus grand que celui de l'acier inoxydable. Les résultats sont résumés dans le tableau 5.1.

TABLE 5.1 – Variation de la pression de contact et de la conductivité thermique en fonction de la température dans deux cas différents.

Direction du flux	Variation du ΔT (K)	Pression de contact (MPa)	Conductivité thermique (W/m.K)
Acier inoxydable → Aluminium	20 ↗ 300	↘	8000 ↘ 2000
Aluminium → Acier inoxydable	20 ↗ 150	↗	10000 ↗ 20000

Ayers [Ayers 04] a mené une étude bibliographique sur les travaux réalisés entre les années 60 et 90 traitant de la résistance thermique de contact entre deux cylindres coaxiaux. Le but de cette étude était d'extraire les corrélations proposées dans la littérature afin d'évaluer la RTC. Quelques corrélations sont données dans le tableau 5.2 y compris celles proposées par Madhusudana [Madhusudana 99] et Cooper [Cooper 69].

L'étude de Ayers [Ayers 04] a confirmé la dépendance de la résistance thermique, à travers une interface cylindrique, à la rugosité, aux coefficients de dilatation, au flux de chaleur et de sa direction, à la température, à la combinaison des matériaux, au degré d'ajustement initial et au rayon de courbure. Malgré certains manques d'informations sur la métrologie de la surface, les dimensions de la géométrie, les conditions expérimentales et les résultats expérimentaux dans les études antérieures, l'auteur a réussi à comparer différents résultats expérimentaux et analytiques (fig. 5.7).

Il est évident d'après la fig. 5.7 que le modèle de Cooper [Cooper 69] amélioré par Yovanovich [Yovanovich 82] correspond mieux aux résultats expérimentaux de

TABLE 5.2 – Corrélations proposées dans la littérature pour le calcul de la conductance thermique de contact cylindrique [Ayers 04].

Auteur	Corrélation	Commentaires/Conditions
Ross (1962)	$g_c = \frac{k_e P_c}{0,05 H \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2}}}$	Modèle de contact plan adapté au contact cylindrique dépendant de paramètres thermomécaniques.
Shlykov (1964)	$g_c = 4,2 \times 10^4 \frac{k_s P_c}{d_o (345 \text{ MPa})} + \frac{k_{go}}{\sigma_1 + \sigma_2}$	Modèle de contact plan adapté au contact cylindrique dépendant de paramètres thermomécaniques.
Vezeroglu (1967)	$\frac{B^+ C^+ N_{uc}}{\eta^+ \tan^{-1} \left(\left[\frac{1}{C^+} \sqrt{1 - \frac{1}{N_{uc}}} \right] \right) - 1} + \frac{k_{go}}{\sigma_1 + \sigma_2}$	Modèle de contact plan adapté au contact cylindrique dépendant de paramètres thermomécaniques. $B^+ \equiv 0,335(C^+)^{0,315(l_c/l)^{0,137}}$ $C^+ \equiv \left(\frac{P_c}{H_m} \right)^{1/2}$; $\eta^+ \equiv k_g o k_s$
Yovanovich (1981)	$g_c = 1,25 \frac{k_s m}{\sigma} \left(\frac{P_c}{H_e} \right) + \frac{k_{go}}{Y + \alpha_a \beta \Lambda}$	Surfaces planes et rugueuses. Modification de Cooper (1969) : $\beta = \left(2 \frac{c_p/c_v}{c_p/c_v + 1} \right) \frac{1}{Pr}$ $1 \times 10^{-5} \leq P_e/H_e \leq 1 \times 10^{-2}$ $2,34 \leq Y/\sigma \leq 4,26$ $0,14 \mu m \leq \sigma \leq 14 \mu m$ $9,33 \mu m \leq \sigma/m \leq 40 \mu m$ $0,015 \leq m \leq 0,35$ $0,001 \leq \Lambda_o/\sigma \leq 1,5$ $1 \leq \beta \leq 2$ $0,04 \mu m \leq \Lambda_o \leq 0,19 \mu m$ $1 \times 10^{-4} \leq k_{go}/k_s \leq 2 \times 10^{-2}$
Madhusudana (1986)	$g_c = \frac{k}{\sigma} \left(1,13 \tan \theta \left[\frac{P_c}{H} \right]^{0,94} + \frac{k_{go}}{3\sigma} \right)$	Modèle théorique général pour un contact cylindrique dérivé d'un modèle de contact plan. Dépendance à la géométrie des cylindres en contact, aux propriétés des matériaux, aux propriétés du fluide et les caractéristiques des surfaces. Pression de contact déduite d'une modélisation thermo-élastique.

Hsu et Tam. L'erreur par rapport aux autres modèles peut atteindre 60%.

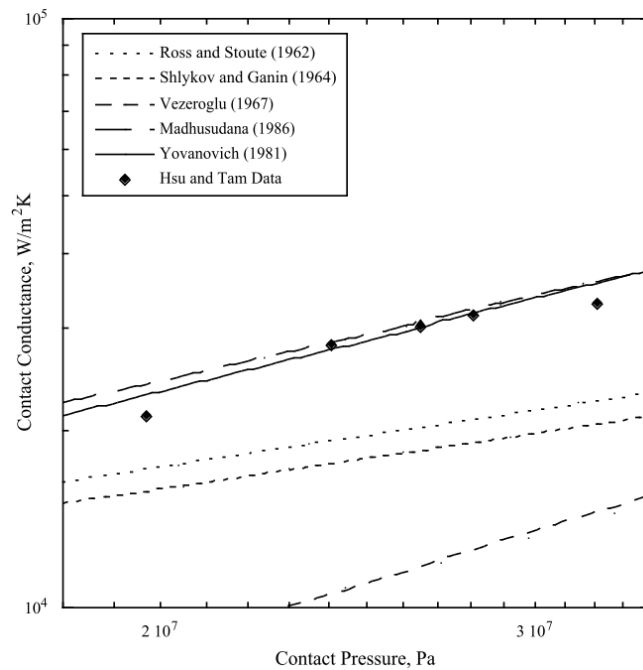


FIGURE 5.7 – Comparaison entre les résultats de la littérature présentés dans le tableau 5.2 pour $AL - 2011$.

D'autre part, les auteurs ont réalisé une étude expérimentale sur 60 combinaisons de différents matériaux ce qui a permis d'élaborer des corrélations empiriques prédictives de la conductance thermique de contact [Ayers 04].

Dans le contexte des machines électriques, le contact entre les parties solides est supposé parfait. En réalité, le contact entre deux composants de conductivités différentes de la machine est formé de cavités interstitielles remplies d'air et d'impuretés résiduelles. Ce problème doit être traité avec attention [Holman 01].

L'étude de sensibilité réalisée par Cousineau [Bennion 12] sur un moteur à aimants permanents intérieurs pour une chaîne de traction de véhicule électrique a montré que l'amélioration du comportement thermique est fortement liée à la propagation de chaleur à l'intérieur de la machine. La propagation de chaleur à l'intérieur de la machine est gérée principalement par les conductivités thermiques des composants et aussi par la performance au niveau des contacts. Ce qui met en évidence l'importance des RTCs. Ces résultats peuvent être généralisés à tous les types de machines électriques.

Le comportement thermique à travers les contacts fait partie des aspects considéré parmi les aspects les plus difficiles à intégrer lors de la modélisation thermique des machines électriques [Staton 03]. Il dépend de plusieurs facteurs tels que le procédés de fabrication et le montage de la machine (la pression de contact), les matériaux en contact (la dureté et la conductivité thermique), l'état des surfaces en contact (la rugosité), la température de fonctionnement de la machine, la température ambiante, l'évolution du flux thermique en fonction du temps [Camilleri 14].

Ce phénomène est rencontré aux interfaces : carter-circuit magnétique, rotor-arbre, aimants permanent-circuit magnétique, circuit magnétique-bobinage et entre les tôles de circuits magnétiques. L'importance de chaque RTC dépend de son emplacement par rapport au trajet d'évacuation de la chaleur, de la topologie de la machine et de sa conception thermique (sources de chaleur).

Les circuits magnétiques des machines électriques sont constitués de tôles d'épaisseur très faible et séparées par des couches d'isolant électrique. Ainsi pour les machines "dites radiales", cet empilement est réalisé dans la direction axiale de la machine. Les circuits magnétiques constituent ainsi un corps hétérogène et anisotrope dont la conductivité thermique est constante dans le plan $x - y$ de chaque tôle et dépend de la pression de contact entre les tôles et de l'état de surface de ces tôles (fig. 5.8) [Cousineau 15].

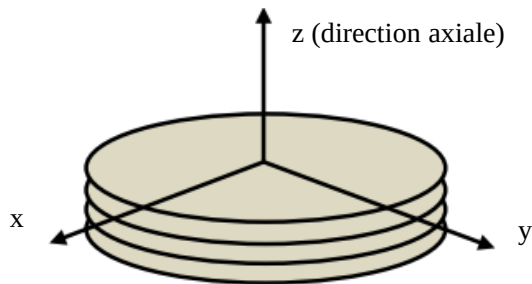


FIGURE 5.8 – Orientation des propriétés thermiques pour les laminations en contact. La conductivité thermique dans le plans $x - y$ est différente de celle au travers des tôles, définie le long de l'axe z .

Dans le plan $x - y$ (fig. 5.8), la conductivité thermique est principalement celle du matériau magnétique utilisé (acier). Dans la direction z , des solutions d'homogénéisation sont proposées dans la littérature pour calculer la conductivité thermique effective équivalente de l'ensemble tôles-isolant. Dans ce cadre, Cousineau et al. [Cousineau 15] ont proposé une étude expérimentale qui a permis de développer une corrélation empirique permettant de calculer la RTC équivalente,

$$R_{TC} = m - \frac{L_t}{k}, \quad (5.5)$$

où m est un coefficient obtenu expérimentalement, L_t est l'épaisseur d'une tôle et k est sa conductivité thermique.

Les RTCs stator-carter, rotor-arbre, stator-bobinage sont généralement plus difficiles à estimer vu le manque de données disponibles et la complexité engendrée par la forme cylindrique. L'étude de sensibilité réalisée par Boglietti et al. [Boglietti 05] a montré que l'influence de la RTC stator-carter dans les machines à grande puissance compte parmi les facteurs les plus influents dans un modèle thermique.

Anderson [Andersson 13] a réalisé une étude thermique sur la machine électrique synchrone à aimants permanents. Pour cela, l'épaisseur équivalente L_e du contact stator/carter est estimée à partir de la littérature à $3,3 \mu\text{m}$. L'effet de la variation de la longueur équivalente sur la température du carter est représenté à la fig. 5.9.

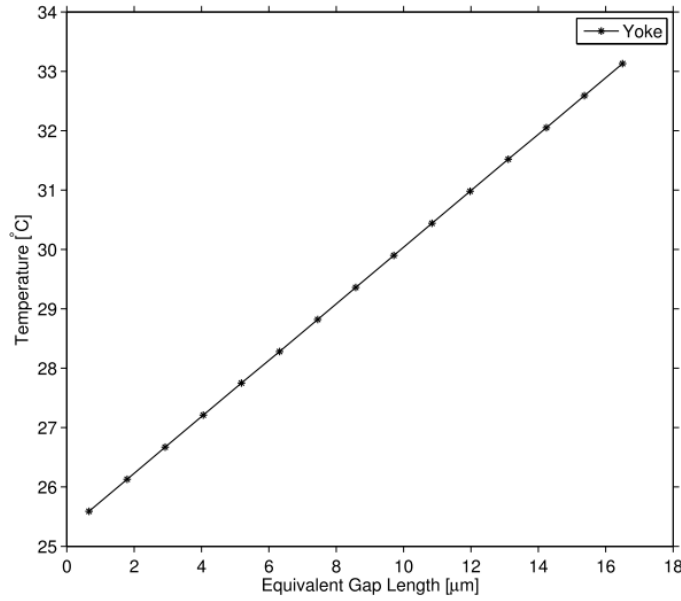


FIGURE 5.9 – Influence de l'épaisseur de la lame d'air équivalente de contact stator/carter sur la température du fer [Andersson 13].

La variation de cette épaisseur équivalente [$120\ \mu\text{m}$ – $470\ \mu\text{m}$] du contact bobinage/stator est très influente, en particulier, sur l'évolution de la température du bobinage tel qu'illustré par la fig. 5.10.

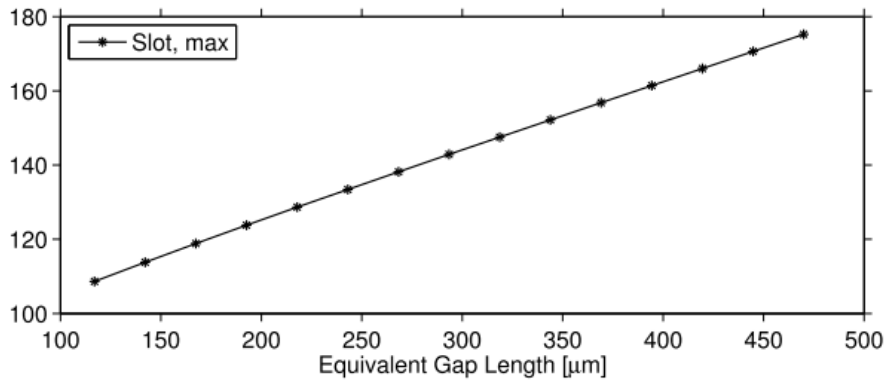


FIGURE 5.10 – Influence de la longueur équivalente de contact bobinage/stator sur la température du bobinage [Andersson 13].

Lors de la modélisation thermique des machines électriques, différentes approches ont été utilisées afin de comprendre et d'estimer la RTC entre les surfaces cylindriques : des approches numériques [Glises 93, Driesen 01], des approches expérimentales [Mellor 91, Takahashi 02, Dajaku 06, Kulkarni 12] et des approches analytiques [Cooper 69, Bahrami 04].

Driesen et al. [Driesen 01] ont mis l'accent sur l'efficacité de la méthode numérique par éléments finis pour la modélisation des couches fines dans les machines électriques tels que le contact et les couches d'isolation.

D'autre part, Glises et al. [Glises 93] ont fait une comparaison entre la méthode expérimentale proposée par Bertin [Bertin 87] et leurs résultats numériques qui ont été obtenus par un modèle éléments finis en régime permanent d'une machine asynchrone de 4 kW à rotor bobiné. Selon les auteurs, la différence de 30%, entre les résultats des deux approches, peut justifier le recours unique à l'approche numérique, permettant d'éviter le recours à des protocoles expérimentaux lourds, en vue de déterminer les RTCs.

Afin de compléter et de valider le modèle thermique relativement à des résultats expérimentaux de trois machines Totalelement Fermées et Ventilées (TFV) de puissances différentes, Mellor et al. [Mellor 91] ont utilisé deux approches de détermination de la RTC stator-carter.

La première consiste à utiliser une corrélation semi-empirique de la littérature extrapolée à partir des points expérimentaux obtenus par Brunot (voir fig. 5.11) pour une machine de 75 kW. La validité de cette valeur est vérifiée par la précision du modèle final. Cette première méthode a donné des résultats satisfaisants par rapport à la corrélation semi-empirique.

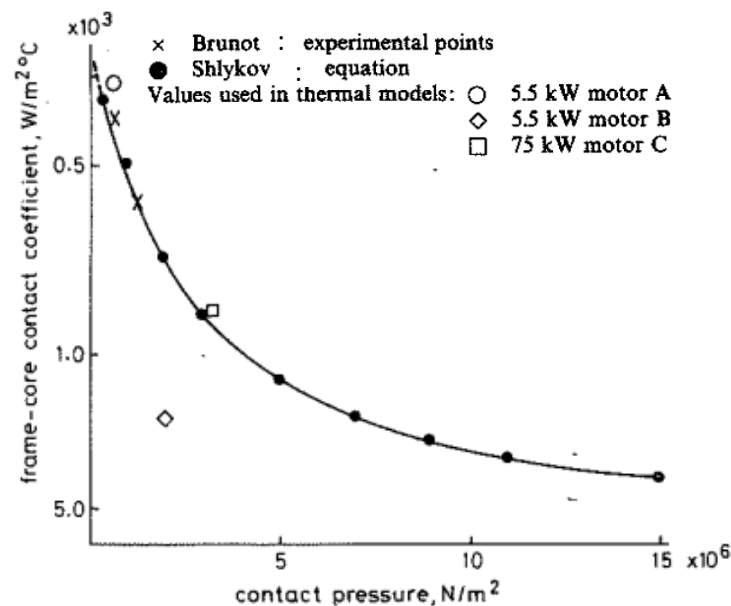


FIGURE 5.11 – Conductivité de contact stator-carter utilisée par [Mellor 91] lors de la modélisation de la machine TFV.

Pour les deux autres machines, la RTC est obtenue expérimentalement avec des essais en régime permanent. La pression de contact n'est pas la même pour les deux machines de 5,5 kW. Pour la machine à faible pression de contact A, le résultat expérimental correspond au résultat du modèle extrapolé ce qui n'est pas le cas lorsque la pression de contact est plus importante (machine B).

La résistance thermique de contact peut être améliorée (deux fois plus faible) en utilisant de la résine. Ce résultat a été vérifié expérimentalement par Takahashi et al. [Takahashi 02] après une étude expérimentale effectuée sur une machine à induction totalement fermée.

Avec des essais à courant continu, Staton et al. [Staton 01] ont déterminé la RTC stator-carter. Les auteurs ont utilisé la longueur équivalente effective pour la comparaison avec les valeurs proposées par Holman [Holman 01]. Ils ont conclu que les longueurs équivalentes effectives liées aux machines électriques (tableau 5.3) sont plus élevées.

La méthode expérimentale est adoptée, également, par Dajaku et al [Dajaku 06] lors de l'étude du comportement thermique d'une machine synchrone à aimants permanents. Les auteurs ont déterminé les RTCs entre stator-bobinage et stator-carter. Les valeurs sont validées par une comparaison entre les résultats finaux du modèle nodal et du modèle par éléments finis, qui a montré un bon accord.

Devdatta et al. [Kulkarni 12] ont effectué une analyse expérimentale sur la machine électrique synchrone à grande puissance, refroidie avec une chemise d'eau. Cette analyse vise à quantifier la valeur de la RTC entre un stator en acier-silicium

TABLE 5.3 – Valeurs des longueurs effectives déterminées expérimentalement entre le carter et le stator.

Puissance de la machine (kW)	Longueur effective (mm)
4	0,042
7,5	0,076
15	0,077
30	0,016
55	0,037

et un carter en acier doux monté par frettage. Des montages à différentes pressions de contact ont permis de déduire l'influence de cette dernière sur la valeur de la RTC. Avec une erreur qui ne dépasse pas 5%, les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 5.4.

TABLE 5.4 – Résistances thermiques de contact moyennes pour trois différents montages [Kulkarni 12].

Numéro du montage	Pression (MPa)	$g_{\text{stator/carter}}$ (W/m ² .K)
1	13,38+ stator usiné	7092
2	21+ stator usiné	7518
3	39+ stator usiné	10 204

Les auteurs ont déduit que la variation de la pression de contact de 13,38 MPa à 21 MPa engendre une diminution de la RTC de 6% et en arrivant à une pression de contact de 39 MPa la RTC diminue de 30,4%.

Trigeol et al [Trigeol 06, Trigeol 04] ont utilisé la littérature comme référence pour estimer les valeurs initiales des résistances thermiques de contact dans leur modèle thermique. Pour cela, des études faites sur des machines électriques de même topologie sont utilisées comme référence. Ces références ont permis d'extraire les résultats du tableau 5.5 pour l'interface stator/carter. Les résultats du tableau 5.6 sont proposés pour l'interface bobine/stator.

TABLE 5.5 – Conductances thermiques surfaciques de contact de l'interface stator/carter proposées dans la littérature [Trigeol 06, Trigeol 04].

Auteur	Caractéristiques de la machine électrique	$g_{\text{stator/carter}}$ (W/m ² .K)
Bertin	moteur ouvert, 132 kW, carter en alliage d'aluminium	400
Thieblin	moteur fermé, 30 kW, carter en alliage d'aluminium	1428
Broussely	moteur fermé, 5,5 kW, carter en alliage d'aluminium	1615
Renard	moteur fermé, carter en aluminium	5000
Glises	moteur fermé, 4 kW, carter en fonte	357

Les premières estimations des résistances thermiques de contact sont données dans le tableau 5.7.

Le recalage du modèle par rapport à l'expérimental a été réalisé en considérant l'hypothèse que les propriétés thermophysiques des matériaux homogènes sont

TABLE 5.6 – Conductances thermiques surfaciques de contact de l’interface bobinage/stator utilisées dans la littérature.

Auteur	$g_{\text{bobinage/stator}}$ (W/m ² .K)
Bertin	350
Thieblin	150
Broussely	123
Renard	$g_{\text{myl/dent}} = 271$

TABLE 5.7 – Première estimation des conductances thermiques de contact g (W/m².K).

Interface	Première estimation	Après recalage
Stator/Carter	1500	1250
Bobinage/Dent	96	517
Bobinage/Culasse	96	200
Arbre/Rotor	500	500
Arbre/Roulement	10000	/
Avec les flasques	250	1000

connues avec précision et en déterminant la variation du coefficient d’échange de la convection externe par identification. La première estimation est confrontée aux résultats de recalage du tableau 5.7.

5.2.2 Procédure de détermination des résistances thermiques de contact

Le modèle thermique détaillé (*MTD*) de la machine Synchrel, présenté à la section §1.5, a été construit en tenant compte des différents phénomènes thermiques pouvant y avoir lieu, notamment le transfert de chaleur vers l’extérieur, tel qu’illustré par la fig. 1.30. C’est un réseau composé de plus de 50 résistances thermiques et d’une dizaine de capacités thermiques. Les RTCs n’avaient pas été considérées, elles étaient nulles dans le modèle initial.

Dans la fig. 1.30, ces RTCs sont représentées par des rectangles rayés en rouge dans la direction radiale et en vert dans la direction orthoradiale.

L’objectif de l’étude présentée dans ce chapitre est de proposer une procédure permettant d’évaluer les RTCs les plus influentes sur les températures du bobinage et du carter. Pour cela, une étude de sensibilité est réalisée, et permet de déterminer les RTCs qu’il est possible de négliger.

Pour cette étude, il est nécessaire de limiter les sources d’incertitudes existantes ; il s’agit principalement :

- des sources d’énergie ;
- des paramètres relatifs à la convection externe ;
- de propriétés thermophysiques des matériaux constituant la machine.

Pour cela, des précautions et des hypothèses sont adoptées. Ainsi :

- des essais à courant continu imposé sont réalisés, afin de ne générer que des pertes Joule ;
- des conditions adiabatiques sont imposées ; pour cela, le carter de la machine est entouré d’un volume de mousse de conductivité thermique faible ;
- les incertitudes liées aux phénomènes conductifs et convectifs internes sont supposées faibles par rapport aux incertitudes liées aux RTCs.

Ainsi, les conditions adiabatiques sont approchées en substituant à l'air de la mousse solide, autour de la machine. On considère ainsi à présent une résistance thermique externe R_{ext} très élevée correspondant à l'environnement adiabatique imposé autour de la machine Synchrel lors des essais à courant continu.

Cette résistance peut être déterminée par identification paramétrique du modèle thermique de premier ordre de la machine Synchrel (sous-section §5.4.2). Afin de prendre en compte ces conditions adiabatiques, la résistance externe R_{ext} doit être placée dans le MTD .

La procédure de détermination des RTCs repose sur deux approches complémentaires, réalisées en parallèle. L'objectif de chacune de ces deux approches est de déterminer les paramètres d'un même modèle thermique simple de second ordre (MT_2) de la machine Synchrel. Les hypothèses considérées étant propres à chaque approche, le rapprochement des deux modèles MT_2 permettra alors d'estimer les valeurs des RTCs.

Ces deux approches sont les suivantes :

- approche expérimentale : réalisation et utilisation de mesures permettant la modélisation du comportement physique du système et la détermination, par identification, des paramètres du modèle thermique MT_2 , le résultat permet de définir le modèle MTI ;
- approche mathématique : application au MTD d'une technique de réduction mathématique, en considérant les conditions adiabatiques, et détermination des paramètres du modèle thermique réduit mathématiquement : MTR .

Le MTI contient nécessairement l'impact des RTCs, car aucune hypothèse simplificatrice n'y a été faite à ce propos. Par contre, cela est différent dans le cas de l'approche mathématique. En effet, on suppose ici que les RTCs, prises en compte par le MTD , sont nulles. Par conséquent, la réduction mathématique appliquée aboutit à la définition d'un Modèle Thermique Réduit de second ordre sans résistances de contact : MTR_0 .

L'ensemble de cette démarche est illustré par la fig. 5.12.

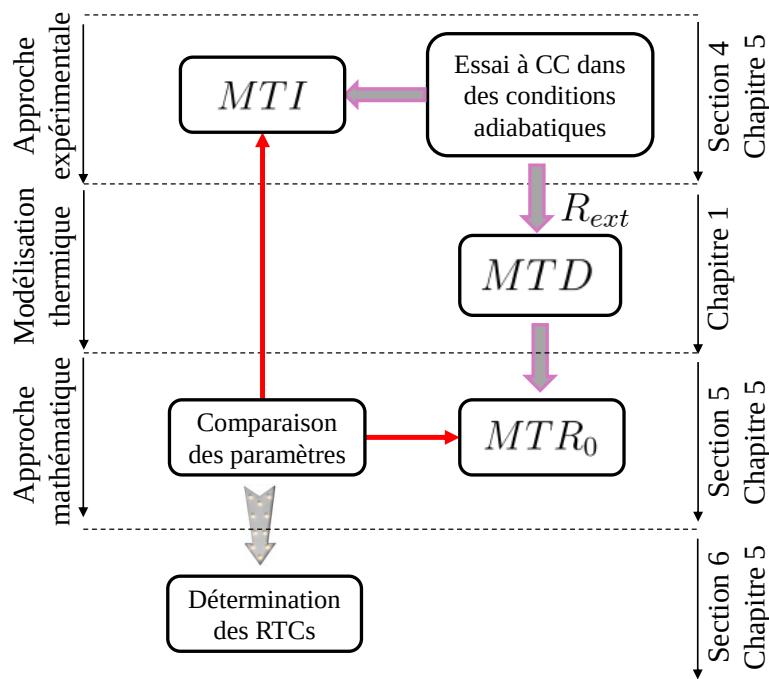


FIGURE 5.12 – Procédure de détermination des RTCs de la machine Synchrel.

L'étape "Détermination des RTCs" est illustrée par la fig. 5.13. En introduisant

des valeurs intermédiaires des RTCs dans le *MTD*, le Modèle Thermique Réduit mathématiquement est obtenu : MTR_i . En ajustant les paramètres du MTR_i par rapport aux paramètres du *MTI*, nous pouvons estimer les valeurs des RTCs. Cette démarche itérative est illustrée par la fig. 5.13.

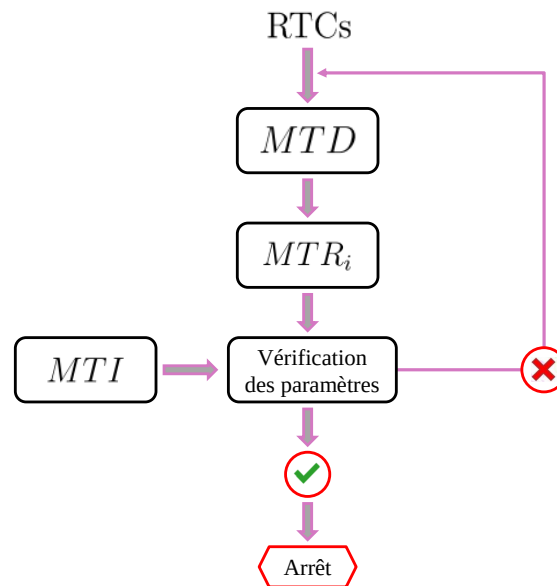


FIGURE 5.13 – Démarche itérative de détermination des RTCs.

La démarche de détermination des RTCs est détaillée dans les sections suivantes, après l'étude de sensibilité préalable servant à déterminer les RTCs les plus influentes.

5.3 Analyse de sensibilité par rapport aux résistances thermiques de contact

La variation des températures du bobinage et du carter sont dus à plusieurs causes, principalement :

- les conductivités thermiques des différentes parties de la machine ;
- les coefficients de convection externe et interne ;
- les sources de chaleur ;
- les RTCs.

Dans cette partie, nous ne nous concentrerons que sur l'impact des RTCs afin d'identifier les RTCs les plus influentes et ultérieurement pour déterminer leurs valeurs.

Pour cela, une étude de sensibilité basée sur le *MTD* est réalisée. En vue d'éliminer les RTCs non influentes, c'est-à-dire celles qui n'affectent pas de manière significative certaines températures de référence de la machine. Ainsi, on considérera les températures du bobinage et du carter.

Tel que représenté par la fig. 1.30, les RTCs caractéristiques de la machine sont localisées dans les contacts :

- stator-carter (RTC_1) ;
- bobinage-stator, dans la direction radiale (RTC_2) ;
- bobinage-stator, dans la direction orthoradiale (RTC_4 et RTC_5) ;
- arbre-rotor (RTC_3).

Les gradients de température du bobinage T_{bob} et du carter T_{cart} dépendent de ces variables ($RTC_1, RTC_2, RTC_3, RTC_4, RTC_5$). Ainsi, pour chacun d'eux,

$$T_x = f(RTC_1, RTC_2, RTC_3, RTC_4, RTC_5). \quad (5.6)$$

L'étude de sensibilité a pour utilité de nous renseigner sur les variables qui n'affectent que faiblement les sorties du modèle (i.e. les température).

Conceptuellement, la méthode la plus simple consiste à balayer un intervalle de valeurs pour chaque paramètre, en gardant les autres à une valeur de référence.

Cette étude de sensibilité est utilisée pour des machines de différentes topologies afin d'étudier l'effet de certains paramètres sur la réponse du modèle en vue de la réduction de ce modèle [Hambry 94, Boglietti 05, Assaad 15].

Cette analyse repose sur l'approximation des dérivées partielles des températures $T_{bob} = T_1$ et $T_{cart} = T_2$ par rapport aux RTCs. Nous pouvons ainsi définir l'indice de sensibilité $S_{i,j}$ d'un facteur RTC_i sur la réponse T_j par,

$$S_{i,j} = \frac{\delta T_j}{\delta RTC_i} (RTC_1, RTC_2, RTC_3, RTC_4, RTC_5). \quad (5.7)$$

Lors de cette étude de sensibilité, une seule RTC varie à la fois entre deux valeurs limites connues. L'intervalle de variation pour chaque RTC est déduit de l'éq. 5.1. Dans tous les cas, on supposera que la longueur effective L_e ne dépasse pas 1 mm. $k_s = 0,026 \text{ W/m.K}$ est la conductivité de l'air emprisonné entre les surfaces en contact à la température ambiante. S_{app} est la surface apparente de contact.

La longueur effective équivalente minimale (qui correspond à la RTC minimale) ainsi que l'intervalle de variation de chaque RTC, sont donnés dans le tableau 5.8.

TABLE 5.8 – Intervalles de variation de chaque RTC et longueurs effectives équivalentes pour l'étude de sensibilité.

RTC_i	Longueur effective minimale (m)	Intervalle de variation (K/W)
RTC_1	2×10^{-8}	$[7,53 \times 10^{-5}, 3]$
RTC_2	$2,6 \times 10^{-10}$	$[2,5 \times 10^{-5}, 102]$
RTC_3	2×10^{-8}	$[7,53 \times 10^{-5}, 5]$
$RTC_4 = RTC_5$	$2,6 \times 10^{-10}$	$[2,7 \times 10^{-5}, 108]$

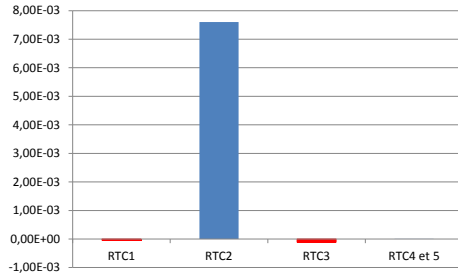
Pour chaque RTC, l'étude de sensibilité consiste à balayer l'intervalle de variation de cette RTC, en maintenant les autres nulles. L'évolution maximale de température est quantifiée par rapport aux résultats du *MTD* sans les RTCs. (i.e. lorsque toutes les RTCs sont nulles).

En considérant ainsi ces valeurs minimales (RTC min.) et maximale (RTC max.), les variations de température au bobinage et au carter sont données par le tableau 5.9.

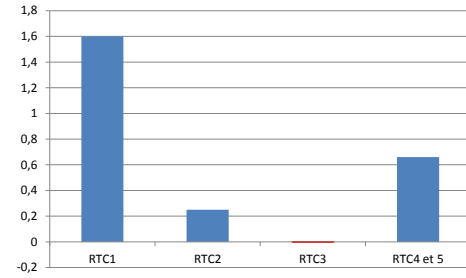
À partir du même tableau, nous pouvons obtenir les graphes de comparaison 5.14.

TABLE 5.9 – Variations maximales de la température de bobinage et du carter en balayant l'intervalle de chaque RTC lorsque les autres sont maintenues nulles, par rapport aux résultats du modèle avec des RTCs nulles.

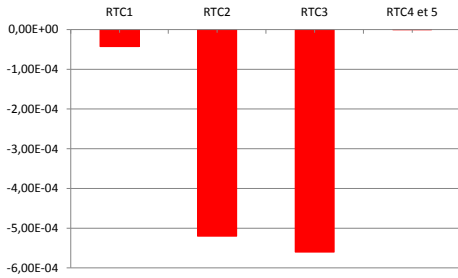
RTC_i	Déviation T_{bob} (K)		Déviation T_{cart} (K)	
	RTC min.	RTC max.	RTC min.	RTC max.
RTC_1	-4×10^{-5}	1,6	$-4,3 \times 10^{-5}$	-1,5
RTC_2	$7,6 \times 10^{-3}$	0,25	$-5,2 \times 10^{-4}$	$1,7 \times 10^{-2}$
RTC_3	$-1,1 \times 10^{-4}$	$-8,7 \times 10^{-5}$	$-5,6 \times 10^{-4}$	$-4,2 \times 10^{-4}$
$RTC_4 = RTC_5$	$2,6 \times 10^{-7}$	0,66	$-1,7 \times 10^{-8}$	$-4,5 \times 10^{-2}$



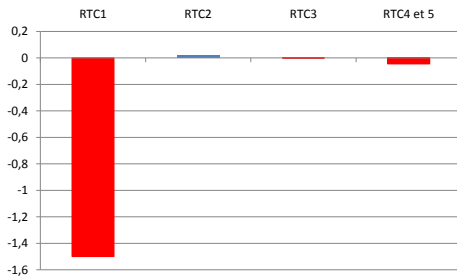
(a) Déviation de T_{bob} en (K) avec RTC à sa valeur min.



(b) Déviation de T_{bob} en (K) avec RTC à sa valeur max.



(c) Déviation de T_{cart} en (K) avec RTC à sa valeur min.



(d) Déviation de T_{cart} en (K) avec RTC à sa valeur max.

FIGURE 5.14 – Déviations des températures du bobinage et du carter en fonction de la variation de chaque RTC, par rapport au MTD sans des RTCs.

D'après les deux figs. 5.14a et 5.14c, nous pouvons conclure que la déviation de température est très faible. Elle ne dépasse pas 10^{-2} K. Donc l'étude des résultats prend plus de sens en utilisant les figs. 5.14b et 5.14d.

Il est clair que la résistance entre l'arbre et le rotor RTC_3 n'impacte pas les températures du bobinage et du carter. Elle n'a aucun effet sur les résultats du modèle.

Les résistances entre le stator et le bobinage dans la direction orthoradiale RTC_4 et RTC_5 , ont un effet plus important que la résistance RTC_2 sur la température du bobinage, tout en balayant quasiment le même intervalle.

La variation maximale de température du bobinage est égale à $1,6^\circ\text{C}$ et à $-1,5^\circ\text{C}$ pour le carter. Cette déviation est due à la RTC_1 , bien que l'intervalle de variation de cette RTC soit plus faible que celui des autres RTCs. Ainsi, la RTC_1 a plus d'effet sur les deux températures étudiées que les RTC_2 , RTC_4 et RTC_5 . Les RTCs internes ont un impact plus important sur la température du bobinage. D'après les signes des variations, l'augmentation de RTC_1 cause une augmentation

de la température du bobinage et une baisse de la température du carter.

5.3.1 Conclusion sur l'étude de sensibilité

Une étude de sensibilité locale a été réalisée pour analyser l'effet des RTCs sur les variations des températures de bobinage et du carter. Cette étude a permis de constater que la RTC arbre-rotor (RTC_3) est la moins influente sur ces deux températures ; elle peut alors être négligée.

D'autre part, cette étude a montré que les RTCs jouant un rôle significatif pour la définition de la température du bobinage et celle du carter sont la RTC stator-carter (RTC_1) et les RTCs stator-bobinage (RTC_2 , RTC_4 et RTC_5), tel qu'illustré par la fig 5.15. Il s'agit donc des résistances se trouvant entre le point chaud critique de la machine et la zone principale d'évacuation de chaleur.

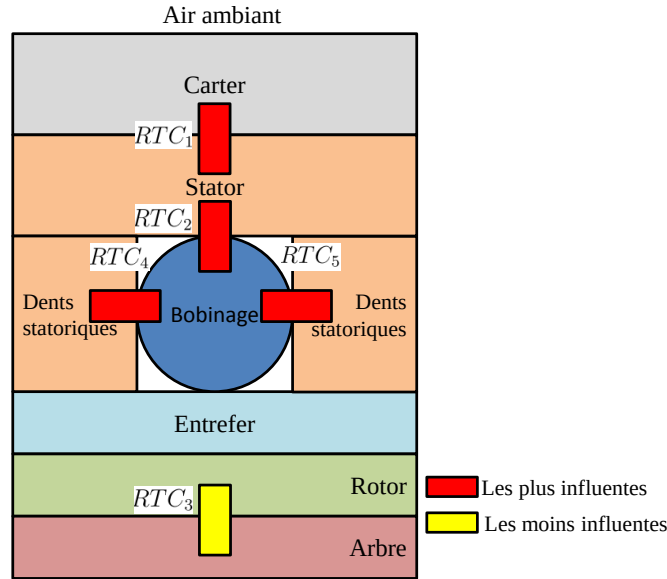


FIGURE 5.15 – Répartition des résistances thermiques de contact dans la machine Synchrel.

Le fait d'augmenter les valeurs des résistances RTC_1 , RTC_2 , RTC_4 et RTC_5 implique que le flux thermique va être "emprisonné" à l'intérieur de la machine ; cela va donc augmenter la température des encoches et maintenir le carter à une température plus faible. Ce fait explique l'augmentation de la température des encoches et la diminution de celle du carter.

Nous allons par la suite supposer que les conductances surfaciques des résistances RTC_2 , RTC_4 et RTC_5 sont égales. Donc, nous avons deux valeurs à déterminer : la valeur liée au contact stator-bobinage (dans les deux directions) et celle liée au contact stator-carter. Les valeurs des RTCs sont déduites de la conductance thermique de contact g_c (W/m².K),

$$R_{TC} = \frac{1}{g_c S_{app}}. \quad (5.8)$$

5.4 Protocole expérimental de l'identification paramétrique

Selon la démarche explicitée dans la sous-section §5.2.2 (fig. 5.12), les objectifs principaux de cette partie sont :

- la compréhension de la physique du système afin d'appliquer l'identification paramétrique ;
- la détermination de la R_{ext} par identification expérimentale ;
- la construction d'un modèle MTI en se basant sur une approche physique.

Cette démarche est détaillée dans la sous-section §5.4.2.

Pour parvenir à ces objectifs, l'approche adoptée cherche à éliminer les sources d'incertitudes (pour l'identification thermique) en effectuant des essais expérimentaux maîtrisés (essai à courant continu, application de conditions adiabatiques).

5.4.1 Analyse expérimentale

On rappelle que le carter de la machine Synchrel est constitué de trois surfaces différentes (fig. 5.16) :

- une surface cylindrique ;
- une surface latérale carrée ;
- une surface latérale irrégulière.

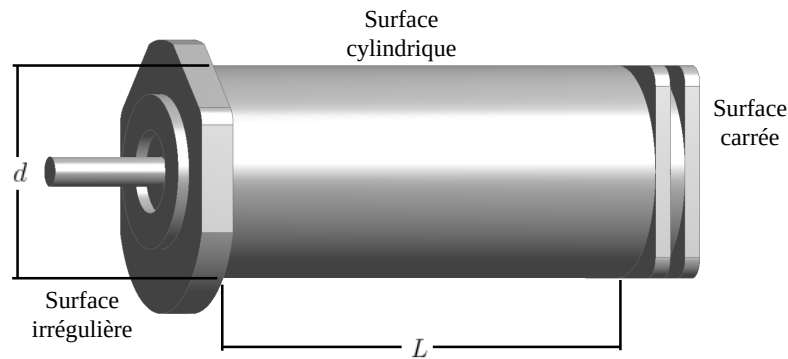


FIGURE 5.16 – Forme externe du carter de la machine Synchrel.

En supposant que les incertitudes liées aux transferts conductifs et convectifs à l'intérieur de la machine Synchrel sont faibles relativement aux autres sources d'incertitude, il reste deux sources d'incertitudes : les pertes (sources thermiques) et le phénomène de convection autour du carter. Pour cela, des précautions doivent être prises pour cette analyse expérimentale.

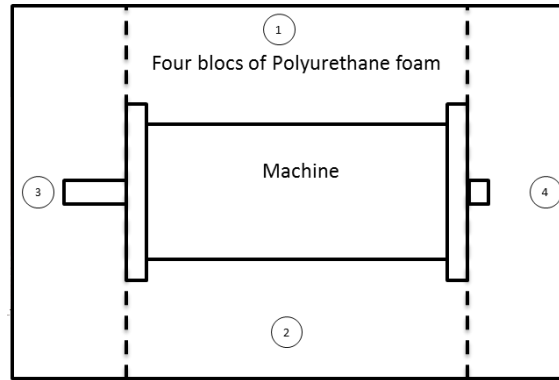
L'alimentation de la machine est à courant continu imposé, et est assurée par les mêmes sources d'alimentation que celles citées dans le chapitre 4. Les mêmes mesures électriques et thermiques réalisées lors de l'étude de la convection naturelle autour de la machine (chapitre 4) sont répétées ici (hormis le fait qu'il n'y a qu'un seul thermocouple placé sur la surface cylindrique (fig. 4.22c)).

Cet essai, à l'arrêt, permet donc d'éliminer les pertes fer et mécaniques. Seules restent les pertes Joule.

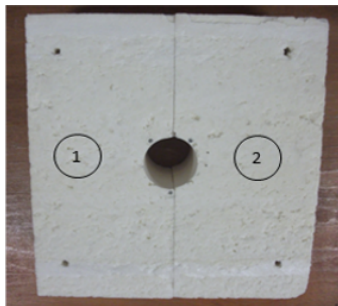
La convection naturelle autour de la machine Synchrel est éliminée en isolant totalement la surface extérieure du carter. L'isolation est assurée par un matériau d'isolation thermique. Cela vient donc remplacer la convection par la conduction.

Pour effectuer cette tâche, une mousse de polyuréthane est utilisée afin de remplacer l'air extérieur de la machine. Des plaques d'épaisseur de 10 cm et de conductivité thermique 0,023 W/m.K (même grandeur que la conductivité d'air) sont utilisées.

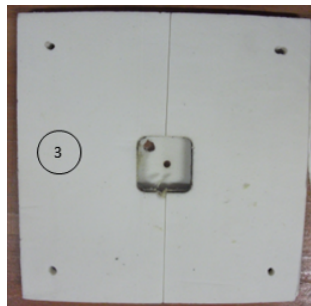
Les pièces obtenues pour la surface cylindrique et les surfaces latérales sont visibles dans les figs. 5.17b, 5.17c et 5.17d, respectivement. Des trous sont aménagés à travers les blocs de mousse pour faire passer les fils d'alimentation.



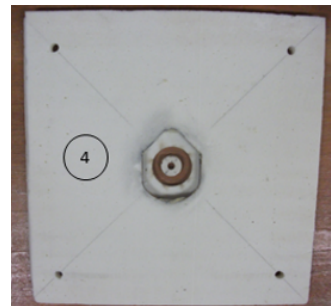
(a) Blocs d'isolation



(b) 1 et 2



(c) 3



(d) 4

FIGURE 5.17 – Blocs d'isolation.

Les blocs de mousse isolante sont positionnés autour de la machine, tel que représenté à la fig. 5.17a. Ce placement doit être fait soigneusement pour ne pas dégrader la mousse. Les blocs d'isolation sont serrés les uns contre les autres grâce à des tiges filetées (placées à travers des trous aux quatre coins des blocs isolants) et à deux pièces en bois sur les extrémités, tel qu'illustré par la fig. 5.18.



FIGURE 5.18 – Isolation totale de la machine.

Lors de cette expérience, la machine est alors le siège d'un échauffement continu. Par conséquent, en théorie, la machine ne peut pas atteindre le régime établi. De là, le seul critère sur lequel on peut se baser pour mettre fin à l'expérience est la température maximale autorisée des bobinages (théoriquement 120°C mais pratiquement limitée à 95°C).

Un thermocouple additionnel est utilisé pour mesurer la température de la mousse isolante. Le rôle de ce thermocouple est de vérifier l'évolution de la diffu-

rence de température entre la surface de l'isolant et l'environnement, à la fin de l'expérience.

En théorie, cette différence de température doit être nulle, signifiant que la température de la mousse ne varie plus en fonction du temps. Dans ce cas, nous pouvons conclure à l'absence totale du phénomène de convection autour du système total (machine Synchrel + mousse de polyuréthane).

Avec cette méthode, nous avons pu ainsi réduire l'incertitude provenant de la convection naturelle autour de la machine Synchrel pour la détermination des RTCs. Ce phénomène est alors remplacé par le phénomène de conduction à travers les mousses isolantes, siège du transfert de chaleur de la surface du carter vers l'environnement.

Les mesures de température du carter et du bobinage obtenues par cette procédure basée sur l'application de conditions adiabatiques sur les parois externes de la machine, sont données par la fig. 5.19.

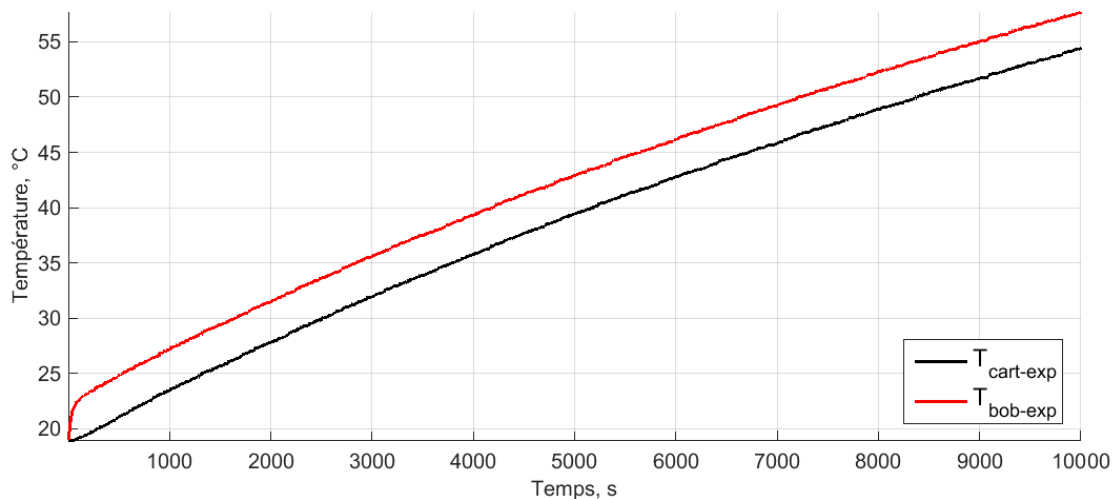


FIGURE 5.19 – Évolution expérimentale de la température du carter et de bobinage dans des conditions adiabatiques.

Ces courbes donnent la possibilité d'identifier la R_{ext} et les différents paramètres du modèle MTI comme cela est explicité dans la sous-section suivante.

5.4.2 Identification expérimentale des paramètres

Détermination de la résistance thermique R_{ext}

Au regard de la courbe expérimentale représentant la température du carter T_{cart} (courbe noire dans la fig. 5.19), l'évolution de la différence de température entre le carter et l'environnement ΔT_e peut être considérée comme une réponse d'un modèle de premier ordre [Srinivas 01].

Pour cela, la machine peut être assimilée à un volume de capacité thermique C_{tot} , de température uniforme T_{cart} et avec une source d'énergie thermique interne ϕ . On peut écrire,

$$\phi = C_{tot} \frac{d\Delta T_e}{dt} + \frac{\Delta T_e}{R_{ext}}. \quad (5.9)$$

La solution de l'éq. 5.9 s'écrit sous la forme,

$$\Delta T_e(t) = a(1 - e^{(-t/b)}). \quad (5.10)$$

Elle donne l'évolution de la température ΔT_e en fonction du temps,

tels que $a = \phi R_{ext}$, $b = R_{ext} C_{tot}$ et $\Delta T_e = T_{cart} - T_{amb}$.

La résistance thermique R_{ext} représente l'échange thermique par conduction au sein de la mousse isolante (lorsque la machine est isolée). En ne se servant que de deux points de mesures de température (du carter et de l'extérieur) (fig. 5.19) et de l'éq. 5.10, la valeur de la résistance R_{ext} peut être déduite. Elle est estimée à 34,4 K/W.

Identification des paramètres du modèle réduit *MTI*

Les mêmes résultats de la fig. 5.19 donnent également l'évolution de la température mesurée dans une encoche. Nous observons alors davantage le comportement d'un système de second ordre (plutôt que celui d'un premier ordre comme dans le cas de la température carter).

Dans ce cas, il est possible de proposer un autre modèle thermique, "augmenté", de second ordre cette fois, pour la machine. Il est appelé *MTI*. Ce modèle doit être en mesure d'estimer la température interne (du bobinage) T_{bob} , tel qu'il est présenté dans la fig. 5.20.

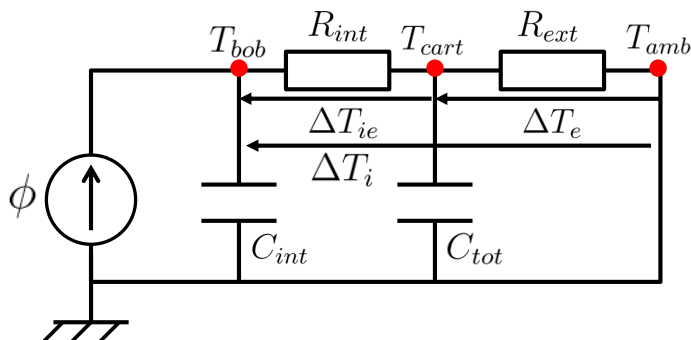


FIGURE 5.20 – Modèle thermique simplifié à deux nœuds de la machine Synchrel.

Les transferts de chaleur à l'intérieur et à l'extérieur de la machine sont représentés par des capacités et des résistances thermiques internes et externes. Le bobinage de la machine est considéré comme une source de chaleur à la température uniforme T_{bob} égale à la température de l'encoche. La température du carter est supposée homogène et fixée à la valeur T_{cart} . La quantité de chaleur stockée et l'échange thermique de chaleur à l'intérieur de la machine sont présentés par C_{int} et R_{int} (reliés au bobinage), respectivement. L'évacuation externe de la chaleur vers l'environnement (mousse de polyuréthane) est représentée par R_{ext} entre le carter et la température ambiante. Le stockage d'énergie de la machine est présenté par C_{tot} . C'est la capacité thermique la plus importante de la machine (liée au stator et au carter).

La réponse du modèle à deux nœuds est décrite par le système d'équations suivant,

$$\phi = C_{int} \frac{d\Delta T_i}{dt} + \frac{1}{R_{int}} (\Delta T_i - \Delta T_e), \quad (5.11)$$

$$0 = C_{tot} \frac{d\Delta T_e}{dt} + \frac{1}{R_{int}} (\Delta T_e - \Delta T_i) + \frac{1}{R_{ext}} (\Delta T_e), \quad (5.12)$$

ΔT_i est la différence de température entre le bobinage et le carter, $\Delta T_e = T_{cart} - T_{amb}$ et $\Delta T_{ie} = T_{bob} - T_{cart}$. La solution de ce système s'écrit comme suit,

$$\Delta T = \Delta T_{RP} (1 - C_1 e^{(-t/\tau_1)} - C_2 e^{(-t/\tau_2)}), \quad (5.13)$$

avec $\Delta T_{RP} = \phi R_{tot}$ et $R_{tot} = R_{int} + R_{ext}$.

Les constantes sont définies par $C_1 = R_{ext}/R_{tot}$, $C_2 = R_{int}/R_{tot}$, $\tau_1 = R_{ext}C_{tot}$ et $\tau_2 = R_{int}C_{int}$.

En se servant de deux points de mesures (bobinage et environnement) (fig. 5.19) et de l'éq. 5.13 pour deux instants différents, les valeurs de paramètres peuvent être obtenues par identification. Elles sont données par le tableau 5.10.

TABLE 5.10 – Valeurs des composants thermiques du modèle de second ordre, obtenues par identification expérimentale.

Paramètres	Valeurs
C_{ext} (J/K)	536,07
R_{ext} (K/W)	33,54
C_{int} (J/K)	23,09
R_{int} (K/W)	1,46

La fig. 5.21 donne une comparaison entre le modèle précédent, obtenu par identification expérimentale (*MTI*) et les mesures expérimentales initiales. On notera que toutes ces courbes tiennent compte de l'effet des RTCs.

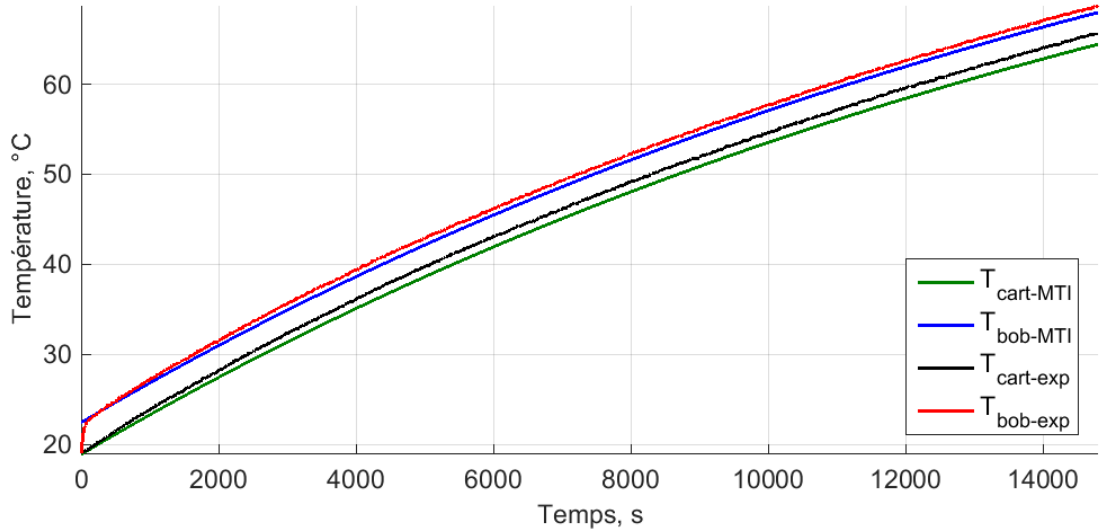


FIGURE 5.21 – Comparaison des résultats expérimentaux et du MTI.

Nous pouvons remarquer un léger écart concernant la température du carter, à la fin de l'expérience. Cette variation est due à la simplicité du modèle *MTI*, et traduit donc une certaine perte d'informations par l'utilisation d'un ordre limité pour la modélisation thermique. Néanmoins, cette comparaison permet de juger ce modèle du second ordre comme valide, afin d'être utilisé par la suite comme référence de modélisation thermique avec prise en compte implicite des RTCs.

5.5 Identification de paramètres par réduction de modèle

À ce stade, nous disposons d'un modèle thermique (réduit) prenant naturellement et globalement en compte les RTCs. Cependant, pour en extraire leurs

valeurs, il faut disposer d'un autre modèle construit avec l'hypothèse opposée, c'est-à-dire considérant les résistances de contacts comme absentes, ou nulles.

L'étape suivante consiste alors à déterminer les paramètres de ce nouveau modèle MTR_0 . Il sera construit à partir du MTD , déjà utilisé (fig. 1.30).

Dans ce cadre, une méthode mathématique de réduction de modèle est sélectionnée et appliquée. Ces étapes sont détaillées dans la section suivante.

5.5.1 Réduction de modèle appliquée aux modèles thermiques dans la littérature

En utilisant l'approche nodale, le modèle thermique d'une machine électrique est assimilable à un réseau électrique composé d'un ensemble de composants (chapitre 1). Ce modèle noté Σ , peut être décrit par un système d'équations différentielles ordinaires ou par un système d'équations algébriques. Ces équations sont obtenues à partir des principes physiques décrivant les phénomènes thermiques au sein des composants de la machine.

Après une discrétisation spatiale, ces équations, dépendant du temps, peuvent être écrites comme suit,

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u), \quad (5.14)$$

$$y = g(x, u). \quad (5.15)$$

$u \in \mathbb{R}^m$ est l'entrée du système ou fonction d'excitation. $x \in \mathbb{R}^n$ représente le vecteur des variables d'état de dimension n et f est la fonction décrivant la dynamique du système Σ . $y \in \mathbb{R}^p$ peut être la sortie du système ou bien un ensemble d'observations. g décrit la manière dont sont déduites ces observations à partir du vecteur des variables d'état, et de l'entrée du système.

La complexité du système Σ est définie par le nombre d'équations différentielles décrivant le système, c'est-à-dire le nombre de variables d'état n . Ce nombre correspond à l'ordre de modèle.

Les modèles d'ordre élevé sont utilisés pour décrire avec précision la dynamique des systèmes complexes, ce qui peut impliquer un coût de calcul parfois très important. Par exemple, le comportement des matériaux, fondé sur la physique des milieux continus, nécessite un système d'équations différentielles partielles ou bien un nombre très élevé d'équations différentielles ordinaires [Skelton 04].

Malgré la précision des modèles d'ordre élevé, le besoin d'un modèle simplifié persiste dans certaines situations. Surtout lorsque la quantité très importante d'informations offertes par un modèle complexe masque le comportement simple et utile pour une application considérée. Pour mettre l'accent sur ce comportement digne d'intérêt et le rendre exploitable, un modèle $\hat{\Sigma}$ d'ordre k_m peut être utilisé pour simplifier et approximer le modèle d'origine Σ ,

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = \hat{f}(\hat{x}, \hat{u}), \quad (5.16)$$

$$\hat{y} = \hat{g}(\hat{x}, \hat{u}). \quad (5.17)$$

Le nombre de variables d'état (i.e. le nombre d'équations différentielles) de $\hat{\Sigma}$ doit être inférieur voire très inférieur à l'ordre du système d'origine Σ ,

$$k_m \ll n. \quad (5.18)$$

En général, les modèles simplifiés sont sollicités spécialement dans des contextes de conception et de filtrage [Skelton 04]. Pour les modèles thermiques complexes, un modèle simplifié est pratique dans des applications industrielles, aussi bien pour la surveillance de l'évolution des températures critiques dans les machines électriques que pour l'optimisation, la conception et le diagnostic.

Le passage d'un modèle Σ à son approximation doit satisfaire certains impératifs [Schilders 08] :

- l'erreur engendrée par la réduction d'ordre reste acceptable,
- cette transformation de taille préserve les propriétés du système d'origine (stabilité et passivité),
- la procédure de réduction doit être informatiquement efficace.

Avant de passer aux différentes classes de réduction de modèle, il est nécessaire de présenter les concepts généraux utilisés dans ce domaine. La partie suivante aborde ces différents aspects.

Fonction de transfert

Le modèle thermique à constantes localisées est composé d'un ensemble de circuits RC reliés à la masse. La source de chaleur ϕ_i (W) est représentée par une source de courant. Le potentiel thermique, ou température, est désigné par $T_i(K)$ au nœud i . $C_i(J/K)$ est la capacité thermique au nœud i . Enfin, $\Lambda_{ij}(W/K)$ est la conductance thermique entre le nœud i et l'environnement si $i = j$; si $i \neq j$, il s'agit de la conductance thermique entre deux nœuds différents i et j . Si $\Lambda_{ij} = 0$ alors il n'y a pas de conductance thermique entre les deux nœuds [Gao 08].

En utilisant ces définitions et en appliquant l'équation régissant le mode de transfert adéquat entre les différents nœuds (éqs. 1.11, 1.13 ou 1.18), le modèle thermique peut être décrit par le système linéaire suivant [Gao 08],

$$\underline{\mathbf{c}}_t \dot{\mathbf{T}}(t) = -\underline{\mathbf{a}}_t \mathbf{T}(t) + \phi_{loss}, \quad (5.19)$$

$$\mathbf{y}(t) = \underline{\mathbf{d}}_t \mathbf{T}(t), \quad (5.20)$$

où $\mathbf{T} = [T_1 T_2 \dots T_i \dots T_n]^T$ et $\phi_{loss} = [\phi_1 \phi_2 \dots \phi_i \dots \phi_n]^T$ sont les vecteurs définissant les conditions aux limites (températures imposées et sources de chaleur, respectivement). La matrice diagonale des capacités thermiques à chaque nœud est $\underline{\mathbf{c}}_t = \text{diag}[C_1 C_2 \dots C_i \dots C_n]$. $\underline{\mathbf{a}}_t$ est une matrice symétrique contenant les conductances thermiques entre les différents nœuds de la machine. La matrice $\underline{\mathbf{d}}_t$ représente la relation entre les températures $\mathbf{T}$ et la sortie $\mathbf{y}$.

Ce système peut être écrit sous la forme suivante,

$$\dot{\mathbf{T}}(t) = \underline{\mathbf{e}}_t \mathbf{T}(t) + \underline{\mathbf{f}}_t \phi_{loss}, \quad (5.21)$$

$$\mathbf{y}(t) = \underline{\mathbf{d}}_t \mathbf{T}(t), \quad (5.22)$$

où la matrice du système est $\underline{\mathbf{e}}_t = -\underline{\mathbf{c}}_t^{-1} \underline{\mathbf{a}}_t$. La matrice d'entrée est $\underline{\mathbf{f}}_t = \underline{\mathbf{c}}_t^{-1}$.

En appliquant la transformée de Laplace, la représentation d'état du système Σ est obtenue par,

$$s\Delta \mathbf{T} = \underline{\mathbf{E}} \mathbf{T} + \underline{\mathbf{F}} \phi_{loss}, \quad (5.23)$$

$$\mathbf{Y} = \underline{\mathbf{D}} \mathbf{T}, \quad (5.24)$$

À partir du système 5.20 et la transformée de Laplace (eq. 5.24), une formulation simplifiée du problème, permettant de regrouper toutes les informations dans une seule matrice, peut être écrite sous la forme suivante,

$$\underline{\mathbf{F}} \phi_{loss} = \underline{\mathbf{G}} \mathbf{T}, \quad (5.25)$$

$\underline{\mathbf{G}}$ est la matrice contenant les conductances et les capacités thermiques du modèle thermique,

$$\underline{\mathbf{G}} = s - \underline{\mathbf{E}} = s + \underline{\mathbf{C}}_t^{-1} \underline{\mathbf{A}}, \quad (5.26)$$

$\underline{\mathbf{C}}_t$ et $\underline{\mathbf{A}}$ sont les transformées de Laplace de $\underline{\mathbf{c}}_t$ et $\underline{\mathbf{a}}$, respectivement.

Le comportement entrée-sortie du système linéaire est alors décrit par la fonction de transfert,

$$H(s) = \frac{\underline{\mathbf{Y}}}{\phi_{loss}} = \underline{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{G}}^{-1} \underline{\mathbf{F}} = \underline{\mathbf{D}}(s - \underline{\mathbf{E}})^{-1} \underline{\mathbf{F}}. \quad (5.27)$$

La fonction $H(s)$ est appelée la réponse fréquentielle ou la fonction de transfert du système. Elle représente la relation directe entre l'entrée et la sortie du système et décrit son comportement dans le domaine fréquentiel. Si le système étudié comporte plus qu'une entrée ou plus qu'une sortie alors $\underline{\mathbf{D}}$ et $\underline{\mathbf{F}}$ ont plus qu'une seule colonne.

Moments

La fonction de transfert peut être approchée, autour du point $s = 0$, par un développement basé sur les moments M_i , comme suit,

$$H(s) = M_0 + M_1 s + M_2 s^2 + \dots, \quad (5.28)$$

avec $M_0, M_1, M_2, \dots$ les moments de la fonction de transfert.

M_0 correspond à la solution en continu. M_1 correspond au retard d'Elmore qui représente le temps de réponse impulsionnelle d'un système (réponse du système à un échelon) [M. Celik 02]. La fonction de transfert est la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle temporelle $h(t)$,

$$H(s) = \int_0^\infty h(t) \exp(-st) dt. \quad (5.29)$$

En développant la fonction exponentielle sous la forme d'une série de puissances, le retard d'Elmore va correspondre au moment du premier ordre de la fonction de transfert.

Stabilité

Par définition, la stabilité consiste à avoir une réponse d'un système qui tend toujours vers son état d'équilibre (domaine temporel). Ce critère est lié également aux valeurs des pôles et des valeurs propres du système.

Le système est stable si et seulement si pour toutes les valeurs propres λ_j de $\underline{\mathbf{e}}_t$, $Re(\lambda_j) \leq 0$. Dans ce cas, le système est stable et les propriétés suivantes sont vraies : $\underline{\mathbf{e}}_t^{-1}$ est stable et $\underline{\mathbf{e}}_t^T$ est stable.

Du point de vue de la fonction de transfert, la stabilité est garantie si et seulement si les pôles de $H(s)$ sont à parties réelles négatives.

On considère le système généralisé 5.20. Il est stable si et seulement si pour toutes les valeurs propres généralisées, $Re(\lambda_j(\underline{\mathbf{c}}_t, \underline{\mathbf{a}}_t)) \leq 0$. L'ensemble des valeurs propres est défini implicitement par l'ensemble des valeurs propres obtenues en résolvant le problème aux valeurs propres généralisé,

$$\underline{\mathbf{c}}_t \mathbf{T} = -\lambda \underline{\mathbf{a}}_t \Delta \mathbf{T}. \quad (5.30)$$

Méthodes de réduction de modèle

Le problème consiste à remplacer la représentation d'état d'ordre quelconque Σ (éq. 5.24) par une autre $\hat{\Sigma}$ d'ordre inférieur en conservant la relation entrée-sortie du modèle,

$$s\hat{\mathbf{T}} = \underline{\hat{\mathbf{E}}}\hat{\mathbf{T}} + \underline{\hat{\mathbf{F}}}\hat{\mathbf{P}}_{loss}, \quad (5.31)$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \underline{\hat{\mathbf{D}}}\hat{\mathbf{T}}. \quad (5.32)$$

La génération du modèle simplifié (éq. 5.32) justifie le besoin de développer des procédures d'approximation de modèles d'ordre élevé.

La simplification peut engendrer une perte de précision des sorties du modèle. Selon l'application et les informations à récupérer, plusieurs procédures sont proposées dans la littérature qu'elles soient physiques ou mathématiques [Skelton 04]. Dans notre étude, nous appliquerons une méthode mathématique de réduction de modèle.

Historiquement, les travaux sur la réduction mathématique ont été initiés au *XIX^{me}* siècle avec Fourier, notamment avec l'introduction de l'idée d'approximer les fonctions par des développements trigonométriques. On peut également citer les approximations de Padé, publiées en 1892.

À partir des années 1950, des méthodes itératives exploitant l'existence des calculateurs pour automatiser les processus de réduction de modèle, ont été proposées par Lanczos et W.E. Arnoldi. Le premier a proposé une méthode pour réduire une matrice tridiagonale. Le second a montré qu'une matrice d'ordre faible peut être une bonne approximation d'une matrice de taille plus grande.

Depuis les années 1980, toujours dans le contexte de la théorie des systèmes et du contrôle, plusieurs approches ont été proposées, elles peuvent être classées principalement en deux catégories :

- méthodes basées sur la décomposition en valeurs singulières,
- méthodes basées sur les sous-espaces de Krylov.

Le tableau 5.11 fournit des détails supplémentaires [Schilders 08, Davoudi 10] et [Antoulas 01]

TABLE 5.11 – Classification des différentes approches de réduction de modèle.

Décomposition en valeurs singulières		
1981	Moore	Réalisation équilibrée tronquée
1984	Glover	Norme de Hankel
1987	Sirovich	Décomposition orthogonale propre (POD)
Sous-espaces de Krylov		
1990	Pillage	Asymptotic Waveform Evaluation (AWE)
1993	Freund	Padé via Lanczos
1995	Silveira	Padé via Arnoldi

Depuis les années 1990, plusieurs méthodes applicables dans le domaine thermique ont été développées telles que :

- la méthode d'amalgame (appliquée sur des modèles thermiques) [Oulefki 93],
- la méthode basée sur la théorie des réseaux de Kyrchhoff exploitée par [Broussely 03],
- la méthode de réduction basée sur les fonctions de Haar [Park 14].

Dans le contexte des machines électriques, on trouve la même dispersion des approches adoptées. Certaines études de réduction de modèle à constantes localisées sont basées sur l'approche physique des phénomènes thermiques ou sur les analyses de sensibilité [Lindstrom 99, Broussely 00, Khliissa 15, Andersson 13, Assaad 15]; d'autres ont procédé à la réduction du modèle en utilisant des approches mathématiques [Bertin 00, Broussely 00, Jaljal 08, Gao 08, Cherid 91].

La réduction équilibrée, connue par son efficacité, est utilisée par Cherid et al. [Cherid 91]. Cette technique est basée sur les notions d'observabilité et de gouvernabilité. Un changement de variables ($\mathbf{T} = \mathbf{MX}$) permet d'obtenir une représentation équilibrée du système; les états X_i les plus affectés par les sollicitations ϕ_{loss} sont ceux dont leurs variations affectent les températures. Ensuite, le modèle réduit est obtenu par troncature des états qui ont ce critère. Bertin et al. [Bertin 00] ont proposé un modèle thermique réduit pour une machine Synchrone. Deux méthodes de réduction sont utilisées : la méthode d'Eitelberg et la méthode d'identification modale.

La première méthode consiste à identifier la matrice d'état en minimisant le critère quadratique lorsque les modèles détaillés et réduits sont exposés à la même entrée (échelon ou bien Dirac). La deuxième méthode consiste à définir la structure du modèle réduit pour les équations d'état. Après l'application d'un échelon aux systèmes 5.24 et 5.32, la minimisation est effectuée sur le critère quadratique dépendant des sorties correspondantes. Cette procédure conduit à l'identification de toutes les matrices du modèle réduit [Rouizi 10].

Les deux méthodes ont montré une bonne correspondance avec la réponse du modèle détaillé mais toutefois avec moins de précision en utilisant la procédure d'Eitelberg.

Toujours dans le contexte de la surveillance du sur-échauffement des machines électriques, Gao et al. [Gao 08] ont montré que la méthode de Kron qui consiste à éliminer les variables algébriques du système d'état via la technique d'annulation pôle-zéro ou bien la technique basée sur les valeurs singulières de Hankel peut être efficace.

Jaljal et al. [Jaljal 08] ont proposé une approximation polynomiale et l'ont appliquée sur le modèle thermique d'une machine à induction. La méthode proposée est basée sur la résolution directe des équations du modèle. Elle présente plusieurs avantages tels que la maîtrise du compromis entre la taille du modèle réduit et sa précision.

Du point de vue opérationnel, ces procédures peuvent être classifiées en trois catégories comme cela est résumé par le tableau 5.12 [Fortuna 12].

TABLE 5.12 – Classes des méthodes de réduction de modèle.

Domaine fréquentiel	-	Domaine temporel
App. polynomiales	Troncature de l'état	App. de paramètre
Padé via Lanczos	Représentation équilibrée	Eitelberg
Padé via Arnoldi	Kron	Identification modale
Basée sur l'éq. de stabilité	Agrégation	DOP
AWE	-	Hankel norme

En général, les méthodes dominantes sont celles basées sur les sous-espaces de Krylov. Elles sont divisées en deux catégories : les moments explicites (AWE) et les moments implicites (Padé via Lanczos et Padé via Arnoldi) [Schilders 08,

Davoudi 10]. L'avantage de ces méthodes est le fait qu'elles sont itératives et applicables aux systèmes d'ordre élevé. Leur point faible est que les limites d'erreur du système simplifié ne sont pas garanties et que la stabilité n'est pas forcément assurée [Antoulas 01].

Ces techniques ont été utilisées depuis longtemps dans plusieurs applications telles que les systèmes de communication, l'électromagnétique, les systèmes de puissance, l'interconnexion à haut débit et les circuits électriques. Ces méthodes regroupent les techniques de projection et de correspondance des moments ([Antoulas 01, Davoudi 10]).

Approximation de Padé

L'approximation de Padé est une technique connue pour son efficacité, dans le champ de la réduction des modèles de systèmes dynamiques linéaires (un certain nombre d'exemples et de références sont données dans [Fortuna 12]).

Devant plusieurs autres techniques dont les approximations polynomiales et exponentielles, les approximations rationnelles de Padé restent particulièrement attrayantes car bien adaptées aux fonctions de transfert rationnelles des circuits électriques [Chiprout 92]. Elles ont fait l'objet de plusieurs applications dans des travaux de recherche [Bultheel 86, Yeung 05, Freund 08].

Afin de comprendre ces approximations, on considère $s_0 \in \mathbb{C}$ un point arbitraire telle que la matrice $s_0 - \underline{\mathbf{E}}$ de l'éq 5.27 soit inversible. En appliquant le changement de variables $s = s_0 + \sigma$ et en utilisant les expressions,

$$\underline{\mathbf{J}} = -(\underline{\mathbf{C}}_t s_0 + \underline{\mathbf{A}})^{-1} \underline{\mathbf{C}}_t, \quad \underline{\mathbf{r}} = (\underline{\mathbf{C}}_t s_0 + \underline{\mathbf{A}})^{-1} \underline{\mathbf{F}}, \quad (5.33)$$

on peut écrire l'éq. 5.27 sous la forme suivante [Feldmann 95],

$$H(s_0 + \sigma) = \underline{\mathbf{D}}(\sigma \underline{\mathbf{C}}_t + \underline{\mathbf{A}} + s_0 \underline{\mathbf{C}}_t)^{-1} \underline{\mathbf{F}} = \underline{\mathbf{D}}(\underline{\mathbf{I}} - \sigma \underline{\mathbf{J}})^{-1} \underline{\mathbf{r}}. \quad (5.34)$$

En supposant que la matrice $\underline{\mathbf{J}}$ est diagonalisable, on obtient l'équation suivante,

$$H(s_0 + \sigma) = \underbrace{\underline{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{S}}}_{=\underline{\mathbf{I}}} (\underline{\mathbf{I}} - \sigma \underline{\Lambda})^{-1} \underbrace{\underline{\mathbf{S}}^{-1} \underline{\mathbf{r}}}_{=\underline{\mathbf{c}}}, \quad (5.35)$$

avec $\underline{\mathbf{J}} = \underline{\mathbf{S}} \underline{\Lambda} \underline{\mathbf{S}}^{-1}$ et $\underline{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ la matrice diagonale dont les éléments sont les valeurs propres de $\underline{\mathbf{J}}$. $\underline{\mathbf{S}}$ contient les vecteurs propres correspondants.

Le processus de calcul des valeurs et vecteurs propres du tenseur $\underline{\mathbf{J}}$ devient de plus en plus lourd si la taille n devient très grande (i.e. dépasse quelques centaines d'éléments). Dans ce contexte, il devient alors intéressant de recourir à une approximation de la fonction de transfert, qui présentera l'avantage d'être plus rapide à calculer.

Pour une paire d'entiers $p, q \geq 0$, l'approximation de Padé appliquée à la fonction de transfert $H(s_0 + \sigma)$ se définit par la fonction rationnelle suivante,

$$H_{p,q}(s_0 + \sigma) = \frac{b_p \sigma^p + \dots b_1 \sigma^1 + b_0}{a_q \sigma^q + \dots a_1 \sigma^1 + 1}, \quad (5.36)$$

telles que la série de Taylor autour de $\sigma = 0$ coïncide au moins avec les $p + q + 1$ termes de la série de Taylor de $H(s_0 + \sigma)$,

$$H_{p,q}(s_0 + \sigma) = H(s_0 + \sigma) + \epsilon(\sigma^{p+q+1}). \quad (5.37)$$

Les coefficients $a_1, \dots, a_q, b_0, b_1, \dots, b_p$ de l'approximation de Padé (éq. 5.36) sont déterminés à partir des $p + q + 1$ premiers coefficients de Taylor de la réponse fréquentielle.

Les coefficients des séries de Taylor nécessaires pour la décomposition résultent de l'expansion de $H(s)$ autour de s_0 ,

$$H(s_0 + \sigma) = \underline{\mathbf{D}}(\underline{\mathbf{I}} + \sigma \underline{\mathbf{J}} + \sigma^2 \underline{\mathbf{J}}^2 + \dots)^{-1} \underline{\mathbf{r}} = \sum_{j=0}^{\infty} m_j \sigma^j, \quad (5.38)$$

où $m_k = \underline{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{J}}^k \underline{\mathbf{r}}$ sont les moments de la réponse fréquentielle de $H(s_0 + \sigma)$ [Feldmann 95, Freund 08]).

Malgré l'efficacité de cette méthode et la stabilité de son calcul numérique, il devient utile de recourir à des approches de sous-espaces de Krylov, tel que l'algorithme de Lanczos, afin d'éviter le mauvais conditionnement numérique que l'approximation de Padé génère en utilisant les coefficients de Taylor. C'est dans ce cadre qu'a été mise au point la méthode de Padé via Lanczos (PVL) (Annexe E) qui exploite la connexion entre l'approximation de Padé et l'algorithme de Lanczos afin de calculer directement les moments [Bai 01, Feldmann 95].

La méthode PVL est un puissant outil de réduction de modèles. Mais, une telle méthode souffre du fait que le modèle réduit n'est pas forcément stable, même si le modèle d'origine est stable ce qui est le cas de toutes les techniques basées sur l'approximation de Padé seule [Bultheel 86, Bai 01]. Or l'intérêt de la réduction de modèle vise principalement à remplacer la représentation complexe d'un système stable par une autre approximation plus simple, et nécessairement stable. Ce problème a fait l'objet de plusieurs études [Feldmann 95, Bai 01, Freund 98, Freund 96, Bultheel 86].

Afin de remédier à ce problème, Bultheel et al. [Bultheel 86] ont proposé de forcer la réduction de modèle en choisissant le dénominateur de la fonction de transfert réduit de façon à avoir des zéros stables (approximations de type Padé). Pour parvenir à cela, différentes méthodes existent telles que la méthode d'équation de stabilité, la sélection du pôle dominant, la méthode de Routh et la méthode de Schwarz.

Dans [Feldmann 95], ce problème a été aussi traité avec une nouvelle version MPVL (Matrix-Padé Via Lanczos). Les auteurs proposent d'éliminer les pôles dont la partie réelle est positive. Par contre dans [Schilders 08], les auteurs recommandent d'éviter cette solution puisqu'elle n'est pas basée sur la théorie. Dans le cas où la représentation matricielle est symétrique, Freund et al. [Freund 96] ont proposé de résoudre le problème avec l'algorithme SyPVL.

Le *MTD* est un circuit RC sur lequel on peut appliquer l'approximation de Padé afin d'approcher une fonction analytique (la fonction de transfert) par une fonction rationnelle. Dans le cas précis des réseaux électriques, le modèle réduit obtenu par l'approximation de Padé est stable si le modèle d'origine est stable.

5.5.2 Identification de paramètres

Le *MTD* de la machine Synchrel, basé sur la méthode à constantes localisées, a été présenté au chapitre 1. C'est un réseau composé de plusieurs dizaines de résistances thermiques et d'une dizaine de capacités thermiques (fig. 1.30).

Nous avons pu, dans la sous-section §5.4.2, déterminer la valeur de R_{ext} (à 34,4 K/W) grâce à une procédure d'identification d'un modèle nodal du premier

ordre par rapport à des mesures thermiques. Cette résistance R_{ext} permet de modéliser les conditions adiabatiques autour de la machine Synchrel. Une fois déterminée, elle peut être utilisée dans le *MTD*.

Le *MTD*, contenant 10 nœuds, peut être décrit par un système linéaire d'ordre 10 (éq. 5.20). L'objectif de cette partie est d'appliquer la méthode de réduction de modèle mathématique au *MTD* afin d'identifier les paramètres du *MTR*₀ illustré par la fig. 5.20 (démarche explicitée par la fig. 5.12). Pour cela, la méthode de réduction de Padé est appliquée au *MTD* afin d'obtenir un système d'ordre réduit, d'ordre 2 (fig. 5.22).

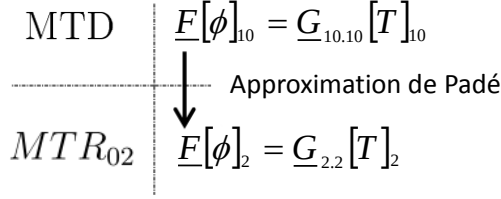


FIGURE 5.22 – Réduction du modèle thermique détaillé.

Cette procédure de réduction de modèle mathématique permet d'obtenir la fonction de transfert de second ordre,

$$H = \frac{B_1 s + B_0}{A_2 s^2 + A_1 s + 1}, \quad (5.39)$$

telle que $B_1 = C_{tot} R_{ext} R_{int}$, $B_0 = R_{ext} + R_{int}$, $A_2 = C_{tot} R_{ext} R_{int} C_{int}$ et $A_1 = R_{int} C_{int} + R_{ext} C_{int} + R_{ext} C_{tot}$.

Ainsi l'application de la procédure de réduction de Padé permet dans notre cas de calculer les valeurs des coefficients B_0 , B_1 , A_1 et A_2 . Compte-tenu de leur définition donnée ci-dessus, il devient alors possible de déduire les valeurs de R_{ext} , R_{int} , C_{int} et C_{tot} .

Le *MTR*₀ obtenu par l'application de la méthode de Padé au *MTD* tient obligatoirement compte des conditions adiabatiques imposées et de l'absence de RTCs, dans la mesure où celles-ci ont été supposées nulles par hypothèse dans le *MTD* avant réduction. Les valeurs des composants thermiques du *MTR*₀ sont données dans la deuxième colonne du tableau 5.13.

TABLE 5.13 – Valeurs des composants thermiques des modèles *MTI* et *MTR*₀.

Méthode	<i>MTI</i>	<i>MTR</i> ₀
C_{tot} (J/K)	536,07	523,82
R_{ext} (K/W)	33,54	34,4
C_{int} (J/K)	23,09	47,25
R_{int} (K/W)	1,46	1,12

La comparaison entre le *MTI* de référence (prenant en compte les RTCs) et le *MTR*₀ (fig. 5.20) est illustrée par la fig. 5.23.

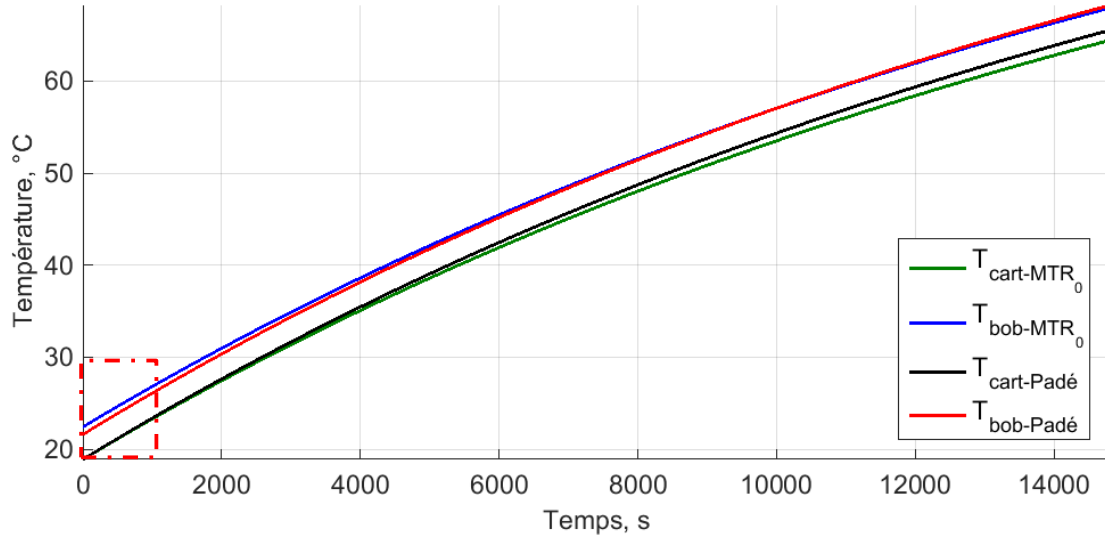


FIGURE 5.23 – Comparaison des résultats du *MTI* et du *MTR*₀.

Cette comparaison permet de remarquer une légère déviation pour la température du bobinage pour $t < 1000$ s. On retrouve un tel écart pour la température du carter déterminée aux derniers instants de l'expérience.

La comparaison des valeurs des paramètres des deux modèles, données par le tableau 5.13, fait apparaître que :

- l'estimation des valeurs de C_{tot} et R_{ext} varie très peu ; en particulier, on remarque la résistance R_{ext} garde une valeur très proche de celle trouvée par la procédure présentée dans le paragraphe §5.4.2,
- les composants C_{int} et R_{int} sont les deux composants dont les valeurs évoluent le plus.

Ces écarts sur les valeurs des composants internes (R_{int} et C_{int}) montrent que les RTCs jouent un rôle non négligeable dans la modélisation thermique de la machine étudiée. Il est donc nécessaire d'agir sur la dynamique interne du *MTR*₀ en déterminant correctement les résistances internes de la machine, et plus précisément, les RTCs prises en compte dans le *MTD*.

5.6 Détermination des Résistances Thermiques de Contact

L'étude expérimentale (essais à courant continu imposé) a permis de contourner les incertitudes liées particulièrement à la convection naturelle et aux sources des pertes. En supposant que l'incertitude liée aux transferts thermiques à l'intérieur de la machine à l'arrêt sont faibles par rapport à l'incertitude liée aux RTCs, il est possible de se concentrer sur la détermination de ces dernières.

Dans les conditions adiabatiques, la détermination des RTCs s'effectue itérativement en changeant à chaque fois leurs valeurs dans la *MTD* et en déterminant les paramètres du modèle *MTR*_{*i*}.

Les résultats du *MTI* ont démontré une bonne cohérence avec les résultats expérimentaux (fig. 5.21). De plus, il prend en compte l'impact des RTCs, et peut donc être utilisé comme référence lors de la détermination des RTCs. Une première comparaison entre *MTI* et *MTR*₀ est faite dans la fig. 5.23.

Les RTCs sont déterminées en ajustant les R_{int} du *MTR*_{*i*} par rapport aux paramètres du *MTI*. La procédure d'ajustement nécessite la modification des

RTCs dans le *MTD* (en réalité, ce sont les conductances thermiques surfaciques de contact qui sont modifiées). À chaque modification, on réalise une comparaison :

- entre les résistances thermiques internes R_{int} issues des modèles *MTI* et *MTR_i* ;
- entre les températures prédites par les modèles *MTI* et *MTR_i*, pour le bobinage et le carter.

La démarche permettant d'obtenir le modèle de second ordre via la technique de Padé contenant l'impact des RTCs (modèle *MTR_i*) a été présentée par la fig. 5.12. Cette procédure itérative est réalisée tant que le critère de fin n'est pas atteint :

- modification des RTCs dans le *MTD* ;
- réduction de Padé d'où l'obtention du modèle *MTR_i* ;
- déduction de R_{int} à partir de B_0 , B_1 , A_1 et A_2 ;
- calcul de la différence entre $R_{int}(MTI)$ et $R_{int}(MTR_i)$;
- si $|R_{int}(MTI) - R_{int}(MTR_i)| \leq \varepsilon_r$, critère fin rempli.

Nous obtenons ainsi les valeurs recherchées des RTCs lorsque les résistances internes R_{int} et les réponses des deux modèles *MTI* et *MTR_i* coïncident. Les valeurs obtenues sont synthétisées par le tableau 5.14.

TABLE 5.14 – Valeurs des composants thermiques des *MT₂* obtenues lors de la procédure de détermination des RTCs.

Méthode	<i>MTI</i>	<i>MTR_i</i>	<i>MTR₀</i>
C_{tot} (J/K)	536,07	526,87	523,82
R_{ext} (K/W)	33,54	34,4	34,4
C_{int} (J/K)	23,09	51,26	47,25
R_{int} (K/W)	1,46	1,46	1,12

Une comparaison des réponses obtenues à la fin de cette procédure (tableau 5.15) est illustrée par la fig. 5.24.

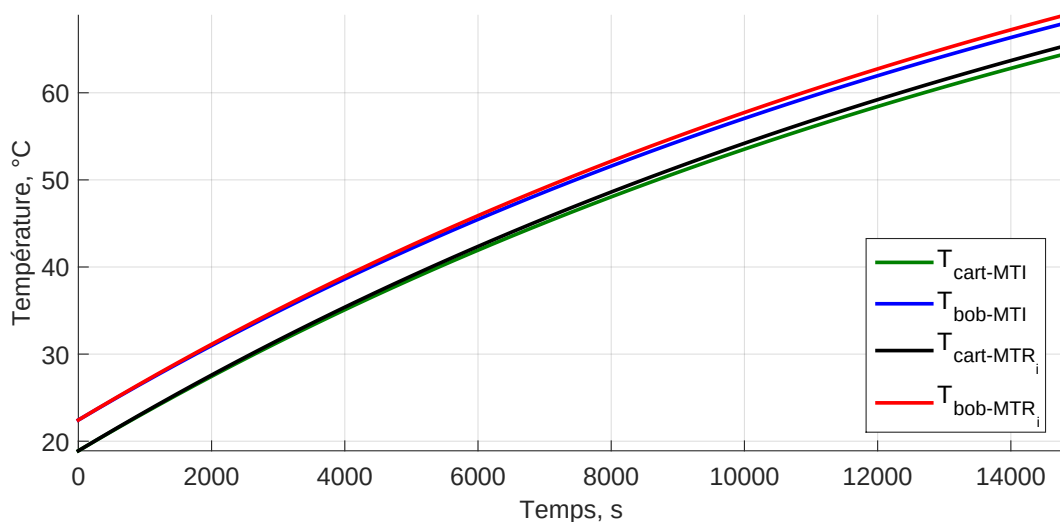


FIGURE 5.24 – Comparaison des résultats des modèles *MTI* et *MTR_i* avec les RTCs optimales.

La conductance surfacique de contact Stator-Carter est proche de celle de Glises qui a identifié cette conductance à $357 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ sur une machine totalement fermée avec un carter en fonte et celle de Bertin qui a identifié cette conductance sur une machine ouverte.

TABLE 5.15 – Valeurs de conductances thermiques surfaciques de contact optimales g_c (W/m²/K).

Interface	g_c (W/m ² .K)	L_e (mm)
Stator-Carter	230	0,13
Bobinage-Stator	300	0,086

L'empilage de tôles constitue une surface rugueuse ainsi que le carter de la machine Synchrel en aluminium. La valeur de conductance décrivant ce contact ne peut pas être déduite de la littérature vu l'écart qui existe entre les valeurs proposées et la différence entre les topologies étudiées dans la littérature et la machine Synchrel.

La longueur effective est 10 fois plus grande que celles proposées dans la littérature. Cette grandeur varie très sensiblement selon le processus de fabrication (état de surface, pression de contact) et les propriétés thermophysiques des matériaux en contact.

Nous disposons d'une seule valeur liée aux interfaces Bobinage-Stator et Bobinage-Dent ($g_{bobinage/stator} = 300$ W/m².K). La valeur obtenue se rapproche, dans ce cas également, de celle définie pour la machine ouverte de Bertin (tableau 5.6).

L'isolant de fond d'encoche est considéré lors de la phase d'homogénéisation du bobinage. Cette couche d'isolant est assez rigide, créant un mauvais contact avec l'empilement de tôles. Ce fait explique la faible conductance de contact.

Selon les figs. 5.23 et 5.24, nous pouvons remarquer que le modèle MTR_i est plus proche du modèle MTI , aux premiers instants de l'échauffement, que le modèle MTR_0 , malgré une légère déviation à la fin de la simulation.

En comparant les valeurs des résistances internes dans les colonnes 1 et 2 du tableau 5.14, nous remarquons qu'à la fin de cette procédure, nous obtenons la même résistance thermique interne $R_{int} = 1,46$ (K/W) que celle issue par identification par le modèle MTI .

Afin de prolonger cette vérification, les résultats du modèle MTR_0 (obtenus avant la détermination des RTCs, et donc à RTCs nulles) sont comparés aux résultats expérimentaux, tel qu'illustré par la fig. 5.25.

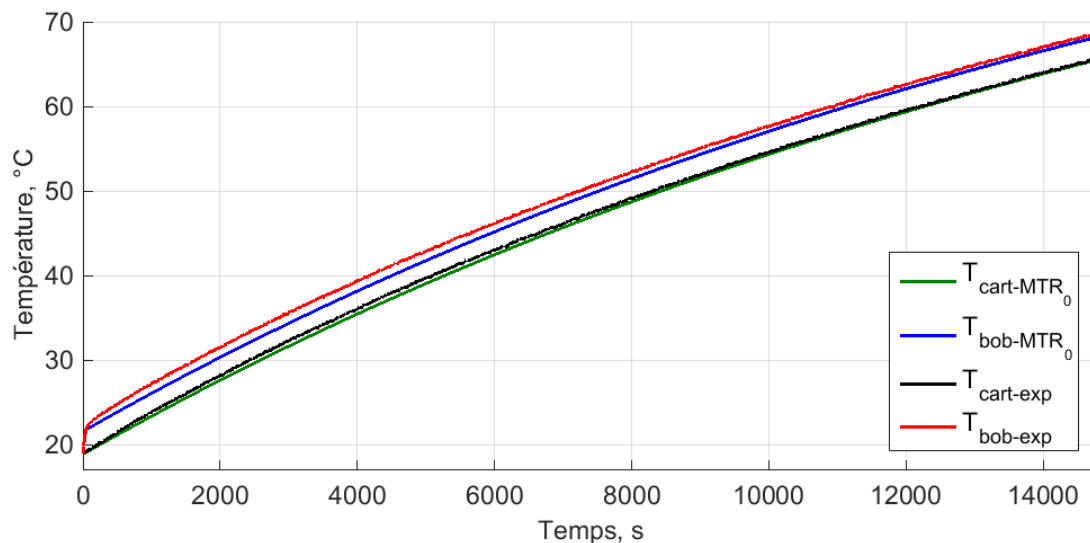


FIGURE 5.25 – Comparaison entre les mesures expérimentales et les résultats du MTR_0 .

La fig. 5.26 réalise cette même comparaison, mais cette fois avec le modèle MTR_i , c'est-à-dire avec la prise en compte des valeurs des RTCs obtenues précédemment (tableau 5.15).

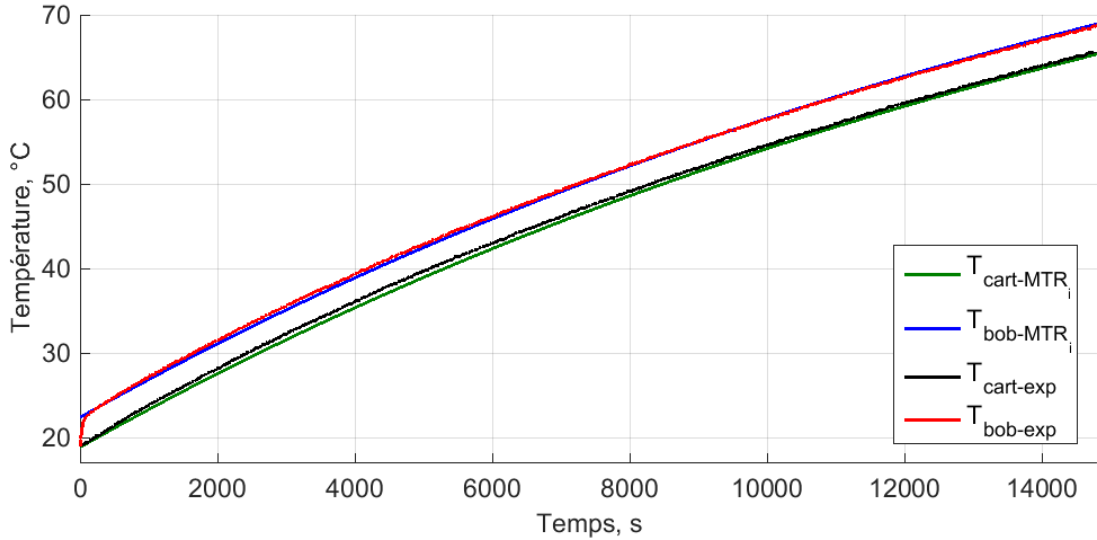


FIGURE 5.26 – Comparaison entre les mesures expérimentales et les résultats du MTR_i .

En utilisant une procédure spécifique, nous avons obtenu la valeur des RTCs. Nous allons poursuivre cette étude par une étape de validation dans laquelle, la résistance thermique de convection naturelle externe ainsi que les RTCs déterminées précédemment sont insérées dans le MTD (sans isolation thermique cette fois).

5.7 Résultats et validation du modèle thermique détaillé de la machine Synchrel

5.7.1 Validation du modèle détaillé de la machine Synchrel

Le MTD est construit dans le cadre de la conception et l'optimisation de la machine Synchrel, afin de compléter les modèles électromécanique, magnétique et vibro-acoustique [Doc 10, Rasid 16].

La détermination du coefficient d'échange convectif, en utilisant la méthode numérique MFN, est une tâche compliquée à réaliser lors de la conception préliminaire des machines électriques. Lors du chapitre 4, nous avons pu élaborer des corrélations permettant d'estimer le coefficient d'échange convectif en fonction de la différence de température et de la position angulaire de la machine. Ces corrélations sont soit issues de mesures expérimentales (source expérimentale) ou bien encore de résultats de calculs MFN (source numérique).

Une fois les valeurs de RTCs estimées, il convient alors de remplacer la résistance initialement considérée pour la conduction au sein de la mousse isolante, par la résistance modélisant la convection naturelle. Ce remplacement est effectué au niveau du MTD de la machine Synchrel.

Grâce à l'obtention de tous les paramètres thermiques, il devient possible de valider le MTD en régime permanent et transitoire, relativement aux mesures expérimentales obtenues en utilisant la machine Synchrel prototype.

Nous avons choisi de commencer par la source numérique (éq. 4.47), c'est-à-dire les valeurs de coefficients de convection déduits de simulations MFN, pour compléter la définition du *MTD*. La fig. 5.27 présente ainsi une comparaison des évolutions des températures du bobinage et du carter, obtenues par mesures expérimentales directes et grâce au modèle détaillé ainsi spécifié. Cette comparaison est donnée pour l'essai en position horizontale ($I=9,9\text{A}$).

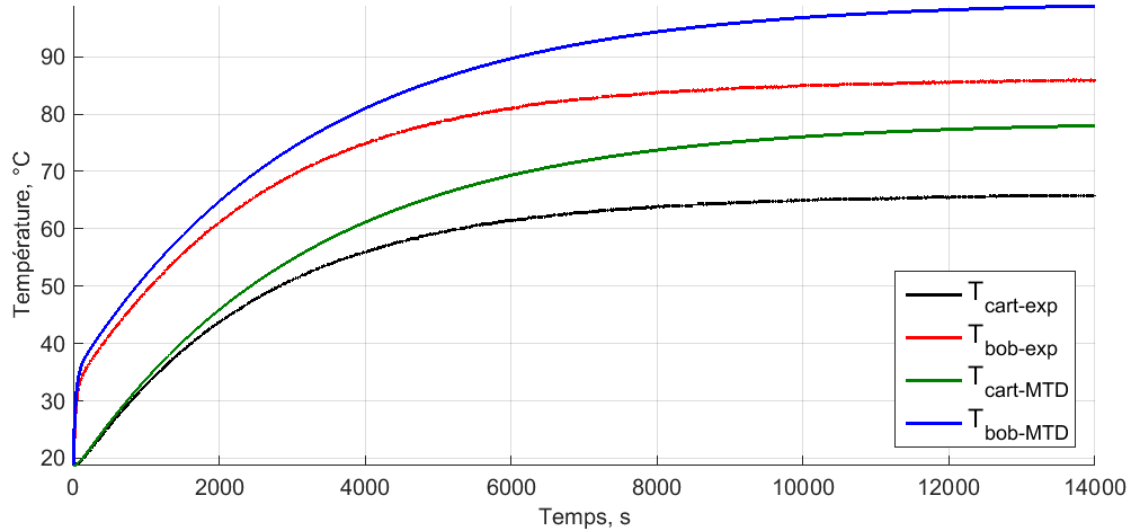


FIGURE 5.27 – Comparaison des résultats du *MTD* de la machine Synchrel en utilisant le coefficient d'échange convectif calculé par la méthode MFN et les résultats expérimentaux.

Les résultats obtenus font apparaître un manque d'ajustement évident. Cela était prévisible compte-tenu des écarts concédés sur les coefficients de convection entre les données mesurées et celles calculées (chapitre 4). En effet, d'après ce chapitre, le coefficient d'échange convectif calculé numériquement est sous-estimé. Cela engendre une sur-estimation de température.

Dans le cas illustré par la fig. 5.27, l'erreur par rapport au coefficient d'échange expérimental est égale à 23%. Cette erreur est équivalente à une déviation de température de 19% au niveau du carter et de 15% au niveau du bobinage.

Selon l'étude des écarts réalisée dans la sous-section §4.4.1 (fig. 4.14), l'écart mesuré entre les résultats numériques eux-mêmes est de $e_n = 20,88\%$. La cohérence entre cet écart et son erreur commise relativement au coefficient d'échange expérimental, montre que la solution thermique d'une telle problématique peut être calculée numériquement en utilisant la MFN.

Si nous recourons à la corrélation expérimentale (éq. 4.38), nous pouvons obtenir les résultats du modèle détaillé de la machine Synchrel sans et avec les RTCs, respectivement, tel qu'illustré par les figs. 5.28 et 5.29.

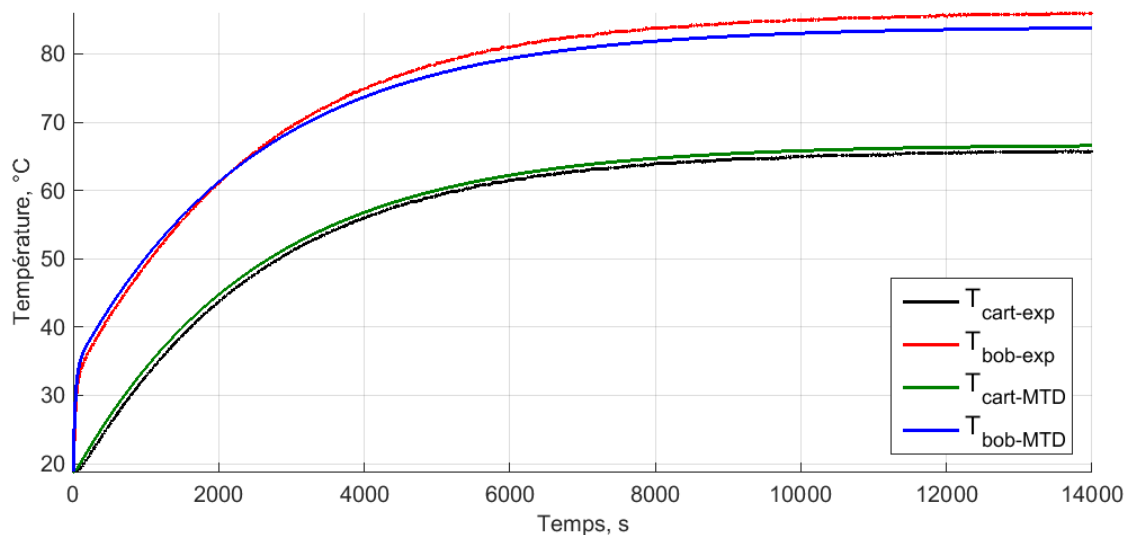


FIGURE 5.28 – Comparaison des résultats du *MTD* de la machine Synchrel (sans isolation thermique), sans les RTCs, avec les résultats expérimentaux.

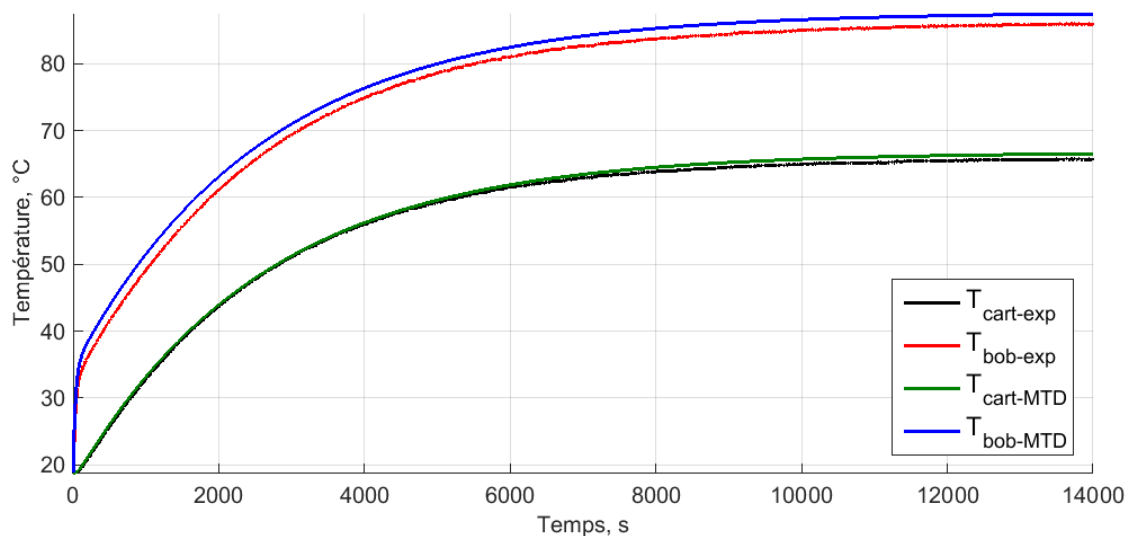


FIGURE 5.29 – Comparaison des résultats du *MTD* de la machine Synchrel (sans isolation thermique), avec les RTCs, avec les résultats expérimentaux.

En utilisant la même corrélation expérimentale, nous obtenons la courbe de la fig. 5.30 avec les RTCs lorsque la machine est inclinée à 20°.

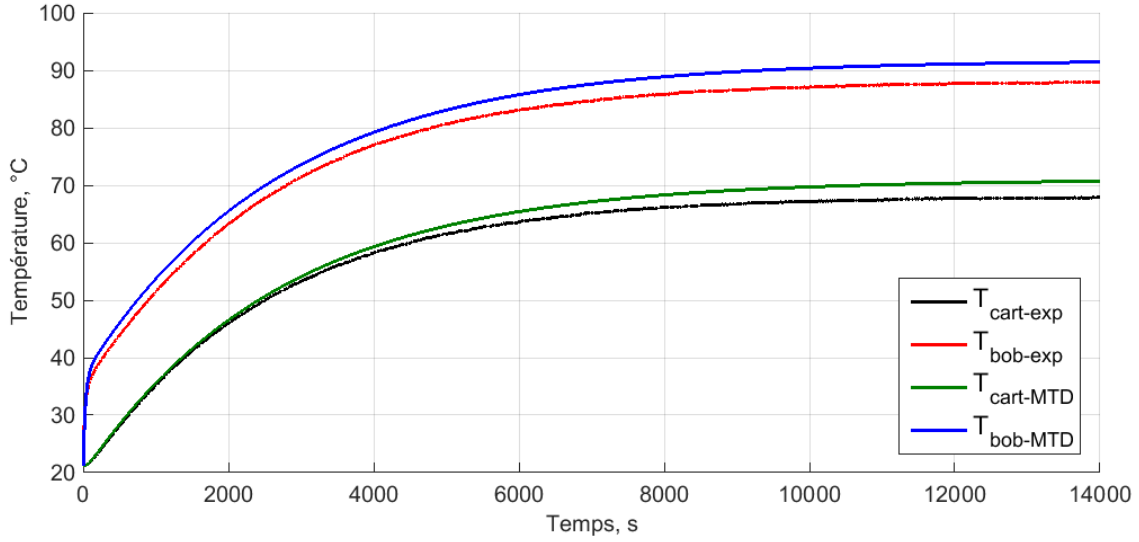


FIGURE 5.30 – Comparaison des résultats du *MTD* de la machine Synchrel et les résultats expérimentaux en utilisant le coefficient d'échange convectif déterminé expérimentalement à 20°.

L'écart introduit par la corrélation expérimentale croît, en augmentant l'inclinaison de la machine. Ce fait est dû aux hypothèses adoptées lors du calcul du coefficient d'échange moyen expérimental; le flux de chaleur surfacique ϕ_i de chaque surface du carter est supposé proportionnel à l'aire de cette surface quelle que soit l'inclinaison de la machine. En appliquant l'étude des écarts de la sous-section §4.4.1 au cas où la machine est verticale, nous obtenons les résultats illustrés par la fig. 5.31.

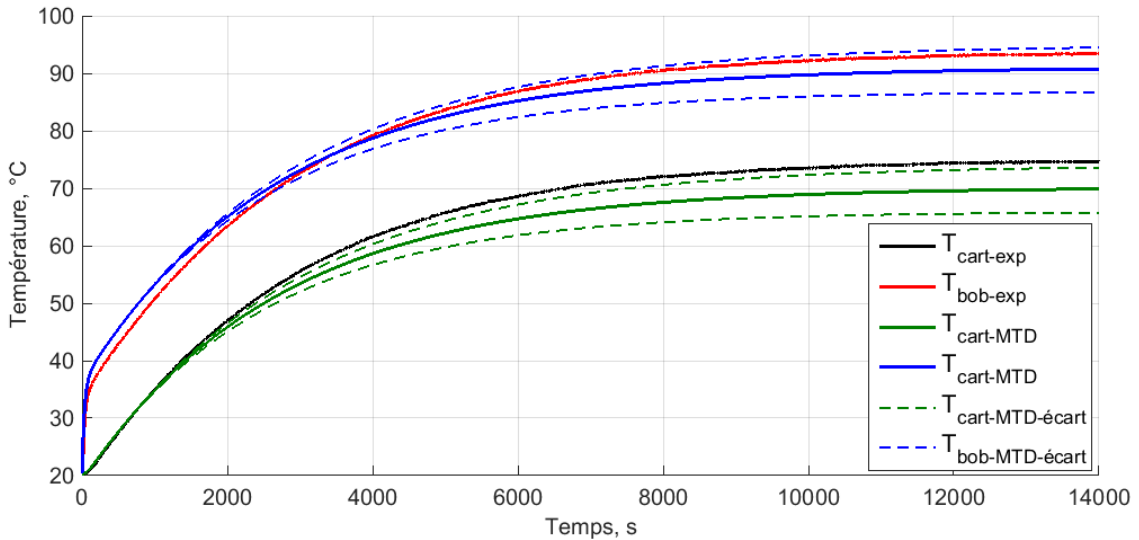


FIGURE 5.31 – Comparaison des résultats du *MTD* de la machine Synchrel et les résultats expérimentaux en utilisant le coefficient d'échange convectif déterminé expérimentalement à 90°.

D'après la fig. 5.31, en prenant en compte des écarts introduits par l'approche empirique, il est possible de faire converger le modèle vers des résultats plus précis.

De plus, le *MTD* construit ne considère jamais les conséquences de l'inclinaison de la machine sur les phénomènes de transfert de chaleur à l'intérieur (dans les cavités et l'entrefer). Ce facteur peut éloigner les résultats du *MTD* par rapport aux mesures. Il n'est pas pris en compte lors des études d'écarts.

5.7.2 Validation des modèles réduits proposés

Nous avons vu dans ce chapitre que la réduction de modèle fait partie de la procédure d'identification des RTCs. Or les MT_2 ont démontré une bonne capacité à estimer la température lorsque la machine est totalement isolée.

Ces modèles peuvent être utilisés pour la surveillance et le diagnostic thermique de la machine afin d'estimer en temps réel les températures les plus importantes, c'est-à-dire la température de bobinage et la température du carter.

Le bobinage et le carter ont des dynamiques thermiques très différentes. Le bobinage peut atteindre une température élevée en quelques secondes alors que le carter nécessite plus de temps pour monter en température. Cette différence apparaît clairement lorsqu'on compare les valeurs des capacités thermiques interne et externe des modèles simplifiés MT_2 .

L'objectif de cette partie est d'évaluer la performance des modèles simplifiés en estimant les écarts maximaux entre le MTR_i et le MTD validé expérimentalement, d'une part, et entre le MTI et les mesures, d'autre part. Cette comparaison se base sur les essais thermiques réalisés sur la machine Synchrel dans le chapitre 4, pour des positions angulaires différentes de la machine (0° et 20°), en régimes permanent et transitoire.

Les figs. 5.32 et 5.33 illustrent la comparaison entre le MTI et les résultats expérimentaux. La dynamique thermique du bobinage est simulée avec précision dans les deux cas. L'évolution de la température du carter est simulée avec une erreur inférieure à 10% dans les deux cas et elle est maximale lorsque la machine est à 20° . Cette erreur peut être due à deux faits : le fait que la température du carter est supposée uniforme et l'ordre très faible du modèle simplifié.

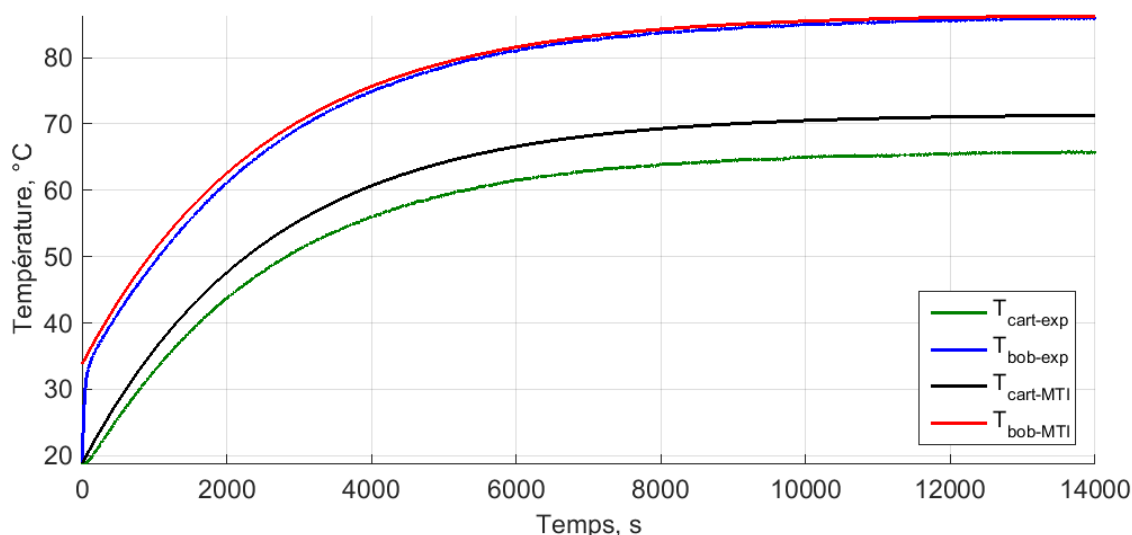


FIGURE 5.32 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et le MTI à 0° .

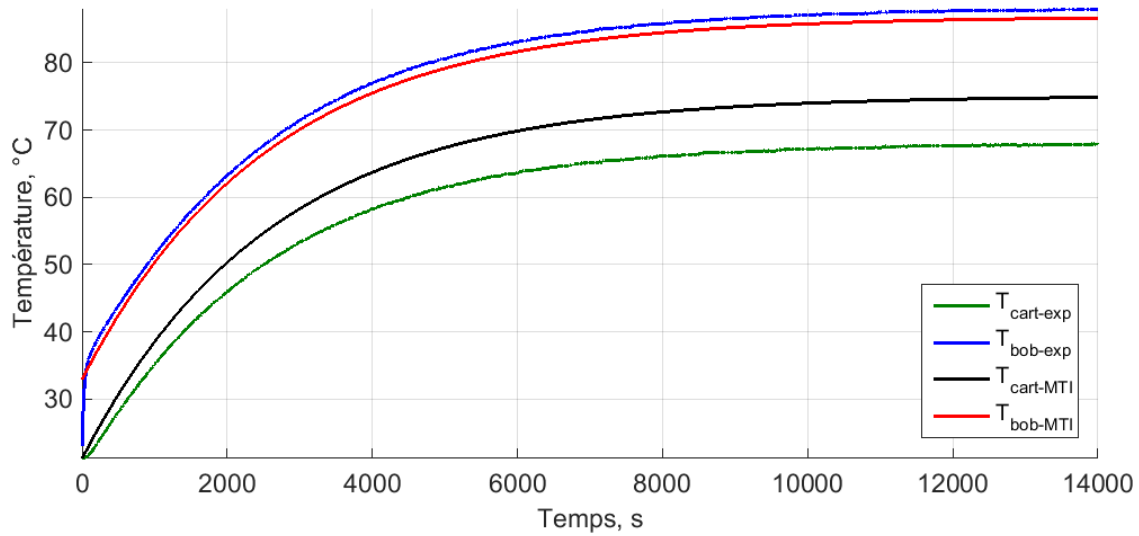


FIGURE 5.33 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et le *MTI* à 20°.

Le MTR_i peut être aussi utilisé dans le contexte de surveillance et de diagnostic des machines électriques. La fig. 5.34 illustre la comparaison entre ce modèle et le *MTD* (le *MTD* est validé expérimentalement) qui en découle, en régime permanent à 0°.

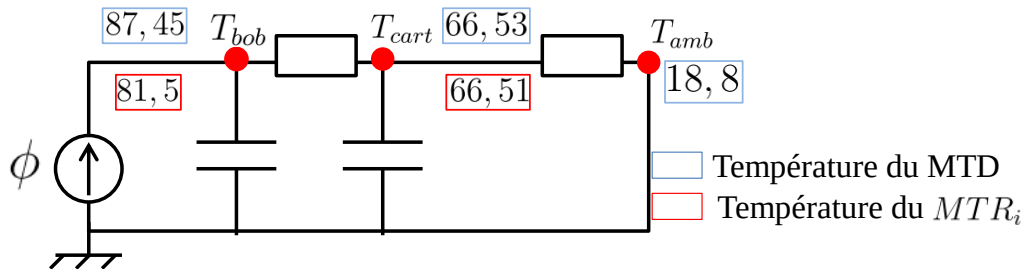


FIGURE 5.34 – Comparaison du MTR_i en régime permanent par rapport au *MTD*.

Nous pouvons remarquer que la température dans la zone sensible du bobinage présente un écart de 6% par rapport à la valeur donnée par le *MTD*. L'écart concernant la température du carter T_{cart} est beaucoup plus faible (0,03%).

Ces résultats montrent que le modèle réduit MTR_i fait preuve d'une bonne précision par rapport au *MTD*, en régime permanent.

Les résultats de simulation en régime transitoire sont illustrés par les figs. 5.35 et 5.36 pour les inclinaisons 0° et 20°.

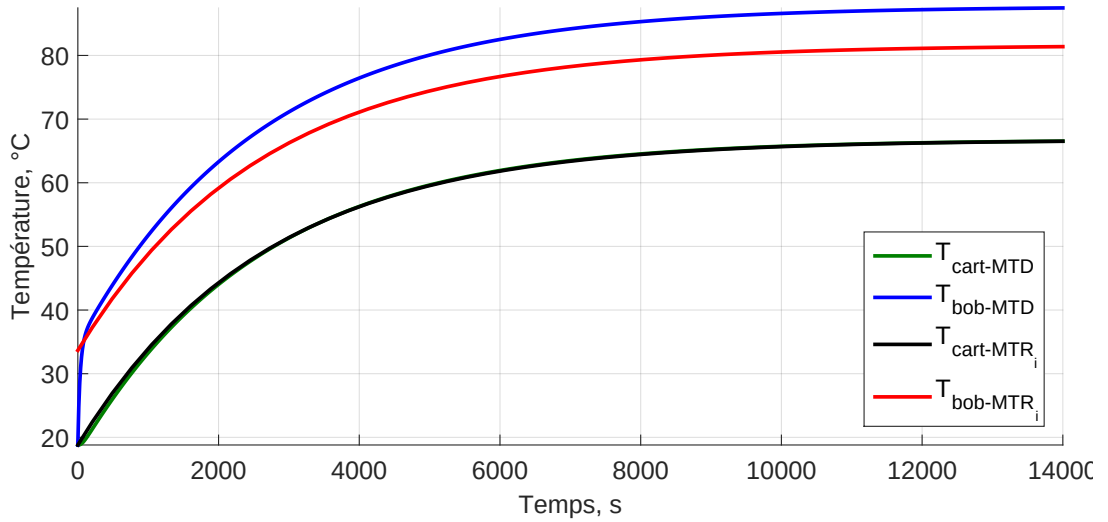


FIGURE 5.35 – Comparaison du MTR_i en régime transitoire par rapport au MTD en position 0° .

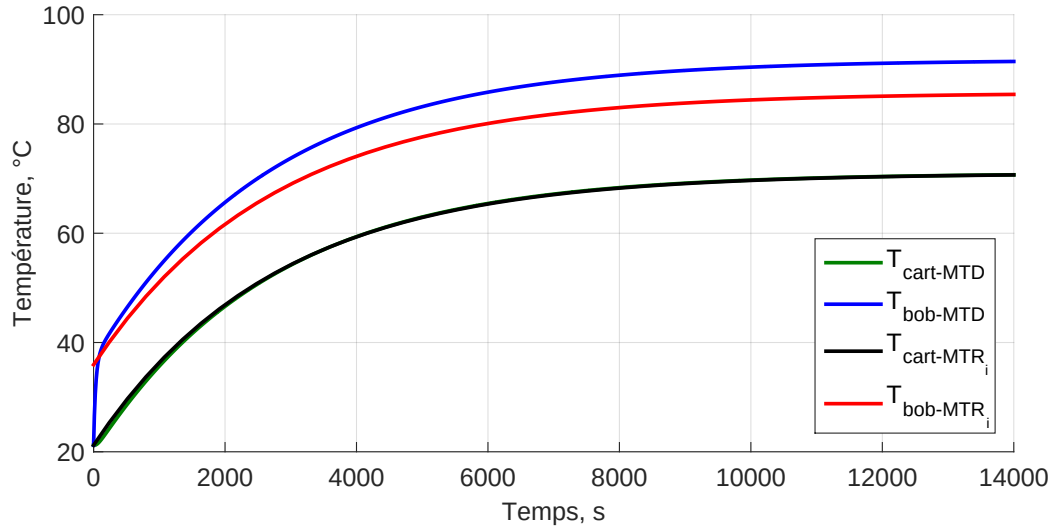


FIGURE 5.36 – Comparaison du MTR_i en régime transitoire par rapport au MTD en position inclinée à 20° .

Ces figures montrent que le MTR_i est mieux adapté à la description de la dynamique du carter, tout au long de la période de simulation. Concernant la dynamique du bobinage, l'erreur constatée reste constante et ne dépasse pas 7% quelle que soit l'inclinaison de la machine.

En position horizontale (pas d'effet d'inclinaison), le MTD est validé par rapport aux résultats expérimentaux. L'erreur introduite par le MTR_i peut être due au fait que l'ordre de ce modèle est très réduit.

Le MTD construit ne traite pas les conséquences de l'inclinaison sur les phénomènes de transfert de chaleur à l'intérieur de la machine ce qui peut justifier l'écart qui augmente avec l'inclinaison par rapport aux mesures expérimentales (5.30). Ces conséquences ne sont pas prises en compte, également par le modèle MTR_i qui en découle, ce qui peut être l'une des causes qui justifient cet écart de température.

En plus des conséquences de l'inclinaison, le modèle réduit introduit des erreurs sur les sorties, ce qui est prévisible avec l'utilisation d'un modèle thermique

d'ordre faible. La comparaison des résultats du modèle MTR_i et des résultats expérimentaux est illustrée par la fig. 5.37.

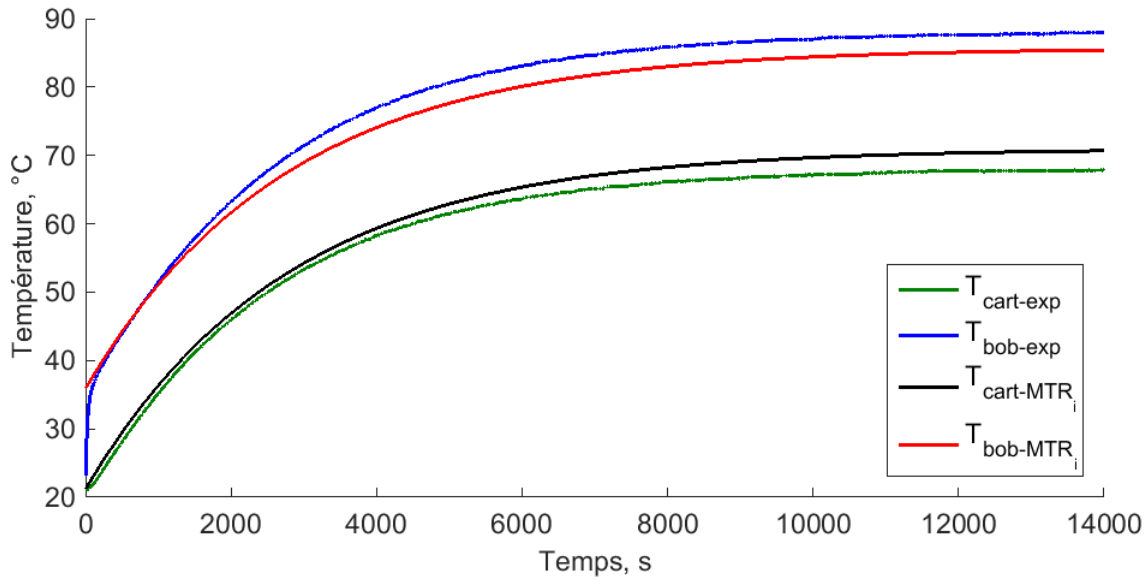


FIGURE 5.37 – Comparaison du MTR_i et des résultats expérimentaux en position inclinée à 20° .

L'erreur introduite est de l'ordre de 4% (fig. 5.37). Ce résultat permet de considérer que le MTR_i donne des résultats satisfaisants relativement à sa simplicité.

Les MT_2 ont des résultats comparables, relativement aux résultats expérimentaux (figs. 5.33 et 5.37). Le MTI décrit la dynamique thermique du bobinage avec précision mais la dynamique du carter avec une erreur d'environ 10%. Le MTR_i décrit au mieux les deux dynamiques.

Le MTI est obtenu par une méthode inverse à partir de mesures expérimentales. Le MTR_i est obtenu à partir d'un modèle détaillé où nous estimons un ensemble de capacités thermiques. D'après les paramètres des deux modèles (tableau 5.14), nous pouvons déduire que la différence entre les capacités peut être due à l'utilisation de deux approches différentes.

Sachant que la dynamique thermique du carter est fonction de la capacité totale de la machine, la meilleure prédictibilité du MTR_i , en dépit de sa simplicité, est obtenue grâce à une bonne prédiction de la capacité thermique.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une procédure de détermination des RTCs. Elle est appliquée au cas de la machine électrique Synchrel. Cette procédure est une combinaison d'une démarche expérimentale avec une procédure de réduction mathématique d'un modèle thermique complet à CL (MTD) visant la détermination des paramètres d'un modèle du second ordre MT_2 .

L'analyse expérimentale consiste, dans un premier temps, à imposer des conditions adiabatiques sur les parois de la machine afin d'éliminer l'incertitude provenant de l'évaluation du coefficient d'échange convectif. Les données expérimentales permettent de calculer, par identification, les valeurs des composants d'un circuit thermique simple équivalent, du second ordre (MTI). Également, le MTD initial

de la machine est réduit, de manière mathématique par l'approximation de Padé, afin d'aboutir à un autre modèle du second ordre MTR_0 .

Le MTI montre un bon accord avec les mesures expérimentales. Ce modèle prend implicitement en compte l'impact des résistances thermiques de contact (RTCs). De l'autre côté, le MTR_0 a été construit avec l'hypothèse d'une absence de résistances de contact. De ce fait, le MTI peut servir de référence pour la détermination de ces résistances difficiles d'accès. De là, la procédure de détermination des RTCs consiste à ajuster la réponse des modèles du second ordre précédents, en agissant sur les valeurs des RTCs dans le MTD initial.

Une fois ces RTCs déterminées, il devient alors possible de réintroduire les résultats antérieurs, obtenus au chapitre 4, dont notamment l'évaluation du coefficient de convection naturelle autour de la machine et les valeurs des RTCs.

En utilisant la corrélation numérique (éq. 4.38), les températures de la machine ainsi calculées se trouvent être surestimées d'environ de 19%, relativement aux mesures disponibles en position horizontale de la machine. Cela est compréhensible, compte-tenu de l'erreur déjà constatée entre les valeurs expérimentale et numérique du coefficient d'échange convectif $\bar{h}$ (de l'ordre de 20% en position horizontale).

L'étude des écarts dans le chapitre 4 nous permet de conclure que les deux approches peuvent donner des résultats convergents et que l'erreur peut être réduite, au moins en position horizontale. Pour les positions inclinées, l'erreur est plus importante.

En utilisant la corrélation expérimentale, l'erreur entre les températures estimées par le MTD et les mesures des mêmes températures est plus faible que l'écart introduit en appliquant l'approche empirique ($e_{1sup} = 9,78\%$ et $e_{1inf} = 7,18\%$) quelle que soit l'inclinaison. Cet écart peut être dû à la non considération de l'impact de l'inclinaison sur les phénomènes internes à la machine.

En se basant sur la même corrélation expérimentale pour le calcul de $\bar{h}$, nous avons pu développer des outils de surveillance et de diagnostic. Le MTR_i et le MTI sont deux modèles de second ordre obtenus afin de décrire les dynamiques les plus importantes dans une machine électrique. Le MTR_i décrit avec précision l'évolution de la température du carter. Il introduit un écart inférieur à 7% au niveau du bobinage quelle que soit l'inclinaison de la machine, relativement au MTD . En comparant avec les résultats expérimentaux, l'écart est de l'ordre de 4%.

Le MTI est obtenu en utilisant le minimum de points de mesure. Contrairement au MTR_i , ce modèle décrit avec précision l'évolution de la température du bobinage avec un écart inférieur à 10% au niveau du carter.

Ces écarts peuvent être dus à la simplicité des MT_2 et généralement aux hypothèses de modélisation considérées. Grâce à ce modèle, nous avons pu trouver un compromis entre la simplicité du modèle et sa prédictibilité pour l'estimation des températures considérées les plus importantes (T_{cart} et T_{bob}).

Bibliographie

- [Andersson 13] B. Andersson. *Lumped parameter thermal modelling of electric machines*. PhD thesis, Université de Technologie de Chalmers Göteborg (Sweden), 2013.
- [Antoulas 01] A. C. Antoulas & D. C. Sorensen. *Approximation of large-scale dynamical systems : An overview*. Applied Mathematics and Computer Science, vol. vol. 11, pages pp. 1093–1122, 2001.
- [Assaad 15] B. Assaad. *Contribution à la prise en compte des aspects thermiques des machines électriques dans un environnement mécatronique*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2015.
- [Ayers 04] G. H. Ayers. *Cylindrical thermal contact conductance*. PhD thesis, Texas A&M University, 2004.
- [Bahrami 04] M. Bahrami, J. R. Culham & M. M. Yovanovich. *Modeling thermal contact resistance : a scale analysis approach*. Journal of heat transfer, vol. 126, pages 896–905, 2004.
- [Bai 01] Z. Bai & R. W. Freund. *A partial Padé-Via-Lanczos method for reduced-order modeling*. Linear Algebra and its Applications, vol. vol. 332, pages pp. 139–164, 2001.
- [Bennion 12] K. Bennion & J. Cousineau. *Sensitivity analysis of traction drive motor cooling*. IEEE Transportation Electrification Conference and expo, pages 1–6, 2012.
- [Bertin 87] Y. Bertin. *Analyse des transferts de chaleur dans un moteur électrique asynchrone : développement d’un environnement CAO et modélisations thermoaérauliques*. PhD thesis, Poitiers, 1987.
- [Bertin 00] Y. Bertin, E. Videcoq, S. Thieblin & D. Petit. *Thermal behavior of an electrical motor through a reduced model*. IEEE Transactions on energy conversion, vol. vol. 15, pages pp. 129–134, 2000.
- [Boglietti 05] A. Boglietti, A. Cavagnino & D. A. Staton. *TEFC induction motors thermal models : A parameter sensitivity analysis*. Industry Applications IEEE Transactions, vol. vol. 41, pages pp. 756–763, 2005.
- [Boutonner 98] A.S. Boutonner. *Étude de la Résistance Thermique de Contact à l’interface de solides déformables en frottement : application aux procédés de forgeage*. PhD thesis, Institut nationale des sciences appliquées de Lyon, 1998.
- [Broussely 00] M. Broussely. *Réduction de modèles thermiques par la théorie des réseaux, application à la surveillance d’une machine asynchrone par couplage de modèle thermique réduit avec un schéma équivalent électrique*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2000.
- [Broussely 03] M. Broussely, Y. Bertin & P. Lagonotte. *Reduction and optimisation of thermal models using Kirchhoff network theory*. International Journal of Thermal Science, vol. 42, page 795–804, 2003.

- [Bultheel 86] A. Bultheel & M. V. Barel. *Padé techniques for model reduction in linear system theory : A survey*. Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. vol. 14, pages pp. 401–438, 1986.
- [Camilleri 14] R. Camilleri, D. A. Howey & M. D. McCulloch. *Experimental investigation of the thermal contact resistance in shrink fit assemblies with relevance to electrical machines*. IET Power Electronics Machines and Drives Conference (PEMD), pages 1–9, 2014.
- [Cherid 91] A. Cherid & M. Bettayeb. *Reduced-order models for the dynamics of a single machine power system via balancing*. Electric power systems research, vol. vol. 22, pages pp. 7–12, 1991.
- [Chiprout 92] E. Chiprout & M. Nakhla. *Generalized moment-matching methods for transient analysis of interconnect networks*. Design Automation Conference, 29th ACM/IEEE, pages 201–206, 1992.
- [Cooper 69] M. G. Cooper, B. B. Mikic & M. M Yovanovich. *Thermal contact conductance*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 12, pages pp. 279–300, 1969.
- [Cousineau 15] J. E. Cousineau, K. Bennion & al. *Characterization of contact and bulk thermal resistance of laminations for electric machines*. National Renewable Energy Laboratory (NREL), Golden, CO (United States), 2015.
- [Dajaku 06] G. Dajaku & D. Gerling. *An improved lumped parameter thermal model for electrical machines*. 17th International Conference on Electrical Machines (ICEM2006), 2006.
- [Davoudi 10] A. Davoudi. *Reduced-order modeling of power electronics components and systems*. PhD thesis, Université de Illinois à Urbana-Champaign, 2010.
- [Degiovanni 98] A. Degiovanni & X. Y. Zhang. *Modèle de résistances thermiques de contact entre deux surfaces cylindriques : Approche microscopique 3D*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 41, pages pp. 601–612, 1998.
- [Doc 10] C. Doc. *Contribution à la conception et au dimensionnement d'un actionneur d'embrayage*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2010.
- [Driesen 01] J. Driesen, R. J. Belmans & K. Hameyer. *Finite-element modeling of thermal contact resistances and insulation layers in electrical machines*. IEEE Transactions on Industry Applications, vol. vol. 37, pages pp. 15–20, 2001.
- [Feldmann 95] P. Feldmann & R. W. Freund. *Efficient linear circuit analysis by Padé approximation via the Lanczos process*. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, vol. vol. 14, pages pp. 639–649, 1995.
- [Fortuna 12] L. Fortuna, G. Nunnari & A. Gallo. *Model order reduction techniques with applications in electrical engineering*. Springer Science & Business Media, 2012.

- [Freund 96] R. W. Freund & P. Feldmann. *Reduced-order modeling of large passive linear circuits by means of the SyPVL algorithm*. Proceedings of the 1996 IEEE/ACM international conference on Computer-aided design, pages 280–287, 1996.
- [Freund 98] R. W. Freund & P. Feldmann. *Reduced-order modeling of large linear passive multi-terminal circuits using matrix-Padé approximation*. Proceedings of the conference on Design, automation and test in Europe (IEEE Computer Society), pages 530–537, 1998.
- [Freund 08] R.W. Freund. *On Padé-type model order reduction of J-Hermitian linear dynamical systems*. Linear Algebra and its Applications, vol. vol. 429, pages pp. 2451–2464, 2008.
- [Gao 08] Z. Gao, R. S Colby & al. *A model reduction perspective on thermal models for induction machine overload relays*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. vol. 55, pages pp. 3525–3534, 2008.
- [Glises 93] R. Glises, A. Miraoui & J. M. Kauffmann. *Thermal modelling for an induction motor*. Journal de Physique III, vol. vol. 3, pages pp. 1849–1859, 1993.
- [Hambry 94] D. M. Hambry. *A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models*. Environmental monitoring and assessment, vol. vol. 32, pages pp. 135–154, 1994.
- [Holman 01] J. P. Holman. Heat transfer. Eighth SI Metric Edition, 2001.
- [Incropera 11] F. P. Incropera, T. L. Bergman & al. Fundamentals of heat and mass transfer. John Wiley and Sons, 2011.
- [Jaljal 08] N. Jaljal, J. F. Trigeol & P. Lagonotte. *Reduced thermal model of an induction machine for real-time thermal monitoring*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. vol. 55, pages pp. 3535–3542, 2008.
- [Khliissa 15] R. Khliissa. *Contribution à la définition des méthodes d’optimisation rapides et économiques pour le dimensionnement d’actionneurs électriques*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2015.
- [Kulkarni 12] D. P. Kulkarni, G. Rupertus & E. Chen. *Experimental investigation of contact resistance for water cooled jacket for electric motors and generators*. Energy Conversion, IEEE Transactions, vol. vol. 27, pages pp. 204–210, 2012.
- [Lindstrom 99] J. Lindstrom. *Thermal model of a permanent magnet motor for a hybrid electric vehicle*. PhD thesis, Université de Technologie de Chalmers (Sweden), 1999.
- [M. Celik 02] L. Pileggi M. Celik & A. Odabasioglu. Ic interconnect analysis. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [Madhusudana 99] C. V. Madhusudana. *Thermal conductance of cylindrical joints*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. vol. 42, pages pp. 1273–1287, 1999.
- [Mellor 91] P. H. Mellor, D. Roberts & D. R. Turner. *Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design*. IEE

- Proceedings B-Electric Power Applications, vol. vol. 138, pages pp. 205–218, 1991.
- [Oulefki 93] A. Oulefki. *Réduction de modèles thermiques par amalgame modal*. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 1993.
- [Park 14] J. H. Park. *System order reduction of transfer function via haar function in time domain*. International Journal of ACT, vol. vol. 3, pages pp. 84–87, 2014.
- [Rasid 16] M. A. H. Rasid. *Contribution to multi-physical studies of small Synchronous-reluctance machine for automotive equipment*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2016.
- [Rouizi 10] Y. Rouizi, M. Girault, Y. Favennec & D. Petit. *Model reduction by the modal identification method in forced convection : Application to a heated flow over a backward-facing step*. International Journal of Thermal Sciences, vol. vol. 49, pages pp. 1354–1368, 2010.
- [Schilders 08] W. Schilders. *Introduction to model order reduction*. Model order reduction : theory, research aspects and applications, pages (pp. 3–32)., 2008.
- [Skelton 04] R. Skelton & al. *Systems modeling and model reduction*. Invited Chapter in the Handbook of Smart Systems and Materials, Institute of Physics, 2004.
- [Srinivas 01] K. N. Srinivas & R. Arumugam. *Thermal characterization through finite element analysis of the switched reluctance motor*. Proceedings of IEEE Region 10 International Conference on Electrical and Electronic Technology, vol. vol. 2, pages pp. 819–823, 2001.
- [Staton 01] D. Staton, S. Pickering & D. Lampard. *Recent advancement in the thermal design of electric motors*. SMMA 2001 Conference - Emerging Technologies for Electric Motion Industry, Durham, North Carolina (USA), pages 1–11, 2001.
- [Staton 03] D. Staton, A. Boglietti & A. Cavagnino. *Solving the more difficult aspects of electric motor thermal analysis*. Electric Machines and Drives Conference, vol. vol. 2, pages pp. 747–755, 2003.
- [Takahashi 02] K. Takahashi, H. Kuwahara, K. Kajiwara & T. Obata. *Airflow and thermal conductance in a totally enclosed induction motor*. Heat Transfer—Asian Research, vol. vol. 31, pages pp. 7–20, 2002.
- [Trigeol 04] J. F. Trigeol. *Identification des pertes d’une machine électrique par une approche thermique et à l’aide d’une technique inverse*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d’Aérotechnique et Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, 2004.
- [Trigeol 06] JF. Trigeol, Y. Bertin & P. Lagonotte. *Thermal modeling of an induction machine through the association of two numerical*

- approaches*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. vol. 21, pages pp. 314–323, 2006.
- [Yeung 05] M.C. Yeung & D. Boley. *Transpose-free multiple Lanczos and its application in Padé approximation*. Journal of computational and applied mathematics, vol. vol. 177, pages pp. 101–127, 2005.
- [Yovanovich 82] M. Yovanovich. *Thermal contact correlations*. 16th Thermophysics Conference, page pp. 1164, 1982.
- [Yovanovich 05] M. M. Yovanovich. *Four decades of research on thermal contact, gap, and joint resistance in microelectronics*. IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies, vol. vol. 28, pages pp. 182–206, 2005.

Conclusion générale et perspectives

Ces travaux de thèse présentés ici ont eu pour objet principal la modélisation du comportement thermique des actionneurs électriques dans des applications automobiles en proposant une démarche méthodologique de modélisation capable de prendre en considération le plus fidèlement possible et de restituer de manière efficace les échanges thermiques principaux de ces machines.

Ces travaux se sont intéressés de manière plus importante et spécifique à la caractérisation et à la description :

- de la convection naturelle externe à la machine électrique ;
- de la caractérisation des résistances thermiques de contact internes.

Cette étude a cherché à développer le plus possible l'étendue des sources de connaissances sur ces aspects thermiques ; ainsi, elle s'est appuyée sur trois supports distincts :

- les études scientifiques antérieures, disponibles au travers de la littérature traitant de la modélisation thermique (mais pas nécessairement appliquée aux machines électriques) ;
- les simulations numériques des phénomènes fluidiques, par des outils de résolution spécialisés (simulations MFN) ;
- les données thermiques obtenues expérimentalement.

Les développements les plus théoriques ont été, dans tous les cas, appliqués à la modélisation thermique d'une machine Synchro-Réductante (Synchrel) de faible puissance, dont un prototype était disponible pour mesures.

Conclusion générale

La première partie de cette étude a décrit de manière générale les éléments caractéristiques intervenant dans la spécification thermique des machines électriques. Ainsi, les différents modes d'échange de chaleur ainsi que les sources thermiques ont été présentés. De manière plus spécifique, cette partie s'est attachée à décrire plus avant les aspects particuliers les plus complexes tels que la conduction au sein des milieux hétérogènes et la convection interne. Néanmoins, les travaux présentés se sont intentionnellement concentrés sur les problématiques de modélisation thermique représentées par : la modélisation des **transferts convectifs vers l'extérieur**, ainsi que la caractérisation des **résistances thermiques de contact** (RTCs).

La construction des modèles thermiques a été entreprise au travers de deux méthodes, certes différentes mais pouvant être utilement complémentaires. La première est la méthode de modélisation par réseaux thermiques, ou « à constantes localisées » (CL). Elle est introduite dans le premier chapitre.

Convection externe

La seconde approche de modélisation est du type MFN, c'est-à-dire « tout numérique ». Elle correspond, dans les travaux présentés ici, à la méthode des Volumes Finis. Cette approche permet de résoudre numériquement les équations caractéristiques de la fluidique et de tenir compte des transferts de chaleur. Il devient ainsi possible d'accéder par calcul, à l'évaluation des transferts thermiques, par convection en particulier, au travers des surfaces d'échange.

Cette méthode numérique constitue un outil de plus en plus utilisé pour les concepteurs de machines électriques, en permettant notamment d'améliorer l'évaluation de la résistance de convection extérieur. Néanmoins, il apparaît que l'utilisation de la méthode numérique nécessite des connaissances importantes en particulier concernant le maillage, le choix des schémas de discrétisation et les conditions aux limites. De plus, la résolution numérique des problèmes fluidiques demande des temps de calcul très importants rendant leur utilisation quasiment impossible dans une finalité de conception. À titre illustratif, la durée d'un calcul MFN pour étudier un écoulement laminaire en 3D autour la machine Synchrel varie entre 2 et 6 jours (calculs effectués sur un ordinateur dédié).

Tel que le montre le chapitre 5, les deux approches numériques et à CL peuvent être couplées. Ainsi, il devient avantageux de réinjecter des résultats des calculs numériques (obtenus par simulations MFN) typiquement relatifs aux échanges convectifs, dans les modèles à CL qui présentent l'avantage d'être peu coûteux en effort de calcul. Cette utilisation conjointe des deux approches de modélisation a été réalisée dans ces travaux afin d'élaborer le plus justement possible le modèle thermique détaillé (*MTD*) de la machine Synchrel. En effet, cette machine TFNV (Totalement Fermée, Non Ventilée) ne peut échanger thermiquement que par convection naturelle. La forme de sa surface d'échange extérieure est suffisamment irrégulière pour justifier sa prise en compte de manière fine par des simulations MFN.

Pour la réalisation de ces simulations MFN, l'hypothèse, selon laquelle toute la surface extérieure de la machine est isotherme, a été considérée. Les résultats de ces simulations sont obtenus en simplifiant la description du problème mathématique de manière à rendre les calculs numériques les plus rapides possible (régime permanent, schémas de discrétisation de premier ordre, fluide incompressible, etc.). Ces résultats ont alors été comparés aux mesures expérimentales effectuées dans des conditions expérimentales correspondantes.

Dans cette finalité de réalisation de mesures thermiques, un banc de caractérisation a été spécialement conçu. Il est présenté de manière détaillée dans le chapitre 4. Ainsi, pour la réalisation des expériences, des précautions particulières ont été prises afin de réduire les facteurs externes pouvant agir sur le phénomène convectif ou influencer sur les mesures relevées. De manière équivalente, l'intention était bien de limiter les sources d'incertitude.

Cette double approche expérimentale et numérique a permis de proposer des relations analytiques simples mais capables de concentrer et restituer les informations décrivant le comportement thermique de la machine, pour les configurations étudiées. Ces relations de corrélation permettent de déterminer, avec des coûts de calcul très faibles, la résistance thermique de convection naturelle autour de la ma-

chine Synchrel, pour différentes alimentations électriques (i.e. sources de chaleur internes) et pour plusieurs inclinaisons spatiales.

Comparaison des corrélations

Ces nouvelles corrélations, déterminées à partir de mesures thermiques et de résultats de simulations MFN, ont été rapprochées de celles proposées dans certaines références bibliographiques (corrélations empiriques). Ces comparaisons entre relations font apparaître que la corrélation numérique sous-estime le coefficient d'échange moyen par convection naturelle, relativement aux résultats expérimentaux, d'une valeur moyenne de 33%. Cette différence peut tirer son origine des multiples hypothèses adoptées initialement (température de surface considérée uniforme pour les simulations MFN, et flux de chaleur proportionnels à la surface de passage pour les résultats issus d'expériences thermiques).

Par rapport aux mêmes résultats expérimentaux, les corrélations empiriques sous-estiment également le coefficient d'échange par convection naturelle avec une erreur qui varie selon la corrélation utilisée. Cette comparaison empirique-expérimentale montre que les corrélations utilisées par [Staton 08] et recommandées par [Bergman 11] sont les plus prédictives parmi les corrélations empiriques de la littérature, lorsque la machine est horizontale.

Incertitudes

Toutes les données utilisées, qu'elles soient expérimentale, empirique ou bien numérique, ne sont pas exactes mais incertaines. Ainsi, elles constituent des sources d'**incertitudes**. L'évaluation des niveaux d'incertitudes associés est délicate en raison de la multitude des sources, certaines étant difficiles à identifier, mais également à cause du fait qu'elles peuvent être difficiles à caractériser. Les développements présentés dans les chapitres 3 et 4 se sont attachés à estimer ces écarts pour chaque source de données, en considérant un certain nombre d'hypothèses.

De cette manière, il en ressort que le coefficient d'échange convectif issu de corrélations empiriques peut être encadré avec une incertitude comprise entre 9,78 et 7,18%. Ces résultats sont utilisés afin d'évaluer l'incertitude liée au coefficient d'échange convectif issu de l'étude expérimentale réalisée dans le chapitre 4. L'incertitude liée à l'évaluation du coefficient de convection calculé à partir de simulations numériques (typiquement MFN) est voisine de 20%.

Les mesures thermiques sont prises comme références, et tout en tenant compte des valeurs des coefficients de convection augmentées des informations d'incertitudes qui y sont liées, on observe que les calculs numériques (MFN) sont à même de restituer des valeurs pertinentes des grandeurs liées à la convection naturelle. Cette correspondance des résultats est plus forte lorsque la machine est en position horizontale, puisque l'erreur observée entre les corrélations expérimentale et numérique est de 23% à cette inclinaison ; cet écart est proche de celui introduit par l'approche numérique elle-même. Pour une position inclinée de 70%, l'erreur observée culmine à 44%.

L'analyse de l'incertitude, liée au coefficient de convection naturelle calculé à partir de corrélations empiriques, et appliquée aux valeurs moyennes de ces corrélations, permet de constater que les travaux de la littérature sous-estiment gé-

néralement le coefficient d'échange convectif. Cette sous-estimation est d'autant plus forte que la machine est inclinée. Cette conclusion confirme que ces corrélations ne peuvent être utilisées qu'avec un recul suffisant, notamment concernant les conditions d'application (forme, domaine de validité, température de référence, etc.).

Ces travaux ont également démontré la sensibilité du coefficient d'échange convectif à la position angulaire de la machine. Ainsi, une variation de 33% a été mesurée lors d'un passage de 0° à 90° . Ainsi, l'inclinaison de la machine peut affecter significativement la température interne du bobinage, surtout en opérant à des températures initiales élevées. Or, pour des applications automobiles, lors de tout trajet, la position des machines électriques embarquées évolue en permanence. Cela implique que ce facteur lié à la disposition spatiale de la machine, revêt une importance évidente sur les températures caractéristiques de la machine, notamment en régime permanent.

Résistances thermiques de contact

Afin de compléter la modélisation des phénomènes de transferts thermiques au sein des machines électriques (et en particulier pour la machine Synchrel), ces travaux se sont intéressés à la caractérisation des **résistances thermiques de contact** (RTCs). Dans ce cadre, le chapitre 5 réalise une étude de sensibilité visant à déterminer les principales RTCs internes de la machine Synchrel pouvant jouer un rôle significatif sur la répartition des températures, ainsi qu'à les classer par ordre d'influence sur les températures considérées comme critiques (températures de bobinage et du carter).

De là, l'évaluation des RTCs les plus influentes (traduisant les contacts stator-carter et stator-bobinage) est abordée en se servant de l'approche expérimentale et d'une procédure de réduction de modèle. Les conductances thermiques de contact ainsi évaluées sont faibles (et décrivent donc des RTCs correspondantes élevées). Elles restent cohérentes avec la littérature, bien que la machine Synchrel diffère en topologie, taille et puissance relativement à ces références bibliographiques.

Modèle thermique détaillé

Afin de compléter la définition des éléments composant le modèle thermique détaillé (*MTD*) de la machine, il restait à spécifier les valeurs prises par la résistance thermique modélisant la convection naturelle externe à la machine. Pour cela, la corrélation numérique établie plus tôt au chapitre 4 a été utilisée. Elle a été établie aussi bien à partir de résultats de simulations MFN (corrélation numérique) que de mesures thermiques sur prototype (corrélation expérimentale). Ces deux sources de corrélations ont été utilisées, et la corrélation d'origine expérimentale a été prise comme référence par hypothèse.

L'objectif était alors de rapprocher les estimations de température réalisées par le *MTD* avec les mesures expérimentales de ces mêmes températures. Pour cela, ces comparaisons ont considéré la machine Synchrel, placée à 0° , à 20° et à 90° , et ont concentré les températures évaluées au niveau des bobinages et du carter. Dans le *MTD*, la résistance thermique de convection a été définie tour à tour des

corrélations expérimentale et numérique.

Dans le cas où la résistance de convection a été définie à partir de la corrélation numérique, la comparaison entre le *MTD* et les résultats expérimentaux a considérée la machine Synchrel placée à sa position horizontale (l'erreur entre les coefficients convectifs expérimentaux et numériques set minimale). Les températures estimées à partir du *MTD* sur-estiment la température du carter d'environ 10°C (représentant 19% de la température du carter mesurée) et 15% de la température mesurée du bobinage. Si on tient compte des incertitudes associées à la source numérique, les températures estimées par le *MTD* et mesurées affichent une proximité relative intéressante pour la position horizontale.

Dans le cas où la résistance de convection a été définie de la corrélation expérimentale, trois positions sont considérées : 0°, 20° et 90°. Dans les trois cas, l'erreur entre les températures estimées et les mesures ne dépasse pas 7%. Cette erreur est maximale à 90°. Elle peut être due à la non considération des conséquences de l'inclinaison à l'intérieur de la machine.

Les données d'incertitudes associées à chaque source (mesures, résultats numériques) viennent toutefois relativiser ces conclusions. En effet, si l'on tient compte des incertitudes, les températures ainsi mesurées (par les processus expérimentaux) et estimées (par le *MTD*) affichent une proximité relative significative et intéressante. Dans ce contexte de comparaison des différentes approches et de prise en considération des données d'incertitude, une cohérence certaine des différents résultats apparaît clairement. Les données de température fournies par le *MTD* sont représentatives des informations expérimentales.

À partir des différentes comparaisons réalisées, en utilisant les corrélations expérimentale et numérique pour le calcul de la résistance de convection naturelle autour de la machine Synchrel, la corrélation expérimentale donne le meilleur ajustement aux données expérimentales. Cette corrélation est utilisée dans la suite des travaux. Cette conclusion fait apparaître que la méthode numérique ne substitue pas la méthode expérimentale mais, en tenant compte des différentes sources d'incertitude, les calculs MFN sont considérés prometteurs, et elle permet d'expliquer certains phénomènes. Cette méthode peut acquérir sa place dans le processus d'analyse thermique des machines électriques à condition qu'elle soit utilisée avec certaines précautions, afin d'améliorer la prédictibilité du modèle à CL.

Réduction de modèle

La dernière partie de ce travail a concentré l'application d'une procédure, de caractéristique essentiellement mathématique, permettant la simplification des modèles thermiques mis au point dans les parties précédentes. Cette approche de simplification de modèles thermiques, appliquée ici au cas particulier du *MTD*, peut constituer une étape intéressante en vue de la réduction du temps de calcul de ces modèles. Ces modélisations, ainsi réduites, peuvent alors être avantageusement utilisées à des fins de diagnostic ou de surveillance thermique en temps réel des machines électriques. Ces applications particulières nécessitent en effet des modèles très légers afin d'être implantés dans des organes électroniques dédiés.

De plus, les modèles thermique rapides (et donc éventuellement réduits/issus de procédures de réduction préalable) peuvent être utilisés de manière intensive

dans des approches de dimensionnement optimal, reposant sur des algorithmes itératifs coûteux (en nombre d'évaluations demandées).

Dans ce contexte, nous avons proposé deux procédures de réduction : mathématique et expérimentale. L'objectif était alors de rapprocher les estimations de température réalisées par les deux approches. Ces comparaisons ont concentré les deux températures du carter et du bobinage de différentes dynamiques.

La méthode de Padé a été utilisée pour réduire le MTD , en maintenant la dimension temporelle des simulations thermiques, et en utilisant la corrélation expérimentale grâce aux bons résultats montrés dans la partie précédente. Les réductions opérées de cette façon ont permis de déduire la définition de modèles équivalents du second ordre MTR_i . La température du carter est restituée avec précision : l'écart entre les valeurs estimées par le modèle réduit et les valeurs estimées par le MTD est inférieur à 0,5%. Également, la température du bobinage est obtenue avec un écart qui ne dépasse pas 7%, quelle que soit la position angulaire de la machine. Cet écart peut être dû à l'ordre faible du modèle thermique réduit ainsi qu'à la non-considération des effets de l'inclinaison mécanique sur les phénomènes internes de transfert de chaleur. Les températures du carter et du bobinage estimées par le MTR_i sont restituées avec une erreur par rapport aux valeurs mesurées de l'ordre de 4%.

La deuxième approche de réduction de modèle consiste à déterminer les paramètres du modèle de second ordre MTI à partir d'un minimum d'observations expérimentales : la température du carter supposée uniforme et la température du bobinage. La température du bobinage est restituée avec précision : l'erreur entre les valeurs estimées par le MTI et les valeurs mesurées est inférieure à 0,3%. La température du carter est simulée avec une erreur qui peut atteindre 10%.

La bonne estimation de la température du carter par le MTR_i peut être due au choix de la corrélation expérimentale afin de définir la résistance de convection naturelle dans le MTD . Cette résistance, définissant la résistance la plus importante, impose une température uniforme à la surface du carter. De plus, le MTD qui en découle contient un ensemble de capacités thermiques qui permettent au MTR_i d'évaluer une capacité globale liée à la dynamique thermique du carter. Ces facteurs peuvent contribuer à une bonne estimation de la température du carter et influencent significativement la température du bobinage. Vue que le modèle est d'ordre très faible, il ne considère pas tous les phénomènes et détails qui peuvent agir sur la température critique interne.

Le MTI est obtenu par une approche inverse, où la température du carter est récupérée en utilisant un seul thermocouple. Cette température est supposée uniforme sur toute la surface du carter et elle est utilisée afin d'évaluer la résistance de convection naturelle. Cette démarche engendre un écart par rapport à la corrélation expérimentale. Elle peut justifier les écarts entre les capacités de deux modèles MTR_i et MTI .

À la fin de cette partie, nous avons obtenu un modèle réduit mathématiquement (MTR_i), estimant au mieux les dynamiques thermiques critiques dans une machine électrique. Ce modèle se base sur le MTD qui peut donner plus de détails sur la distribution interne de température. Le deuxième modèle obtenu par identification expérimentale avec le minimum de points de mesure introduit une erreur importante au niveau de la température du carter. Il sera intéressant de traiter la

même problématique en utilisant plus de points de mesures sur la surface de carter afin de pouvoir évaluer l'influence de ce facteur.

Perspectives

La démarche de modélisation thermique de machines électriques que nous avons proposée consiste à assister la méthode à constantes localisées par des résultats obtenus par calculs préalables MFN.

De nombreuses perspectives, basées sur l'exploitation de l'approche numérique MFN, peuvent être envisagées, telles celles proposées ci-après.

Convection externe autour d'autres formes de carters

Lors de ce travail de recherche, l'analyse thermique a été réalisée sur un carter cylindrique. De là, il devient intéressant d'étendre l'analyse de la convection naturelle de la machine aux carters différents, dont notamment les carters non cylindriques et les carters avec ailettes, équipant certaines machines électriques.

Il sera pertinent d'évaluer l'impact de la forme du carter et particulièrement de la présence d'ailettes disposées diversement (écoulement dans des canaux semi-ouvertes axiaux ou radiaux), sur la variation locale et moyenne du coefficient d'échange convectif. Les résultats numériques pourront être utiles en vue de connaître dans quelle mesure la présence d'ailettes peut réduire la température des points chauds dans les machines électriques. In fine, ce type d'études doit permettre l'établissement de relations de corrélations correspondantes, c'est-à-dire d'aboutir à la mise en place d'outils rapides et efficace permettant d'évaluer les coefficients d'échanges pour des machines électriques de différentes topologies.

De manière plus large, la méthode MFN pourra se révéler intéressante et utile pour la caractérisation des systèmes de refroidissement, afin notamment de quantifier la contribution calorifique de ces systèmes selon la topologie de la machine, sa plage de fonctionnement et son environnement de fonctionnement.

Machines électriques dans des environnements difficiles

La machine Synchrel fonctionne en réalité dans un environnement complexe, qui peut comprendre notamment des sources de chaleur significatives. Elle peut être soumise à des conditions sévères pour lesquelles la température ambiante peut être plus élevée que la température critique au sein de la machine, et où les conditions d'évacuation de chaleur sont défavorables.

Des études spécifiques peuvent ainsi considérer plus avant la problématique de la modélisation des machines fonctionnant dans des conditions thermiques très défavorables.

Impact de la convection interne sur le coefficient d'échange externe

Lors de la présente étude, nous avons étudié la machine à l'arrêt. Cela a permis de simplifier l'étude en négligeant les phénomènes convectifs internes à la machine électrique. Néanmoins, il a été constaté que les erreurs d'estimation de la température du carter augmentent en fonction de l'inclinaison de la machine. Ces observations ont fait apparaître les conséquences de la position spatiale de

la machine, en impliquant l'impact des phénomènes convectifs internes. Ceux-ci ont donc tout intérêt à être considérés afin d'améliorer la modélisation thermique globale des machines électriques à différentes inclinaisons.

Également, la mise en rotation de la machine peut engendrer des phénomènes convectifs plus complexes (notamment l'écoulement de Taylor-Couette dans l'entrefer). Les mouvements mécaniques internes influencent clairement le comportement aérothermique général, et en particulier autour du bobinage. Aussi, il peut être utile de traiter de manière plus poussée les modes de transfert de chaleur internes, afin de quantifier l'impact des mouvements fluidiques internes sur le comportement thermique externe des machines électriques. Cette problématique a fait l'objet de travaux réalisés dans le Laboratoire de Technologie de Compiègne [Nachouane 17], en parallèle avec la présente étude.

Procédure de détermination des RTCs

Les RTCs sont des paramètres nécessaires à la construction d'un MTD des machines électriques. L'évaluation de ces paramètres permet la prise en considération de la chute en température entre solides à l'intérieur des machines électriques. Pour la machine Synchrel, nous avons proposé une procédure de détermination des paramètres de ce type, les plus d'influent sur son comportement thermique.

Afin d'affiner et de valider cette procédure, il sera utile d'étendre son application à des machines électriques de topologies différentes. En particulier, il pourra être intéressant d'exploiter des structures de machines particulières, comme celles à rotor démontable, afin d'isoler puis de caractériser plus précisément les RTCs spécifiques de chaque partie ainsi séparée (stator/rotor).

Réduction de modèle

Du point de vue pratique, les concepteurs de machines électriques ont besoin de trouver un compromis entre la complexité du modèle thermique détaillé et l'efficacité de son évaluation numérique, pour l'estimation des différentes températures. La méthode de réduction de modèles, utilisée lors de cette étude (méthode de Padé), a montré de bons résultats, en dépit d'un ordre de modèle final faible (correspondant ainsi à une réduction forte).

Il sera ainsi intéressant d'utiliser cette même approche, avec une attention accrue sur la stabilité du modèle réduit, dans une finalité d'application dans un contexte de dimensionnement optimal de la structure de la machine électrique. Il s'agit donc, en vue de démarches d'optimisation, de mettre en place des procédures de mise au point de modèles thermiques réduits qui soient stables, rapides mais conservant une qualité suffisante de description physique.

Étude d'incertitude

Un intervalle d'incertitude est associé à chaque corrélation expérimentale ou numérique. Dans la présente étude, nous avons évalué une partie de ces sources d'incertitude liées à la convection externe, en considérant un certain nombre d'hypothèses. Cette étude vient utilement relativiser la pertinence des informations portées par les relations de corrélation. En particulier, elles éclairent différemment l'apport de l'approche numérique MFN dans le contexte de la modélisation thermique des machines électriques.

Les sources d'incertitude sont multiples et peuvent être associées à l'approche de modélisation utilisée :

- au niveau de la méthode à CL (données matériaux, données géométriques et hypothèses de modélisation) ;
- au niveau de l'approche numérique MFN (conditions aux limites, stratégie de maillage qui dépend du domaine du calcul, méthode de discrétisation et hypothèses simplificatrices) ;
- au niveau des processus expérimentaux (matériels utilisés, protocole suivis)

Cette multitude de sources peuvent agir ainsi directement sur la fiabilité des processus de modélisation thermique, à différents degrés. Des travaux ultérieurs pourront très utilement s'intéresser de plus près à cette thématique, en vue de généraliser la gestion et la maîtrise des données incertaines intégrées aux modélisations, et d'analyser leur impact sur le comportement thermique des machines électriques.

Bibliographie

- [Bergman 11] T. L. Bergman, F. P. Incropera, D. P. DeWitt & A. S. Lavine. *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley and Sons, 2011.
- [Nachouane 17] A. B. Nachouane. *Modélisation numérique des phénomènes aérothermiques dans les machines électriques en vue d'optimisation de leur conception : application aux machines électriques des véhicules hybrides et électriques*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2017.
- [Staton 08] D. Staton & A. Cavagnino. *Convection Heat Transfer and Flow Calculations Suitable for Electric Machines Thermal Models*. IEEE Trans. Indus. Electronics, vol. 55, 2008.

Annexes

Annexe A

Cahier de charge de la machine Synchrel

TABLE A.1 – Caractéristiques du couple et du temps de fonctionnement pour l'application 'e-Clutch'.

Mode de fonctionnement	Embrayage			Débrayage		
	temps de ré- ponse (ms)	vitesses (tr/min)	couple (N.m)	temps de ré- ponse (ms)	vitesses (tr/min)	couple (N.m)
	Points critiques			Points critiques		
assisté	160	7290	0,18	400	1800	0,28
non-assisté	385	2050	0,54	400	1800	0,28
	Couple maximal			Couple maximal		
assisté	160	3990	0,33	400	1800	0,28
non-assisté	285	2050	0,54	400	1800	0,28

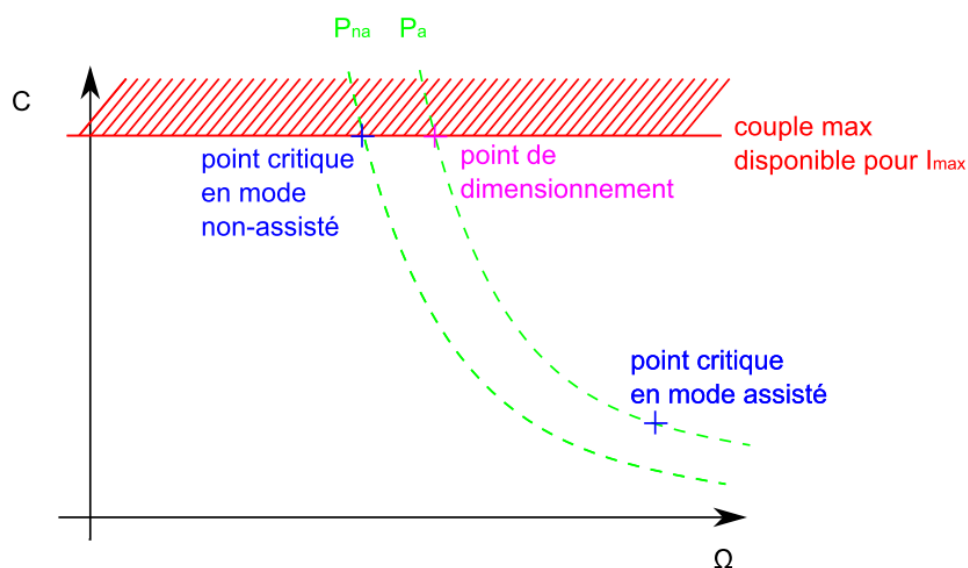


FIGURE A.1 – Définition du point de dimensionnement par rapport aux points de plus grande puissance des modes assisté et non assisté.

Annexe B

Dimensions géométriques de la machine Synchrel

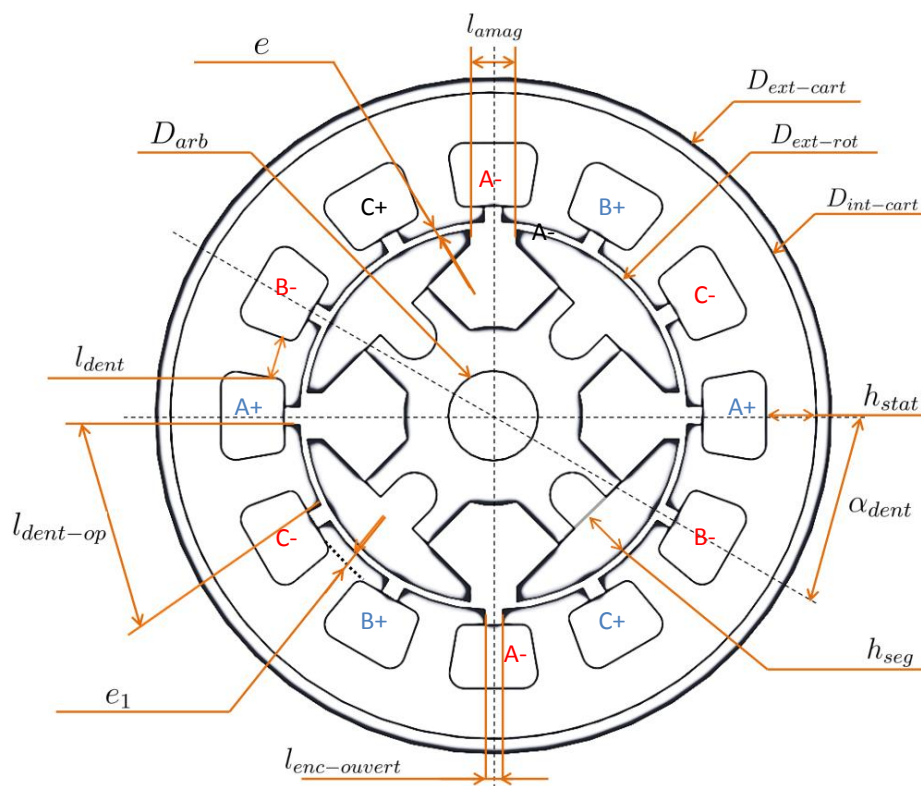


FIGURE B.1 – Dimensions caractéristiques de la machine Synchrel.

TABLE B.1 – Dimensions et paramètres de la machine Synchrel.

Paramètre	Désignation	Valeur (mm)
Diamètre de l'arbre	D_{arb}	6
Diamètre extérieur du rotor	$D_{ext-rot}$	25, 24
Diamètre intérieur du stator	$D_{int_{stat}}$	26, 04
Diamètre intérieur du carter	$D_{int-cart}$	43, 4
Diamètre extérieur du carter	$D_{ext-cart}$	45
Entrefer	e	0, 4
	e_1	1
Hauteur du stator	h_{stat}	3, 4
Hauteur segment rotorique	h_{seg}	3, 4
Largeur dent	l_{dent}	3, 4
Largeur partie non-magnétique	l_{amag}	2, 21
	$l_{dent-op}$	5, 62
Longueur active	l_a	7
Nombre de fil conducteur	N_c	7
Diamètre du fil conducteur	D_c	0, 6
Nombre d'encoches	N_{enc}	12
Nombre de paire de pôles	p	2

Annexe C

Introduction aux modèles de turbulence

C.1 Équations de Navier-Stokes moyennées

En régime turbulent, des tourbillons de différentes tailles apparaissent. En se mettant toujours dans le cas d'un écoulement homogène dans l'espace (ses variables macroscopiques ne dépendent pas des paramètres de l'espace), la mesure instantanée d'un signal dans un domaine fluide où l'écoulement est turbulent permet d'observer des fluctuations permanentes, telles qu'illustrées par la fig. C.1.

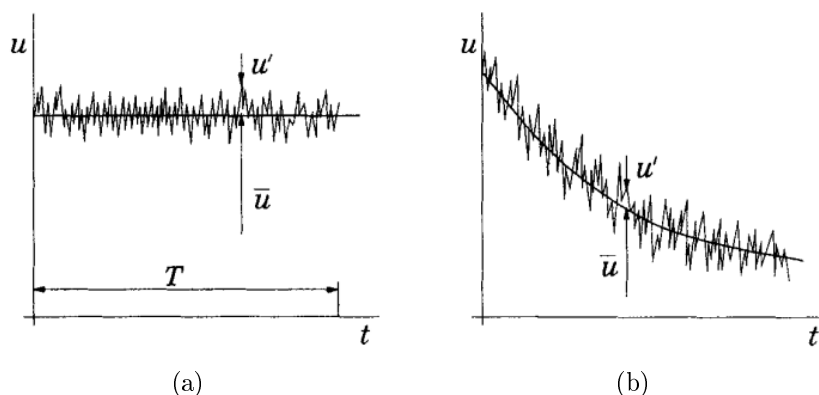


FIGURE C.1 – Moyenne temporelle d'un écoulement indépendant du temps (à gauche) et moyenne d'ensemble d'un écoulement variable dans le temps (à droite) [Ferziger 02].

L'apparition de cette fluctuation continue en fonction du temps implique, physiquement, que l'influence des contraintes de cisaillement devient plus importante par rapport au régime laminaire (fig. 2.3).

La description du comportement de l'écoulement est difficile à cause de ces fluctuations instantanées. Pour répondre à cette difficulté, on recourt généralement à la décomposition de Reynolds. Celle-ci, présentée en 1895, est une première approche pour l'approximation des écoulements turbulents. Cette approche permet de décomposer chaque grandeur fluctuante f , décrivant l'écoulement, sous la forme d'une somme d'une valeur moyenne dans le temps $\bar{f}$ et d'une fluctuation autour de cette valeur f' , comme suit [Ferziger 02],

$$f(x_i, t) = \bar{f}(x_i) + f'(x_i, t). \quad (\text{C.1})$$

D'un point de vue mathématique, cette décomposition implique l'utilisation d'un opérateur permettant d'obtenir la moyenne de Reynolds $\bar{f}$. Il existe trois formes différentes d'opérateurs [Blazek 15] :

- la moyenne par rapport au temps, lorsque l'écoulement est turbulent mais lorsque ses propriétés ne dépendent pas du temps (turbulent stationnaire),

$$\bar{f}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(x_i, t) dt. \quad (\text{C.2})$$

Cette moyenne varie en fonction de l'espace. Comme le montre la fig. C.1, l'intervalle de temps T est très grand par rapport à l'échelle de temps des fluctuations (fig. C.1).

- la moyenne par rapport à l'espace, lorsque la turbulence est homogène,

$$\bar{f}(t) = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} f(x_i, t) dx, \quad (\text{C.3})$$

tel que Ω est un volume de contrôle. Dans ce cas, $\bar{f}$ est uniforme dans l'espace.

- la moyenne d'ensemble est applicable quelle que soit la nature de l'écoulement,

$$\bar{f}(x_i, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f(x_i, t). \quad (\text{C.4})$$

Dans ce cas, la valeur moyenne est obtenue à partir d'un ensemble de N mesures.

Cet opérateur vérifie quelques propriétés remarquables. Ainsi, si f et g sont deux variables fluctuantes de valeur moyenne $\bar{f}$ et $\bar{g}$ respectivement, nous avons les propriétés suivantes [Archambeau 05] :

- linéarité :

$$\overline{\alpha f + \beta g} = \alpha \bar{f} + \beta \bar{g}, \quad (\text{C.5})$$

avec α et β deux constantes.

- commutativité de la dérivation temporelle :

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial t} = \bar{\frac{\partial f}{\partial t}}, \quad (\text{C.6})$$

et spatiale,

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} = \bar{\frac{\partial f}{\partial x_i}}, \quad (\text{C.7})$$

- idempotence :

$$\bar{\bar{f}} = \bar{f}. \quad (\text{C.8})$$

Ces propriétés permettent de déduire que $\overline{f'} = 0$.

La décomposition de Reynolds permet ainsi d'obtenir les équations moyennées de Navier-Stokes pour les écoulements turbulents. Pour cela, la décomposition donnée par l'éq. C.1 est appliquée aux variables instantanées apparaissant dans les équations de Navier-Stokes. Pour un écoulement incompressible, les valeurs instantanées du vecteur vitesse $\mathbf{v}$ et de la pression p peuvent être exprimées en fonction de la somme des valeurs moyennes $\bar{\mathbf{v}}$, $\bar{p}$ et des fluctuations $\mathbf{v}'$, p' respectives,

$$\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}', \quad p = \bar{p} + p', \quad (\text{C.9})$$

avec, dans un repère cartésien $\bar{\mathbf{v}} = (\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{v}_z)$ et $\bar{v}_i = \lim_{T \rightarrow \infty} 1/T \int_0^T v_i dt$.

En utilisant l'une des trois approches présentées pour le calcul de la moyenne (éqs. C.2, C.3 et C.4), il devient possible de remplacer la vitesse et la pression dans les éqs. 2.15 et 2.22 par la décomposition de Reynolds correspondante (éq. C.9).

Ces équations contiennent un certain nombre de nouveaux termes tels que $\overline{\rho v'_i v'_j}$ et $\overline{\rho v'_i}$. L'apparition de ces termes rend les contraintes de cisaillement non-linéaires dans l'équation de conservation de mouvement. La nouvelle définition des contraintes présente un terme supplémentaire issu de la décomposition de Reynolds,

$$\underline{\mathbf{T}}' = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho v'_i v'_j}. \quad (\text{C.10})$$

L'aspect le plus notable concerne l'apparition d'un nouveau terme non-linéaire $\overline{\rho v'_i v'_j} \neq 0$, appelé tenseur de Reynolds (ou aussi, tenseur de turbulence) [Blazek 15],

$$\underline{\mathbf{T}}_R = -\overline{\rho v'_i v'_j} = -\rho \begin{pmatrix} \overline{v_1'^2} & \overline{v'_1 v'_2} & \overline{v'_1 v'_3} \\ \overline{v'_2 v'_1} & \overline{v_2'^2} & \overline{v'_2 v'_3} \\ \overline{v'_3 v'_1} & \overline{v'_3 v'_2} & \overline{v_3'^2} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.11})$$

Ce tenseur représente la quantité de mouvement transmise par les fluctuations.

Le système des équations de Navier-Stokes moyennées décrivant un écoulement turbulent est encore une fois confronté à un problème de fermeture, puisqu'il contient plus d'inconnues que d'équations à résoudre. Il est alors nécessaire d'introduire de nouvelles équations afin de fermer le système d'équations.

Vu que $\overline{v'_1 v'_2} = \overline{v'_2 v'_1}$ le tenseur est alors symétrique. De ce fait, cela introduit six nouvelles inconnues supplémentaires. La connaissance de ce tenseur permet de déduire l'énergie cinétique turbulente K_t à partir des contraintes normales divisées par la masse volumique,

$$K_t = \frac{1}{2} \overline{v'_i v'_i} = \frac{1}{2} \left(\overline{v_1'^2} + \overline{v_2'^2} + \overline{v_3'^2} \right). \quad (\text{C.12})$$

C.1.1 Modèle de la viscosité turbulente de Reynolds

Boussinesq a été parmi les premiers à essayer de résoudre le problème de fermeture du modèle turbulent. Son idée est analogue à l'équation constitutive proposée en 1877 pour l'écoulement laminaire (éq. 2.12). Il propose l'introduction d'un coefficient de mélange A_τ servant à lier linéairement les contraintes de Reynolds aux grandeurs physiques moyennes, par la relation générale suivante :

$$\underline{\mathbf{T}}_R = -\overline{\rho v'_i v'_j} = A_\tau \frac{d\overline{\mathbf{v}}}{dx_i}. \quad (\text{C.13})$$

Le coefficient de mélange A_τ , en régime laminaire, correspond à la viscosité dynamique μ . Pour un écoulement turbulent, ce paramètre est appelé **viscosité turbulente** (appelée aussi viscosité apparente ou virtuelle). Elle traduit l'existence d'un frottement turbulent responsable des échanges de quantité de mouvement entre les volumes élémentaires. Selon cette approche, les contraintes de Reynolds s'écrivent pour un écoulement incompressible sous la forme suivante [Schlichting 68],

$$-\overline{\rho v'_i v'_j} = 2\mu_t \overline{S_{ij}} - \frac{2}{3} \rho K_t \delta_{ij}, \quad (\text{C.14})$$

tel que,

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} \right), \quad (\text{C.15})$$

et δ_{ij} l'opérateur de Kronecker

L'hypothèse de Boussinesq nécessite de caractériser la viscosité turbulente μ_t pour résoudre le problème de turbulence. Il est ainsi indispensable d'établir l'ordre de grandeur de la viscosité turbulente en utilisant des corrélations empiriques liant ce coefficient à la vitesse moyenne. Un développement mathématique montre que cette quantité fictive peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\mu_t \approx \nu_c l_c, \quad (\text{C.16})$$

tels que ν_c et l_c sont l'échelle de la vitesse caractéristique et l'échelle de la longueur caractéristique ou **longueur de mélange**, respectivement.

Il faut s'affranchir des échelles caractéristiques ν_c et l_c pour déterminer la viscosité turbulente.

Généralement, l'échelle de vitesse caractéristique est déduite de l'énergie cinétique turbulente par,

$$\nu_c \approx \sqrt{K_t}. \quad (\text{C.17})$$

L'échelle de longueur caractéristique est estimée soit via une relation algébrique, soit via une équation de transport. De là, il reste à estimer l'échelle de longueur caractéristique.

Afin de définir l_c , la théorie de la **cascade énergétique**, introduite par Lewis Richardson (1922) peut être considérée. Cette théorie traduit le principe de transfert de l'énergie (cinétique) à l'intérieur d'un fluide turbulent : l'énergie cinétique ne se conserve pas mais elle se transforme en énergie interne sous l'effet des forces visqueuses. L'existence des tourbillons de différentes tailles implique l'existence de différentes vitesses. Cela est traduit par la théorie de la cascade d'énergie. Lors de ce processus, les grands tourbillons, porteurs de l'énergie turbulent K_t génèrent des tourbillons de taille moyenne. Ces derniers donnent naissance, à leur tour, à des tourbillons de plus petite taille jusqu'à leur disparition finale à cause du travail des forces visqueuses. Ce processus prend ainsi fin à cause de la dissipation de l'énergie ϵ_t due à la destruction des petites structures par l'effet de la viscosité.

Le processus d'injection de l'énergie cinétique assurée par la création des grands tourbillons et dissipée par la disparition des tourbillons de plus petite taille est illustré par la fig. C.2,

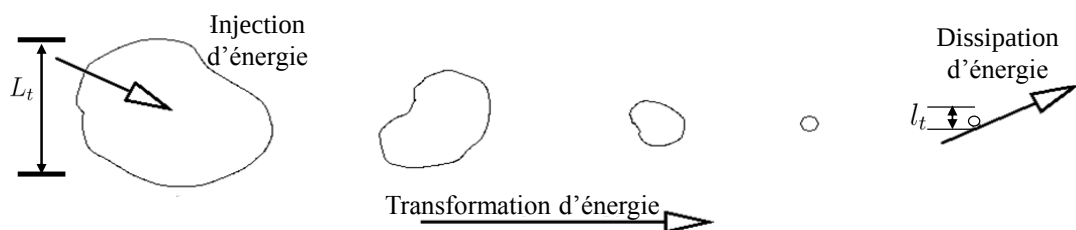


FIGURE C.2 – Schéma explicatif de la cascade d'énergie au sein d'un écoulement turbulent.

D'après ces observations, il est possible de déduire un intervalle de définition de la taille des tourbillons dans un écoulement par les valeurs extrêmes L_t et l_t :

- L_t caractérise la taille des plus grands tourbillons ; elle est liée à l'énergie turbulente K_t et à la dissipation turbulente ϵ_t , qui nous renseigne sur la vitesse nécessaire pour détruire les grands tourbillons pour en former de plus petits,
- l_t est la plus petite échelle imposée par la viscosité moléculaire de l'écoulement (échelle de Kolmogorov, échelle de dissipation visqueuse).

En supposant que le temps caractéristique nécessaire à la génération de l'énergie est égal au temps caractéristique de la dissipation de cette énergie, alors la turbulence est dite en équilibre. De là, on peut définir une échelle de temps caractéristique unique :

$$\tau_c = \frac{K_t}{\epsilon_t} \quad (\text{C.18})$$

Ces notions sont nécessaires pour la définition des différents modèles de fermeture de premier ordre, car elles permettent de déterminer les échelles de vitesse caractéristique et de longueur caractéristique servant à évaluer la viscosité turbulente μ_t . Les modèles de second ordre (ou aussi, aux tensions de Reynolds) consistent à appliquer l'équation de transport sur le tenseur de Reynolds, ce qui permet alors de s'affranchir d'une relation entre les tensions de Reynolds (les contraintes de Reynolds) et l'écoulement moyen.

C.2 Modèles de turbulence de premier et de second ordre

Comme nous l'avons indiqué auparavant (voir la sous-section §C.1), les équations de Navier-Stokes moyennées ne peuvent pas être résolues seules car elles posent un problème de fermeture. Il est donc nécessaire de fournir des équations supplémentaires. Ces équations n'ont pour rôle que de fermer le système.

Comme illustré par la fig. 2.9, les modèles de turbulence basés sur les équations de Navier-Stokes moyennées se divisent en deux groupes : les modèles de premier ordre basés sur la notion de la viscosité turbulente et les modèles de second ordre basés sur l'équation de transport appliquée aux contraintes de Reynolds. Nous présentons par la suite ces deux classes.

C.2.1 Modèles du premier ordre

Parmi ces modèles, nous pouvons distinguer plusieurs formulations :

Modèle à zéro équation :

Il est également appelé modèle algébrique ou à "longueur de mélange". Ce modèle repose sur le concept de longueur de mélange. La longueur de mélange est la distance de parcours pour laquelle la particule fluide conserve ses propriétés avant de les perdre au-delà, dans le nouveau milieu. Cela est illustré par la fig. C.3.

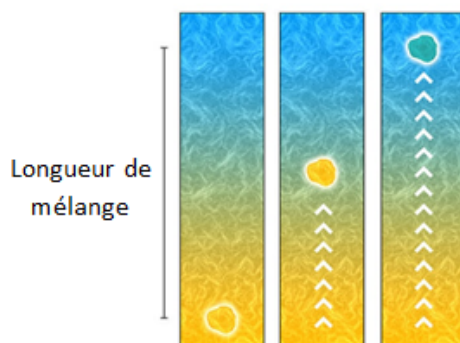


FIGURE C.3 – Longueur de mélange.

Un certain nombre de modèles développés reposent sur le concept de la longueur de mélange : modèle de Prandtl, Modèle de Michel, modèle de Cebeci-Smith... La particularité de ces modèles est que l'échelle de vitesse se calcule en fonction de l'échelle de longueur et non pas en fonction de l'énergie cinétique turbulente. Pour cela, l'échelle du temps $\tau_c = l_c/v_c$ est calculée de la manière suivante :

$$\tau_c \propto \frac{1}{S}, \quad (\text{C.19})$$

avec $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$.

D'après ces deux relations et l'éq. C.16, nous déduisons l'expression de l'échelle de vitesse :

$$v_c = l_v S. \quad (\text{C.20})$$

Cette expression permet de calculer la viscosité turbulente,

$$\mu_t \approx C_t l_c^2 S, \quad (\text{C.21})$$

C_t une constante sans dimension (coefficient de diffusivité turbulente).

Le modèle algébrique proposé par Michel est sous la forme [Ferrey 04],

$$\frac{l_c}{\delta_t} = 0,085 \tanh \left(\frac{\kappa}{0,085} \frac{y}{\delta_t} \right), \quad (\text{C.22})$$

avec δ_l l'épaisseur de la couche limite et $\kappa = 0,41$ la constante de Von Karman.

Les modèles algébriques sont basés sur des formulations simples, et sont donc peu coûteux. Ils sont également robustes. Cependant, cette approche n'utilise pas l'évolution des grandeurs de turbulence dans le temps (au cours de la résolution numérique) ce qui les rend limités.

Modèle à une équation :

Ce type de modèle utilise une seule équation de transport tel que le modèle de Spalart et Allmaras (1992, 1994) qui applique l'équation de transport à la viscosité turbulente [Ferrey 04],

$$\frac{d\mu_t}{dt} = C_{b1} S \mu_t + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu_t \frac{\partial \mu_t}{\partial x_i} \right) + C_{b2} \frac{\partial \mu_t}{\partial x_i} \frac{\partial \mu_t}{\partial x_i} \right]. \quad (\text{C.23})$$

Cette équation est suffisante pour fermer les équations de Navier-Stokes moyennées. Dans ce cas, on n'a pas besoin de calculer l'énergie cinétique turbulente K_t . L'échelle de longueur l^* est calculée de la même façon que pour le modèle algébrique.

On peut citer également le modèle de Glushko dans lequel l'équation de transport est appliquée sur l'énergie cinétique turbulente. Dans ce cas, l'échelle l^* est calculée via une relation empirique, ce qui peut présenter un point faible de ce modèle et donner la faveur au modèle de Spalart et Allmaras [Bourguet 08].

Le modèle à une équation est simple, présente l'intérêt d'être robuste et rapide en terme de temps de calcul tout en tenant compte des données passées de la turbulence. Cependant, l'efficacité de ces approches est moindre dans le cas des problèmes tridimensionnels.

Modèle à deux équations :

La fermeture des équations de Navier-Stokes moyennées nécessite la détermination de l'énergie cinétique turbulente et de la viscosité turbulente. Les modèles à deux équations de transport consistent, en premier lieu, à déterminer v_c via l'équation de transport appliquée sur K_t :

$$\frac{dK_t}{dt} = P_k - \varepsilon_t + \frac{1}{\rho\sigma_k} \frac{\partial}{\partial x_i} \left((\mu_t + \mu) \frac{\partial K_t}{\partial x_i} \right), \quad (\text{C.24})$$

où $P_k = -\overline{v'_i v'_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ est le terme de production de l'équation de transport.

Contrairement aux modèles algébriques et à une équation, le modèle à deux équations ne se contente pas d'une relation algébrique pour estimer l'échelle de longueur l^* , mais il introduit une seconde équation de transport. Cette équation est appliquée sur une grandeur liée explicitement à l'échelle de longueur. La grandeur peut être la pseudo-dissipation ϵ_t , ou bien, la fréquence caractéristique des processus turbulents ω_t .

Les relations reliant ces grandeurs à l_c , moyennant l'hypothèse d'équilibre de la turbulence, sont :

$$\epsilon_t = C_d \frac{K_t^{\frac{3}{2}}}{l_0}, \quad \mu_t = \rho C_u \frac{K_t^2}{\varepsilon}, \quad (\text{C.25})$$

$$\omega = \frac{\epsilon_t}{C_\mu K_t}, \quad \mu_t = \rho \frac{K_t}{\omega_t}. \quad (\text{C.26})$$

Ce modèle possède, également, les limitations du modèle algébrique et à une équation. Pour contourner cela, une alternative consiste à utiliser des modèles d'ordre plus élevé basés sur l'équation de transport appliquée aux composantes du tenseur de Reynolds. Il s'agit des modèles de second ordre.

C.2.2 Modèles de second ordre

Les modèles de turbulence du premier ordre reposent sur l'approche de Boussinesq qui introduit et utilise le concept de la viscosité turbulente ; il s'agit d'un paramètre de l'écoulement et non pas du fluide, ce qui est un point faible de cette approche. Si l'écoulement n'est pas en équilibre thermique, les modèles basés sur l'approche de la viscosité turbulente de Boussinesq vont donner des valeurs non physiques aux composantes du tenseur de Reynolds. Dans ce contexte, l'utilisation du modèle RSM (Reynolds Stress Model) devient indispensable pour une modélisation fiable. Ce modèle de turbulence fait partie des modèles de second ordre qui reposent sur la résolution des équations de transport appliquées à chaque composante du tenseur de Reynolds.

Pour un écoulement incompressible, les équations de transport obtenues à partir de l'équation de conservation de mouvement se mettent sous la forme [Ferrety 04],

$$\frac{d\overline{v'_i v'_j}}{dt} = \underline{\mathbf{P}}_{ij} - \varepsilon_{t_{ij}} + \Pi_{ij} + \underline{\mathbf{D}}_{ij} + \underline{\mathbf{D}}_{ij}^\nu, \quad (\text{C.27})$$

avec :

$$\underline{\mathbf{P}}_{ij} = -\overline{v'_i v'_k} \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_k} - \overline{v'_i v'_k} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_k} \quad (\text{production}) \quad (\text{C.28})$$

$$\Pi_{ij} = \frac{p'}{\rho} \overline{\left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} \right)} \quad (\text{redistribution}) \quad (\text{C.29})$$

$$\varepsilon_{t_{ij}} = 2 \frac{\mu}{\rho} \overline{\frac{\partial v'_i}{\partial x_l} + \frac{\partial v'_l}{\partial x_i}} \quad (\text{dissipation}) \quad (\text{C.30})$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\left(\overline{v'_i v'_j v'_k} + \frac{p'}{\rho} (v'_i \delta_{jk} + v'_j \delta_{ik}) \right)} \quad (\text{diffusion}) \quad (\text{C.31})$$

$$\underline{\mathbf{D}}_{ij}^\nu = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \overline{v'_i v'_j}}{\partial x_k \partial x_k} \quad (\text{diffusion moléculaire}) \quad (\text{C.32})$$

Dans le cas d'une approche de second ordre, la modélisation ne porte pas directement sur les contraintes de Reynolds mais sur les termes au second membre de l'équation de transport (éq. C.27) : Π_{ij} , ε_{ij} et $\underline{\mathbf{D}}_{ij}$ [Bourguet 08]. Une analyse dimensionnelle a montré que tous ces termes sont de la dimension suivante,

$$\frac{v_c^2}{\tau_c} = \frac{v_c^3}{l_c}. \quad (\text{C.33})$$

De là, il est clair que la fermeture des équations Π_{ij} , ε_{ij} et $\underline{\mathbf{D}}_{ij}$ est envisageable par la détermination d'une échelle du temps caractéristique ou bien d'une échelle de longueur caractéristique de la turbulence. L'échelle de vitesse est estimée par le tenseur de Reynolds (éqs. C.17 et C.12). Sous l'hypothèse de l'équilibre thermique, le tenseur de dissipation est lié aux grosses structures par l'éq. C.18.

Les modèles de second ordre présentent l'avantage de mieux prendre en compte l'anisotropie de la turbulence et de tenir compte davantage des variations physiques antérieures par rapport aux modèles basés sur la viscosité turbulente. De plus, par rapport aux modèles d'ordre supérieur (LES), ces modèles sont plus légers. Tout cela fait de cette approche un bon compromis entre ces deux approches (RANS et LES).

Annexe D

Description des systèmes de mesures électriques

Afin d'effectuer les mesures électriques lors des essais thermiques détaillés dans les chapitres 4 et 5, nous disposons d'un wattmètre de précision Yokogawa WT200 illustré par la fig. D.1.



FIGURE D.1 – Wattmètre Yokogawa WT200.

Les précisions des entrées tension du WT200 sont données sur la fig. D.3 pour différentes gammes de tension.

De manière générale, la mesurande peut être ramenée à une variable aléatoire X caractérisée par une espérance mathématique et un écart-type $u(X)$ appelé incertitude-type sur le résultat de mesurage.

Dans notre cas, la méthode de type-B peut être adoptée pour évaluer l'incertitude-type. Cette méthode est utilisée pour quantifier les incertitudes systématiques lorsque la grandeur X ne peut pas être obtenue en répétant le processus de mesure. Elle implique le choix de la loi de distribution (loi de probabilité) de la valeur mesurée. Elle est basée sur les données a du constructeur des appareils de mesure qui renseignent sur l'intervalle dans lequel $P_X = 68,27\%$ des mesures peuvent être trouvées dans le cas de la loi uniforme (fig. D.2).

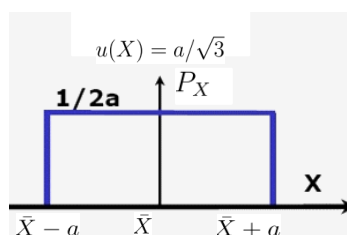


FIGURE D.2 – Loi uniforme.

Pour la loi uniforme, l'écart-type est défini par $u(X) = a/\sqrt{3}$. Il peut être multiplié par un facteur d'élargissement $k_e = 2$ de sorte à avoir un intervalle de confiance plus large et qui contient 95,45% des mesures (fig. D.2) [Patin 15].

La formulation de l'incertitude-type de courant et de tension sur le WT200 est donné si-dessous,

$$u(I) = 2\sqrt{\frac{(0,45 \times 10^{-2}I_{mesur})^2 + (0,45 \times 10^{-2}I_{calibre})^2}{3}}, \quad (D.1)$$

$$u(V) = 2\sqrt{\frac{(0,45 \times 10^{-2}V_{mesur})^2 + (0,45 \times 10^{-2}V_{calibre})^2}{3}}. \quad (D.2)$$

En appliquant la même formule de calcul d'incertitude-type pour la température et en utilisant les lois de propagation d'incertitude données au tableau D.1, nous pouvons évaluer l'incertitude-type du coefficient d'échange convectif (d'environ 8% pour la différence de température $\Delta T = 44, 24K$).

TABLE D.1 – Loi de propagation d'incertitude pour les différentes mesures électriques et thermiques.

Expression	Incetitude-type absolue
$\Delta T = T_s - T_{amb}$	$u(\Delta T) = u(T_s) + u(T_{amb})$
$\phi_t = U I$	$u(\phi_t) = Iu(U) + Uu(I)$
$h = \frac{\phi_t}{\Delta T S_t}$	$u(h) = \frac{\phi_t u(\Delta T) + \Delta T u(\phi_t)}{\Delta T^2 S_t}$

16.2 Measurement Functions

Voltage/Current

Item	Specification
Method	Digital sampling method, summation averaging method
Frequency range	DC, 10 Hz to 50 kHz
Crest factor	"3" at rated input
Display accuracy (within 3 months after calibration) (Conditions) Temperature: 23 ±5°C Humidity: 30% to 75% R.H.	DC : ±(0.2 % of rdg + 0.2% of mg) 10 Hz ≤ f < 45 Hz : ±(0.3% of rdg + 0.2% of mg) 45 Hz ≤ f ≤ 66 Hz : ±(0.15% of rdg + 0.1% of mg) 66 Hz < f ≤ 1 kHz : ±(0.3% of rdg + 0.2% of mg) 1 kHz < f ≤ 10 kHz : ±(0.2% of rdg + 0.3% of mg)±{(0.05 × f)% of rdg} 10 kHz < f ≤ 20 kHz : ±(0.5% of rdg + 0.5% of mg)±{(0.15 × (f-10))% of rdg] Reference value
Supply voltage: Specified Voltage ±5% Input waveform: Sine wave Common mode voltage: 0 VDC Filter: ON at 200 Hz or less Scaling: OFF This accuracy are guaranteed by YOKOGAWA calibration system.	20 kHz < f ≤ 50 kHz : ±(0.5% of rdg + 0.5% of mg) ±{(0.15 × (f-10))% of rdg]
Note: The unit f in accuracy expressions is kHz.	
Effective input range	With the input range at 10% to 110%, the above specified accuracy is valid. With the input range at 110% to 130%, the above specified reading accuracy increased 0.5 times is added to the accuracy.
Accuracy (within 12 months after calibration)	The above specified reading accuracy increased 0.5 times is added to the accuracy (within 3 months after calibration).
Temperature coefficient	±0.03% of range/°C at 5 to 18°C, 28 to 40°C
Display update rate	4 times/s

FIGURE D.3 – Documentation technique du WT200 : précision des mesures de courant et de tension + calibre.

Annexe E

Algorithme de Lanczos

Afin d'éviter le mauvais conditionnement numérique que l'approximation de Padé peut générer par l'utilisation des coefficients de Taylor, il est utile de recourir à des approches de sous-espaces de Krylov, tel que l'algorithme de Lanczos. C'est dans ce contexte qu'a été mise au point la méthode de Padé via Lanczos (PVL) qui exploite la connexion entre l'approximation de Padé et l'algorithme de Lanczos afin de calculer directement les moments [Bai 01, Feldmann 95] :

Algorithme de Lanczos

0/ poser $\rho_1 = \|r\|_2$, $\eta_1 = \|l\|_2$, $v_1 = r/\rho_1$, et $w_1 = l/\eta_1$.

poser $v_0 = w_0 = 0$ et $\delta = 1$.

Pour $n = 1, 2, \dots, q$ faire

1/ calculer $\delta_n = w_n^T v_n$.

2/ poser

$$\alpha_n = \frac{w_n^T A v_n}{\delta_n}, \beta_n = \frac{\delta_n}{\delta_{n-1}} \eta_n, \gamma_n = \frac{\delta_n}{\delta_{n-1}} \rho_n. \quad (\text{E.1})$$

3/ poser

$$\left\{ \begin{array}{l} v = A v_n - v_n \alpha_n - v_{n-1} \beta_n, \\ w = A^T w_n - w_n \alpha_n - w_{n-1} \gamma_n \end{array} \right\} \quad (\text{E.2})$$

4/ poser $\rho_{n+1} = \|v\|_2$, $\eta_{n+1} = \|w\|_2$ et

$$v_{n+1} = \frac{v}{\rho_{n+1}}, w_{n+1} = \frac{w}{\eta_{n+1}}. \quad (\text{E.3})$$

Les vecteurs de Lanczos, obtenus à la fin de cet algorithme, permettent de calculer les moments m_k .

Bibliographie

- [Archambeau 05] F. Archambeau. *Introduction à la turbulence*. Rapport technique, ENSTA, 2004-2005.
- [Bai 01] Z. Bai & R. W. Freund. *A partial Padé-Via-Lanczos method for reduced-order modeling*. Linear Algebra and its Applications, vol. vol. 332, pages pp. 139–164, 2001.
- [Blazek 15] J. Blazek. Computational fluid dynamics : Principles and applications. Butterworth-Heinemann, 2015.
- [Bourguet 08] R. Bourguet. *Analyse physique et modélisation d'écoulements turbulents instationnaires compressibles autour de surfaces portantes par approches statistiques haute-fidélité et de dimension réduite dans le contexte de l'interaction fluide-structure*. PhD thesis, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, 2008.
- [Feldmann 95] P. Feldmann & R. W. Freund. *Efficient linear circuit analysis by Padé approximation via the Lanczos process*. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, vol. vol. 14, pages pp. 639–649, 1995.
- [Ferrey 04] P. Ferrey. *Modèles aux tensions de Reynolds avec prise en compte de l'intermittence de frontière*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2004.
- [Ferziger 02] J. H. Ferziger & M. Peric. Computational methods for fluid dynamics. Springer, 2002.
- [Patin 15] N. Patin. Power electronics applied to industrial systems and transports. Power Converters and their Control Elsevier, 2015.
- [Schlichting 68] H. Schlichting. Boundary-layer theory. New York : McGraw-hill, 1968.

