Avant propos

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du laboratoire d'électromécanique de Compiègne (LEC) sous la direction de Monsieur Jean Paul Vilain dans le cadre d'une convention industrielle de formation par la recherche en collaboration avec la société Valeo Systèmes Electriques sis à Créteil.

Je tiens tout d'abord à remercier très sincèrement mon directeur de recherche, Monsieur Jean Paul Vilain, Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne (UTC), pour ses orientations fertiles, la grande confiance qu'il m'a accordée et la patience dont il a fait preuve par sa disponibilité. Ses directives scientifiques m'ont été d'un apport précieux. Qu'il soit assuré de ma profonde gratitude.

Mes remerciements les plus respectueux sont destinés à Monsieur G. Friedrich, Professeur à l'UTC, pour m'avoir bien accueilli au sein du LEC et mis à ma disposition les moyens du laboratoire et une partie de sa documentation.

J'exprime mes sincères remerciements à Monsieur Luc Loron, Professeur à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes, pour avoir accepté de rapporter sur ce travail malgré son calendrier très chargé.

Ma profonde reconnaissance est adressée à Monsieur Bruno François, HDR et maître de conférence de l'Ecole Centrale de Lille (ECL), qui a bien voulu rapporter sur cette thèse. Je le remercie de m'avoir initié à l'environnement dSpace et pour ses enseignements d'un intérêt notable.

Mes vifs remerciements vont à Monsieur Christophe Forgez, maître de conférences à l'UTC, qui m'a souvent encouragé, conseillé et aidé. Qu'il trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance.

Je tiens aussi à remercier chaleureusement Messieurs Philippe Masson et Luc Kobylanski, ingénieurs de la société Valeo, pour leur suivi industriel, les moyens qu'ils ont mis à ma disposition et pour les discussions enrichissantes que nous avons eues ensemble tout au long de ma thèse.

Je n'oublierai pas d'exprimer ma sympathie à l'égard de mes collègues du laboratoire d'électromécanique pour l'ambiance qu'ils ont su créer et entretenir. Un coucou particulier à Patrice, Vincent, Stéphane, Aurélien, Anthony, Jérôme, CD et DVD.

Enfin, que tout ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail, trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Table des matières

P

Introduction		1
Chapitre I.	Contexte et objectifs de l'étude	
I.1 Con	ntexte de l'étude	6
I.1.1	La machine :	6
I.1.2	Le convertisseur:	9
I.1.3	La source continue :	12
I.1.4	Espace couple-vitesse :	13
I.2 Ob	ectifs de l'étude : Suppression du capteur de position	13
I.2.1	Cahier des charges de la détection de position :	14
I.2.2	Méthodes sensorless rencontrées dans la littérature :	14
I.3 Mo	délisation de la machine synchrone à rotor bobiné (MSRB):	17
I.3.1	Equations vectorielles de la MSRB :	17
I.3.2	Equations ramenées au stator :	20
I.3.3	Modèle en flux de la machine synchrone :	21
I.3.4	Fonctionnement alternateur en régime permanent synchrone à vide:	22
I.3.5	Prise en compte de la saturation :	23
I.4 Co	nclusion :	25
		DC
U 1 Eff	Delection de position à l'arrei et identification parametrique de l'induit de la SIA	кз. 27
II.1 L11		27
II.1.1	Détection de position par comparaison entr'elles des fems induites:	29
II.1.2	Prise en compte du signe des fems induites:	34
II.1.3 II.1.4	Detection continue de la position du rotor à l'arret :	
11.1.4		
II.2 Mé	thode d'identification des paramètres de l'induit de la MSRB:	42
II.2.1	Cas d'une machine à pôles lisses :	42
II.2.2	Simulation	45
II.2.3	Validation expérimentale :	47
II.3 Co	nclusion :	49
II.3 Con Chapitre III	nclusion : . Démarrage de la StARS, détection de position à vitesse élevée et lois de comman	49 ode.
II.3 Con Chapitre III	nclusion : . <i>Démarrage de la StARS, détection de position à vitesse élevée et lois de comman</i>	49 ade. 51
II.3 Con Chapitre III III.1 Dén	nclusion : . <i>Démarrage de la StARS, détection de position à vitesse élevée et lois de comman</i> narrage de l'alterno-démarreur synchrone:	49 ade. 51
II.3 Con Chapitre III III.1 Dén III.1.1	Accuration : . Démarrage de la StARS, détection de position à vitesse élevée et lois de comman narrage de l'alterno-démarreur synchrone: Cas où l'information de position initiale est discrète:	49 de. 51 51
II.3 Con Chapitre III III.1 Dén III.1.1 III.1.2	Aclusion : . Démarrage de la StARS, détection de position à vitesse élevée et lois de comman narrage de l'alterno-démarreur synchrone: Cas où l'information de position initiale est discrète: Cas où la position initiale est connue avec précision :	49 ode. 51 51 53

III.2.1 III.2.2	Détection de la position à partir de l'estimation des fems de rotation :	54 55
III.3 Com	nmande du couple de la machine synchrone à rotor bobiné :	69
III.3.1	Cas d'une commande en courant :	69
III.3.2	Cas d'une commande en tension :	61
III.4 App	lication à la commande de la StARS:	62
III.4.1	Comportement à forte vitesse :	62
III.4.2	Comportement à faible vitesse :	62
III.4.3	Synchronisation de la commande en tension sur les fems de la machine:	63
III.5 Recl	nerche de lois de commande par simulation :	65
III.5.1	Calage ne faisant pas appel au calcul direct de la position :	65
III.5.2	Calage faisant appel à l'information de position :	68
III.5.3	Estimation de la vitesse à partir des fems:	72
III.6 Con	clusion	76

Chapitre IV	. Détection d	e la	position	à	basse	vitesse
-------------	---------------	------	----------	---	-------	---------

ł

IV.1 Estin	nation de la position du rotor de la machine synchrone	80
IV.1.1	Estimation à partir des courants statoriques :	80
IV.1.1	.a Arrêt et basse vitesse :	80
IV.1.1	.b Cas où la vitesse est importante :	81
IV.1.2	Estimation de la position du rotor à partir des flux statoriques :	81
IV.1.3	Observation de position utilisant un observateur d'état :	
IV.1.3	3.a Le filtre de Kalman :	83
IV.1.1	b Exemple d'un modèle d'état de la machine synchrone :	84
IV.2 Sime	ulation :	86
IV.2.1	Estimation de la position du rotor à partir des courants statoriques :	
IV.2.1	.a. Commutation des courants de phase :	90
IV.2.1	.b. Limitations :	91
IV.2.2	Estimation de la position du rotor à partir des flux statoriques:	
IV.2.1	.a. Correction par filtrage :	93
IV.2.3	Estimation de la position par un filtre de Kalman :	95
IV.2.1	.a. Application du filtre de Kalman sur des données expérimentales :	95
IV.3 Con	clusion	97

Chapitre V. Expérimentation globale

V.1 Imp	plantation sur DSP de la commande de la StARS :	100
V.1.1	Implantation de l'identification des paramètres de l'induit :	
V.1.2	Procédure de détection de la position à l'arrêt :	
V.1.3	Implantation de l'estimation des fems à vitesse suffisante:	
V.1.4	Commande des modes de marche :	

V.1.5 V.1.6	Programmation sous «visual code composer studio» : Description du dispositif de commande réalisé :	110 111
V.2 Expe	érimentation:	111
V.2.1	Essai en alternateur à vide :	
V.2.2	Essai d'un démarrage à vide :	
V.2.3	Implémentation de l'estimation de position à faible vitesse :	116
V.2.4	Contrôle par dSpace :	
V.2.5	Résultats des essais à basse vitesse :	
V.3 Cond	clusion :	131

Conclusion générale		137
---------------------	--	-----

Sigles

ł

MSRB	Machine Synchrone à Rotor Bobiné
MCC	Moteurs à Courant Continu
PMSM	Permanent Magnet Synchronous Motor
MAS	Moteurs Asynchrones
StARS	Starter Alternator Reversible System
EMF	ElectroMotive Force
Fem ou fem	Force électromotrice
PWM	Pulse Width Modulation
EEMF	Extended ElectroMotive Force model
INFORM	INdirect Flux detection by On-line Reactance Measurement
MRAC	Model Référence Adaptive Control
Facp	Fonctionnement avec capteur de position
Fscp	Fonctionnement sans capteur de position

Table des principales notations

Chapitre I:

U_{DC}	Tension du bus continu.
i_m	Courant dans le bus continu.
C_d	Capacité de découplage à l'entrée de l'onduleur.
<i>r</i> _{bat}	Résistance de la batterie.

f_{1p}, f_{2p}, f_{3p}	Ordres de commande des Mosfets reliés à la borne positive de la source
f1n, f2n, f3n	Commue. Ordres de commande des Mosfets reliés à la borne négative de la source continue
f_k	Fonction de connexion d'un semi-conducteur.
$\vec{u}_{t} = u_{\alpha+} j u_{\beta}$	Vecteur tension délivré par l'onduleur.
U_{uw}, U_{wv}, U_{vu}	Tensions composées aux bornes de la machine.
\underline{U}_s	Matrice colonne des tensions composées de la machine.
e_{uw}, e_{wv}, e_{vu}	Fems composées de la machine.
I_U, I_w, I_V	Courants de lignes à la sortie de l'onduleur.
a	<i>Facteur complexe de rotation valant</i> $e^{j\frac{2\pi}{3}}$.
$\underline{m}^{t} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & a & a^{2} \end{pmatrix}$	Matrice ligne de transformation vectorielle.
V_{as} , V_{bs} , V_{cs}	Tensions simples de la machine.
\underline{V}_s	Matrice colonne des tensions simples de la machine.
$\vec{V}_{s}^{s} = v_{s\alpha}^{s} + j v_{s\beta}^{s}$	Vecteur tension simple de la machine.
I _{as} , I _{bs} , I _{cs}	Courants statoriques de la machine (couplage étoile).
\underline{I}_s	Matrice colonne des courants de la machine.
$\vec{I}_{s}^{s} = i_{s\alpha}^{s} + j i_{s\beta}^{s}$	Vecteur courant statorique.
ψ_{as} , ψ_{bs} , ψ_{cs}	Flux statoriques de la machine.
$\overline{\Psi}_{s}^{s} = \psi_{s\alpha}^{s} + j\psi_{s\beta}^{s}$	Vecteur flux statorique.
$\underline{\Psi}_s$	Matrice colonne des flux statoriques de la machine.
${oldsymbol{\psi}}_d$, ${oldsymbol{\psi}}_q$	Flux statoriques direct et transverse.
${{oldsymbol{\psi}}_{md}}$, ${{oldsymbol{\psi}}_{mq}}$	Flux de magnétisation direct et transverse.
k_1, k_2	Coefficients d'équivalence.
N_s , N_f	Nombres de spires au stator et au rotor.
$V_{_{f}}$, $V_{_{f}}$	Tension d'excitation et sa valeur ramenée au stator.
$\pmb{\psi}_f$, $\pmb{\psi}_f^{\prime}$	flux d'excitation et flux d'excitation ramené au stator.
V_d , V_q	Tensions statoriques directe et transverse.
I_d, I_q	courants statoriques directe et transverse. Fems statoriques directe et transverse
e_d, e_q e_m, e_c	Valeurs maximales de la fem simple et de la fem composée.
θ	Position angulaire électrique du rotor.
$ heta_m$	position angulaire mécanique du rotor.
ω	Pulsation électrique de rotation de la machine.
Ω	Pulsation mécanique de rotation de la machine.
C_e C_r	Couple electromagnetique. Couple résistant.
p	Nombre de paires de pôles.
J	Moment d'inertie de toutes les parties tournantes.
ρ	Coefficient de frottement visqueux.
L_{f}	inauctance propre de l'enroulement de champ.

P

v

$L_{\!m\!d}$, $L_{\!m\!q}$	Inductances de magnétisation directe et transverse.
M _{af}	Maximum de l'inductance mutuelle stator-rotor.
L_{s0}	Inductance propre d'une phase statorique.
M_a	Mutuelle inductance entre deux phases statoriques.
R_s	Résistance de l'enroulement statorique.
\pmb{R}_{f} , $\pmb{R}_{f}^{'}$	Résistance de l'enroulement inducteur et sa valeur ramenée au stator.
$\dot{L_{ff}}$	Inductance de fuites de l'enroulement inducteur et sa valeur ramenée
au stator.	
L_{fs}	Inductance de fuites de l'enroulement statorique.

Chapitre II:

ł

Vect	Variable de codage de la position du rotor.
$\vec{P} = p_x + j p_y$	Vecteur position de la machine.
E_s	Matrice ligne des fems composées de la machine.
$\overline{v_f}$, v_f^{\approx}	Composantes moyenne et alternative de la tension d'excitation.
V_{fM}	Valeur maximale de la tension d'excitation.
$\overline{I_f}, I_f^{st}$	Composantes moyenne et alternative du courant d'excitation.
α	Rapport cyclique du hacheur d'excitation.
G_H	Gain du hacheur.
$U_{H_{\star}} {\widehat U}_{\scriptscriptstyle H}$, ${U}_{\scriptscriptstyle H}^pprox$	Signal de commande du hacheur, sa valeur maximale et sa composante
	alternative.
$ heta_0$	Position initiale du rotor.
f11, f12, f13	Ordres de commande des Mosfets reliés à la borne positive de la source continue.
f ₂₁ , f ₂₂ , f ₂₃	Ordres de commande des Mosfets reliés à la borne négative de la source continue.
I_{lu}, I_{lw}, I_{lv}	Courants de lignes à l'entrée de la machine.
J_u, J_w, J_v	Courants dans les phases de la machine.
$A = L_{s0} - M_a$	Inductance cyclique du stator.

Chapitre III:

V_{com}	Numéro du vecteur tension imposé à la machine.
u_1, u_2, u_3	tensions de sortie de l'onduleur mesurées par rapport à la cathode du
	bus continu.
\vec{U}	Vecteur des tensions u_1 , u_2 et u_3
I_1, I_2, I_3	Courants de lignes du moteur
Ī	Vecteur des courants de lignes.
<i>I</i> , <i>V</i>	Amplitude du fondamental du courant et de la tension statoriques.

vi

V_{f}	Tension d'excitation
I_f	Courant inducteur.
e_1, e_2, e_3	Fems simples du moteur.
\vec{E}	Vecteur des fems simples
e_{α}, e_{β}	Composantes biphasées du vecteur $ec{E}$.
$\widehat{e_{lpha}}$, $\widehat{e_{eta}}$	Composantes biphasées estimées du vecteur $ec{E}$.
V _m	Potentiel du neutre du stator câblé en étoile.
U_{α}, U_{β}	Composantes biphasées du vecteur tension imposé au moteur.
J_{α}, J_{β}	Composantes biphasées du vecteur courant statorique du moteur.
$\hat{ heta}_e$	Argument du vecteur \vec{E} .
$\hat{ heta}$	Position électrique estimée du rotor.
X_d, X_q	Réactances directe et transverse.
C_{eR}	Composante réluctante du couple électromagnétique.
C_{es}	Composante synchrone du couple électromagnétique.
e^{R}_{fq}	Fem de rotation d'axe en quadrature.
δ	Angle de couple électromagnétique.
Ψ	Déphasage entre le courant statorique et la fem d'axe transverse.
Ψ_{opt}	Calage optimal dans une commande en courant.
Ŷ	Angle de calage en tension.
k	Facteur de réglage de la combinaison des fems.

Chapitre IV:

Ş

$\left[R(\theta)\right] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}$ Matrice de rotation
V_{α}, V_{β}	Composantes biphasées des tensions statoriques.
e_{α}, e_{β}	Composantes biphasées des fems statoriques.
I_{α}, I_{β}	Composantes biphasées des courants statoriques.
$\vec{\psi}$	Vecteur flux statorique.
ψ_{lpha}, ψ_{eta}	Composantes biphasées des flux statoriques.
$\lambda = M_{af} I_f$	Flux d'excitation.
\tilde{x}	Désigne une grandeur estimée.
\hat{x}	Désigne une grandeur mesurée.
Δl	est la différence L_d - L_q
$\widehat{X}_{k+1/k}$	état prédit.
$\widehat{X}_{k/k}$	état estimé.
$P_{k+1/k}$	Matrice de covariance de l'erreur de prédiction
$P_{k/k}$	Matrice de covariance de l'erreur d'estimation.
R_k	Matrice de covariance des bruits de mesure.
Q_k	Matrice de covariance des bruits d'état.
K_k	Gain du filtre de Kalman.

Introduction

De nos jours, dans un grand nombre d'applications industrielles, les moteurs à courant continu (MCC) sont graduellement remplacés par des moteurs synchrones à aimants permanents (PMSM). Cette substitution est justifiée par les avantages de ces derniers à savoir la compacité, l'efficacité, la robustesse et l'adaptation aux environnements hostiles dans lesquels la présence du collecteur mécanique est prohibée [LAJ'91]. En outre, avec l'avènement d'aimants permanents performants à champ coercitif et à induction rémanente élevés [GRE'97], il est devenu possible aux moteurs synchrones d'être supérieurs aux moteurs à induction en terme de densité de puissance et de couple massique [CON'01].

Dans les machines synchrones, le flux rotorique est obtenu à partir d'aimants permanents ou d'enroulements d'excitation. Du fait de l'absence de glissement, les commandes vectorielles des machines synchrones sont plus simples que celles des machines asynchrones (MAS) mais elles exigent la présence d'un capteur de position mécanique pour leur pilotage.

Le capteur de position du moteur synchrone augmente sensiblement l'entretien, la complexité et le coût du système et de plus il altère la robustesse et la fiabilité de l'entraînement, le rendant encombrant et moins compétitif par rapport aux MCC et aux MAS fonctionnant à v/f constant, en particulier dans les applications à faible puissance.

Pour ces raisons, de grandes actions de recherche sont menées dans le but de développer une stratégie fiable et peu coûteuse pour la commande sans capteur des machines synchrones. De telles techniques dites "sensorless", sont généralement basées sur une estimation de la position du rotor à partir des grandeurs électriques statoriques du moteur telles que les courants ou les tensions de phases [SHI '04, LIN'03].

C'est dans cette perspective que la société VALEO entreprend de supprimer le capteur de position équipant ses alterno-démarreurs synchrones comme la StARS (Starter Alternator Reversible System), espérant ainsi réduire leur coût et améliorer leur fiabilité par élimination de la connectique. En outre, le gain de place obtenu devrait permettre d'accroître la puissance de la machine pour un même volume disponible.

Notre travail prend place dans le contexte de la collaboration étroite entre la société VALEO Systèmes Electriques à Créteil et le Laboratoire d'Electromécanique de Compiègne (LEC). La mission qui nous est confiée est d'imaginer et de valider une ou plusieurs solutions pour supprimer les capteurs de position, dans le cas de la machine StARS qui présente deux particularités : il s'agit d'une machine à rotor bobiné et elle est alimentée en pleine onde et non pas en PWM.

Notre mémoire comprendra cinq parties :

La première aborde le contexte général et les objectifs de l'étude. Dans un premier temps, l'association batterie-convertisseur-StARS est présentée (Rappelons que cette association installée dans un véhicule de faible cylindrée réalise la fonction Stop-Start de l'alterno-démarreur StARS: A l'arrêt du véhicule, à un feu rouge par exemple, cette fonction coupe automatiquement le moteur thermique et le redémarre instantanément et silencieusement lorsque le conducteur enfonce la pédale d'embrayage. Les avantages sont une économie de carburant, une diminution des nuisances sonores au démarrage, une absence totale de bruit et d'émissions polluantes lorsque le véhicule est à l'arrêt). Dans un second temps le cahier des charges de la détection de position et les contraintes auxquelles notre entraînement est soumis sont exposés. Ceci nous a mené par la suite à rechercher des solutions dans la littérature, une recherche qui a démontré que l'état de l'art actuel couvre largement la commande sans capteur (sensorless control) des machines synchrones à aimants permanents mais reste muet sur le démarrage en pleine onde sans capteur, notamment pour les machines synchrones à rotor bobiné. La dernière partie du chapitre I est consacrée à la modélisation de la machine en vue de la simulation de son entraînement. Ainsi le besoin matériel de la commande peut être identifié par simulation avant le passage à une réalisation concrète souvent onéreuse.

La seconde partie du mémoire traite la détection de position à l'arrêt et l'identification paramétrique de l'induit de la StARS. Cette section reprend dans sa majeure partie le contenu du brevet déposé en commun accord avec la société Valeo. Les méthodes indiquées pour la détection de la position du rotor à l'arrêt n'utilisent que des mesures de tensions (des forces électromotrices plus exactement) et exploitent l'excitation de l'inducteur de la machine à l'arrêt pour reconstituer la position de l'axe polaire à partir d'une démodulation synchrone ou asynchrone des forces électromotrices induites au stator. L'identification paramétrique de l'induit quant à elle nécessite l'emploi de deux capteurs de courant. Elle exploite la réponse en courant des enroulements statoriques pour la détermination de leur résistance et inductances. Elle fournit aussi une information sur la position du rotor à l'arrêt valable uniquement dans le cas d'une machine à pôles saillants.

Le troisième chapitre est consacré au démarrage de la StARS et à la détection de position à vitesse élevée. Comme la connaissance de la position du rotor à l'arrêt est nécessaire au démarrage de la StARS dans le bon sens de rotation, nous avons choisi de décrire au début de ce chapitre comment utiliser la détection à $\pm 30^{\circ}$ électriques dans le démarrage de la machine (expliquée au chapitre II, cette détection est caractérisée par la simplicité de sa réalisation en analogique). Le démarrage du moteur à partir d'une position initiale détectée avec précision est ensuite abordé. Dans ce contexte, la simulation est exploitée pour monter l'évolution du couple de démarrage en fonction de la position initiale du rotor en présence d'une saturation magnétique. Ainsi, l'application d'une commande adéquate en fonction de la position du rotor à l'arrêt permettra la rotation de la machine à partir d'un couple maximum au démarrage. Nous expliquons ensuite le cas où la vitesse rotation du démarreur est importante (plus de 50 tr/mn) rendant possible la détection de la position du rotor à partir de l'estimation du vecteur des forces électromotrices statoriques. Le module de ce vecteur est exploité dans l'estimation de la vitesse du moteur. Cette fois encore, le schéma de détection reste simple et ne fait appel qu'à deux capteurs de courant (les mêmes que ceux utilisés pour l'indentification paramétrique de l'induit). Une autre partie de ce chapitre est ensuite dédiée à l'élaboration de lois de contrôle permettant la maximisation du couple électromagnétique moyen du moteur commandé en tension à partir d'un calage angulaire fonction de la vitesse de rotation estimée. Ces lois ne font pas intervenir le réglage du courant inducteur qui nécessiterait dans la pratique un capteur de courant supplémentaire au sein de l'excitation.

L'objet du quatrième chapitre est la recherche de solutions permettant la détection de la position du rotor à très faible vitesse lorsque les fems estimées sont faibles et bruitées. Ceci est un problème délicat dans la mesure où la charge de la StARS est un moteur thermique. En effet, dans le cas d'une charge mécanique passive à faible inertie, il est possible de verrouiller la commande au démarrage jusqu'à ce que le rotor atteigne une vitesse suffisamment élevée pour pouvoir basculer le contrôle sur une détection de position par les fems de rotation. Mais dans le cas d'un moteur thermique à forte inertie, il n'est plus possible de fonctionner par temporisation indépendamment des accélérations ou des décélérations de la charge. Nous nous sommes donc basés sur l'étude du comportement du modèle de la machine à faible vitesse pour dégager des méthodes permettant l'estimation de la position du rotor soit à partir de la composante alternative des courants statoriques à la fréquence de l'excitation, soit à partir de l'utilisation d'observateurs. Les résultats de ces méthodes sont développés et leur limitations techniques soulignées. Il convient de noter là encore que la plupart des méthodes

évoquées dans la littérature restent sans succès à cause, d'une part, de l'impossibilité de travailler en PWM, et d'autre part, de la non constance du flux d'excitation.

La cinquième et dernière partie de ce mémoire présente notre expérimentation. Dans un premier temps nous introduisons l'implémentation de la commande sans capteur (détection de position à l'arrêt, identification de l'induit, estimation des fems en rotation et la commande des modes de marche) dans un processeur de traitement de signal type TMS320LF2812. Les ressources matérielles (timers, ADC, entrées/sorties logiques) et logicielles (interruptions vectorisées, développement en C orienté objet...) ainsi que sa compatibilité avec le matériel de l'entreprise en font un bon outil de développement et de contrôle adapté à la commande sans capteur. Des essais de démarrage de l'alterno-démarreur à vide ou légèrement freiné sont ensuite réalisés pour monter la validité de la méthode sans capteur proposée. Dans un second temps, nous présentons le banc d'essais Valeo installé au LEC. Ce dernier est doté d'une machine à courant continu ou machine de charge fonctionnant dans ses quatre cadrans (grâce à son alimentation par un convertisseur piloté par une carte dSpace DS1103). La StARS a été montée sur ce banc pour y subir des essais en charge. A faible vitesse de rotation (où les intégrations sont sujets à des offsets) nous nous somme rendu compte que l'existence d'offsets intrinsèques à l'ADC du DSP nuisait à la précision de l'estimation de position. Ceci nous a obligé à utiliser la DS1103 pour programmer la partie de la commande concernant la faible vitesse. Nous avons particulièrement choisi (et ça marche !) de réaliser l'estimation de la position à faible vitesse à partir de l'estimation des flux statoriques pour des raisons de rapidité d'exécution, de simplicité de structure et de faiblesse de la taille mémoire d'implémentation (quant on sait que dans une application embarquée, d'autres taches sont déjà affectées au processeur...).

Enfin, nous terminons cette thèse par une conclusion générale et des perspectives ouvertes.

Chapitre I

Contexte et objectifs de l'étude

Sommaire

I.1 (Contexte de l'étude6
I.1.1	La machine :
I.1.2	Le convertisseur:
I.1.3	La source continue :
I.1.4	Espace couple-vitesse :
I.2 (Dbjectifs de l'étude : Suppression du capteur de position
I.2.1	Cahier des charges de la détection de position :14
I.2.2	Méthodes sensorless rencontrées dans la littérature :14
I.3 N	Modélisation de la machine synchrone à rotor bobiné (MSRB):17
I.3.1	Equations vectorielles de la MSRB : 17
I.3.2	Equations ramenées au stator :
I.3.3	Modèle en flux de la machine synchrone :
I.3.4	Fonctionnement alternateur en régime permanent synchrone à vide:
I.3.5	Prise en compte de la saturation :
I.4 (Conclusion :

Ce premier chapitre a pour objet de présenter le contexte et les objectifs de l'étude de la commande sans capteur de position de l'alterno-démarreur séparé StARS.

I.1 Contexte de l'étude

Dans ce paragraphe, nous commençons par donner une brève description des composantes de l'entraînement étudié. Une vue générale de ce dernier est illustrée par la Figure I.1. Il s'agit essentiellement d'une association de type source-convertisseur-machine composée d'un alterno-démarreur synchrone de type StARS à rotor bobiné, d'un onduleur de tension et d'une batterie de voiture alimentant le bus continu. L'inducteur de la machine est alimenté par un hacheur série intégré au convertisseur électronique contenant l'onduleur.



Figure I.1 : Entraînement Batterie-Onduleur-StARS

I.1.1 La machine :

La StARS fabriquée par l'équipementier Valeo est représentée sur la Figure I.2. C'est une machine synchrone destinée à fonctionner en alterno/démarreur dans une voiture de petite cylindrée. Reliée au moteur thermique par le biais d'une courroie¹, cette machine réversible réalise à la fois la fonction démarreur, l'assistance éventuelle au moteur thermique et la production d'énergie électrique. Selon son modèle et sa puissance, la StARS peut avoir 6 paires de pôles (\emptyset 137²) ou 8 paires de pôles (\emptyset 144).

¹ Il s'agit alors d'un alterno-démarreur synchrone séparé (ADS), la courroie étant spécialement étudiée pour transmettre le couple nécessaire au démarrage du moteur thermique.

 $^{^2}$ Le symbole Ø désigne le diamètre de la machine en mm.



Figure I.2 : La StARS Valeo

l'induit :

La référence [ALB'04] détaille la conception de l'induit des alternateurs à griffes. La Figure I.3 donne une vue globale de leur réalisation. Le stator est constitué de tôles isolées pourvues d'encoches pour loger les spires du bobinage. L'épaisseur des tôles est généralement de 0,5 mm et parfois de 0,35 mm. Les enroulements réalisés sont triphasés et généralement couplés en triangle. La plupart de ces machines ont une encoche par pôle et par phase mais certaines en présentent deux. Dans le cas de la StARS, le stator est couplé en triangle et possède 5 spires par pôle et par phase. Ceci implique une très faible résistance statorique de l'ordre de 36 m Ω pour le modèle StARS-137.



Figure I.3 : Réalisation du stator

l'inducteur :

Le rotor de la StARS est à griffes et est du type hybride associant un enroulement d'excitation à des aimants permanents (cf. Figure I.4). Ces derniers, placés entre les griffes, créent une aimantation tangentielle réduisant les fuites magnétiques entre griffes. L'enroulement d'excitation est constitué d'une seule bobine placée entre des plateaux à griffes, permettant de créer les pôles. Cette bobine est alimentée par un système baguesbalais. Le lecteur intéressé trouvera plus de détails dans la référence [ALB'04].





Figure I.4 : Vue d'un rotor à griffes bobiné.

Dans une StARS-137, l'enroulement inducteur comporte 180 spires et présente une résistance d'environ 0.57 Ω . Par ailleurs, la fonction alterno-démarreur de la machine impose une conception mécanique robuste de la roue polaire de manière à supporter des contraintes importantes en charge en mode moteur et des vitesses supérieures à 15000 tr/mn en alternateur.

Le capteur de position :

L'information de position de la StARS est délivrée par un capteur de position monté à l'arrière de la machine (cf. Figure I.5).



Figure I.5 : Capteur de position et son emplacement

Le capteur de position comprend [PLA'03]:

- une cible magnétique solidaire du rotor, possédant un nombre de paires de pôles *p* égal à celui de la machine.
- trois capteurs à effet Hall solidaires du stator, décalés de $2\pi/p$ degrés électriques.

Avec ce dispositif, l'information de position est codée sous forme de trois signaux rectangulaires décalés de 120 degrés électriques formant six fronts par période électrique. La position du rotor est alors détectée avec une précision de $\pm 30^{\circ}$ électriques.

I.1.2 Le convertisseur:

Le schéma synoptique du convertisseur alimentant l'alterno-démarreur est illustré par la Figure I.6. Le convertisseur Valeo intègre à la fois un onduleur à trois bras de pont et un hacheur d'excitation série. La Figure I.7.a présente la vue globale d'un prototype de convertisseur. Ce dernier est composé d'un dissipateur en aluminium sur lequel est disposé un substrat de puissance et une carte de commande Figure I.7.b. Ces composantes sont montées dans un boîtier en plastique étanche, dans lequel sont surmoulés les connexions de puissance et les connecteurs d'entrée/sortie vers le véhicule [PLA'03].



Figure I.6 : Synoptique de l'ensemble source-convertisseur-machine

Le substrat de puissance intègre le hacheur et l'onduleur de tension réalisé avec des transistors MOSFET de résistance unitaire 4 m Ω . Grâce à l'utilisation d'un microcontrôleur, la commande peut intégrer les fonctions Stop-Start, la gestion de la batterie et les fonctions de protection et de diagnostic.



Figure I.7 : Présentation du convertisseur Valeo

Le hacheur intégré servant à l'excitation du bobinage inducteur de la machine est du type série et est composé d'un interrupteur T_1 bidirectionnel en courant et d'une diode de roue

libre D_2 montée en sortie (cf. Figure I.8). Cette dernière présente une chute de tension non négligeable de l'ordre de 1V. Alimenté par le bus continu du convertisseur, ce hacheur délivre une tension de sortie de rapport cyclique réglable entre 5% et 95%. Pendant 400 ms avant le démarrage de l'ADS, seul le



Figure I.8: Structure du hacheur série alimentant le bobinage rotorique

hacheur est activé pour garantir la condition d'établissement du flux magnétisant dans la l'alterno-démarreur. Dès que cette condition est réalisée, la logique de contrôle active l'onduleur.

Ce dernier est commandé différemment selon le mode de fonctionnement de la machine:

En mode démarreur, il alimente la StARS autopilotée par son capteur de position. Les tensions appliquées au stator sont synchronisées sur la position du rotor. Un calage initial est *optimisé* pour obtenir un couple de démarrage maximal. A partir d'une certaine vitesse (proche de 500 tr/mn), l'électronique de contrôle génère un décalage fixe de 60° électriques entre les signaux du capteur de position et les ordres de commande de l'onduleur de manière à avancer le fondamental des tensions appliquées sur celui des fems (cf. Figure I.9). Si un blocage du rotor est détecté par le capteur de position, l'onduleur est inhibé.



Figure I.9 : Définition du calage (cas où $\delta = 30^{\circ}$ électriques)

En mode alternateur, l'onduleur fonctionne en redressement synchrone : Un MOSFET est rendu conducteur quand la tension aux bornes de sa diode intrinsèque devient positive et est bloqué lorsque le courant de cette diode s'annule. Ce mode ne fera pas l'objet de notre étude.

Modélisation du convertisseur:

Dans une association du type source-machine-convertisseur, les constantes de temps électriques et mécaniques de la machine sont très grandes devant les temps de commutation des semi-conducteurs [BAB'01, LED'81]. Nous supposerons alors le convertisseur idéal et nous représenterons les semi-conducteurs par des interrupteurs à commutation instantanée (cf. Figure I.10). Cette approximation est d'autant plus acceptable que l'onduleur est commandé en pleine onde et qu'il n'y a que deux commutations par période. Elle deviendrait discutable

dans un fonctionnement en PWM. A l'état passant, chaque MOSFET se comporte comme une résistance R_{DSon} qui sera incorporable à celle des lignes, de la connectique et des bobinages statoriques. Cette idéalisation permet de simplifier la modélisation et d'accélérer la simulation. D'autre part, l'onduleur étant du type à source de tension, les tensions composées imposées à la sortie de l'onduleur sont parfaitement connues [LAB'95] et ont pour expressions:



Figure I.10 : Modèle de l'onduleur

$$\begin{cases}
 U_{uw} = (f_{1p} - f_{2p}) U_{DC}, & U_{wv} = (f_{2p} - f_{3p}) U_{DC} \\
 U_{vu} = -(U_{uw} + U_{wv})
 \end{cases}$$
(1.1)

où les f_{kp} $_{(k=1,2,3)}$ et les f_{kn} sont les fonctions de connexions des interrupteurs respectivement connectés à la borne positive et à la borne négative du bus continu de tension U_{DC} . La fonction de connexion d'un interrupteur k [FRA'96, HAU'99] est définie par:

$$f_{k} = \begin{cases} 1 & si \ k \ est \ fermé \\ 0 & si \ k \ est \ ouvert \end{cases} \quad \text{avec} \quad f_{kp} = \overline{f_{kn}} \tag{1.2}$$

Approche vectorielle du convertisseur :

En appliquant la transformation vectorielle définie en annexe A aux tensions de sorties de l'onduleur, nous obtenons le vecteur tension $\vec{v_t}$ tel que [LES'97]:

$$\begin{cases} \vec{v}_t = u_\alpha + ju_\beta = \underline{m}^t \underline{U}_s \\ \underline{U}_s^t = (U_{uw} \ U_{wv} \ U_{vu}), \quad \underline{m}^t = \frac{2}{3} (1 \ a \ a^2) \end{cases}$$
(1.3)

Les composantes réelle u_{α} et imaginaire u_{β} de ce vecteur sont définies par :

$$\begin{cases} u_{\alpha} = U_{DC} (f_{1p} - f_{2p}) \\ u_{\beta} = \frac{U_{DC}}{\sqrt{3}} (f_{2p} + f_{1p} - 2f_{3p}) \end{cases}$$
(1.4)



Dans le plan complexe et selon l'état de connexion des interrupteurs du convertisseur, le vecteur tension $\vec{v_t}$ ne peut occuper que huit positions possibles (cf. Figure I.11)

I.1.3 La source continue :

Le bus continu du convertisseur est alimenté par une batterie de voiture au plomb (12V/60Ah) supportant un grand nombre de cycles de chargedécharge et un taux de décharge pouvant atteindre 30% (les batteries traditionnelles ne dépassent guère 5%). Le modèle simple de la source continue que nous utiliserons dans notre étude est illustré par la Figure



Figure I.12 : Modèle de la source

I.12. Elle est composée d'une source de tension v_{bat} en série avec une très faible résistance r_{bat} (de l'ordre de 8 m Ω). Le condensateur C_d introduit dans ce modèle représente une capacité de découplage placée immédiatement à proximité du convertisseur. L'évolution instantanée de la tension du bus continu est régie par l'équation différentielle suivante :

$$C_d \frac{dU_{DC}}{dt} + \frac{U_{DC}}{r_{bat}} + i_m = \frac{v_{bat}}{r_{bat}}$$
(1.5)

où i_m est le courant circulant dans le bus continu dépendant des courants I_U , I_W , I_V délivrés en sortie de l'onduleur et des fonctions de connexion de celui-ci avec :

$$i_m = f_{1p} I_U + f_{2p} I_W + f_{3p} I_V \tag{1.6}$$

I.1.4 Espace couple-vitesse :

La Figure I.13 présente l'espace couple-vitesse du fonctionnement de la machine imposé par l'équipementier. En mode démarreur, la StARS doit pouvoir fournir un couple de 40 N.m de 0 à 300 tr/mn. Actuellement, dans ce mode à basse vitesse, l'information donnée par le capteur de position est directement utilisée pour la commande des bras de pont de l'onduleur. Les tensions appliquées sont synchronisées sur la position du rotor de manière à maximiser le couple au démarrage.

La phase de démarrage est composée d'une période de pré-magnétisation de la machine et du temps d'accélération de l'entraînement (*depuis la validation de l'onduleur jusqu'à l'accrochage du moteur thermique*). Dans tous les cas, la durée totale de cette phase ne doit pas excéder 800 ms.

Enfin, comme nous l'avons indiqué dans l'introduction, la commande qui nous est imposée est strictement du type pleine onde, les composants semi-conducteurs du convertisseur alimentant la StARS ne supportant pas un fonctionnement en PWM.



Figure I.13 : Espace couple-vitesse

I.2 Objectifs de l'étude : Suppression du capteur de position

En plus du volume nécessaire au montage du capteur de position dans une machine StARS, la mise en place d'une connectique est incontournable pour relier le capteur à la commande du convertisseur. Ceci altère la fiabilité du système et introduit un coût de maintenance. D'autre part, l'emplacement de fixation de la machine sur le moteur thermique d'un véhicule rend le capteur de position difficile d'accès en cas de défaillance. En outre, l'installation de ce capteur requiert un calage relatif au stator, une opération délicate à reproduire en série [BAB'01]. Toutes ces limites engagent la nécessité de remplacer le capteur de position par une commande sans capteur tout en préservant le bon fonctionnement de l'entraînement.

I.2.1 Cahier des charges de la détection de position :

Le démarrage et l'autopilotage d'une machine synchrone à rotor bobiné, comme la StARS, nécessitent une bonne connaissance de la position du rotor ainsi que celle des paramètres de la machine (résistance, inductances directe et transverse de l'induit).

Lorsque la machine est en rotation, les bobinages statoriques sont sièges de fems de vitesse. La détection de ces dernières est une solution classique pour trouver la position du rotor et générer des commandes de l'onduleur. Il existe une littérature relativement abondante sur ce sujet. Par contre, à l'arrêt, il n'y a aucune fem de rotation. Or pour garantir un démarrage dans le bon sens, avec un couple de démarrage maximal, il faut disposer de l'information de position à l'arrêt, avant de fournir la moindre alimentation à l'induit (*l'inducteur quant à lui doit être mis sous tension un certain temps avant pour que le flux ait le temps de s'établir*). La détection de position à l'arrêt est donc un des points à étudier attentivement.

L'autre point dur de notre étude est le recueil de l'information de position du rotor à basse vitesse lorsque les fems de rotation sont trop faibles pour pouvoir être mesurées avec fiabilité et interprétées aisément. Dans ce cas, on ne peut plus utiliser les mêmes techniques qu'à l'arrêt, ni les mêmes qu'à grande vitesse.

I.2.2 Méthodes sensorless rencontrées dans la littérature :

La littérature couvre largement la commande sans capteur (sensorless control) des machines synchrones à aimants permanents mais reste muette sur le démarrage en pleine onde sans capteur, notamment dans le cas des machines synchrones à rotor bobiné.

Les commandes sans capteur conventionnelles des machines synchrones à aimants permanents peuvent être classées en deux catégories : celles qui sont basées sur l'estimation des forces électromotrices et celles qui sont basées sur la saillance magnétique.

Méthodes basées sur l'estimation des fems:

Ces méthodes utilisent soit un modèle de tension [WU'91, KIM'97] soit un observateur d'état [SEP '92, LIM'94] ou le filtre de Kalman [BOL'03].

Dans le cas des techniques employant un modèle de tension [WU'91, ERT'94], les courants et les tensions de phases mesurés sont utilisés pour estimer la position de la roue polaire en se basant sur les équations en tension du moteur à aimants permanents. Dans le cas des machines synchrones à aimants périphériques, le modèle des fem(s) appelé EMF (ElectroMotive Force model) permet l'estimation correcte de la position. Cependant si la machine est à aimants internes, cette modélisation n'est plus valable et il faut recourir à un modèle mathématique plus complet connu sous le nom d'EEMF (Extended ElectroMotive Force model) [SHI '04]. Ce dernier tient compte de la présence de l'information de position non seulement dans les fem(s) mais aussi dans l'inductance statorique liée à l'anisotropie magnétique de la machine. Le modèle EEMF est valable pour tous les types de machines synchrones aux vitesses élevées. Toutefois, les variations de paramètres dues à la température et à la saturation affectent la précision de l'estimation.

Dans les méthodes utilisant un observateur d'état [JON'89] ou le filtre de Kalman [BOL'01], l'effet de variation des paramètres n'est pas aussi critique que dans le cas des méthodes à modèle de tension. Cependant, le problème commun à cette catégorie de techniques est la relation directe entre la précision de l'estimation de la position du rotor et l'amplitude des fem(s) proportionnelles à la vitesse de rotation. En effet, dans la gamme des vitesses réduites, où les fem(s) sont très faibles, l'estimation est sensiblement dégradée. Pour résoudre ce problème, une injection d'un courant à haute fréquence est envisagée pour détecter les faibles fluctuations des fem(s) dans les phases de la machine à l'arrêt [KIM'97]. L'emploi de cette stratégie a permis l'obtention d'un couple maximal au démarrage du moteur synchrone à aimants permanents.

Certains algorithmes utilisant le filtre de Kalman étendu [LIN'01], MRAC (Model Référence Adaptive Control) ou d'autres méthodes basées sur des procédures d'identification sophistiquées permettent, sous certaines conditions, le fonctionnement à partir d'une vitesse nulle mais elles sont trop complexes et chères à employer dans des systèmes pratiques [BOL'03].

Méthodes basées sur la saillance magnétique :

Les techniques reposant sur le phénomène de la saillance magnétique [SAT'03, LIN'03, HYU'04] se basent principalement sur l'injection de signaux de tensions ou de courants à haute fréquence (HF) dans les phases de la machine synchrone et exploitent les signaux qui y sont induits pour détecter la position du rotor. Certains algorithmes injectent périodiquement des signaux de tension au moteur [SCH'96] et évaluent son inductance

statorique pendant un court instant ce qui les rend insensibles à la variation de paramètres et aux bruits de mesure. En outre, en raison de l'échantillonnage du signal injecté, une méthode de compensation, telle que le filtre de Kalman, doit être utilisée.

Une autre technique dite d'INFORM (INdirect Flux detection by On-line Reactance Measurement) consiste à injecter aux phases du moteur un vecteur tension tournant à haute fréquence et emploie un algorithme de poursuite de la réponse en courant [CON'01, SCH'94]. Les caractéristiques dynamiques en sont alors restreintes par rapport à la fréquence du signal injecté. Cette méthode évaluant l'inductance du moteur permet, dans le cas des machines présentant une anisotropie magnétique intrinsèque, un fonctionnement à l'arrêt et aux basses vitesses. Cependant, l'estimation de la position est discrète et doit être complétée par un observateur d'état ou un filtre de Kalman. Le passage à une autre méthode de détection telle que l'EEFM dès la croissance de la vitesse est nécessaire [TAK'01].

La méthode d'injection de signaux de tension fluctuants à haute fréquence [AIH'99] montre une bonne performance dans la région des basses vitesses et à l'arrêt sous des contraintes de charge. Cependant, elle n'est employée que dans le cas du moteur synchrone à aimants internes (IPM).

Ces stratégies d'injection ne pouvant pas être appliquées aux moteurs à aimants périphériques (SMPM) chargés aux basses vitesses et à l'arrêt, une technique basée sur l'injection d'une tension HF aux phases du moteur et l'étude de la variation de l'impédance haute fréquence engendrée par la saturation magnétique locale a été proposée [SHI '04].

Enfin l'utilisation de cette catégorie de méthodes en vitesses élevées n'est pas souhaitable car les signaux HF injectés superposés à l'alimentation de la machine engendrent un couple parasite pouvant dégrader les performances de l'entraînement [ZHI'03].

Contexte particulier de la STARS:

Dans le contexte de notre travail, nous souffrons de contraintes, mais nous bénéficions d'avantages :

Tel que l'onduleur nous est imposé dans le cahier des charges, sa fréquence de commutation doit rester très faible. Il ne peut fonctionner qu'en pleine onde, ce qui exclut l'idée d'injecter au stator des signaux à fréquence élevée. Nous devons donc renoncer aux méthodes de la deuxième catégorie, ainsi qu'à une partie de celle de la première catégorie.

Par contre, le rotor n'est pas équipé d'aimants permanents mais d'un bobinage. En outre, ce dernier est alimenté par un hacheur. Il peut donc constituer un moyen naturel d'injection de signaux à fréquence moyenne dont nous pouvons tirer profit. C'est donc cette

particularité que nous avons décidé d'exploiter pour la détection de position à l'arrêt ou à très basse vitesse.

I.3 Modélisation de la machine synchrone à rotor bobiné (MSRB):

L'étude approfondie du comportement des ensembles convertisseurs-machines et de leurs performances nécessite la mise en œuvre de simulations pour décrire le fonctionnement de ces systèmes tant en régime permanent que transitoire [LED'81]. Dans le cas de la commande sans capteur de la StARS-VALEO, la modélisation de la machine et du convertisseur puis la simulation de l'ensemble constituent une étape primordiale dans la détermination des conditions de fonctionnement optimal de chaque élément constituant l'entraînement.

La présentation détaillée de la modélisation de la machine figure dans les annexes A, B et C. Nous y renvoyons le lecteur intéressé et nous ne résumerons ici que les résultats essentiels appliqués au contexte de la StARS non équipée d'amortisseurs (cf. Figure I.14).



I.3.1 Equations vectorielles de la MSRB :

Les hypothèses usuelles de linéarité décrites dans l'annexe A permettent d'aboutir à une formulation vectorielle des équations électriques et magnétiques liée à un repère statorique ou rotorique. Cette formulation permet d'une part, de condenser les équations de la machine synchrone et d'autre part, de les transposer immédiatement à n'importe quel autre référentiel grâce à leur notation en nombres complexes [SAR'04, BIE'94].

Introduction de vecteurs d'espace :

Vecteurs d'espace liés au stator (indice supérieur s) :

Dans un référentiel complexe lié au stator ayant pour axes α^s et β^s (cf. Figure I.15), nous introduisons la notion de vecteur d'espace (ou phaseur) selon les définitions suivantes (cf. équations A.31 à A.34) :

$$\begin{cases} \vec{V}_{s}^{s} = v_{s\alpha}^{s} + jv_{s\beta}^{s} = \underline{m}^{t} \underline{V}_{s} \\ \vec{I}_{s}^{s} = i_{s\alpha}^{s} + ji_{s\beta}^{s} = \underline{m}^{t} \underline{I}_{s} \\ \vec{\Psi}_{s}^{s} = \psi_{s\alpha}^{s} + j\psi_{s\beta}^{s} = \underline{m}^{t} \underline{\Psi}_{s} \end{cases}$$
(1.7)

Vecteurs d'espace liés au rotor :

Dans un référentiel (α^r, β^r) lié au rotor, nous associons aux grandeurs électriques et magnétiques de l'enroulement rotorique les vecteurs d'espace suivants (cf. Figure I.16) :

$$\left\{ \vec{I}_f^r = I_f, \quad \vec{V}_f^r = V_f, \quad \vec{\psi}_f^r = \psi_f \right\}$$
(1.8)



Figure I.15 : Vecteurs d'espace dans le référentiel statorique

Figure I.16 : Vecteurs d'espace dans le référentiel rotorique

- Equations électriques :

Les vecteurs d'espace ainsi définis permettent de condenser les équations électriques de la machine dans la formulation vectorielle suivante (cf. équations A.35 et A.37) :

équation des tensions statoriques :
$$\vec{V}_s^s = R_s \vec{I}_s^s + \frac{d\vec{\Psi}_s^s}{dt}$$
 (1.9)

équation de la tension d'excitation :
$$\vec{V}_{f}^{r} = R_{f} \vec{I}_{f}^{r} + \frac{d\vec{\psi}_{f}^{r}}{dt}$$
 (1.10)

- Equations magnétiques :

Les flux magnétiques totaux des enroulements statoriques et rotoriques sont, dans le cadre de nos hypothèses, proportionnels aux courants traversant ces enroulements. Condensés sous forme vectorielle, ces flux s'écrivent :

Flux statorique :
$$\vec{\Psi}_s^s = (L_{s0} - M_a)\vec{I}_s^s + \frac{3L_{sv}}{2}\vec{I}_s^{s*} e^{j2\theta} + M_{af}\vec{I}_f^r e^{j\theta}$$
 (1.11)

Flux rotorique :
$$\vec{\psi}_{f}^{r} = \frac{3}{4} M_{af} \left(e^{j\theta} \vec{I}_{s}^{s^{*}} + e^{-j\theta} \vec{I}_{s}^{s} \right) + L_{f} \vec{I}_{f}^{r}$$
 (1.12)

- Expression du couple électromagnétique:

L'expression du couple électromagnétique est déduite de la variation spatiale de l'énergie magnétique de la machine (cf. équation A.19). Son expression vectorielle fait intervenir les vecteurs flux et courant statoriques:

$$C_e = \frac{3p}{2} \operatorname{Im}\left\{\overline{\Psi}_s^{**} \vec{I}_s^{*}\right\}$$
(1.13)

Equations de la machine dans un repère lié au rotor :

La projection des équations de la machine dans un référentiel Odq lié au rotor (cf. Figure I.16) produit une simplification par la disparition des termes complexes en $e^{j\theta}$ présents dans les expressions des flux magnétiques donnés par (1.11) et (1.12). Le Tableau I-1 résume la formulation vectorielle obtenue:

	Au stator :	Au rotor :
Equations électriques :	$\vec{V}_s = R_s \vec{I}_s + \frac{d\vec{\Psi}_s}{dt} + j\omega\vec{\Psi}_s$	$\vec{V}_f = R_f \vec{I}_f + \frac{d\vec{\psi}_f}{dt}$
Equations magnétiques :	$\vec{\Psi}_s = (L_{s0} - M_a)\vec{I}_s + \frac{3L_{sv}}{2}\vec{\underline{I}}_s^* + M_{af}\vec{I}_f$	$\overrightarrow{\psi_f} = \frac{3M_{af}}{4} \left(\vec{I}_s^* + \vec{I}_s \right) + L_f \vec{I}_f$
Couple électromagnétique	$C_e = \frac{3p}{2} Im \left\{$	$\left\{ \overline{\Psi}_{s}^{*} \vec{I}_{s} \right\}$

Tableau I-1: Equations vectorielles de la machine dans un repère lié au rotor.

a) Equations de Park de la MSRB :

La projection³ des relations vectorielles établies dans le repère rotorique sur les axes direct d et en quadrature q du même repère conduit aux équations de PARK résumées dans le Tableau I-2 [SAR'04, BAR'87, LES'81].

Remarquons que les flux et les courants sont liés par des inductances constantes: Le couplage inductif variable entre le stator et le rotor disparaît dans un système de coordonnées fixe par rapport au rotor (repère de Park).

b) Equation mécanique du mouvement :

La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique dans la machine est régie par l'équation différentielle suivante :

$$C_e - C_r = J \frac{d\Omega}{dt} + \rho \Omega \tag{1.14}$$

où on désignant par C_r le couple résistant de la charge et ρ , *J* respectivement le coefficient de frottement et le moment d'inertie de toutes les parties tournantes.

	Au stator :	Au rotor :
Equations électriques :	$\begin{cases} V_d = R_s I_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_q \\ V_q = R_s I_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \psi_d \end{cases}$	$V_f = R_r I_f + \frac{d\psi_f}{dt}$
Equations magnétiques :	$\begin{cases} \psi_d = L_d I_d + M_{af} I_f \\ \psi_q = L_q I_q \end{cases}$	$\psi_f = \frac{3}{2}M_{af}I_d + L_fI_f$
Couple électromagnétique	$C_e = \frac{3p}{2} \left(\psi_d \right)$	$i_q - \psi_q i_d$)

Tableau I-2: Equations de PARK de la machine synchrone.

I.3.2 Equations ramenées au stator :

Exploitons les résultats de l'annexe B : la décomposition des flux totaux de la machine en une superposition d'un flux de magnétisation et d'un flux de fuites permet de ramener les grandeurs rotoriques (tensions, flux et courants) au stator. Le Tableau I-3 résume les équations obtenues [BAR'87, BIE'94] où l'on désigne par :

- L_{md} et L_{mqs} respectivement l'inductance directe et transverse de magnétisation.

- L_{fs} l'inductance de fuites de l'enroulement statorique.

³ Il s'agit d'une décomposition en des parties réelle et imaginaire.

- L'_{ff} , R'_f respectivement l'inductance de fuites et la résistance de l'enroulement rotorique ramenées au stator.

- ψ_{sd} , ψ_{sq} les composantes longitudinale et tranversale du flux de fuites statorique.

- ψ'_f , I'_f respectivement le flux total rotorique et le courant inducteur ramenés au stator.

Les grandeurs rotoriques réelles et leurs homologues ramenés au stator sont liés par les relations suivantes :

$$\left\{ V_{f}^{'} = k_{2} V_{f}^{'}, I_{f}^{'} = k_{1} I_{f}^{'}, R_{f}^{'} = \frac{k_{2}}{k_{1}} R_{f}^{'}, L_{ff}^{'} = \frac{k_{2}}{k_{1}} L_{f}^{'} - L_{md}^{'}, L_{md}^{'} = \frac{M_{af}^{'}}{k_{1}}, L_{mq}^{'} = L_{q}^{'} - L_{fs}^{'}\right\}$$

où k_1 et k_2 sont des coefficients d'équivalence liés au rapport des nombres de spires rotorstator tels que :

	Au stator :	Equations rotoriques
		ramenees au stator
Equations électriques :	$\begin{cases} V_{d} = R_{s} I_{d} + \frac{d\psi_{d}}{dt} - \omega\psi_{q} \\ V_{q} = R_{s} I_{q} + \frac{d\psi_{q}}{dt} + \omega\psi_{d} \end{cases}$	$V_{f}' = R_{f}' I_{f}' + \frac{d \psi_{f}'}{dt}$
Equations magnétiques :	$\begin{cases} \psi_{d} = \psi_{sd} + \psi_{md} \\ \psi_{q} = \psi_{sq} + \psi_{mq} \end{cases}, \begin{cases} \psi_{sd} = L_{fs} I_{d} \\ \psi_{sq} = L_{fs} I_{q} \end{cases}$	$\psi_{f}^{'} = L_{ff}^{'} I_{f}^{'} + \psi_{md}$
Flux de magnétisation	$\begin{cases} \psi_{md} = L_{md} I_{md} = L_{md} (I_d + I_f) \\ \psi_{mq} = L_{mq} I_{mq} = L_{mq} I_q \end{cases}$	
Couple	$C_e = \frac{3p}{2} \left(\psi_d i_q - \psi_q i_d \right)$	
électromagnétique		

$$k_1 = \frac{2}{3} \frac{N_f}{N_s}$$
 et $k_2 = \frac{N_s}{N_f}$

Tableau I-3: Equations de la machine ramenées au stator.

I.3.3 Modèle en flux de la machine synchrone :

Les résultats de l'annexe B nous permettent d'établir une modélisation simplifiée basée sur les flux magnétiques de la machine synchrone à rotor bobiné sans amortisseurs. Le calcul des diverses variables régissant le fonctionnement de la machine se fait alors en quatre étapes :

a- Calcul des flux couplés :

Au stator :
$$\begin{cases} \frac{d\psi_d}{dt} = V_d - \frac{R_s}{L_{fs}} (\psi_d - \psi_{md}) + \omega \psi_q \\ \frac{d\psi_q}{dt} = V_q - \frac{R_s}{L_{fs}} (\psi_q - \psi_{mq}) - \omega \psi_d \end{cases}$$
(1.15)

Au rotor:
$$\frac{d\psi_{f}}{dt} = V_{f} - \frac{R_{f}}{L_{ff}} \left(\psi_{f} - \psi_{md} \right)$$
 (1.16)

b- Évaluation des flux de magnétisation :

$$\begin{cases} \Psi_{md} = \frac{L_{ad}}{L_{fs}} \Psi_d + \frac{L_{ad}}{L_{ff}} \Psi_f' \\ \Psi_{mq} = \frac{L_{aq}}{L_{fs}} \Psi_q \end{cases}$$
(1.17)

avec :

$$\left\{ L_{ad} = \left(\frac{1}{L_{md}} + \frac{1}{L_{fs}} + \frac{1}{L_{ff}} \right)^{-1}, \quad L_{aq} = \left(\frac{1}{L_{mq}} + \frac{1}{L_{fs}} \right)^{-1} \right\}$$
(1.18)

c- Calcul des courants :

$$\left\{ I_{d} = \frac{\psi_{d} - \psi_{md}}{L_{fs}} , \quad I_{f} = \frac{\psi_{f} - \psi_{md}}{L_{ff}} , \quad I_{q} = \frac{\psi_{q} - \psi_{mq}}{L_{fs}} \right\}$$
(1.19)

d- Evaluation du couple, de la vitesse et de la position à partir de l'équation électromécanique de la machine.

Le modèle en flux ainsi élaboré est mis en évidence par le schéma-bloc de la Figure I.17. Nous pouvons constater la forte interaction entre les axes d et q et la forte non linéarité du système.

I.3.4 Fonctionnement alternateur en régime permanent synchrone à vide:

En régime établi à vide, lorsque la machine excitée est entraînée à une vitesse de rotation électrique constante ω les courants statoriques et les dérivées des flux sont nuls. Dans ce cas, les équations en tensions régissant le fonctionnement de la machine sont (nous gardons ici les mêmes notations que le mode moteur) [BAR'87]:

$$\begin{cases} V_d = -\omega \psi_q = 0\\ V_q = \omega \psi_d = \omega \psi_{md} \end{cases}$$
(1.20)



Figure I.17 : Diagramme fonctionnel de la MSRB, modèle en flux.

Ainsi, on retrouve aux bornes de la machine la f.e.m à vide d'expression :

$$e_q = \omega \,\psi_{md} \tag{1.21}$$

L'amplitude de la *fem* simple induite aux bornes de la machine s'exprime par :

$$e_m = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} = \omega M_{af} I_f$$
(1.22)

La mutuelle inductance M_{af} est donc liée à la valeur efficace e_c de la *fem* composée par la relation suivante :

$$M_{af} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{e_c}{\omega I_f}$$
(1.23)

Les relations (1.20) montrent que la *fem* induite est portée par l'axe en quadrature et est proportionnelle au courant d'excitation tant que la machine n'est pas saturée.

I.3.5 Prise en compte de la saturation :

Lorsque la machine est saturée, les flux ne sont plus une fonction linéaire des courants. Pour tenir compte de la saturation, nous supposerons que son effet est prépondérant dans l'axe direct [KRA'02], vu l'importance de l'entrefer du trajet transversal (réluctance transverse importante dans le cas d'une machine à pôles saillants). La saturation peut être introduite à partir de la courbe de magnétisation à vide $E_c=g(I_f)$ où la fem composée est relevée en fonction du courant d'excitation I_f à la pulsation ω jusqu'à saturation (cf. Figure I.18).

Comme nous l'avons montré dans le paragraphe précédent, dans les conditions d'un relevé de la courbe d'aimantation à vide le courant de magnétisation d'axe direct I_{md} s'identifie au courant d'excitation I'_{f} . Ainsi, à la pulsation ω considérée, les caractéristiques⁴



Figure I.18: Courbe d'aimantation $e_q(I_f)$ de la machine

 $\frac{e_c}{\omega} = g(M_{af} I_f) \text{ et } \psi^s_{md} = g(L_{md} I_f) \text{ sont identiques (cf.}$

Figure I.19) et ont une tangente à l'origine de pente 45°.

Avec la saturation, la caractéristique du flux de magnétisation s'écarte de la pente à l'origine et une forte variation du courant inducteur induit une faible variation de la *fem*.

L'écart entre l'état magnétique linéaire et l'état magnétique réel saturé est représenté par la fonction $\xi(\psi_{md})$ telle que :



Figure I.19 : Caractéristiques de magnétisation à vide

La prochaine étape consiste à établir une approximation exponentielle ou polynomiale de la fonction résultante $\xi(\psi_{md})$ pour pouvoir l'exploiter dans la simulation. Ainsi, pour tenir compte de la saturation, il suffit de remplacer dans le modèle de la machine le flux de

⁴ L'exposant *s* désigne l'état saturé

magnétisation direct donné par (1.17), par sa nouvelle valeur basée sur la relation (1.24), soit :

$$\psi_{md}^{s} = \psi_{md} - \xi(\psi_{md}) = \frac{L_{ad}}{L_{fs}} \psi_{d} + \frac{L_{ad}}{L_{ff}} \psi_{f}^{'} - L_{ad} \xi(\psi_{md})$$
(1.25)

Le schéma-bloc de la Figure I.20 illustre l'implémentation de cette relation dans le modèle de la machine.

Nous pouvons maintenant exprimer les courants de la machine dans son état saturé:

$$\left\{ I_{d} = \frac{\psi_{d} - \psi_{md}^{s}}{L_{fs}} , \quad I_{f} = \frac{\psi_{f} - \psi_{md}^{s}}{L_{ff}} , \quad I_{q} = \frac{\psi_{q} - \psi_{mq}}{L_{fs}} \right\}$$
(1.26)

Notons enfin qu'il existe d'autres méthodes permettant l'introduction de la saturation dans le modèle de la machine [COR'98]. Nous avons exposé quelques unes, en grandeurs réduites, dans l'annexe C.



Figure I.20: Modification du flux ψ_{md} en saturation

I.4 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté les divers composants constituant l'entraînement de l'alterno-démarreur séparé StARS. Nous avons expliqué la problématique liée à la présence du capteur de position intégré à la machine et exposé les divers avantages que procurerait le remplacement de ce dernier par une commande sans capteur. Notre recherche sur l'état de l'art du contrôle sensorless a montré l'existence d'une littérature abondante concernant la commande sans capteur des moteurs synchrones à aimants permanents alimentés par des onduleurs MLI. Mais les méthodes exposées sont en majeure partie inadaptées à notre application où la StARS à rotor bobiné doit être alimentée en pleine onde. La simulation devient alors un outil incontournable dans la recherche d'autres solutions pouvant répondre à notre cahier des charges. Ainsi, dans le but de simuler le comportement de notre entraînement, nous avons introduit des modèles pour la source continue, le convertisseur et la machine. Cette dernière est modélisée vectoriellement en choisissant les flux comme variables d'état, un choix qui nous permet de tenir compte de la saturation magnétique. Nous exploiterons cette modélisation dans toutes les simulations présentées dans les prochains chapitres.

Chapitre II

Détection de position à l'arrêt et identification paramétrique de l'induit de la StARS.

Sommaire

II.1 Eff	et de transformateur tournant:	
II.1.1	Détection de position par comparaison entr'elles des fems induites:	
II.1.2	Prise en compte du signe des fems induites:	
II.1.3	Détection continue de la position du rotor à l'arrêt :	
II.1.4	Conclusion générale du paragraphe II.1:	
II.2 Mé	thode d'identification des paramètres de l'induit de la MSRB:	
II.2.1	Cas d'une machine à pôles lisses :	
II.2.2	Simulation	45
II.2.3	Validation expérimentale :	47
II.3 Co	nclusion :	

Le démarrage et l'autopilotage de la machine synchrone nécessitent à la fois la bonne connaissance de la position du rotor à l'arrêt et celle des paramètres de la machine [AIH'99, CON'99], à savoir la résistance par phase de l'induit et les inductances directe et transverse statoriques.

Dans cette partie, les méthodes que nous proposons en vue de la détection de la position angulaire du rotor à l'arrêt sont basées sur le fait que l'inducteur bobiné de la StARS est alimenté non pas par une tension continue parfaite, mais par la sortie d'un hacheur. De ce fait, même à l'arrêt, des forces électromotrices (fems) sont induites dans les bobines du stator. Un traitement adéquat de ces fems permettra d'extraire l'information de position [CHA'06]. D'autre part, par une utilisation particulière de l'onduleur, nous proposons une identification paramétrique de l'induit réalisée à partir d'essais indiciels avant le démarrage de la machine et qui offre un autre moyen de détection de la position initiale.

II.1 Effet de transformateur tournant:

A l'arrêt ou à très faible vitesse (inférieure à 15 tr/mn environ), lorsque le bobinage rotorique est alimenté par un hacheur, la machine synchrone se comporte comme un transformateur tournant ayant pour primaire l'enroulement rotorique et pour secondaire les phases du stator (cf. Figure II.1). Pour mettre en évidence l'influence de la position électrique θ du rotor sur la valeur des fems statoriques induites, nous supposerons la machine en rotation très lente à la vitesse mécanique Ω .

Dans ces conditions, si les enroulements



Figure II.1: Schéma de principe d'un transformateur tournant bipolaire

statoriques ne sont pas alimentés, nous retrouvons aux bornes de la première phase du stator (cf. Figure II.2), la fem induite suivante (cf. annexe A) :

$$e_{uv} = \frac{d}{dt} \left(M_{af} I_f \cos(\theta) \right) = M_{af} \frac{dI_f}{dt} \cos(\theta) - p \Omega M_{af} I_f \sin(\theta)$$
(2.1)

Cette tension est composée de deux termes :

- Un terme appelé « fem de transformation » dont l'amplitude est liée à la variation du courant d'excitation.

- Un terme appelé « fem de rotation » dont l'amplitude dépend de la vitesse de rotation.



Figure II.2: Schématisation de la machine StARS

D'autre part, les courants d'induit étant nuls¹, la tension aux bornes de l'enroulement d'excitation est donnée par l'expression suivante :

$$V_f = R_f I_f + \frac{d}{dt} \left(L_f I_f \right)$$
(2.2)

Ainsi, lorsque l'alimentation de l'enroulement d'excitation est découpée à une fréquence f_H , le courant d'excitation présente des évolutions exponentielles autour d'une valeur moyenne non nulle (cf. Figure II.3). L'ondulation de ce courant est maximale pour un rapport cyclique de 50% [BAU'97].



Figure II.3: Evolution du courant d'excitation (f_H =25Hz, α =0.5), machine à vide.

A l'arrêt et à très faible vitesse, nous pouvons négliger les fems de rotation devant les fems de transformation. Les tensions aux bornes de la machine ont alors pour expressions:

$$\left\{ e_{uw} = M_{af} \frac{dI_f}{dt} \cos(\theta), \ e_{wv} = M_{af} \frac{dI_f}{dt} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}), \ e_{vu} = M_{af} \frac{dI_f}{dt} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right\}$$
(2.3)

¹ L'induit étant couplé en triangle, nous supposerons dans cette étude qu'il n y a aucun courant de circulation.

La Figure II.4 illustre les formes d'ondes des fems obtenues en simulation dans le cas où le rotor est positionné à $\theta_0 = \pi/3$ rd (cf. Figure II.4.a) et dans le cas où le rotor est entraîné à très basse vitesse de rotation (cf. Figure II.4.b). Dans ce dernier cas, on voit bien que l'amplitude des fems est modulée par le cosinus de la position. Dans un souci de clarté des formes d'ondes, nous avons choisi une faible fréquence d'excitation (25Hz) et un rapport cyclique égal à 50%.

Dans la pratique, pour mesurer ou observer les fems induites de transformation, il faut inhiber la commande de l'onduleur qui risque de fausser la détection. Il faut aussi amplifier ces fems dont la faible amplitude est liée au faible rapport des nombres de spires stator/rotor. Rappelons aussi que le rapport cyclique du hacheur peut être réglé de 5% à 95% et la fréquence d'excitation de 250 à 500 Hz.



Figure II.4: Fems de transformation induites par le découpage de l'excitation rotorique.

II.1.1 Détection de position par comparaison entr'elles des fems induites:

Principe :

Afin d'obtenir l'information de position, nous procédons à la comparaison des fems entr'elles, deux à deux, selon les relations suivantes :

$$\{c_{u} = Pos(e_{uw}, e_{wv}) , c_{w} = Pos(e_{wv}, e_{vu}) , c_{v} = Pos(e_{vu}, e_{uw}) \},$$
(2.4)

relations dans lesquelles on désigne par Pos une fonction logique définie par :

$$Pos(x, y) = \begin{cases} 1 & si \ x \ge y \\ 0 & si \ x < y \end{cases}$$
(2.5)

Nous obtenons alors les formes d'ondes illustrées par la Figure II.5.b. A ce stade, les signaux issus de la comparaison sont synchrones du signal d'excitation et périodiques à la fréquence de découpage. En vue de l'extraction d'une information utile sur la position du
rotor, nous effectuons une démodulation synchrone en amplitude de ces signaux à des instants légèrement retardés par rapport aux fronts montants du signal d'excitation. Comme l'illustre la Figure II.5.c le résultat de ce prélèvement conduit à l'élaboration des trois signaux R, S, et T représentatifs de la position du rotor à des intervalles de 60° électriques. La résolution de la détection est alors comparable à celle du capteur magnétique équipant actuellement la StARS.

Il est aussi intéressant d'établir une représentation vectorielle de la position en introduisant la notion de *vecteur position* donné par l'expression suivante :



$$\left\{ \vec{P} = \frac{2}{3} (R + aS + a^2T) , a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \right\}$$
(2.6)

Figure II.5: Extraction de l'information position des fems de transformation.

La décomposition de ce vecteur en une partie réelle et une partie imaginaire conduit aux deux composantes p_x et p_y telles que :

$$\left\{ p_x = \frac{2}{3} \left(R - \frac{S+T}{2} \right) , \quad p_y = \frac{S-T}{\sqrt{3}} \right\}$$
(2.7)

Grâce à ces deux nouvelles variables, nous pouvons caractériser, sur une période électrique, la position du rotor par la variable *Vect* telle que :

$$Vect = 1 + \frac{3}{\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$
(2.8)

Cette variable peut prendre des valeurs allant de 1 à 6 correspondant aux six intervalles de position rencontrés sur une période électrique. La Figure II.6.a montre le résultat de cette correspondance.

La Figure II.6.b illustre le lieu du vecteur position élaboré à partir des parties réelle et imaginaire du vecteur position.



Figure II.6 : Détection de position à $\pm 30^{\circ}$ électriques.

Sur la machine bipolaire équivalente de la Figure II.1, cette détection met en évidence six secteurs angulaires représentatifs des différentes comparaisons possibles entres les forces électromotrices composées induites par l'excitation du bobinage rotorique.



Figure II.7: Secteurs angulaires délimités par le codage de la détection de position

Validation expérimentale :

La Figure II.8 schématise l'expérimentation réalisée dans le but de valider le principe de la détection de position du rotor de la StARS à l'arrêt en la présence de l'onduleur de tension.



Figure II.8: Principe de détection de position à l'arrêt.

Dans cette manipulation, la détection de position est confiée à un circuit analogique réalisé au moyen de comparateurs et de circuits logiques dont le principe est illustré par la Figure II.9. Le mode opératoire adopté est le suivant :

• Les bras de pont de l'onduleur sont entièrement inhibés (mode haute impédance) pour ne pas imposer de tensions aux bornes des phases de la machine et pour permettre la détection des fems induites d'amplitude très faible.



Figure II.9: Synoptique du circuit de détection de la position à l'arrêt (±30° électriques).

• Le bobinage inducteur est excité au moyen du hacheur à une période de découpage très inférieure devant la constante de temps de l'inducteur.

• Les fems induites au stator sont mesurées soit par référence à un point neutre artificiel conçu à partir de trois résistances montées en étoile sur les phases de l'induit, soit par le biais d'amplificateurs différentiels.

• Les forces électromotrices mesurées et amplifiées sont comparées entr'elles pour aboutir à trois signaux rectangulaires de même fréquence. Ces derniers sont verrouillés dans des bascules D (ou verrous) ayant pour horloge un signal élaboré à partir d'un retard sur les fronts de la commande du hacheur. Ce retard fixé égal au sixième de la période du signal d'excitation permet d'éviter les temps de montée et de descente des fems (cf. Figure II.10).

La sortie des verrous fournit les trois signaux R, S, et T représentatifs de la position du rotor à l'arrêt. Les différents signaux mis en jeu dans le circuit de détection sont représentés sur la Figure II.10. L'essai est effectué pour deux positions différentes selon que la fem de la première phase de l'induit est en phase ou en opposition de phase avec l'excitation.



Figure II.10: : Chronogrammes relatifs au circuit de détection de la position à l'arrêt pour deux positions différentes

En conclusion, le principe proposé est validé par l'expérimentation et nous obtenons une résolution de 60° électriques.

II.1.2 Prise en compte du signe des fems induites:

Afin de doubler la résolution sur la mesure de la position du rotor de la StARS à l'arrêt, nous ajoutons une information supplémentaire à la comparaison des fems entr'elles. Cette information est obtenue par la détection de leurs passages par zéro. La Figure II.11 donne le schéma synoptique de cette détection.

Plaçons nous de nouveau dans une configuration où la machine est entraînée à très faible vitesse de rotation. Les chronogrammes des signaux R, S et T issus de la comparaison des fems entr'elles ainsi que ceux des signaux R_1 , S_1 et T_1 issus des détections de signe de ces même fems sont illustrés par la Figure II.12.b. Le prélèvement de ces signaux se fait également sur les fronts montants retardés du signal de commande du hacheur d'excitation.



Figure II.11: Synoptique d'une détection utilisant le signe des fems.

Nous mettons alors à profit la présence d'un déphasage de $\pi/6$ entre les signaux (R, S, T) et les signaux (R₁,S₁,T₁). Une solution parmi d'autres consiste à les combiner par les additions suivantes :

$$\{ C_1 = R + R_1 , C_2 = S + S_1 , C_3 = T + T_1 \}$$
 (2.9)

Cette opération conduit aux chronogrammes de la Figure II.12.d. Nous pouvons exploiter les signaux C_1 , C_2 et C_3 pour constituer le vecteur position \vec{P} maintenant défini par :

$$\left\{ \vec{P} = \frac{2}{3} (C_1 + a C_2 + a^2 C_3) , a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \right\}$$
(2.10)

La Figure II.12.c. illustre les composantes réelle p_x et imaginaire p_y de ce vecteur. Ces dernières ont pour équations :

$$\left\{ p_x = \frac{2}{3} \left(C_1 - \frac{C_2 + C_3}{2} \right) , \quad p_y = \frac{C_2 - C_3}{\sqrt{3}} \right\}$$
(2.11)

Par conséquent, il nous est possible de caractériser, sur une période électrique, la position du rotor par la variable *Vect* suivante :



 $Vect = 1 + \frac{6}{\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$ (2.12)

Figure II.12: Chronogrammes des divers signaux mis en jeu dans une détection de la position du rotor à l'arrêt avec une résolution de +/- 15° électriques et codage en secteurs angulaires

Comme le montre la Figure II.12.d. l'introduction de la variable *Vect* permet d'associer à la position du rotor 12 niveaux différents.

La Figure II.12.e. montre le lieu du vecteur position. En y distingue douze sommets angulairement distants de 30° électriques successivement occupées par le vecteur \vec{P} dans sa rotation. La localisation du rotor se faisant à ±15° de la position réelle conduit à définir douze secteurs angulaires sur la machine bipolaire équivalente de la Figure II.12.f.

II.1.3 Détection continue de la position du rotor à l'arrêt :

En modifiant l'exploitation des fems induites au stator, on peut aller beaucoup plus loin et arriver à une détection quasi-continue de la position du rotor de la machine synchrone à l'arrêt et obtenir une précision comparable à celle d'un résolveur.

Principe :

En supposant la machine non saturée et en négligeant les courants de Foucault, nous pouvons établir les équations régissant le fonctionnement du moteur synchrone dans son repère naturel [LES'81]:

a- Equations électriques :

Au stator :

$$\underline{U}_{s} = R_{s} \underline{J}_{s} + \frac{d \underline{\Psi}_{s}}{dt}$$
(2.13)

Au rotor :

$$V_f = R_f I_f + \frac{d\Psi_f}{dt}$$
(2.14)

en désignant par :

- R_s , R_f , respectivement les résistances d'un enroulement d'induit et du circuit d'excitation - \underline{U}_s , \underline{J}_s , $\underline{\Psi}_s$ les matrices colonne des tensions, courants et flux statoriques tels que :

$$\underline{U}_{s}^{t} = \begin{pmatrix} U_{uw} & U_{wv} & U_{vu} \end{pmatrix} \qquad \underline{J}_{s}^{t} = \begin{pmatrix} J_{u} & J_{w} & J_{v} \end{pmatrix} \qquad \underline{\Psi}_{s}^{t} = \begin{pmatrix} \psi_{u} & \psi_{w} & \psi_{v} \end{pmatrix}$$

- V_f , I_f , Ψ_f respectivement la tension, le courant et le flux d'excitation.

b- Equations magnétiques :

Flux statoriques :

$$\underline{\Psi}_{s} = \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \underline{J}_{s} + \begin{bmatrix} M_{sf} \end{bmatrix} I_{f}$$
(2.15)

Flux rotorique :

$$\Psi_f = L_f i_f + \left[M_{sf} \right]^T \underline{J}_s \tag{2.16}$$

où $[L_{ss}]$, $[M_{sf}]$ sont respectivement la matrice des inductances statoriques et des mutuelles stator-rotor et L_f l'inductance propre rotorique.

Pour évaluer la position du rotor à l'arrêt (vitesse nulle), nous supposerons l'onduleur complètement inhibé et le bobinage inducteur excité. Dans ces conditions, les équations de la machine deviennent:

$$\begin{cases} \underline{E}_{s} = \left[M_{sf}\right] \frac{dI_{f}}{dt} \\ V_{f} = R_{f} i_{f} + L_{f} \frac{dI_{f}}{dt} \end{cases}$$
(2.17)

où $\underline{E}_{s}^{t} = (e_{uw} e_{wv} e_{vu})$ sont les fems composées induites par l'excitation (fems de transformation).

La tension V_f que le hacheur applique au bobinage d'excitation peut être dissociée en une composante continue $\overline{v_f}$ et une composante alternative v_f^* tel que:

$$V_f = \overline{v_f} + v_f^{\approx} \tag{2.18}$$

En réponse à cette excitation, la linéarité du circuit inducteur conduit à considérer le courant d'excitation comme la superposition de deux composantes, soit:

$$I_f = I_f + I_f^{\approx} \tag{2.19}$$

Ces composantes obéissent aux relations suivantes :

$$\left\{\overline{I_f} = \frac{\overline{v_f}}{R_f} \quad , \quad v_f^{\ \approx} = R_f I_f^{\ \approx} + L_f \frac{dI_f^{\ \approx}}{dt}\right\}$$
(2.20)

Si α est le rapport cyclique du hacheur et si V_{fM} est l'amplitude de la tension qu'il délivre alors :

$$\overline{V_f} = \alpha V_{fM} \tag{2.21}$$

En régime établi, la fréquence de hachage est telle que l'ondulation du courant d'excitation est faible (*pour une fréquence* f_H *donnée, cette ondulation est maximale pour* α =0.5) et que sa forme est quasi-triangulaire. Nous pouvons écrire avec une bonne approximation:

$$V_f - \alpha V_{fM} = L_f \frac{dI_f}{dt}$$
(2.22)

Ce qui nous permet d'obtenir :

$$\left[M_{sf}\right] = \frac{\underline{E}_{s}}{\left(V_{f} - \alpha V_{fM}\right)}$$
(2.23)

En outre, si l'on considère que le hacheur d'excitation fonctionne bien, la tension v_f est une image fidèle de la commande U_H du hacheur avec un gain G_H , nous pouvons poser :

$$V_f = G_H U_H \tag{2.24}$$

et

$$V_f - \alpha V_{fM} = G_H \left(U_H - \alpha \, \widehat{U}_H \right) = G_H \, U_H^{\approx} \tag{2.25}$$

En désignant par θ_0 la position inconnue du rotor à l'arrêt, la matrice des mutuelles stator-rotor s'écrit:

$$\begin{bmatrix} M_{sf} \end{bmatrix} = M_{af} \left(\cos(\theta_0) \quad \cos(\theta_0 - \frac{2\pi}{3}) \quad \cos(\theta_0 - \frac{4\pi}{3}) \right)$$
(2.26)

En exploitant les équations (2.23) à (2.26), nous obtenons enfin :

$$\begin{cases} \cos(\theta_0) = \frac{k e_{uw}}{U_H^z} \quad ; \quad \cos(\theta_0 - \frac{2\pi}{3}) = \frac{k e_{wv}}{U_H^z} \quad ; \quad \cos(\theta_0 - \frac{4\pi}{3}) = \frac{k e_{wu}}{U_H^z} \\ o\dot{u} \quad k = \frac{L_f}{M_{af} G_H} \end{cases}$$
(2.27)

Ces dernières relations restent encore applicables pour de très faibles vitesses de rotation pour lesquelles les fems de transformation sont prépondérantes par rapport aux fems de rotation. Dans ce cas, il est possible de déduire le lieu du vecteur position instantané en écrivant :

$$\begin{cases} \vec{P} = \frac{2}{3} \left\{ \cos(\theta) + a \, \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + a^2 \, \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right\} = \frac{k \, \vec{e_s}}{U_H^{\approx}} \\ \vec{e_s} = \frac{2}{3} \left(e_{uw} + a \, e_{wv} + a^2 \, e_{vu} \right) \end{cases}$$
(2.28)

Les projections du vecteur \vec{P} sur l'axe réel et imaginaire sont respectivement proportionnelles à $cos(\theta)$ et à $sin(\theta)$.

Par ailleurs, la tension U_H délivrée par le hacheur et sa composante alternative sont comprises entre deux limites :

$$0 \le U_H \le \widehat{U}_H \qquad \Rightarrow \qquad -\alpha \widehat{U}_H \le U_H^* \le (1-\alpha)\widehat{U}_H \tag{2.29}$$

Nous pouvons donc remplacer la division présente dans (2.28) par une multiplication et une comparaison :

$$\cos(\theta_0 - \frac{2(j-1)\pi}{3})\Big|_{j=1,2,3} = \begin{cases} k_1 \ e_{sj} & si \ U_H^{\approx} > 0\\ -k_2 \ e_{sj} & si \ U_H^{\approx} \le 0 \end{cases} ,$$
(2.30)

relation dans laquelle $e_{sj}\Big|_{j=1,2,3}$ désignent les fems induites au stator de la machine et k_1 , k_2 deux constantes de valeurs :

$$\left\{k_1 = \frac{k}{(1-\alpha)\widehat{U}_H} , \quad k_2 = \frac{k}{\alpha \widehat{U}_H}\right\}$$
(2.31)

Dans la pratique, toutes ces équations ont été programmées dans un processeur DSP. Le synoptique de la Figure II.13 montre le principe d'implantation de l'algorithme de détection de la position à l'arrêt. Nous reviendrons sur cette implantation dans le cinquième chapitre.



Figure II.13: Implantation de l'algorithme de détection de la position à l'arrêt dans un processeur DSP.

Validation expérimentale :

a) Détection en pas à pas de la position du rotor :

La Figure II.14 illustre le résultat de la détection de la position du rotor de la StARS à 6 paires de pôles sur une période électrique. Cet essai est effectué pour plusieurs positions à l'arrêt avec un pas θ_p de 30° électriques. Les chronogrammes relevés sont respectivement ceux de la composante alternative de la tension de commande du hacheur d'excitation et les résultats c_1 , c_2 et c_3 des divisions respectivement proportionnelles aux cosinus des angles θ_0 , $(\theta_0-2\pi/3)$ et $(\theta_0-4\pi/3)$.

Les composantes p_x et p_y du vecteur position sont aussi représentées. En traçant ces dernières l'une en fonction de l'autre, nous obtenons le lieu du vecteur position sur lequel nous observons clairement les douze positions testées avec le pas θ_p choisi (cf. Figure II.15.a). Le réglage fin et manuel de la position est rendu possible grâce à la mise en place d'un bras mécanique spécialement conçu par Valeo (cf. Figure II.15.b).



Figure II.14: Chronogrammes issus de la détection de position pour quelques positions discrètes.



Figure II.15 : Validation expérimentale pour 12 positions discrètes.

b) Mesure en faible rotation :

L'objectif principal de l'étude étant la **détection de la position du rotor à l'arrêt**, les essais en rotation lente sont réalisés uniquement dans le but de montrer la validité de la détection quelle que soit cette position.

Lorsque la machine est entraînée à faible vitesse, nous obtenons les enregistrements illustrés par la Figure II.16. Dans cet essai, la fréquence d'excitation est fixée à 300 Hz et le

rapport cyclique à 30%. La commande U_H du hacheur d'excitation et sa composante alternative U_H^{\approx} sont représentées sur la Figure II.16.a. Les fems d'entre-phases e_{uw} , e_{wv} , e_{vu} , sont illustrées par la Figure II.16.b. Sur ces allures nous pouvons distinguer la superposition des fems de rotation aux fems de transformation. Les composantes p_x et p_y du vecteur position reconstituées par l'algorithme du DSP après filtrage sont aussi montrées au bas de la Figure II.16.b. Ces dernières suivent toujours le cosinus et le sinus de la position angulaire du rotor mais avec une certaine avance de phase liée à la présence des fems de vitesse. Cette avance est d'autant plus faible que la rotation est très lente.



Figure II.16: Relevés relatifs à la détection continue de la position du rotor à très faible vitesse de rotation.

Enfin, le lieu du vecteur position est représenté sur la Figure II.16.c. Ce dernier épouse la forme d'un cercle représentatif de la position instantanée du rotor témoignant de la continuité de la détection de position

II.1.4 Conclusion générale du paragraphe II.1:

L'exploitation de l'effet de transformateur tournant nous a donc permis de mettre au point trois méthodes de détection de position conduisant à des résolutions de 60° électriques ou 30° électriques ou beaucoup plus fines. Ces méthodes on fait l'objet d'un brevet commun entre le LEC et la société Valeo [CHA'06].

II.2 Méthode d'identification des paramètres de l'induit de la MSRB:

La méthode que nous allons exposer sert à identifier les paramètres de l'induit d'une machine synchrone à rotor bobiné [CHA'07]. Elle consiste en la détermination de la résistance de l'enroulement statorique, de l'inductance cyclique dans le cas d'une machine à pôles lisses ou des inductances directe et transverse dans le cas d'une machine à pôles saillants. Cette méthode exploite la présence de deux capteurs de courants dans la commande de la machine mesurant deux courants de ligne statoriques.

Pour expliquer le principe d'identification envisagé, nous traitons d'abord le cas simple d'une machine à pôles lisses câblée en étoile [CHA'07]; nous passerons ensuite au cas qui nous préoccupe : celui d'une machine à pôles saillants câblée en triangle.

II.2.1 Cas d'une machine à pôles lisses :

La Figure II.17 schématise le montage de la machine synchrone associée à son onduleur de tension.



Figure II.17: Modèle source-onduleur-MSRB

Par phase, le moteur est représenté par une résistance R_s en série avec une inductance L_s représentant l'inductance cyclique du moteur et une fem.

Pour l'identification des paramètres R_s et L_s , nous appliquons une commande à l'onduleur de manière à relier deux phases statoriques du moteur à la masse (cathode de la source d'alimentation du bus continu) et à alimenter la phase restante avec un signal $U_I(t)$ (cf. Figure II.18). Ce dernier est rectangulaire d'amplitude U_m , de période T et de rapport cyclique α tel que :

$$U_1(t) = \begin{cases} U_m & 0 \le t < \alpha T \\ 0 & \alpha T \le t \le T \end{cases}$$
(2.32)





(a) Connexion réalisée pour la mesure des paramètres de l'induit ($f_{11}=U_c(t)$, $f_{12}=0$, $f_{13}=0$)



Figure II.18: Essai d'identification.

Dans le cas de la figure ci-dessus, la loi régissant l'évolution du courant dans la première phase est donnée par :

$$U_1 = R_t i_1 + L_t \frac{di_1}{dt}$$
(2.33)

avec $R_t = \frac{3}{2}R_s$ et $L_t = \frac{3}{2}L_s$

La solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$i_1(t) = i_{11}(t) + i_{12}(t)$$
(2.34)

avec,

$$\begin{cases} i_{11}(t) = (I_m - \frac{U_m}{R_t})e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{U_m}{R_t} \quad pour \quad 0 \le t \le \alpha T \\ i_{12}(t) = I_M e^{-\frac{t-\alpha T}{\tau}} \quad pour \quad \alpha T \le t \le T \end{cases}$$

$$(2.35)$$

où I_m et I_M sont les deux valeurs extrêmes du courant $i_l(t)$ que l'on démontre égales à :

$$\mathbf{I}_{M} = \frac{U_{m}}{R_{t}} \left(\frac{1 - \rho^{-\alpha}}{1 - \rho^{-1}} \right) \quad , \quad \mathbf{I}_{m} = \frac{U_{m}}{R} \left(\frac{1 - \rho^{\alpha}}{1 - \rho} \right) \quad \text{et} \quad \left\{ \rho = e^{\frac{T}{\tau}} , \quad \tau = \frac{L_{t}}{R_{t}} \right\}$$
(2.36)

Im et IM vérifient les conditions initiales suivantes :

$$\{i_1(0) = i_2(T) = I_m , i_1(\alpha T) = i_2(\alpha T) = I_M\}$$
 (2.37)

Par ailleurs, le rapport cyclique α doit être choisi de telle sorte que, pendant le niveau haut de la tension u(t), la valeur crête du courant dans les phases soit inférieure au courant maximal admissible par une phase du moteur et ne sature pas le capteur de courant. En outre, vu que l'excitation de l'inducteur nécessite au moins 250 ms pour son établissement, la période de u(t) doit être choisie de manière à ce que la réponse en courant ait une ondulation appréciable et que la durée totale de la phase « identification + excitation établie » ne dépasse pas 300 ms.

D'autre part, les valeurs des paramètres d'un enroulement de la StARS 137 à six paires de pôles qui nous ont été communiquées sont de l'ordre de grandeur: $R_s = 36 m\Omega$ et $L_s = 150 \mu H$.

Pour U_m =12 V, si nous choisissons α =10 % et T = 4 ms ($\simeq \tau$) nous obtenons en simulation (cf. Figure II.19): I_M=98.8 A et I_m=41.6 A



Figure II.19: Formes d'onde du courant obtenue durant l'identification.

Ainsi, pour le reste des essais, nous fixerons le rapport cyclique α de u(t) à 10% et sa fréquence à 125 Hz. La valeur moyenne de l'équation (2.33) permet l'obtention de la valeur de la résistance d'une phase statorique, à savoir:

$$R_s = \frac{2}{3} \frac{\alpha U_m}{\left(i_1\right)_{moy}}$$
(2.38)

En ce qui concerne la détermination de l'inductance L_s , nous calculerons la valeur moyenne sur [0, α T] de la relation (2.33) ce qui donne :

$$U_m = R_t (i_{11})_{moy} + L_t \overline{p_{i11}}$$
(2.39)

expression dans laquelle $(i_{11})_{moy}$ et $\overline{p_{i11}}$ représentent respectivement les moyennes sur $[0, \alpha T]$ du courant i_1 et de sa pente $\left(\frac{di_{11}}{dt}\right)$, données par les expressions suivantes :

$$\left\{ \left(i_{11}\right)_{moy} = \frac{1}{\alpha T} \int_{0}^{\alpha T} i_{11} dt \quad , \quad \overline{p_{i11}} = \frac{1}{\alpha T} \int_{0}^{\alpha T} \left(\frac{di_{11}}{dt}\right) dt \right\}$$
(2.40)

Nous obtenons enfin :

$$L_{s} = \frac{2}{3} \frac{U_{m} - R_{t} \left(i_{11} \right)_{moy}}{\overline{p_{i11}}}$$
(2.41)

II.2.2 Simulation

Afin de valider le principe de l'identification exposé dans le cas de la machine synchrone à pôles saillants, nous l'avons simulé en utilisant Matlab-Simulink (cf. Figure II.20).



Figure II.20: Simulation de l'identification avec Matlab-Simulink



Figure II.21: Allures des courants et tensions composés de la machine.

Le tableau de la Figure II.22 récapitule les résultats de l'identification simulée. L'écart le plus important concerne l'identification de la résistance car, en effet, le calcul de cette dernière se base sur la supposition que les valeurs de chacun des courants de phase au début et la fin de chaque excitation en tension soient égales, ce qui n'est pas vraiment le cas. Néanmoins, l'erreur commise reste très acceptable.

	Paramètres donnés	Paramètres identifiés
Résistance d'un enroulement (mΩ)	36	37.48
Inductance $L_d(\mu H)$	150	149.4
Inductance $L_q(\mu H)$	83.3	82.76
Position initiale (rd)	1.047	1.046

Figure II.22: Résultats de l'identification par simulation.

II.2.3 Validation expérimentale :

La Figure II.23 schématise l'expérimentation réalisée en vue de la validation de l'identification des paramètres de l'induit de la StARS à l'arrêt. Le contrôle de l'onduleur, l'analyse des courants et le calcul des paramètres identifiés sont réalisés par un DSP type TMS28LF12. L'implémentation de l'identification dans ce processeur fera l'objet d'un autre chapitre.



Figure II.23: Synoptique de l'expérimentation en vue de l'identification paramétrique de l'induit de la StARS .

Dans cette expérimentation, l'enroulement inducteur de la StARS peut être soit ouvert, soit fermé sur le hacheur d'excitation complètement inhibé. Nous avons représenté sur la Figure II.27 les allures des courants et des tensions de la machine pour deux positions différentes du rotor (0 et 60° électriques) et dans le cas où le hacheur est connecté à l'enroulement rotorique. Remarquons l'existence dans ce cas d'un courant rotorique non nul, induit par effet transformateur, par les courants des phases statoriques. En effet, ce courant rotorique est positif pendant la conduction de la diode de roue libre D₂ du hacheur connectée en parallèle avec l'enroulement d'excitation et négatif pendant la conduction de la diode de roue libre D₁ connectée en parallèle sur le Mosfet du hacheur.

Sur le tableau de la Figure II.25 nous avons rassemblé les résultats de l'identification expérimentale de l'induit de la StARS-144 à 8 paires de pôles. Nous constatons une légère dispersion entre les valeurs mesurées à courant d'excitation nul et celles obtenues après

connexion du hacheur non commandé. La plus grande difficulté rencontrée dans cette manipulation est la compensation des offsets non négligeables intrinsèques aux ADC du DSP utilisé. En effet, à courants complètement nul, les ADC de 12 bits affichent jusqu'à 80 points (sur un max de 4095) soit des courants fictifs de 10 A si l'on dimensionne les cartes de mesure de courant à 500A. Notons enfin que les grandeurs effectivement mesurées dans la pratique tiennent compte de la présence des câbles d'alimentation du stator situés en aval de l'onduleur.



Figure II.24: Relevés des courants et tensions de la machine pendant la phase d'identification paramétrique à l'arrêt.

	Rotor figé à 0°		Rotor figé à 60° électriques	
Etat de l'enroulement d'excitation	fermé sur le hacheur	ouvert	fermé sur le hacheur	ouvert
Résistance totale (Ω)	0.0227	0.0240	0.0262	0.0247
Inductance cyclique (µH)	95.23	104.38	106.86	108.37
Position estimée (°)	6	4.2	55	63.5
Tension moy. appliquée (V)	11.899	11.921	11.987	11.912

Figure II.25: Résultats de l'expérimentation (StARS-144, 8pp).

II.3 Conclusion :

Nous avons dans un premier temps exposé trois méthodes de détection de la position à l'arrêt du rotor bobiné de la StARS. Ces méthodes sont valables lorsque le bobinage inducteur de la machine est excité et lorsque l'onduleur alimentant les enroulements d'induit est inhibé. La première méthode compare les fems induites et détecte la position avec une résolution de $\pm 30^{\circ}$ électriques. La seconde, en plus de la comparaison des fems, utilise leurs signes pour aboutir à une détection ayant une résolution de $\pm 15^{\circ}$ électriques. Enfin, la troisième méthode exploite la composante alternative du signal de commande du hacheur d'excitation dans la démodulation des fems induites. Nous obtenons alors une information quasi-continue sur la position du rotor de la machine avec une précision comparable à celle d'un résolveur. Toutes ces méthodes ont fait l'objet du dépôt d'un brevet commun entre Valeo et le LEC.

Dans un second temps, nous avons exposé une méthode d'identification des paramètres de l'induit de la StARS à l'arrêt avant son excitation et son démarrage. Cette méthode permet à partir de la mesure de deux courants de lignes du moteur, de déterminer la résistance d'une phase statorique et des inductances longitudinale et transversale. Elle fournit aussi la valeur de la position initiale du rotor non excité à l'arrêt. Cette identification se caractérise par sa possibilité d'implémentation aisée sur DSP que nous détaillerons dans le chapitre expérimentation.

Chapitre III

Démarrage de la StARS, détection de position à vitesse élevée et lois de commande.

III. ***

Sommaire

III.1 Dé	marrage de l'alterno-démarreur synchrone:	51
III.1.1	III.1.1 Cas où l'information de position initiale est discrète:	
III.1.2 Cas où la position initiale est connue avec précision :		53
III.2 Autopilotage de la machine aux vitesses de rotation importantes:		54
III.2.1	III.2.1 Détection de la position à partir de l'estimation des fems de rotation :	
III.2.2	Simulation:	55
III.3 Commande du couple de la machine synchrone à rotor bobiné :		59
III.3.1	Cas d'une commande en courant :	59
III.3.2	Cas d'une commande en tension :	61
III.4 Application à la commande de la StARS:		62
III.4.1	Comportement à forte vitesse :	62
III.4.2	III.4.2 Comportement à faible vitesse :	
III.4.3 Synchronisation de la commande en tension sur les fems de la machine: 63		
III.5 Recherche de lois de commande par simulation :		65
III.5.1	III.5.1 Calage ne faisant pas appel au calcul direct de la position :	
III.5.2	Calage faisant appel à l'information de position :	68
III.5.3	Estimation de la vitesse à partir des fems:	72
III.6 Co	nclusion	76

Dans ce chapitre, nous examinerons dans un premier temps le démarrage de la StARS à partir d'une position initiale du rotor déjà identifiée à l'arrêt. Dans un second temps, nous traiterons l'estimation de la position du rotor à partir des fems de rotation lorsque la vitesse de la machine est importante. Ensuite nous développerons des lois de commande permettant de maximiser le couple moyen de la machine en rotation. La simulation du modèle de la machine programmé sous Matlab-Simulink nous permettra de déduire et de vérifier ces lois au fur et à mesure en vue de leur implémentation dans une commande sans capteur de position.

III.1 Démarrage de l'alterno-démarreur synchrone:

En mode moteur, l'alterno-démarreur a pour mission de démarrer le moteur thermique d'un véhicule. La machine doit pouvoir tourner dans le bon sens en fournissant le couple nécessaire au démarrage. Souvent pratiqué dans des commandes sans capteur de position, un démarrage en aveugle est à proscrire [LED'81,CHA'84]. Dans ce contexte, la connaissance précise de la position initiale du rotor est essentielle pour démarrer correctement l'ADS. Dans le chapitre II nous avons décrit des méthodes de détection de la position à l'arrêt du rotor à partir des fems induites par l'excitation du rotor. Il s'agit maintenant de montrer comment utiliser les signaux de position obtenus pour démarrer la StARS pré-excitée avec le plus grand couple possible dans le bon sens de rotation.

III.1.1 Cas où l'information de position initiale est discrète:

A l'arrêt, la comparaison entr'elles des fems induites avait conduit à une détection de la position du rotor avec une résolution de $\pm 30^{\circ}$ électriques. La Figure III.1 rappelle le codage de l'information de position que nous avons introduit et la décomposition de la machine bipolaire en six secteurs angulaires identifiés par des numéros correspondant aux valeurs de la variable *Vect*.



Figure III.1: Détection à $\pm 30^{\circ}$ électriques de la position du rotor à l'arrêt.

D'un autre côté, dans le cas d'une commande en pleine onde, le vecteur flux statorique ne peut occuper que six positions possibles selon la commande appliquée à l'onduleur (cf. Figure III.2). En effet, comme le stator de l'alternodémarreur est couplé en triangle et si nous supposons que le rotor n'a pas encore eu le temps de tourner à l'instant où une certaine commande est appliquée à l'onduleur, nous rencontrons les diverses situations résumées par la Figure III.3



Figure III.2: Positions possibles du flux statorique en fonction du vecteur tension imposé à la machine.



Figure III.3: Positions du vecteur flux statorique et schéma équivalent du stator en fonction de la commande appliquée (rotor de la machine supposé immobile).

D'autre part, le couple que peut développer la machine au démarrage dépend directement de la position du vecteur flux statorique par rapport à l'axe polaire. Ainsi, si par exemple le rotor est identifié dans le secteur où *Vect*=2 et si on désire que la machine tourne dans le sens horaire¹, il faut appliquer soit la commande V_{com} =2 ou V_{com} =3. La première permet une avance d'un pas alors que la seconde une avance de deux pas avec un couple plus

¹ Dans notre application, le sens de rotation imposé à la machine est le sens horaire.

	Commande à appliquer (V_{com})		
Information de position à l'arrêt (Vect)	Sens horaire	Sens trigonométrique	
1	2	4	
2	3	5	
3	4	6	
4	5	1	
5	6	2	
6	1	3	

puissant. Le tableau suivant synthétise la correspondance entre la détection de position et la commande appliquée à l'onduleur en vue de l'obtention d'un fort couple au démarrage.

III.1.2 Cas où la position initiale est connue avec précision :

Dans le cas où l'on a recours à une démodulation synchrone des fems induites à l'arrêt, la position du rotor est détectée avec une très bonne précision (cf. Chapitre II). Il devient alors possible de mieux contrôler le couple au démarrage de l'alterno-démarreur synchrone.

La Figure III.4 illustre l'évolution instantanée du couple électromagnétique de la machine en fonction de la position initiale du rotor. Ces courbes sont obtenues par simulation du modèle en tension de la machine utilisant les flux comme variables d'état dans les conditions suivantes: après établissement du flux d'excitation, une commande $C_k=[f_{11}, f_{12}, f_{13}]$ est appliquée à l'onduleur et un démarrage est lancé à l'instant t_s =300ms. Dès cet instant, la commande C_k est verrouillée pendant Δt =20ms et la valeur instantanée du couple est prélevée à la fin du verrouillage (à t_s + Δt).

Tel que le montre la Figure III.4, pour une position initiale θ_0 donnée, un seul vecteur tension V_{com} parmi les six que l'onduleur peut délivrer maximise le couple dans le sens horaire. Dans la même position, nous obtenons le maximum de couple dans le sens anti-horaire en appliquant à la machine le vecteur tension opposé à V_{com} .

Nous comprenons alors que, si le rotor est par exemple dans la position électrique initiale $\theta_0 = 30^\circ$, nous obtenons un couple maximal dans le bon sens si nous appliquons à l'onduleur la commande $Y_3 = [010]$ correspondant à $V_{com} = 3$. Cette simulation montre aussi qu'un mauvais choix de la commande entraîne non seulement un mauvais couple de démarrage mais aussi un courant rotorique plus intense (cf. Figure III.5). D'autre part, les courbes de la Figure III.4 démontrent que pour une commande donnée, le couple reste au voisinage de son maximum pendant près de 60° électriques. Ceci implique qu'une détection

de position à $\pm 30^{\circ}$ électriques peut être suffisante pour démarrer la machine avec le maximum de couple.

Le lecteur intéressé trouvera dans l'annexe F un développement analytique des expressions des courants et du couple au démarrage du moteur.





Figure III.4: Evolution du couple en fonction de la position initiale du rotor pour diverses commandes appliquées (à $t = t_s+20$ ms).



III.2 Autopilotage de la machine aux vitesses de rotation importantes:

Dans une machine synchrone à rotor bobiné, l'amplitude des fems de rotation induites au stator est dépendante à la fois du flux d'excitation et de la vitesse de rotation. Comme l'information de position est contenue dans ces fems, la détection de la position du rotor est rendue délicate à faible vitesse où l'amplitude des fems est fortement bruitée (*aussi dans cette plage de vitesses, des fems de transformation se superposent aux faibles fems de rotation*). Cependant, il devient possible d'estimer la position de l'axe polaire lorsque la vitesse de la machine est suffisamment élevée pour reconstituer les fems de rotation.

III.2.1 Détection de la position à partir de l'estimation des fems de rotation :

La méthode de détection que nous proposons en vue de la reconstitution des fems de rotation, est basée sur la connaissance de deux courants de ligne, des trois tensions statoriques et des paramètres électriques de l'induit de la machine [CHA'06.a]. Dans la modélisation simplifiée illustrée par la Figure III.6, nous représentons chaque phase de la machine dans un fonctionnement moteur, par la mise en série d'une résistance R_s , d'une inductance cyclique L_s et d'une source de tension $e_{(L23)}$ représentant la *fem* induite dans une phase statorique.

En choisissant la cathode de la batterie comme référence des potentiels, les tensions aux bornes du moteur s'écrivent :"

$$\begin{cases} u_1 = R_s I_1 + L_s \frac{d I_1}{dt} + v_1 \\ u_2 = R_s I_2 + L_s \frac{d I_2}{dt} + v_2 \\ u_3 = R_s I_3 + L_s \frac{d I_3}{dt} + v_3 \end{cases}$$
(3.1)

avec $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

Les tensions v_1 , v_2 et v_3 sont inconnues. Ces dernières sont reliées aux fems par les équations suivantes :



Figure III.6: Modèle source-onduleur-MSRB en vue de l'estimation des fems

$$\{v_1 = e_1 + v_m, v_2 = e_2 + v_m, v_3 = e_3 + v_m$$
(3.2)

où l'on désigne par v_m le potentiel du neutre de la machine. Ce dernier étant inaccessible, v_m est inconnu.

Mettons le système (3.2) sous une forme vectorielle :

$$\left\{ \vec{V} = \frac{2}{3} \left(v_1 + a v_2 + a^2 v_3 \right) = \frac{2}{3} \left(e_1 + a e_2 + a^2 e_3 \right) + \frac{2}{3} \left(1 + a + a^2 \right) v_m \quad , \ a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \right\}$$
(3.3)

d'où

$$\vec{V} = \vec{E} = \frac{2}{3} \left(e_1 + a e_2 + a^2 e_3 \right)$$
(3.4)

Ainsi, la détermination du vecteur \vec{E} des fems revient à déterminer le vecteur tension \vec{V} . Or le système d'équations (3.1) mis sous une forme vectorielle donne :

$$\vec{U} = R_s \vec{I} + L_s \frac{d\vec{I}}{dt} + \vec{V}$$
(3.5)

Ce qui permet d'obtenir le vecteur inconnu des fems:

$$\vec{E} = \vec{U} - R_s \vec{I} - L_s \frac{dI}{dt}$$
(3.6)

III.2.2 Simulation:

Dans les simulations qui suivent, nous réglons le couple de charge de la machine (*une StARS-137*) de manière à imposer la vitesse de rotation de l'entraînement. En outre, l'autopilotage de la machine synchrone est réalisé, sauf indication contraire, à partir de sa position mécanique supposée connue avec précision. La Figure III.7 illustre les résultats de simulation dans le cas où la vitesse est très faible (proche de 20 tr/mn). Les allures des fems reconstituées à partir de la relation (3.6)

présentent des paliers de faible amplitude hachés à la fréquence de l'excitation rotorique (500 Hz avec un rapport cyclique de 80%). Ces fems sont ensuite filtrées par un filtre passe bas du premier ordre de pulsation de coupure 1000 rd/s introduisant un très faible déphasage à la fréquence de rotation de la machine. Le calcul de l'argument des fems est aussi affecté par la présence du découpage et délivre en moyenne une information discrète sur la position tous les 60° électriques. L'erreur de position est importante et indique une avance de phase du vecteur fem sur celui de la position.

Dans le cas de la Figure III.8, la machine tourne à 160 tr/mn. A cette vitesse,



Figure III.7: Estimation des fems à 10 tr/mn



0.3

0.4

0.5

0.6

0.4

/d

0.3

e (rd

0.6

l'amplitude des fems de rotation reconstituées est plus importante et leurs allures sont moins affectées par le découpage au rotor (*sauf à l'arrêt et aux premiers instants suivant un démarrage où la vitesse est encore faible*). Après filtrage, le vecteur fem présente des composantes quasi-sinusoïdales et le calcul de sa phase conduit à une dent de scie bien propre en avance de 90° par rapport à la rampe de référence définissant la vraie position du rotor. A cette vitesse, l'information de position obtenue est quasi-continue.

Ainsi, pour estimer correctement la position du rotor à partir des fems reconstituées, il faut compenser l'avance de phase du vecteur fem sur celui de la position. Déterminons d'abord les composantes estimées du vecteur fem \vec{E} :

$$\left\{ \hat{e}_{\alpha} = U_{\alpha} - R_s J_{\alpha} - L_s \frac{dJ_{\alpha}}{dt} , \quad \hat{e}_{\beta} = U_{\beta} - R_s J_{\beta} - L_s \frac{dJ_{\beta}}{dt} \right\}$$
(3.7)

L'argument de ce vecteur est donné par :

$$\widehat{\theta}_{e} = \operatorname{arctg}(\frac{e_{\beta}}{\hat{e}_{\alpha}}) \tag{3.8}$$

A partir des considérations précédentes, la correction qu'il faut apporter à la position estimée est la suivante :

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}_e - \frac{\pi}{2} = \operatorname{arctg}(\frac{-\hat{e}_{\alpha}}{\hat{e}_{\beta}})$$
(3.9)

La Figure III.9 montre ce que l'on obtient avec cette correction dans le cas où la vitesse est imposée à 200 tr/mn. L'erreur d'estimation de position commise est inférieure à 10° électriques.

La simulation d'un fonctionnement sans capteur de position est illustrée par la Figure III.10. La machine est autopilotée à partir de la position estimée sur la base de l'argument des fems de rotation reconstituées.



Cette dernière est exploitée dès le démarrage de la machine. L'allure du couple électromagnétique présente de fortes ondulations à faible vitesse engendrées par la forte erreur commise sur l'estimation de la position. Lorsque la vitesse s'établie à 200 tr/mn, le fonctionnement sans capteur se déroule correctement. Dans le cas de la Figure III.11, la machine est démarrée sur sa position réelle et nous simulons à t=0.5 s, un basculement de l'autopilotage par la position mécanique vers un autopilotage par les fems estimées à 200

tr/mn. Nous remarquons que les allures du couple et de la vitesse ne sont pas affectées par ce basculement ce qui implique la validité de l'estimation de position par les fems aux vitesses importantes.



Figure III.10: Fonctionnement sans capteur par la phase des fems de rotation estimées.

D'un autre coté, ces simulations montrent que le couple électromagnétique diminue dès le démarrage avec la croissance de la vitesse. Les résultats de la Figure III.12 montrent l'influence d'une élévation de la vitesse de 160 tr/mn à 220tr/mn sur l'évolution du couple électromagnétique. Le calage entre les tensions appliquées aux bornes de la machine et les fems estimées étant fixe, le couple moyen n'est pas optimisé sur toute la plage des vitesses de fonctionnement.

Ainsi, il devient nécessaire de poser des lois de commande permettant de maximiser le couple électromagnétique développé par la machine en fonction de sa vitesse de rotation. Dans le cas particulier de notre application, comme nous nous intéressons uniquement à la



Figure III.11: Basculement d'un autopilotage mécanique à un autopilotage sans capteur de position.



Figure III.12: Influence de la variation de la vitesse de la machine sur le couple développé.

fonction démarreur de notre machine, nous développerons des lois de commande optimisant le couple depuis le démarrage jusqu'à environ 300tr/mn. Cette étude fera l'objet du paragraphe suivant.

III.3 Commande du couple de la machine synchrone à rotor bobiné :

III.3.1 Cas d'une commande en courant :

Rappelons l'expression du couple électromagnétique du moteur synchrone en régime non saturé:

$$C_{e} = \frac{3}{2} p \left\{ \left(L_{d} - L_{q} \right) I_{d} I_{q} - M_{af} I_{f} I_{d} \right\}$$
(3.10)

En régime permanent synchrone, nous pouvons représenter le fonctionnement de la machine par le diagramme de Blondel [BAR'87](cf. Figure III.13), les tensions aux bornes du moteur étant données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} V_d = R_s I_d - \omega \psi_q = R_s I_d - \omega L_q I_q \\ V_q = R_s I_q + \omega \psi_d = R_s I_q + \omega (L_d - L_q) I_d + \omega L_q I_d + \omega M_{af} I_f \end{cases}$$
(3.11)

d'où :

$$V_{d} + jV_{q} = R_{s} \left(I_{d} + jI_{q} \right) + j\omega L_{q} \left(I_{d} + jI_{q} \right) + j\omega (L_{d} - L_{q}) I_{d} + j\omega M_{af} I_{f}$$
(3.12)

En introduisant les réactances synchrones définies par :

$$\left\{x_d = \omega L_d \quad , \quad x_q = \omega L_q \quad , \quad \Delta x = \omega (L_d - L_q)\right\}, \tag{3.13}$$

nous pouvons écrire :

$$\vec{V} = R_s \vec{I} + j x_q \vec{I} + j \Delta x I_d + e_{fq}^R$$
(3.14)

Cette dernière équation met en jeu la tension, le courant et la f.e.m de rotation à vide d'axe en quadrature d'expression :

$$e_{fq}^{R} = j e_{q} = j \omega M_{af} I_{f}$$
(3.15)

Nous pouvons tirer du diagramme vectoriel les composantes de la tension appliquée au moteur:

$$\begin{cases} V_d = -V\sin(\delta) \\ V_q = V\cos(\delta) \end{cases}$$
(3.16)

où V est l'amplitude des tensions de la machine et δ l'angle du couple électromagnétique.



Figure III.13 : Digramme de la double réactance de la machine synchrone.

Les composantes de PARK du courant s'expriment par :

$$\begin{cases} I_d = I\sin(\Psi) \\ I_q = I\cos(\Psi) \end{cases}$$
(3.17)

où l'on désigne par *I* l'amplitude des courants statoriques et par Ψ le déphasage entre l'onde de courant appliquée au moteur et la f.e.m à vide.

En remplaçant ces dernières relations dans l'expression (3.10), nous obtenons l'équation du couple électromagnétique développé par le moteur alimenté en courant :

$$C_{e} = \frac{3}{2} p \left\{ \frac{L_{d} - L_{q}}{2} I^{2} \sin(2\Psi) - M_{af} I_{f} I \cos(\Psi) \right\}$$
(3.18)

Ce dernier est maximal si la relation suivante est satisfaite :

$$\frac{\partial C_e}{\partial \Psi} = 0 \tag{3.19}$$

ce qui conduit à : $(L_d - L_q)I\cos(2\Psi) = M_{af}I_f\sin(\Psi)$

et la relation donnant le calage du courant par rapport à la f.e.m à vide s'écrit :

$$2(L_d - L_q)I\sin^2(\Psi) + M_{af}I_f\sin(\Psi) - (L_d - L_q)I = 0$$
(3.20)

La solution de cette dernière équation donne la valeur du déphasage optimal Ψ_{opt} de l'onde de courant, à savoir [GRE'97]:

$$\sin(\Psi_{opt}) = \sqrt{\left(\frac{M_{af}I_f}{4(L_d - L_q)I}\right)^2 + \frac{1}{2} - \frac{M_{af}I_f}{4(L_d - L_q)I}} > 0$$
(3.21)

Si la machine était à pôles lisses, le calage optimal serait nul et le couple maximum aurait pour expression :

$$C_{eM} \left(\Psi = 0 \right) = \frac{3}{2} p M_{af} I_f I$$
(3.22)

Notons que pour un courant imposé donné, le couple maximum développé est indépendant de la vitesse de rotation de la machine.

III.3.2 Cas d'une commande en tension :

Lorsque l'on alimente le moteur synchrone par un onduleur de tension, ce dernier impose la forme d'onde des tensions aux bornes de la machine. La forme d'onde du courant est quant à elle imposée par la charge car en effet, le courant est régi par l'impédance que voit le moteur aux différents harmoniques de la tension imposée [BIE'94].

En régime permanent synchrone, les tensions statoriques s'expriment en fonction des courants par le système suivant :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q - M_{af} I_f \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_q \\ \omega L_d I_d & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$
(3.23)

Ceci permet de déduire les composantes de Park du courant :

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} R_s & \omega L_q \\ -\omega L_d & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q - e_q \end{bmatrix} \text{ avec } \Delta = R_s^2 + \omega^2 L_q L_d$$
(3.24)

Réécrivons ces dernières en exploitant les relations (3.16) :

$$\begin{cases} I_d = \frac{-R_s V \sin(\delta) + \omega L_q \left(V \cos(\delta) - e_q\right)}{R_s^2 + \omega^2 L_q L_d} \\ I_q = \frac{R_s \left(V \cos(\delta) - e_q\right) + \omega L_d V \sin(\delta)}{R_s^2 + \omega^2 L_q L_d} \end{cases}$$
(3.25)

Ainsi, pour une tension imposée V, un courant d'excitation I_f , un calage δ et une pulsation électrique de rotation ω , la relation (3.25) donne les courants du moteur. La valeur du couple électromagnétique se calcule par la relation (3.10) soit:

$$C_{e}(V,\delta,\omega,I_{f}) = \frac{3}{2} p\left\{ \left(L_{d} - L_{q} \right) I_{d} I_{q} + M_{af} I_{f} I_{q} \right\}$$
(3.26)

Dans le cas où la vitesse de rotation électrique est importante, nous pouvons négliger les termes liés à la résistance :

$$\begin{cases} I_d = \frac{\omega L_q \left(V \cos(\delta) - e_q \right)}{\omega^2 L_q L_d} = \frac{V \cos(\delta) - e_q}{\omega L_d} \\ I_q = \frac{\omega L_d V \sin(\delta)}{\omega^2 L_q L_d} = \frac{V \sin(\delta)}{\omega L_q} \end{cases}$$
(3.27)

d'où :

$$\begin{cases} I_{d} I_{q} = \frac{V}{\omega^{2} L_{d} L_{q}} \left\{ e_{q} \sin(\delta) - \frac{1}{2} V \sin(2\delta) \right\} \\ M_{af} I_{q} I_{f} = \frac{V e_{q} \sin(\delta)}{\omega^{2} L_{q}} \end{cases}$$
(3.28)

Le couple électromagnétique s'écrit alors [LAJ'91]:

$$C_e = \frac{3}{2} p \left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d} \right) \frac{V^2}{\omega^2} \sin(2\delta) + \frac{3p}{L_d} \frac{V e_q}{\omega^2} \sin(\delta)$$
(3.29)

Nous retrouvons dans cette expression les composantes suivantes :

- la composante réluctante d'expression :

$$C_{eR} = \frac{3}{2} p \left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d} \right) \frac{V^2}{\omega^2} \sin(2\delta)$$
(3.30)

- la composante synchrone d'expression :

$$C_{es} = 3p \frac{1}{L_d} \frac{V e_q}{\omega^2} \sin(\delta)$$
(3.31)

III.4 Application à la commande de la StARS:

III.4.1 Comportement à forte vitesse :

A tension imposée, comme la f.e.m à vide est proportionnelle à la vitesse hors saturation, le couple synchrone varie inversement proportionnellement à la vitesse.

L'équation du couple (3.29) déduite dans le cas d'une vitesse de rotation importante montre qu'à vitesse donnée, le couple sera maximum si l'onde de tension est imposée avec un angle d'avance électromagnétique δ de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la f.e.m à vide.

III.4.2 Comportement à faible vitesse :

Si l'on analyse de nouveau le diagramme vectoriel de la Figure III.13, nous pouvons déduire l'égalité suivante:

$$\sin(\Psi + \delta) = \frac{\left(e_q + \Delta x I_d\right) \sin \Psi + x_q I}{V}$$
(3.32)

A faible vitesse, cette dernière équation montre que :

$$\sin(\Psi + \delta) \rightarrow 0$$
 d'où : $\delta \rightarrow -\Psi$ (3.33)

Ceci implique que dans le cas d'une machine à pôles saillants, pour développer un couple maximum à faible vitesse, l'onde de tension doit être imposée en retard par rapport à celle de la f.e.m à vide (cf. Figure III.14).

Or, dans une commande en courant, le calage optimal entre courant et f.e.m donnant le couple maximum est d'après (3.21):

$$\sin(\Psi_{opt}) = \sqrt{\beta^2 + \frac{1}{2}} - \beta > 0 \text{ avec } \beta = \frac{M_{af}I_f}{4(L_d - L_q)I}$$
(3.34)

A très faible vitesse, l'amplitude des courants de phase est proche de $I = \frac{V}{R_s}$ où V est

l'amplitude du fondamental des tensions composées imposées aux bornes de la machine qui vaut dans le cas d'une commande en pleine onde (où la tension du bus continue vaut U_{dc}):



Figure III.14 : Digramme vectoriel d'un fonctionnement à faible vitesse.

Dans le cas de notre application, U_{dc} =12V et V=13.23V. Avec les paramètres de la StARS-137, nous trouvons dans le cas d'un rapport cyclique α de 80 % au niveau de l'excitation:

$$\beta = \frac{R_s M_{af}}{4 \left(1 - \frac{L_q}{L_d}\right) R_f L_d} \frac{\alpha V_f}{V} = 0.3 \quad \text{d'où} \quad \Psi_{opt} \approx 35^\circ$$

Ainsi, à très faible vitesse et en l'absence de saturation nous devons imposer un angle $\delta \rightarrow -35^{\circ}$.

III.4.3 Synchronisation de la commande en tension sur les fems de la machine:

Les résultats du paragraphe précédent montrent que pour garder un couple proche de son maximum, il faut imposer un déphasage entre les tensions et les fems de la machine tel que :

$$\delta \rightarrow \frac{\pi}{2}$$
 aux fortes vitesses et $\delta \rightarrow -\Psi_{opt}$ aux vitesses faibles.

Nous savons aussi que la fem de rotation induite dans une phase de la machine est maximale quand l'axe magnétique de l'inducteur est en quadrature avec l'axe magnétique de cette phase. En effet, si M_{AF} est la mutuelle inductance entre la phase A et l'inducteur, elle aura pour expression en fonction de la position du rotor (cf. Figure III.15) :

$$M_{AF} = M_{af} \cos(\theta)$$

La fem induite dans cette phase aura donc pour équation²:

$$e_{a} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(I_{f} M_{af} \cos(\theta) \right) \frac{d\theta}{dt} = -\left(M_{af} \omega I_{f} \right) \sin(\theta)$$

Cette dernière passe par son extremum lorsque $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$

Dans notre cas, comme la machine est couplée en triangle, c'est la fem composée e_{ab} qui aura pour équation :

$$e_{ab} = -e_{mc}\sin(\theta)$$
 avec $e_{mc} = \omega M_{af}I_f$ (3.36)

d'où le diagramme vectoriel suivant des fems.



Figure III.15: Digramme vectoriel des fems de rotation simples et composées.

Ainsi, à faible vitesse, pour imposer une tension en retard par rapport à la fem à vide, le diagramme montre qu'il serait favorable de synchroniser la commande sur les fems simples dont la première a pour expression :

$$e_a = -e_{ms}\sin(\theta - \frac{\pi}{6}) \quad \text{avec} \quad e_{ms} = \frac{e_{mc}}{\sqrt{3}} \tag{3.37}$$

Par contre, lorsque la vitesse devient trop importante, il serait favorable de se synchroniser sur les fems procurant une plus grande avance d'angle électromagnétique à savoir $\{e_{cb}, e_{ac}, e_{ba}\}$ et dans le cas limite $\{e_c, e_a, e_b\}$.

² Les phases A, B et C correspondent respectivement aux phases U, W et V de notre machine.

III.5 Recherche de lois de commande par simulation :

Dans le but de déterminer des lois permettant le contrôle du couple électromagnétique à partir d'une action sur l'angle de calage des tensions par rapport aux fems, nous avons réalisé diverses simulations basées sur le modèle en flux saturé de la machine alimentée en tension. Nous allons voir qu'il est possible de régler le couple soit en combinant les fems estimées soit en introduisant un angle de calage au niveau de la position estimée par la phase du vecteur des fems.

III.5.1 Calage ne faisant pas appel au calcul direct de la position :

a) Calage discontinu basé sur les fems :

Pour appliquer des tensions en retard sur les fems de la machine, nous synchroniserons cette fois-ci la commande sur les fems de rotation simples. Ces dernières sont en retard de 30° électriques (cf. Figure III.16.a) sur les fems composées. La Figure III.16.b montre l'évolution que l'on obtient du couple moyen en fonction de la vitesse. On constate que, par rapport au calage mécanique, nous obtenons aussi un bon couple à des vitesses supérieures à 50 rd/s. Mais comme le retard imposé est indépendant de la vitesse, le couple diminue à très faible vitesse. En effet, il faudrait introduire un retard supplémentaire pour contrer cette diminution.



Figure III.16: Couple obtenu à partir d'une commande synchronisée sur les fems de rotation simples.

Ainsi, pour améliorer le couple à très basse vitesse nous allons cette fois-ci nous synchroniser sur les fems composées fournissant un déphasage inférieur à -30°, à savoir :

$$\left\{ e_{ac} \hspace{0.1 in} , \hspace{0.1 in} e_{ba} \hspace{0.1 in} , \hspace{0.1 in} e_{cb}
ight\}$$

La caractéristique couple-vitesse ci-dessous montre que l'on obtient un meilleur couple en basse vitesse avec ce type de fems.


Ainsi, pour bien interpréter ces résultats, nous allons tracer ensemble, les caractéristiques obtenues avec les trois types de calages précédents :

Figure III.17: Couple obtenu pour divers types de calages.

On constate que, pour avoir le meilleur couple, il faudrait se synchroniser sur les fems composées $\{e_{ac}, e_{ba}, e_{cb}\}$ lorsque la vitesse est inférieure à 40 rd/s, et sur les fems simples dans le cas contraire.

b) Calage continu par combinaison des fems :

Nous venons de monter qu'il est possible d'améliorer le couple développé par la machine en synchronisant la commande de l'onduleur sur les fems statoriques simples ou composées. Cependant, le calage obtenu est discontinu par paliers pouvant engendrer de brusques variations au niveau du couple.

Dans le but de garantir une continuité dans le réglage de l'angle de calage, nous synchronisons le vecteur tension appliqué à la machine sur un vecteur issu d'une combinaison linéaire des fems simples ou composées. Le diagramme vectoriel de la Figure III.18. montre ce principe. Le facteur



Figure III.18: Principe de combinaison de deux fems

de réglage *k* introduit permet de régler continûment la phase du vecteur tension résultant par rapport aux fems de la machine.

Nous allons maintenant déduire par simulation une loi de variation du facteur de réglage k en fonction de la vitesse de la machine en vue de produire le plus grand couple

possible. Pour ce faire nous programmons une commande en pleine onde dans laquelle les ordres de commande imposés à l'onduleur obéissent aux relations suivantes :

$$\{f_{11} = pos(e_a - k e_b) , f_{12} = pos(e_b - k e_c) , f_{13} = pos(e_c - k e_a)\}$$
(3.38)

où pos(x) est une fonction logique définie valant 1 lorsque x est positif et zéro dans le cas contraire.

Dans notre simulation, la vitesse électrique du moteur est programmée variable de 80 tr/mn à 250 tr/mn avec un pas de 20 tr/mn. Pour chaque vitesse, nous faisons évoluer le facteur k de -1.2 à 0.2 avec un pas de 0.1. La Figure III.23 montre les résultats obtenus.



Figure III.19: Réglage du couple moyen à partir d'une combinaison linéaire des fems.

Ainsi, pour garantir le maximum du couple moyen sur la plage des vitesses étudiée, le facteur de réglage k doit dépendre de la vitesse et obéir dans une première approximation à la loi linéaire suivante :

$$k = 0.0032\,\omega - 0.92\tag{3.39}$$

où la pulsation ω est en rd/s.

Simulation temporelle :

La Figure III.20 montre le fonctionnement de la machine dans le cas où la commande est synchronisée sur les fems composées de la machine. Le calage entre le vecteur tension et le vecteur fem est ainsi fixe. La vitesse est programmée variable par paliers de 50tr/mn à 300 tr/mn. Nous constatons la diminution du couple dès la montée en vitesse. Cependant, si nous synchronisons la commande de la machine sur une combinaison des fems définie par les relations (3.38) et (3.39), nous obtenons les résultats illustrés par la Figure III.21. Nous constatons que le couple de la machine garde une valeur moyenne appréciable proche de 40 N.m sur toute la plage des vitesses programmées.



fems composées.



Figure III.21: Fonctionnement basé sur une commande synchronisée sur des fems linéairement combinées.

III.5.2 Calage faisant appel à l'information de position :

a) Détermination d'une loi de calage en fonction de la vitesse :

La vitesse électrique du moteur est programmée variable de 16 tr/mn à 160 tr/mn avec un pas de 16 tr/mn. Pour chaque vitesse, nous faisons évoluer l'angle γ de 0 à -70° avec un pas de -5°. En fait l'angle γ est fixé comme le décrit le diagramme de la Figure III.22 (pour la première phase). Il s'agit donc d'un calage mécanique grâce auquel nous injectons à la commande de l'onduleur trois signaux en phase avec les références suivantes :

$$e_k\Big|_{k=1,2,3} = \sin(\theta + (k-1)\frac{2\pi}{3} + \gamma)$$
 (3.40)



Figure III.22: Elaboration de la commande à partir de la position et du calage

La machine est ainsi autopilotée par sa position mécanique. La Figure III.23 montre les résultats obtenus. La caractéristique du couple électromagnétique moyen en fonction du calage mécanique illustrée par la Figure III.23.a montre que le maximum du couple se déplace vers la gauche lorsque la vitesse diminue.



Figure III.23: Recherche d'un calage maximisant le couple en fonction de la vitesse.

La Figure III.23.b donnant le maximum du couple en fonction de la vitesse montre que l'intervalle des angles dans lequel se situent les maxima du couple est $\gamma \in [-40^\circ, -25^\circ]$ auquel correspond $48 Nm \le C_{eM} \le 57 Nm$. L'interpolation de cette dernière courbe donne une évolution linéaire du calage en fonction de la vitesse électrique (cf. Figure III.23.d) suivant la relation:

$$\gamma = 0.2\,\omega - 40\tag{3.41}$$

D'autre part, la vitesse à laquelle nous devrons introduire une avance des ondes de tension sur les fems s'obtient en annulant l'angle de calage à savoir :

 $\gamma = 0.17 \omega - 42 \ge 0 \implies \omega \ge 247 rd/s$ ou encore $N \ge 393 tr/mn$

Cette limite est quand même assez importance en régime moteur de l'alternodémarreur ce qui implique qu'il faut toujours retarder les tensions imposées par rapport aux fems.

b) Fonctionnement avec la loi du calage ainsi déterminée :

La loi de variation du calage γ en fonction de la vitesse étant connue (équation (3.41)), nous la programmons dans notre modèle et nous faisons varier la vitesse comme précédemment. Nous obtenons les résultats de la Figure III.24.



Figure III.24: Résultats issus d'un calage dépendant de la vitesse.

Nous constatons ainsi que le couple moyen (cf. Figure III.24.a) rejoint l'allure du couple maximum (cf. Figure III.24.b) dans toute la plage des vitesses étudiée, le couple max diminuant avec la croissance de la vitesse. On voit fort bien que l'angle de calage moyen calculé augmente avec la vitesse moyenne selon la linéarité imposée et reste dans la limite $[-40^\circ, -25^\circ]$.

c) Introduction d'un saut de calage:

Dans une troisième situation, nous avons décidé d'appliquer à un instatnt $t=t_0$ un échelon d'angle à la sortie de la loi de commande précédente. Dans ce cas, la nouvelle loi a pour expression :

$$\gamma = (0.2\,\omega - 40) \pm \gamma_0 \,\varepsilon(t - t_0) \tag{3.42}$$

avec $\gamma_0 = 10^\circ$, $t_0 = 0.4$ s et $\varepsilon(t)$ la fonction échelon.

La Figure III.25 présente les résultats de simulation obtenus dans le cas d'une vitesse de rotation électrique environ égale à 160 tr/mn.



Figure III.25: Influence d'une variation brusque du calage sur un autopilotage mécanique.

On voit que l'échelon appliqué (une avance dans le cas des courbes de la Figure III.25.a et un retard dans le cas de la Figure III.25.b) ne provoque pas un changement significatif au niveau du couple électromagnétique moyen. Ces simulations montrent aussi que les transitoires engendrés par cet échelon se ressentent au niveau du courant d'excitation mais ils n'ont pas une grande influence sur l'allure des courants statoriques et sur celle de la vitesse.

III.5.3 Estimation de la vitesse à partir des fems:

Les résultats précédents montrent que dans le cas d'une commande en tension, il est nécessaire d'adapter l'angle de couple électromagnétique à la vitesse du moteur. Mais en général, on ne dispose pas d'un capteur de vitesse dans une commande sans capteur. Il faut donc trouver un moyen permettant l'estimation de la vitesse de rotation.

L'amplitude des fems de la machine étant naturellement liée à sa vitesse de rotation, nous essaierons de trouver une relation entre cette vitesse et le module E_m du vecteur \vec{E} des fems de composantes e_{α} , e_{β} que l'on peut estimer:

$$\left\{ E_m = \sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \quad , \ e_\alpha = \frac{2}{3} \left(e_a - \frac{e_b + e_c}{2} \right) \, , \ e_\beta = \frac{e_b - e_c}{\sqrt{3}} \right\}$$
(3.43)

A partir d'une simulation de l'entraînement basée sur un calage du type mécanique, nous traçons l'évolution du module moyen des fems composées estimées en fonction de la vitesse moyenne de rotation. Cette évolution est illustrée par la Figure III.26.

Dans la plage de vitesses considérée, la caractéristique $E_m(\omega)$ est linéaire et a pour expression :

$$E_m|_{moy} = \frac{2\omega + 5}{100}$$
(3.44)

où E_m est en volts et ω en rd/s.

a) Calage en fonction de la vitesse estimée:

Maintenant que l'information de vitesse a pu être reconstituée à partir des fems estimées de la machine nous l'utilisons pour déterminer la nouvelle loi de calage sans capteur à savoir :

$$\gamma = 0.2 (z.E_m) - 40 \qquad (3.45)$$

où la pente z vaut 50 rd/(s.V).



Figure III.26: Evolution du module moyen du vecteur fem en fonction de la vitesse

Cette loi est ensuite introduite dans le modèle de notre simulation. La caractéristique *couple moyen –vitesse* obtenue est représentée par la Figure III.27. On constate ainsi que la nouvelle loi programmée est aussi consistante que celle obtenue avec un calage mécanique fonction de la vitesse et le couple est à son maximum pour chacune des vitesses.

Dans la réalité, en dehors du modèle des valeurs moyennes, le module instantané des fems estimées n'est pas constant mais fluctue entre un maximum et un minimum (cf. Figure III.28).



Figure III.27: Couple obtenu à partir d'un calage fonction de la vitesse estimée à partir des fems.



Figure III.28: Evolution instantanée du module du vecteur fem et angle de calage résultant.

Cette ondulation est d'autant plus importante que la vitesse est faible et peut atteindre 0.5 V ce qui correspond à une variation de vitesse $\Delta \omega = 0.5*z = 25$ rad/s et une erreur de calage correspondante de $\Delta \gamma = 0.2*25 = 5^{\circ}$. Or, nous avons vu d'une part, qu'une erreur de $\pm 10^{\circ}$ (*et donc une ondulation de* ± 1 *volt*) sur la valeur du calage n'affectait pas sérieusement le couple moyen développé et que d'autre part, l'autopilotage par le vecteur des fems est performant aux vitesses importantes où l'ondulation du module de ce vecteur serait très faible.

b) Simulation temporelle :

A partir des résultats de simulation de la Figure III.29, nous pouvons comparer les différents modes de fonctionnement de notre entraînement. Dans un premier temps, nous réalisons un autopilotage par la position de la machine et nous fixons l'angle de calage à une valeur nulle (cf. Figure III.29.a). La vitesse est programmée variable par paliers (150, 300 et 450tr/mn). Dès le démarrage la machine développe un couple important de 40 N.m mais ce dernier diminue rapidement dès le premier palier à 150 tr/mn pour atteindre 25 N.m environ à 450tr/mn. Dans un second temps, nous introduisons un calage proportionnel à vitesse suivant la relation (3.41) et nous relançons un démarrage (cf. Figure III.29.b). Nous obtenons alors un couple avec un meilleur profil puisqu'il garde quasiment une valeur de 40 N.m durant le premier palier de vitesse. Remarquons aussi que le courant au rotor présente un meilleur transitoire au démarrage que dans le cas du calage fixe. Dans un troisième temps, nous passons à la simulation d'un autopilotage par les fems estimées (cf. Figure III.29.c). Le démarrage de la machine est d'abord réalisé à partir de la position réelle du rotor puis, une fois la machine lancée à 150 tr/mn, nous basculons à t=0.5 s le fonctionnement sur un autopilotage par la phase du vecteur \vec{E} des fems estimées. Le calage introduit est proportionnel à la vitesse estimée à partir du module de \vec{E} selon la relation (3.45). Nous constatons que le couple développé est quasiment identique à celui obtenu lors d'un autopilotage par la vraie position du rotor. Remarquons aussi que le basculement vers un autopilotage par les fems n'a pas engendré de transitoire brusque au niveau du couple ou de la vitesse. D'autre part, l'erreur commise sur l'estimation de position par la phase des fems reste faible et nous retrouvons le profil du calage dans son évolution temporelle.

Dans le cas de la simulation illustrée par la Figure III.30 l'effet de l'introduction d'un calage en fonction de la vitesse (cf. Figure III.30.a et i) est analysé dans le repère rotorique. Les allures des composantes de Park des courants statoriques (cf. Figure III.30.d) calculées à partir de la position réelle de la machine montrent que le profil du courant transverse suit les variations du couple électromagnétique (cf. Figure III.30.g). Les ondulations du courant direct quant à elles sont quasiment en opposition avec les ondulations du courant d'excitation (cf. Figure III.30.e) si bien que la variation de la somme du courant inducteur et du courant longitudinal ramené au rotor est faible (cf. Figure III.30.f). La multiplication de cette somme par le courant transverse instantané permet de reconstruire à une constante près (proche de $1.5*p*M_{af}$) l'allure du couple électromagnétique (cf. Figure III.30.g).



Figure III.29: Simulation d'un fonctionnement avec et sans capteur de position.



la maximisation du couple moyen.

III.6 Conclusion

Pour que la StARS démarre dans le bon sens de rotation et développe un fort couple d'entraînement, il est nécessaire d'appliquer une commande dépendant de la position initiale du rotor. Cette dernière doit être connue avant le démarrage de la machine. Le couple développé pendant la rotation de la machine alimentée en tension dépend, pour un calage donné, fortement de la vitesse de l'entraînement. L'introduction d'un calage variable en fonction de la vitesse a montré qu'il est possible de maximiser le couple moyen sur la plage des vitesses du mode démarreur. Lorsque la vitesse de rotation est importante, le contrôle de l'angle de calage peut être réalisé soit directement par combinaison des fems de rotation estimées soit par ajustement de la position estimée à partir de la phase du vecteur des fems. Le module de ce dernier est un bon moyen d'estimation de la vitesse lorsque celle-ci est suffisante (supérieure à 50 tr/mn). Le tableau III.1 résume les avantages et les inconvénients des divers types de synchronisations de la commande en tension sur les fems estimées. Cette comparaison nous permet de retenir la méthode basée sur le calage du vecteur tension par la phase du vecteur des fems estimées, la complexité des calculs pouvant être réglée par un l'utilisation d'un DSP rapide.

Enfin, ces méthodes n'étant valables qu'aux vitesses importantes, le chapitre suivant sera consacré à la recherche d'autres solutions adaptées à la basse vitesse.

	Type de synchronisation de la commande		
	Fems simples ou composées	Combinaison linéaire des fems de rotation	Calage du vecteur tension par la phase du vecteur des fems
Avantage(s)	*Simplicité et rapidité. *Indépendance de la vitesse en dehors du seuil de basculement.	*Ne nécessite pas le calcul de la position. *Couple aussi bon qu'un calage mécanique par résolveur.	 *Plus stable par rapport à la forme d'onde des fems estimées. *Couple aussi bon qu'un calage mécanique par résolveur. * Vecteur fem disponible en phase et en module (vitesse).
Inconvénient(s)	*Calage discontinu par paliers de 30°et donc un couple moins bon.	*Sensible à la forme d'onde des fems estimées.	*Calculs plus complexes (arctg, racine carrée)

Tableau III-1 : Tableau récapitulatifs des différentes commandes basées sur les fems estimées.

Chapitre IV

Détection de la position à basse vitesse

IV

Sommaire

IV.1 Estimation de la position du rotor de la machine synchrone		
IV.1.1 Estimation à partir des courants statoriques :		
IV.1.1.a Arrêt et basse vitesse :		
IV.1.1.b Cas où la vitesse est importante :		
IV.1.2 Estimation de la position du rotor à partir des flux statoriques :		
IV.1.3 Observation de position utilisant un observateur d'état :		
IV.1.3.a Le filtre de Kalman :		
IV.1.1.b Exemple d'un modèle d'état de la machine synchrone :		
IV.2 Simulation :		
IV.2.1 Estimation de la position du rotor à partir des courants statoriques :		
IV.2.1.a. Commutation des courants de phase :		
IV.2.1.b. Limitations :		
IV.2.2 <i>Estimation de la position du rotor à partir des flux statoriques:</i>		
IV.2.1.a. Correction par filtrage :		
IV.2.3 Estimation de la position par un filtre de Kalman :		
IV.2.1.a. Application du filtre de Kalman sur des données expérimentales :		
IV.3 Conclusion:		

En vue de l'estimation de la position angulaire du rotor à faible vitesse, nous exploitons dans ce chapitre les résultats de l'annexe D concernant les expressions des forces électromotrices développées dans la machine. Des modèles d'équations sont dégagés et leur validité est étudiée. Nous verrons successivement des méthodes d'estimation de position basées sur les courants statoriques, sur les flux statoriques et sur un observateur stochastique estimant les états de la machine en présence de bruit. Par le biais de simulations, nous examinerons les performances de ces méthodes et nous soulignerons au fur et à mesure leurs limitations.

IV.1 Estimation de la position du rotor de la machine synchrone

IV.1.1 Estimation à partir des courants statoriques :

Dans ce paragraphe, nous nous mettons dans le cas abordable où la machine est caractérisée par une faible saillance magnétique (ce qui est pratiquement le cas de la StARS).

IV.1.1.a Arrêt et basse vitesse :

A l'arrêt, lorsque l'onduleur est inhibé et que la machine synchrone à rotor bobiné est excitée par un hacheur avec un rapport cyclique non nul, les équations électriques biphasées du stator s'écrivent (cf. Annexe D équation D.61) :

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha 0} \\ V_{\beta 0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{\alpha} \\ e_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{d\lambda}{dt} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{0}) \\ \sin(\theta_{0}) \end{bmatrix}$$
(4.1)

où θ_0 est la position du rotor à l'arrêt.

Les flux, quant à eux, sont initialisés aux valeurs suivantes [AFS'94]:

$$\begin{bmatrix} \psi_{\alpha 0} \\ \psi_{\beta 0} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \cos(\theta_0) \\ \sin(\theta_0) \end{bmatrix}$$
(4.2)

Ainsi, la mesure des fems de transformation à vide nous permet la connaissance de la position initiale du rotor, soit:

$$tg(\theta_0) = \frac{V_{\beta 0}}{V_{\alpha 0}} \tag{4.3}$$

Après mise en marche de l'onduleur, lorsque la machine tourne à très basse vitesse, nous pouvons continuer à exploiter les relations suivantes:

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{\alpha} \\ \Psi_{\beta} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + L_d \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \frac{d\lambda}{dt} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
(4.4)

Ceci nous permet de réaliser l'estimation des fems à très basse vitesse :

$$\begin{bmatrix} \widetilde{e_{\alpha}} \\ \widetilde{e_{\beta}} \end{bmatrix} = \frac{d\lambda}{dt} \begin{bmatrix} \cos(\widetilde{\theta}) \\ \sin(\widetilde{\theta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{V_{\alpha}} \\ \widetilde{V_{\beta}} \end{bmatrix} - \widetilde{R_s} \begin{bmatrix} \widetilde{I_{\alpha}} \\ \widetilde{I_{\beta}} \end{bmatrix} - \widetilde{L_d} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \widetilde{I_{\alpha}} \\ \widetilde{I_{\beta}} \end{bmatrix}$$
(4.5)

Relation dans laquelle on désigne par :

- \tilde{x} une grandeur estimée.
- \hat{x} une grandeur mesurée.

IV.1.1.b Cas où la vitesse est importante :

Lorsque la vitesse devient importante, les fems de rotation deviennent prépondérantes par rapport aux fems de transformation et nous écrivons :

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = R_{s} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + L_{d} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \omega \lambda \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(4.6)

Ceci nous permet de réaliser l'estimation suivante des fems de rotation :

$$\begin{bmatrix} \widetilde{e_{\alpha}} \\ \widetilde{e_{\beta}} \end{bmatrix} = \widetilde{\omega \lambda} \begin{bmatrix} -\sin(\widetilde{\theta}) \\ \cos(\widetilde{\theta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{V_{\alpha}} \\ \widetilde{V_{\beta}} \end{bmatrix} - \widetilde{R_s} \begin{bmatrix} \widehat{I_{\alpha}} \\ \widehat{I_{\beta}} \end{bmatrix} - \widetilde{L_d} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \widehat{I_{\alpha}} \\ \widehat{I_{\beta}} \end{bmatrix}$$
(4.7)

De plus, si l'ondulation du flux d'excitation est faible, le module de ces fems donnerait une bonne information sur la vitesse de rotation de la machine synchrone.

IV.1.2 Estimation de la position du rotor à partir des flux statoriques :

Le principe de cette détection est l'élaboration, à partir des grandeurs statoriques, d'un vecteur qui serait porté par l'axe rotorique direct et donc de composante purement longitudinale [SHE'02, DAV'98, AFS'94]:

Ecrivons les correspondances entre les flux $\psi_{\alpha\beta}$ et ψ_{dq} (cf. annexe D):

$$\begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{d} \\ \psi_{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{d} I_{d} \cos(\theta) - L_{q} I_{q} \sin(\theta) \\ L_{d} I_{d} \sin(\theta) + L_{q} I_{q} \cos(\theta) \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
(4.8)

sachant que :

$$\begin{cases} I_q \sin(\theta) = I_d \cos(\theta) - I_\alpha \\ I_q \cos(\theta) = I_\beta - I_d \sin(\theta) \end{cases},$$
(4.9)

nous écrivons (4.8) sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d I_d \cos(\theta) + L_q \left(I_{\alpha} - I_d \cos(\theta) \right) \\ L_d I_d \sin(\theta) + L_q \left(I_{\beta} - I_d \sin(\theta) \right) \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
(4.10)

d'où :

$$\begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_q I_{\alpha} + \Delta l I_d \cos(\theta) \\ L_q I_{\beta} + \Delta l I_d \sin(\theta) \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
(4.11)

et nous obtenons enfin :

$$\begin{bmatrix} \psi_{\alpha} - L_{q} I_{\alpha} \\ \psi_{\beta} - L_{q} I_{\beta} \end{bmatrix} = (\Delta l \ I_{d} + \lambda) \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
(4.12)

Ainsi, le vecteur $\overrightarrow{g_{\alpha\beta}} = \overrightarrow{\psi_{\alpha\beta}} - L_q \overrightarrow{I_{\alpha\beta}}$ est porté par l'axe polaire comme le montre la Figure IV.1.



Figure IV.1 : Principe de l'estimation de position par les flux statoriques.

D'autre part, d'après la relation (4.4) le vecteur flux est déterminé à partir de l'intégrale suivante:

$$\overrightarrow{\psi_{\alpha\beta}} = \int \left(\overrightarrow{V_{\alpha\beta}} - R_s \, \overrightarrow{I_{\alpha\beta}} \right) \tag{4.13}$$

avec la condition initiale: $\begin{bmatrix} \psi_{\alpha 0} \\ \psi_{\beta 0} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \cos(\theta_0) \\ \sin(\theta_0) \end{bmatrix}$

A partir des relations (4.12) et (4.13) nous déterminons la position du rotor par le calcul de sa tangente :

$$tg(\theta) = \frac{-L_q I_{\beta} + \int \left(V_{\beta} - R_s I_{\beta}\right)}{-L_q I_{\alpha} + \int \left(V_{\alpha} - R_s I_{\alpha}\right)}$$
(4.14)

IV.1.3 Observation de position utilisant un observateur d'état :

IV.1.3.a Le filtre de Kalman :

Le filtre de Kalman est un observateur stochastique donnant une estimation optimale des états d'un système dynamique linéaire. Ce type de filtre a souvent été employé dans le cas de la machine asynchrone pour l'estimation du flux, de la vitesse ou des paramètres rotoriques [LOR'00]. En outre, il s'est aussi avéré efficace dans la détermination en ligne de la position et de la vitesse de la machine synchrone à aimants permanents [GRE'97]. Cependant, la difficulté majeure de son utilisation réside dans le réglage des matrices de covariance qui apparaissent dans les équations du filtre [BOL'03]. Comme les observateurs déterministes (Luenberger ou autre), l'observateur (ou reconstructeur d'état) de Kalman permet d'estimer l'état d'un système à partir de sa commande et de sa sortie mesurées (cf. Figure IV.2). En outre, les équations de ce filtre étant récurrentes, il présente l'avantage de la réduction du volume des données stockées [GRE'97]. En effet, pour estimer l'état d'un système à un instant donné, le filtre a besoin uniquement de l'entrée et de la sortie de ce système au même instant et de la connaissance de son état à un instant immédiatement antérieur.



Après initialisation, le filtre de Kalman agit en deux phases :

• La phase de prédiction ou de propagation :

Durant cette phase, le modèle a priori du système est exécuté (Cas discret) :

$$X_{k+1/k} = A_d X_{k/k} + B_d U_k$$
(4.15)

équation dans laquelle $\widehat{X}_{k+1/k}$ et $\widehat{X}_{k/k}$ sont respectivement les états prédit et estimé du système et A_d et B_d , respectivement les matrices d'évolution et de commande discrètes du système. Ensuite, la matrice de covariance de l'erreur de prédiction est calculée :

$$P_{k+1/k} = A_d P_{k/k} A_d^T + Q_k$$
(4.16)

avec Q_k la matrice de covariance des bruits d'état.

• La phase de correction

Cette phase consiste en les étapes suivantes :

- Mise à jour du gain de Kalman :

$$K_{k} = P_{k/k-1} C_{d}^{T} \left(C_{d} P_{k/k-1} C_{d}^{T} + R_{k} \right)^{-1}$$
(4.17)

où R_k est la matrice de covariance des bruits de mesure.

- Calcul de l'estimation optimale de l'état à partir de la sortie y_k :

$$\widehat{X}_{k/k} = \widehat{X}_{k/k-1} + K_k \left(y_k - C_d \, \widehat{X}_{k/k-1} \right) \tag{4.18}$$

où C_d est la matrice d'observation du système.

- Calcul de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation :

$$P_{k/k} = (I - K_k C_d) P_{k/k-1}$$
(4.19)

Les performances du filtre et sa convergence sont tributaires des réglages des matrices de covariance P, Q et R [BOL'03, BOL'01, VAS'98].

La variation de la matrice de covariance initiale P_0 de l'erreur d'estimation affecte l'amplitude des transitoires et est sans effet sur leur durée ou sur le régime permanent.

La matrice de covariance Q indique soit la présence de bruits dans les états du système soit d'une incertitude sur les états. Une grande incertitude accroîtrait les éléments de Q et provoquerait la croissance du gain de Kalman et par conséquent, augmenterait la dynamique du filtre.

La matrice R quant à elle, modélise les bruits de mesure. La croissance de ses éléments est synonyme de l'importance du bruit dans les capteurs de mesure réduisant ainsi la confiance de l'estimateur dans les sorties mesurée. Par conséquent, le gain de Kalman décroît contribuant à la réduction de la dynamique de l'estimateur.

P, Q et R sont initialisées diagonales puisqu'on suppose souvent nulles les corrélations entre bruits et incertitudes entre les états, à cause du manque d'informations statistiques permettant d'évaluer leurs termes non diagonaux.

IV.1.1.b Exemple d'un modèle d'état de la machine synchrone :

Pour appliquer le filtre de Kalman dans l'estimation de la position et de la vitesse de la machine synchrone à rotor bobiné, nous exploiterons le système des tensions statoriques suivant :

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + L_d \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{\alpha} \\ e_{\beta} \end{bmatrix}$$
(4.20)

Dans une modélisation telle que celle proposée dans la référence [HAN'02] chaque fem est constituée d'un terme périodique et d'un offset continu

$$\begin{cases}
e_{\alpha} = e_{\alpha 1} + e_{\alpha 0} \\
e_{\beta} = e_{\beta 1} + e_{\beta 0}
\end{cases}$$
(4.21)

si ω est la pulsation électrique de rotation nous écrivons d'après (4.6)

$$\begin{cases} e_{\alpha 1} = -\lambda \,\omega \sin(\theta) \\ e_{\beta 1} = \lambda \,\omega \cos(\theta) \end{cases}$$
(4.22)

Les termes d'offsets ne sont pas nécessaires dans le cas idéal mais sont indispensables dans l'analyse du système réel à cause de la présence des bruits. Leur prise en compte permettrait de réduire l'ondulation de la vitesse estimée. Par ailleurs nous pouvons adjoindre à ces fems périodiques les flux suivants :

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{\alpha_1}}{dt} = e_{\alpha_1} \\ \frac{d\psi_{\beta_1}}{dt} = e_{\beta_1} \end{cases} \quad \begin{cases} \psi_{\alpha_1} = \lambda \cos(\theta) \\ \psi_{\beta_1} = \lambda \sin(\theta) \end{cases} \quad (4.23)$$

De (4.22) et (4.23) nous pouvons déduire :

$$\begin{cases} e_{\alpha 1} = -\omega \psi_{\beta 1} \\ e_{\beta 1} = \omega \psi_{\alpha 1} \end{cases}$$
(4.24)

et

$$\left\{\frac{de_{\alpha 1}}{dt} = -\omega^2 \psi_{\alpha} , \quad \frac{de_{\beta 1}}{dt} = -\omega^2 \psi_{\beta} \right\}$$
(4.25)

Ainsi, les équations (4.20) à (4.25) permettent d'obtenir le modèle d'observation de la machine synchrone où les courants sont les grandeurs mesurées. Ceci se résume dans l'équation d'état et l'équation d'observation suivantes, régissant l'évolution des grandeurs statoriques dans l'axe α :

$$\begin{cases} X_{\alpha} = \begin{bmatrix} I_{\alpha} & \psi_{\alpha} & e_{\alpha 1} & e_{\alpha 0} \end{bmatrix}^{T} \\ \dot{X}_{\alpha} = A X_{\alpha} + B U_{\alpha} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{\alpha}}{L_{\alpha}} & 0 & -\frac{1}{L_{\alpha}} & -\frac{1}{L_{\alpha}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\omega^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X_{\alpha} + \begin{bmatrix} V_{\alpha} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}$$
(4.26)
$$y_{\alpha} = C X_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X_{\alpha}$$

Conjointement à ce système, des équations similaires régissent l'axe β :

$$\begin{cases} X_{\beta} = \begin{bmatrix} I_{\beta} & \psi_{\beta} & e_{\beta 1} & e_{\beta 0} \end{bmatrix}^{T} \\ \dot{X}_{\beta} = A X_{\beta} + B U_{\beta} \\ y_{\beta} = C X_{\beta} \end{cases}$$
(4.27)

Des relations (4.23) et (4.24), nous pouvons estimer la vitesse de rotation à partir des termes de couplage, soit:

$$\tilde{\omega} = \frac{\sqrt{e_{\alpha 1}^2 + e_{\beta 1}^2}}{\sqrt{\psi_{\alpha 1}^2 + \psi_{\beta 1}^2}}$$
(4.28)

En ce qui concerne la position, nous estimerons les composantes du vecteur position :

$$\begin{cases} \cos(\tilde{\theta}) = \frac{\psi_{\alpha 1}}{\sqrt{\psi_{\alpha 1}^{2} + \psi_{\beta 1}^{2}}} \\ \sin(\tilde{\theta}) = \frac{\psi_{\beta 1}}{\sqrt{\psi_{\alpha 1}^{2} + \psi_{\beta 1}^{2}}} \end{cases}$$
(4.29)

Il va sans dire que l'implantation d'un tel système d'observation peut être très contraignante en temps réel. En effet, le système d'état dans chacun des axes étant du quatrième ordre, si l'on appliquait le filtrage de Kalman, nous serions contraints d'inverser deux matrices d'ordre quatre à chaque pas de calcul. D'un autre côté, le calcul de la vitesse ou de la position fait appel à des carrés et des racines carrées et l'utilisation d'un processeur puissant de traitement de signal devient incontournable. Il est possible de réduire la taille des calculs en faisant appel non pas au filtre de Kalman mais à un observateur d'état du type Luenberger (à gain correctif fixe) [ZEI'00]. Cela certes éliminerait les inversions de matrices mais au profit d'une mauvaise maîtrise des bruits et d'une réduction du degré de réglage qu'offrirait un filtre de Kalman.

IV.2 Simulation :

Dans cette partie, nous simulerons le fonctionnement à très basse vitesse du moteur synchrone à rotor bobiné alimenté par un onduleur de tension pleine onde. Nous commencerons par étudier les formes d'onde des courants et des tensions obtenues lors de l'autopilotage du moteur par un résolveur donnant la position exacte du rotor de la machine, puis, en se basant sur ces résultats, nous détaillerons quelques méthodes d'estimation de la position du rotor. Les paramètres utilisés dans cette simulation sont ceux d'une StARS-137 à six paires de pôles. D'autre part, pour produire une chute de tension dans le bus continu, nous avons introduit dans le modèle de la source une résistance R_{bat} et un condensateur C_0 tels que :

 $R_{bat} = 8 \text{ m}\Omega \text{ et } C_0 = 10 \text{ mF.}$

Sur la Figure IV.3 nous avons représenté les évolutions instantanées de la tension du bus continu (cf. Figure IV.3.a), des tensions biphasées statoriques de la machine (cf. Figure IV.3.b), des courants biphasés dans les phases statoriques (cf. Figure IV.3.c), du courant d'excitation (cf. Figure IV.3.d), de la vitesse de rotation (cf. Figure IV.3.f) et de la position du rotor (cf. Figure IV.3.g).

Dans cette simulation la position initiale du rotor est fixée égale à 30° électriques et un démarrage est lancé à partir de 500ms, durée pendant laquelle la machine est pré-excitée. Le couple de charge est réglé de manière à pouvoir imposer la vitesse de rotation du moteur synchrone.



Figure IV.3 : Fonctionnement autopiloté par la position du rotor.

Intéressons-nous au fonctionnement de l'entraînement à très basse vitesse ($\Omega < 50$ tr/mn) représenté sur la Figure IV.4. Les évolutions instantanées des fems de vitesse et de leur vecteur d'espace sont respectivement indiquées par la Figure IV.4.f et la Figure IV.4.j. Remarquons toutefois l'ondulation non négligeable du courant d'excitation et la constance des paliers constituant les courants de phases mettant en évidence la faiblesse des fems de rotation.



Figure IV.4 : Zoom sur le fonctionnement en basse vitesse (autopilotage par la position du rotor).

IV.2.1 Estimation de la position du rotor à partir des courants statoriques :

La Figure IV.5 montre qu'en dehors des commutations, les composantes du vecteur $\overrightarrow{\Delta u_{\alpha\beta}} = \overrightarrow{U_{\alpha\beta}} - R_s \overrightarrow{I_{\alpha\beta}}$ sont d'une amplitude si faible que le courant et la tension d'une phase peuvent être considérés comme étant en phase. En effet, à très basse vitesse la machine se comporte comme une charge résistive et inductive soumise à des échelons de tension imposés par l'onduleur pleine onde.



Figure IV.5 : Evolution des composantes du vecteur $\Delta u_{\alpha\beta} = U_{\alpha\beta} - Rs^* I_{\alpha\beta}$

A très faible rotation, la constante de temps des phases statoriques étant négligeable devant la durée séparant deux commutations successives, le courant rejoint vite un palier d'amplitude proche de $I_m = U_{dc}/R_s$. Ceci est mis en évidence par les formes hexagonales des lieux des vecteurs tension et courant (Figure IV.4.h et Figure IV.4.j).

Ainsi, il nous est possible d'estimer la position du rotor en appliquant (4.5), à savoir :

$$\begin{cases} \left[\widetilde{\frac{e_{\alpha}}{e_{\beta}}}\right] = \frac{d\lambda}{dt} \left[\cos(\widetilde{\theta}) \\ \sin(\widetilde{\theta}) \right] = \left[\widetilde{\frac{V_{\alpha}}{V_{\beta}}}\right] - \widetilde{R_{s}} \left[\widetilde{\frac{I_{\alpha}}{I_{\beta}}}\right] - \widetilde{L_{d}} \frac{d}{dt} \left[\widetilde{\frac{I_{\alpha}}{I_{\beta}}}\right] \approx - \widetilde{L_{d}} \frac{d}{dt} \left[\widetilde{\frac{I_{\alpha}}{I_{\beta}}}\right] \\ tg(\theta) = \frac{\widetilde{e_{\beta}}}{\widetilde{e_{\alpha}}} \end{cases}$$
(4.30)

ou, encore :

$$tg(\theta) = -\frac{d\widehat{I_{\beta}}/dt}{d\widehat{I_{\alpha}}/dt}$$
(4.31)

L'estimation de la position du rotor revient donc à élaborer la phase de la dérivée des courants statoriques. Le résultat de cette opération est illustré par la Figure IV.6 sur laquelle nous avons représenté les évolutions de la dérivée des courants biphasés statoriques et la phase correspondante confrontée à la position réelle du rotor. En dilatant l'échelle des temps, nous remarquons un découpage dans l'allure des dérivées des courants engendré par effet transformateur, par le découpage de la commande d'excitation. Ce phénomène se répercute sur le calcul de la position et par moments, la position estimée rejoint la position réelle (cf. Figure IV.6.d). En outre, le calcul de la position est complètement faussé pendant les commutations.



Figure IV.6: Principe de l'estimation de position à partir de la dérivée des courants statoriques.

En se basant sur ces observations, nous proposons d'échantillonner le calcul de l'argument de la dérivée des courants au rythme du hacheur, de verrouiller la détection à la

valeur calculée avant chaque commutation et d'inhiber le calcul jusqu'à la fin de la commutation. En fait, il existe plusieurs façons de réaliser cet échantillonnage synchrone par rapport à la commande d'excitation C_exc : sur les niveaux hauts de cette commande, sur les niveaux bas, sur les fronts montants, ou encore sur les fronts descendants. La simulation montre que l'erreur d'estimation est minimale lorsque l'on réalise un échantillonnage sur les fronts montants de la commande d'excitation. Ce résultat est illustré par la Figure IV.7 indiquant une erreur inférieure à 10° électriques.



Figure IV.7 : Estimation de la position avec un échantillonnage synchronisé sur la commande d'excitation

IV.2.1.a. Commutation des courants de phase :

Dans une commande pleine onde, les commutations du courant dans la machine ont lieu tous les 60° électriques. La Figure IV.8 montre les formes d'onde des courants dans les phases statoriques du moteur lors d'une commutation à très basse vitesse de la phase U à la phase W entre les instants t_0 et $t_0+\mu$.

Pendant cette commutation, nous négligerons les résistances des MOSFETs à l'état passant, la résistance de la batterie et nous



Figure IV.8: Commutation des courants dans les phases de la machine.

supposerons que chaque phase de la machine est constituée d'une résistance R_s , une inductance L_s et une fem. Dans ce cas, l'évolution des courants est régie par les équations suivantes :

$$\left\{ U_{uw} = R_s J_u + L_s \frac{dJ_u}{dt} + e_{uw} = 0 \quad , \quad U_{dc} = R_s J_w + L_s \frac{dJ_w}{dt} + e_{wv} \quad , \quad J_w - J_v = I_{dc} \right\}$$
(4.32)

système auquel nous joignons les conditions suivantes :

$$\left\{J_{u}(t_{0}) = J_{w}(t_{0} + \mu) = I_{dc} \quad , \quad J_{w}(t_{0}) = J_{u}(t_{0} + \mu) = 0\right\}$$
(4.33)

Si Ω est la vitesse de rotation mécanique de la machine à *p* paires de pôles, pendant cette commutation nous pouvons écrire, en supposant que les fems de rotation sont sinusoïdales et que leurs amplitudes sont proportionnelles à Ω :

$$\left\{ e_{uw} = k \Omega \sin(p \Omega t) , e_{wv} = k \Omega \sin(p \Omega t - \frac{2\pi}{3}) , e_{vu} = -(e_{uw} + e_{wv}) \right\}$$
(4.34)

Ainsi, le temps de commutation du courant J_u depuis sa valeur maximale jusqu'à son annulation dépend de la valeur du courant maximal à commuter et de l'importance de la fem créée dans la phase U à la vitesse Ω . Plus cette dernière est élevée, plus faible est le temps de la commutation. J_u est solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dJ_u}{dt} = -\frac{R_s J_u + k \Omega \sin(p \,\Omega t)}{L_s} \tag{4.35}$$

A très faible vitesse de rotation, nous pouvons considérer le temps d'une commutation comme égal à cinq fois la constante de temps de la phase statorique, soit :

$$t_c = 5 \frac{L_s}{R_s} \approx 5. \frac{150.10^{-6}}{36.10^{-3}} = 20 \, ms$$

Cette valeur a été choisie comme temporisation dans l'inhibition du calcul de la position estimée pendant les commutations à très basse vitesse.

IV.2.1.b. Limitations :

La méthode que nous venons de décrire donne en théorie d'excellents résultats et est très intéressante par sa robustesse due à son indépendance des paramètres de la machine. Cependant, nous allons voir qu'en pratique, le bruit et l'étendue de mesure des capteurs de courant détériorent sensiblement l'estimation de la position.

IV.2.1.b.1 Effet des bruits de mesure :

Commençons par simuler la présence du bruit dans les courants mesurés en leur additionnant des bruits blancs décorrélés. Ainsi que le montrent les résultats de la Figure IV.9 l'estimation de la position est très perturbée par la présence du bruit et si jamais on exploitait cette estimation dans la commande sans capteur de position de la machine, les sauts de phase aléatoires risqueraient de provoquer le décrochage du moteur synchrone.



Figure IV.9 : Influence du bruit sur l'estimation de position par dérivation des courants statoriques.

IV.2.2 Estimation de la position du rotor à partir des flux statoriques:

Reprenons la relation (4.14) donnant la position en fonction des flux statoriques :

$$tg(\theta) = \frac{\psi_{\beta} - L_q I_{\beta}}{\psi_{\alpha} - L_q I_{\alpha}}$$

En se basant sur cette relation, l'estimation de la position du rotor nécessite la connaissance de deux courants de phase, des tensions statoriques et des paramètres de la machine permettant l'élaboration des flux statoriques selon l'intégration suivante :

$$\left\{ \psi_{\alpha} = \int \left(V_{\alpha} - R_{s} I_{\alpha} \right) dt , \psi_{\beta} = \int \left(V_{\beta} - R_{s} I_{\beta} \right) dt \right\}$$

La Figure IV.10 montre des résultats de simulation obtenus dans le cas où les flux sont obtenus par une intégration parfaite. Le lieu du vecteur $P_{\alpha\beta}$ est bien circulaire et son trajet s'identifie à celui du vecteur position. Par conséquent, la position estimée est parfaitement identique à la position réelle du rotor et ce résultat est insensible aux commutations.



Figure IV.10 : Estimation de la position à partir des flux statoriques.

Mais dans la pratique, la réalité des choses est tout autre et veut qu'il existe des offsets dans les grandeurs à intégrer : les courants et les tensions. En effet, les capteurs de mesure employés présenteront des offsets et des bruits différents, faibles, mais suffisants pour perturber les intégrateurs. En outre, cette méthode est très sensible à la variation des paramètres R_s et L_q . La Figure IV.11 montre ce que l'on obtient si l'on ajoute un offset de 1 A au capteur de courant de la phase U et 2 A à celui de la phase W. Le vecteur flux résultant de l'intégration n'est plus centré sur l'origine 0 et a tendance à s'éloigner de plus en plus en suivant la verticale de même que le vecteur $P_{\alpha\beta}$. La tangente de la position estimée se trouve complètement faussée par ces déviations rendant cette méthode inexploitable en présence de bruits. Il devient alors nécessaire de réaliser des compensations et filtrages préalables à l'intégration des grandeurs mesurées.

IV.2.1.a. Correction par filtrage :

Il est possible d'éliminer les offsets intrinsèques à la mesure des courants et des tensions en filtrant les grandeurs mesurées par un filtre passe haut du premier ordre. Cette opération étant suivie d'une intégration pure pour l'estimation des flux statoriques, la fonction

de transfert liant les flux estimés aux grandeurs mesurées serait celle d'un passe bas (Intégrateur amélioré) [SHE'02]. De plus, le choix de la fréquence de coupure du passe haut est délicat. En effet, d'une part, cette fréquence doit être très basse pour que le filtre n'introduise pas de déphasage important lors de la rotation du moteur à très faible vitesse et, d'autre part, le temps de réponse du filtre doit être aussi faible que possible pour éliminer efficacement les offsets. En outre il est indispensable d'initialiser correctement les flux estimés en fonction de la position initiale du rotor.



Figure IV.11 : Influence des offsets sur l'estimation de position à partir des flux statoriques.

La Figure IV.12 illustre le résultat obtenu avec un filtre passe haut du premier ordre ayant une fréquence de coupure égale à 2 Hz. Nous constatons l'élimination de la dérive de la trajectoire du flux statorique rendant possible le calcul de son argument. Aussi, malgré une compensation de $\pi/2$ sur la position estimée et sous réserve d'une bonne connaissance des paramètres statoriques de la machine, l'erreur d'estimation de position est loin d'être satisfaisante. En effet, le déphasage introduit par le filtre étant fonction de la fréquence, une meilleure compensation des erreurs d'estimation pourrait être réalisée en tenant compte de la vitesse de rotation. En outre, il est indispensable d'initialiser correctement les flux estimés en fonction de la position initiale du rotor. Nous reviendrons sur ce type d'estimation au chapitre V où nous effectuerons un réglage correcte de l'intégration améliorée avec une initialisation du flux statorique.



Figure IV.12 : Correction par filtrage passe-haut de l'estimation de position basée sur les flux statoriques.

IV.2.3 Estimation de la position par un filtre de Kalman :

Afin de tester l'estimation de position par le filtre de Kalman, nous exploitons les enregistrements réels que nous avons obtenus lors des essais en charge (cf. Chapitre V). Les tensions et les courants mesurés sont injectés dans la simulation afin d'ajuster les paramètres du filtre. Il s'agit donc de l'étude du comportement du reconstructeur de Kalman, hors ligne, sur des signaux bien réels avec la perspective d'une implantation en temps réel de cet algorithme.

IV.2.1.a. Application du filtre de Kalman sur des données expérimentales :

La Figure IV.13 montre une acquisition réalisée sur la StARS lors d'un démarrage en charge. Dans cet essai, la batterie n'étant pas chargée au maximum, les chutes de tension dans le bus continu sont brutales au démarrage. Ces conditions sévères permettront de tester la robustesse de l'algorithme proposé face aux variations brutales de la tension du bus continu. Les courants de lignes et les tensions mesurées à l'entrée des phases de la machine sont d'abord transformés en des grandeurs biphasées composées puis injectées dans le filtre de Kalman.



Figure IV.13 : Relevés expérimentaux du fonctionnement de la StARS autopilotée par résolveur.

Les résultats de la reconstruction des états de la machine sont illustrés par la Figure IV.14. Les grandeurs observées sont les courants de phase. Tel qu'il est montré en Figure IV.14.a, ces courants et leurs estimées sont identiques et les erreurs d'estimation sont très faibles (cf Figure IV.14.g) si l'on considère le bruit de mesure des capteurs de courant. La position estimée (cf. Figure IV.14.e) est assez proche de la position réelle du rotor et l'erreur d'estimation correspondante (cf Figure IV.14.i) montre qu'elle est acceptable comparativement à la position que donnerait le capteur de position de la StARS.



Figure IV.14 : Résultat de l'observation d'état réalisée par le filtre de Kalman

IV.3 Conclusion:

L'étude des diverses forces électromotrices créées dans la machine excitée à l'arrêt et en rotation a permis de mettre en évidence les termes faisant intervenir la position du rotor, des termes assez complexes dans le cas d'une machine à pôles saillants. Pour pouvoir estimer la position du rotor, nous avons simulé plusieurs méthodes :

- A basse vitesse de rotation, l'estimation de la position par la dérivée des courants statoriques a fourni un très bon résultat à savoir une erreur d'estimation inférieure à 10° électriques, mais ce procédé n'est exploitable en pratique que si des capteurs de courants non saturables à large étendu de mesure sont utilisés.

- Les méthodes d'estimation de position basées sur un observateur de flux estiment la position avec une bonne précision mais leurs intégrateurs sont sujets à des dérives dans le temps liées à la présence de bruits de mesure inévitables dans la pratique. Par conséquent, une compensation par filtrage ou par fermeture de la boucle d'intégration du flux s'avère inéluctable.

- Les reconstructeurs d'état stochastiques, tels que le filtre de Kalman, offrent une solution robuste face aux bruits de mesure et à la variation des paramètres statoriques, mais leur application est rendue délicate à cause de la difficulté de leur implémentation en temps réel.

- Les avantages et les inconvénients des méthodes sus-citées sont regroupés dans le tableau IV.1. Ainsi, dans le cas de notre application, nous optons pour l'estimation de position basée sur l'observation des flux utilisant un observateur déterministe dont les avantages majeurs sont la simplicité d'implémentation et la bonne estimation de position même aux vitesses importantes.

	Type d'estimation de position à faible vitesse			
	Détection basée sur les courants statoriques	Observateur stochastique (Filtre de Kalman)	Observateur déterministe de flux	
Avantage(s)	*Indépendance des paramètres électriques de la machine. *Rapidité et simplicité d'implémentation.	*Robustesse face aux bruits. *Identification possible de paramètres.	 *Rapidité et simplicité de son implémentation numérique. * Très bonne estimation de position même aux vitesses importantes. 	
Inconvénient(s)	*Nécessité de capteurs de courants à large étendue de mesure.	*Difficulté de son implémentation pratique.	Sensible à la variation de paramètres de la machine et aux bruits.	

Tableau IV-1 : Tableau récapitulatifs des différentes méthodes de détection de la position à basse vitesse.

Chapitre V

Expérimentation globale

Sommaire

V.1	mplantation sur DSP de la commande de la StARS :
V.1.1	Implantation de l'identification des paramètres de l'induit :
V.1.2	Procédure de détection de la position à l'arrêt :
V.1.3	Implantation de l'estimation des fems à vitesse suffisante:
V.1.4	Commande des modes de marche : 107
V.1.5	Programmation sous «visual code composer studio» :
V.1.6	Description du dispositif de commande réalisé :111
V.2	Expérimentation:
V.2.1	Essai en alternateur à vide :113
V.2.2	Essai d'un démarrage à vide :115
V.2.3	Implémentation de l'estimation de position à faible vitesse :
V.2.4	Contrôle par dSpace :
V.2.5	Résultats des essais à basse vitesse :
V.3	Conclusion :

Ce chapitre est consacré à la validation expérimentale de la commande sans capteur de position de la StARS que nous avons adoptée. Nous commencerons dans un premier temps par exposer l'implémentation de cette commande dans un processeur de traitement de signal DSP type TMS 32028LF12. En dehors de ses performances, ce modèle de processeur est choisi car il est déjà bien utilisé chez Valeo, ce qui nous permet d'assurer la portabilité de notre code. Dans un second temps, nous présenterons le banc d'essais réalisé et nous expliquerons l'implémentation de l'observateur de flux utilisé dans le domaine des faibles vitesses. Nous donnerons au fur et à mesure les résultats de l'expérimentation que nous argumenterons.

V.1 Implantation sur DSP de la commande de la StARS :

De nos jours, l'utilisation d'un DSP dans la commande des entraînements réglés est très répandue [TOL'03, MEN'03]. Fonctionnant à une fréquence d'horloge de plusieurs centaines de MHz et muni d'une architecture «temps réel », le DSP est capable de réaliser en un minimum de temps plusieurs tâches nécessaires dans un contrôle où des performances de couple ou de vitesse sont exigées. En outre, la technologie numérique assure la précision, la flexibilité et la stabilité par l'absence d'ajustements et de dérives avec le temps ou avec la température bien connus en analogique.

V.1.1 Implantation de l'identification des paramètres de l'induit :

La procédure d'indentification des paramètres de l'induit de la StARS est valable lorsque la machine est à l'arrêt et non excitée. C'est la première tâche que le DSP devra effectuer avant l'excitation de l'inducteur et la détection de la position à l'arrêt.

Pour programmer l'algorithme d'identification, nous faisons appel aux ressources suivantes du TMS320LF2812 [TEX'02]:

- Le convertisseur analogique numérique (On-chip ADC) possède une résolution de 12 bits : Nous utiliserons les entrées B0, B1 pour la mesure des courants et A0, A1 et A2 pour la mesure des tensions. Ces dernières seront surtout nécessaires à d'autres fins que nous détaillerons plus loin.

- Deux des quatre timers du DSP : Nous utiliserons les timers 1 et 2 de l' « event manager A (EVA) ». Le timer1 servira comme base de temps à l'échantillonnage et au chronométrage des événements. Le timer2 servira quant à lui à générer la tension rectangulaire de fréquence 125 Hz et de rapport cyclique α =10%.

Les unités de comparaison 1, 2 et 3 (compare units) pour la commande de l'onduleur.
La Figure V.1 donne le synoptique de l'implantation sur DSP de l'identification proposée.



Figure V.1: implantation sur DSP de l'identification des paramètres de l'induit

La programmation correcte des registres des timers nous permet de fixer la fréquence de comptage du timer1 à 10 kHz et celle du timer2 à 125 Hz. L'interruption T1_PINT se produisant à chaque fin de période du timer1 déclenche les départs de conversion de l'ADC pour l'acquisition des courants. En outre, le timer2 est programmé de manière à ce qu'il démarre son comptage en même temps que le timer1 (comptage synchronisé). Les chronogrammes de la Figure V.2 expliquent ce fonctionnement.

Ainsi, avec les fréquences de la commande choisie, nous pouvons acquérir



jusqu'à n_1 échantillons de courant pendant un niveau haut de la tension $u_c(t)$ et n_2 échantillons pendant un niveau bas vérifiant les relations suivantes :
$$\begin{cases} n_t = n_1 + n_2 = \frac{Freq_Timer1}{Freq_Timer2} = \frac{10^4}{125} = 80\\ n_1 = \alpha n_t = 0.1 * 80 = 8 \end{cases}$$
(5.1)

Les valeurs moyennes sur [0, T] et sur [0, α T] d'un courant $i_{x(x=as,bs)}$ et de sa pente s'écriront respectivement¹:

$$\left\{ \frac{1}{i_{x[0,T]}} = \frac{\sum_{j=1}^{n_{t}} i_{xj}}{n_{t}} , \quad \overline{i_{x[0,\alpha T]}} = \frac{\sum_{j=1}^{n_{1}} i_{xj}}{n_{1}} , \quad \overline{\left(\frac{di_{x}}{dt}\right)}_{[0,\alpha T]} = \frac{i_{x(n_{1})} - i_{x(1)}}{n_{1} - 1} \right\}$$
(5.2)

Dans ces expressions, les sommes des échantillons seront calculées dans la routine d'interruption du timer1. Les valeurs moyennes quant à elles, seront calculées dans la routine d'interruption correspondant à la fin de période du timer2 (T2_PRINT). L'organigramme de la Figure V.3 illustre la procédure d'identification.



Figure V.3: Procédure d'identification des paramètres de l'induit.

¹les variables surlignées sont des valeurs moyennes.

V.1.2 Procédure de détection de la position à l'arrêt :

Cette détection a lieu après l'identification des paramètres de la machine et ne nécessite que des mesures de fems induites lorsque la StARS est excitée à l'arrêt et l'onduleur inhibé. A cause de la faible amplitude de ces fems nous procèderons à une mesure différentielle pour éviter les bruits qui seraient liés à l'adjonction d'un neutre artificiel.

Nous nous servirons cette fois-ci du timer2 pour commander l'excitation de la machine et toujours du timer1 pour l'échantillonnage des acquisitions de l'ADC. C'est ce dernier qui aura pour tâche la numérisation des fems induites au travers des entrées analogiques A0, A1 et A2. La Figure V.4 illustre le synoptique de l'interfaçage du DSP en vue de la détection de la position à l'arrêt.

La fréquence et le rapport cyclique de la commande d'excitation peuvent être réglés à volonté par programmation des registres du timer2 à savoir le registre de période (timer period register T2PR) et le registre de comparaison (timer compare register T2CMP). La sortie T2_PWM de ce timer servira alors à commander l'excitation du hacheur.



Figure V.4: Implantation sur DSP de la détection de la position du rotor à l'arrêt.

A cause de la présence des transitoires liés à la croissance et à la décroissance des fems en réponse au signal d'excitation, il est nécessaire de retarder les acquisitions par rapport aux fronts montants de la commande d'excitation. Ainsi, nous choisirons un retard égal au quart de période du signal d'excitation.

En appelant les fréquences des timer1 et timer2 respectivement Freq_timer1 et Freq_timer2, le nombre d'interruptions N_{int_1} du timer1 correspondant au quart de période de l'excitation sera :

$$N_{\rm int_1} = \frac{Freq_timer1}{4*Freq_timer2}$$
(5.3)

L'organigramme de la Figure V.5 illustre les tâches programmées.



Figure V.5: Procédure de détection de la position à l'arrêt

V.1.3 Implantation de l'estimation des fems à vitesse suffisante:

La seule opération qui pose problème dans les équations donnant les fems de la machine à partir des tensions et courants mesurés (cf. chapitre IV) est la dérivation des courants. Afin de les calculer, nous exploiterons les propriétés d'un filtre passe-bande sélectif du premier ordre aux basses fréquences correspondant à la plage de vitesse de rotation de notre StARS en mode moteur. La fonction de transfert du filtre utilisé est la suivante :

$$H(s) = \frac{\frac{s}{\omega_0}}{1 + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\xi \frac{s}{\omega_0}}$$
(5.4)

où ω_0 , ξ et *s* sont respectivement la pulsation naturelle du filtre, l'amortissement du filtre et l'opérateur de Laplace. La Figure V.6 illustre le diagramme de Bode de H(s). En basses fréquences $H(j\omega)$ se comportera comme un passe haut de fonction de transfert:



passe-bande sélectif d'ordre 1 $\left(\omega_{e} = 2000\pi (rd / s), \xi = 0.7\right)$

$$H_1(j\omega) = j\frac{\omega}{\omega_0} \quad , \ \left(\omega << \omega_0\right)$$

Pour une implantation sur DSP, nous procéderons à la numérisation de H à une période d'échantillonnage T_e en utilisant, entre autres, la transformation bilinéaire définie par :

$$s = \frac{2}{T_e} \frac{z - 1}{z + 1} \tag{5.5}$$

A titre de rappel, cette transformation fait correspondre au demi-plan gauche du domaine analogique de Laplace l'intérieur d'un cercle unité dans le plan des z et dans lequel le filtre numérique obtenu serait stable.

L'application de (5.5) à (5.4) permet d'aboutir à une fonction de transfert en z de la forme :

$$H_N(z) = k_1 \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$$
(5.6)

(

0

c'est une cellule du second ordre ayant pour coefficients :

$$\begin{cases} a_{0} = 1 \\ a_{1} = 0 \\ a_{2} = -1 \\ k_{1} = \sigma \omega_{0} \mu \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} b_{0} = 1 \\ b_{1} = 2 \mu (\omega_{0}^{2} - \sigma^{2}) \\ b_{2} = \mu (\beta - m) \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \sigma = \frac{2}{T_{e}} \\ \beta = \omega_{0}^{2} + \sigma^{2} \\ m = 2 \omega_{0} \sigma \xi \\ \mu = \frac{1}{\beta + m} \end{cases}$$
(5.7)

La procédure de dérivation sera alors programmée selon le schéma fonctionnel de la Figure V.7.

La sortie T2-PWM du timer2 est utilisée pour commander le hacheur d'excitation. La fréquence et le rapport cyclique de la tension d'excitation peuvent alors être réglés par modification du contenu des registres T2_PR et T2_CMP du timer2 (cf. Figure V.8).



de second ordre en z.

Le timer1 est programmé pour générer des interruptions à la fréquence 10 kHz. Dans la routine d'interruption de ce timer, un départ de conversion est lancé vers l'ADC pour l'acquisition des courants (entrées B0 et B1) et des tensions (entrées A0, A1 et A2). Les dérivées des courants sont ensuite calculées et les expressions des fems évaluées. La comparaison des fems entr'elles permet d'aboutir aux ordres de commande f_{11} , f_{12} et f_{13} élaborés dans les unités de comparaison de l'EVA (compare units). Ces dernières peuvent être activées ou inhibées (mode haute impédance) par une simple modification du registre de contrôle associé. L'organigramme de la Figure V.9 illustre la procédure de la détection des fems en rotation.



Figure V.8: Implantation de l'autopilotage

Figure V.9: Procédure de détection des fems en rotation.

V.1.4 Commande des modes de marche :

Le succès du fonctionnement sans capteur de la StARS repose sur l'enchaînement des étapes suivantes :

- 1. Initialisation du DSP.
- 2. Identification des paramètres de l'induit de la StARS.
- 3. Excitation du rotor et attente jusqu'à établissement du courant inducteur.
- Détection de la position à l'arrêt du rotor et élaboration des signaux de commande R₀, S₀, T₀ correspondants.
- 5. Lancement d'un démarrage après verrouillage des signaux R₀, S₀, T₀.
- 6. Basculement en autopilotage sur les fems dès que la vitesse de rotation devient suffisante.
- 7. Réinitialisation de la procédure à l'étape 4 en cas de décrochage.
- 8. Arrêt total du système sur demande.

Ainsi, une base de temps devient incontournable pour le chronométrage de ces étapes et de leur enchaînement. Nous confierons cette tache au timer1 dont la fréquence de comptage sera fixée à 10 kHz. D'autre part, la demande d'arrêt du fonctionnement du système dans l'étape n°8 peut surgir à n'importe quel moment : elle sera donc gérée par une interruption.

Les étapes 3, 4 et 6 ont été exposées aux paragraphes précédents. Leur regroupement nous permet d'identifier les ressources du DSP nécessaires à la commande en boucle ouverte de la StARS depuis l'arrêt jusqu'à la vitesse nominale en mode moteur. Nous utiliserons donc :

- Le timer1 de l'EVA pour la base de temps et l'échantillonnage des acquisitions de l'ADC. La routine d'interruption de ce timer servira aussi aux calculs.

- Le timer2 de l'EVA dans l'identification des paramètres de l'induit et la commande de l'excitation par l'intermédiaire de la sortie T2_PWM. La routine d'interruption de ce timer peut servir aussi à des fins de calcul.

- L'ADC pour la conversion analogique/numérique des tensions et courants. Les entrées concernées sont A0, A1, A2 pour les tensions et B0, B1 pour les courants. Le mode d'acquisition choisi est le « simultaneous acquisition mode » permettant de réaliser 3 paires d'acquisition simultanées.

- Les unités de comparaison « compare units » de l'EVA pour la commande de l'onduleur. Ce dernier nécessite trois entrées f_{11} , f_{12} et f_{13} qui seront reliées aux sorties cmp₁, cmp₂ et cmp₃ des « compare units ».

- Le port d'entrée/sortie F multiplexé en mode « digital I/O ». Les 16 pins de ce dernier peuvent être programmés indépendamment en entrée ou en sortie et serviront à commander l'inhibition de l'onduleur, du hacheur, à modifier le type de mesure effectuée par le capteur de tension (différentielle ou non) ou encore à lire des commandes externes.

- L'interruption externe XINT1 sera utilisée pour démarrer ou arrêter le système convertisseur-machine.

Sur le tableau de la Figure V.10 nous avons reporté l'état de la machine, du convertisseur et de la commande dans les différentes étapes du fonctionnement.

N° de l'étape	Moteur en arrêt ?	Moteur excité?	Onduleur Inhibé?	Acquisition des tensions ?	Acquisition des courants ?	Fréquence Timer1 (KHz)	Timer2	
							Fréquence (Hz)	Rapport cyclique (%)
2	oui	non	non	non	oui	10	125	10
3 et 4	oui	oui	oui	oui	non	10	Réglable	Réglable
5 et 6	non	oui	non	oui	oui	10	Réglable	Réglable
8	oui	non	oui	non	non	10	Réglable	Réglable

Figure V.10

La Figure V.11 illustre les chronogrammes théoriques de l'enchaînement des étapes du fonctionnement du contrôle sans capteur de la StARS.



Figure V.11: Timing théorique des différentes étapes.

L'organigramme de la Figure V.12 donne un aperçu sur la programmation des modes de marche.

Sur la Figure V.13 nous avons montré l'interfaçage du DSP au circuit de puissance en vue d'un contrôle sans capteur du démarrage à la pleine vitesse. Des circuits d'adaptation, de mise en forme et d'isolation sont nécessaires à l'interfaçage à cause d'une part, du faible niveau de tension du DSP (3.3V) et d'autre part, des forts courants circulant dans le circuit de puissance.



Figure V.12: Programmation des modes de marche



Figure V.13: Interfaçage global pour la commande sans capteur

V.1.5 Programmation sous «visual code composer studio» :

Toutes les procédures nécessaires à la commande sans capteur en boucle ouverte de la StARS ont été programmées en langage C sous l'environnement du « visual code composer studio » de Texas Instruments. Le projet ainsi construit porte le nom « StARS.pjt » et son bâti est composé de 4 répertoires essentiels à sa compilation à savoir :

- le répertoire «Include » contenant les fichiers (d'extension .H) à inclure dans le projet.

- le répertoire « Lib » des librairies (d'extension .lib)
- le répertoire « Source » contenant les fichiers source (d'extension .c et .asm)

- le répertoire « Build » contenant les fichiers issus de la compilation et de l'édition de liens ainsi que le fichier de pagination mémoire (d'extension .cmd) et le fichier projet (d'extension .pjt).

La Figure V.14 montre le projet ouvert dans le « code composer ». Ce dernier nous permet d'accéder à la mémoire du DSP et de visualiser toutes les variables globales du projet. Il offre aussi la possibilité d'une visualisation graphique en temps réel du contenu de la mémoire de données.



Figure V.14: Le projet STARS sous code composer.

Ainsi, il est possible par exemple de tracer les signaux avant et après leur traitement. Par ailleurs, pour faciliter la lecture et la modification des variables en mémoire sans se soucier à chaque fois de leur adresses ou de leur noms nous avons réalisé un lien avec Matlab via le «Matlab link for code composer studio toolbox». De cette façon, il est possible de concevoir une interface conviviale pour l'utilisateur ayant la forme d'un panneau de contrôle sur lequel figure la majorité des commandes nécessaires au pilotage de l'association source-convertisseur.

V.1.6 Description du dispositif de commande réalisé :

La Figure V.15 illustre le rack réalisé pour la commande par DSP. Mis à part le bloc d'alimentations continues, quatre cartes sont insérées à l'intérieur du rack à savoir :

- une carte de mesure de courants comprenant 2 modules LEM.

- une carte de mesure de tensions capable d'effectuer des mesures différentielles à faible niveau de tension.

- une carte d'adaptation et d'isolation de signaux sur laquelle se trouvent les optocoupleurs contrôlant l'onduleur et le hacheur.

- la carte F2812eZdsp de Digital Spectrum contenant le processeur de signaux TMS320LF2812.

Comme le montre la Figure V.16, la commande du rack est réalisée via un cordon imprimante reliant le DSP au bus parallèle de l'ordinateur exécutant le projet StARS.pjt.



Figure V.15: Rack expérimental



Figure V.16 : Communication PC-Rack

V.2 Expérimentation:

En début de thèse, la commande sans capteur de la StARS depuis l'arrêt jusqu'à la

vitesse nominale en mode moteur a été réalisée sous forme électronique analogique (cf. Figure V.17) [CHA'06.a]. Le démarrage du moteur était basé sur la détection de la position de la machine à l'arrêt avec une précision de 60° électriques et l'autopilotage était accompli à partir de l'estimation des forces électromotrices lorsque la vitesse de rotation devenait suffisante. Le basculement du démarrage à



Figure V.17: Circuit de commande sans capteur analogique

l'autopilotage était réalisé par des circuits de temporisation. L'enchaînement séquentiel des ordres de commande depuis la mise du moteur sous excitation jusqu'à sa rotation était réalisé

par une carte de gestion analogique. Ces travaux visaient juste à valider le concept de la commande choisie et la plupart des essais ont été effectués à vide ou à faible charge en freinant légèrement le rotor par une mâchoire en bois (cf. Figure V.19). Une fois que la méthode fut conjointement validée avec Valeo nous l'avons améliorée et numérisée pour passer ensuite aux

essais en charge. Dans ce but, nous avons demandé à Messieurs Masson et Kobylanski, ingénieurs chez Valeo Systèmes Electriques (VES), de réaliser des pièces mécaniques pour l'adaptation de la StARS sur le banc de charge Valeo sis au Laboratoire d'Electromécanique de Compiègne (LEC). La Figure V.18 illustre le système mécanique que VES nous a fourni pour la fixation de la StARS et le réglage de tension de la courroie d'entraînement.



Figure V.19: Dispositif de freinage



Figure V.18: Système de fixation de la StARS et réglage de la courroie d'entraînement.

Ainsi, couplé à l'arbre du banc de charge, l'alterno-démarreur peut fonctionner dans les quatre quadrants du plan couple-vitesse. Les caractéristiques du banc sont les suivantes :

- une puissance installée: 10 Kw.
- une vitesse d'entraînement pouvant atteindre 15000 tr/mn. Un tachymètre numérique donne la valeur de cette vitesse en régime permanent.
- un couple de charge pouvant atteindre 100 N/m. Sa mesure, valable en régime permanent, est délivrée par un couplemètre.

La Figure V.20 donne une vue d'ensemble du banc d'essais. La machine utilisée est une StARS-144 à 8 paires de pôles équipée d'un résolveur permettant la mesure de la position du rotor ainsi que l'autopilotage de la machine. Le tachymètre numérique n'étant exploitable qu'en régime permanent, nous avons monté une génératrice tachymétrique rudimentaire sur l'arbre d'entraînement pour la mesure de l'évolution instantanée de la vitesse : elle est donc affectée par l'élasticité de la courroie d'entraînement et le rapport des poulies (le diamètre de la poulie de la machine est deux fois supérieur à celui de la poulie de l'arbre).



Figure V.20: Accouplement StARS- banc d'essais : vue d'ensemble

L'entraînement peut être piloté par une carte dSpace-DS1103 pouvant communiquer avec la carte F2812eZdsp du rack expérimental de la commande sans capteur que nous avons réalisé (Figure V.21 et Figure V.22).



Figure V.21: Communication DSP-Dspace



Figure V.22: Interface graphique pour la commande

V.2.1 Essai en alternateur à vide :

Cet essai est réalisé dans le but de montrer l'allure des signaux issus du capteur de position et leur calage par rapport aux fems de la StARS-144. Nous entraînons la machine à vide à une fréquence proche de 10 Hz et nous relevons les fems e_{uw} , e_{wv} , les signaux de position

R, *S* correspondants et la position du rotor θ_r délivrée par le résolveur (réduite par rapport à 2π). Tel que le montre le relevé de la Figure V.23.a, les fronts montants des signaux du capteur sont calés sur les passages par zéro par valeurs croissantes des fems composées. Ce calage permet d'imposer, en mode moteur à vide, une avance de phase du fondamental des tensions par rapport à celui des fems.



Figure V.23: Relevés des fems et des signaux de position dans un essai en mode alternateur.

Le relevé de la position du rotor confronté aux allures des fems montre que les fondamentaux des fems composées ont pour expression $e_{uw} = s_r E_m \sin(\theta)$ et $e_{wv} = s_r E_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})$ avec une amplitude E_m dépendante de la vitesse de rotation et du courant

d'excitation. Le facteur s_r prend la valeur -1 dans une rotation horaire et +1 dans une rotation dans le sens trigonométrique (cf. Figure V.23.b).

D'autre part, cet essai met en évidence l'existence des imperfections suivantes intrinsèques à la conception de la machine et à celle du capteur de position :

- l'allure des fems n'est pas tout à fait sinusoïdale et sa décomposition spectrale témoigne principalement de la présence d'harmoniques 5 et 7 (cf. Figure V.23.c).

- un déséquilibre est présent dans les signaux délivrés par le capteur de position. Ces derniers présentent en effet un rapport cyclique légèrement supérieur à 50% ce qui engendre une dissymétrie entre les alternances du courant absorbé en mode moteur et des pulsations de couple irrégulières.

V.2.2 Essai d'un démarrage à vide :

La Fig. 15 montre les formes d'ondes obtenues lors d'un fonctionnement à vide de l'ADS sans capteur de position. Tel que nous pouvons le constater sur les allures des tensions et des courants (cf. Figure V.26.a et b), la première étape de la commande est l'identification des paramètres de l'induit de la machine avant l'établissement du courant inducteur. Notons par ailleurs que si, pour une raison quelconque, les valeurs des paramètres fournies dans cette étape sont inacceptables, le programme du DSP redémarre l'identification jusqu'à l'obtention de valeurs correctes, ce qui explique l'apparition de nouvelles périodes d'identification. Après attente du quasi-établissement de l'excitation, la position du rotor à l'arrêt est détectée puis verrouillée et un démarrage est lancé (à t=300 ms). Les courants de ligne atteignent rapidement une amplitude importante proche de 300 A (cf. Figure V.26.b). La croissance rapide et transitoire des courants statoriques provoque une variation du courant inducteur (cf. Figure V.26.c) liée à la conservation du flux dans la machine. En fonction de la position du rotor à l'arrêt, les ordres de commande appliqués au démarrage sont déterminés de sorte à obtenir un couple maximal dans le bon sens de rotation (cf. Chapitre III). Ces ordres sont ensuite verrouillés jusqu'à ce que la rotation rapide du rotor engendre des fems de vitesse suffisamment élevées pour être estimées. Dès la réalisation de la condition de vitesse (cette condition est en fait réalisée en comparant le module du vecteur des fems estimées à une valeur de référence fixée ici à 0.5 volts) le DSP bascule le fonctionnement sans capteur sur un autopilotage par la phase des fems estimées. La forme d'onde de la vitesse du moteur (cf. Figure V.26.d) indique que ce basculement s'est effectué rapidement et sans à-coups.

Les résultats pratiques de la Figure V.25 valident le fonctionnement sans capteur de l'ADS en régime permanent synchrone. Sur cette figure, nous avons représenté respectivement



les allures des tensions aux bornes du moteur, les courants absorbés, les tensions estimées par rapport au potentiel de la cathode de la batterie et les *fems* estimées filtrées.

V.2.3 Implémentation de l'estimation de position à faible vitesse :

V.2.3.1 Prise en compte des câbles d'alimentation en amont de l'onduleur:

Dans la pratique, la machine est reliée à son convertisseur par un câble triphasé dont les paramètres électriques doivent être pris en compte car les impédances de la machine seule sont très faibles. Pour simplifier, nous avons supposé que chaque câble de ligne est composé d'une résistance R_l en série avec une inductance L_l (cf. Figure V.26).



Figure V.26 : Schéma de modélisation simplifié de l'entraînement.

Vues de la sortie du convertisseur, la résistance R_t et l'inductance L_t équivalentes de la charge ont pour valeurs (cf. annexe E).:

$$R_{t} = \left(R_{l} + \frac{R_{s}}{3}\right) \text{ et } L_{t} = \left(l_{l} + \frac{L_{s}}{3}\right)$$
(5.8)

Justement, la méthode d'identification des paramètres de l'induit de la machine exposée au chapitre II utilise les tensions et les courants mesurés immédiatement à sortie de l'onduleur. La résistance et l'inductance effectivement identifiées sont donc R_t et L_t .

V.2.3.2 Structure de l'observateur utilisé dans l'expérimentation :

Nous avons vu dans le chapitre VI que la présence d'offsets au niveau des tensions et courants injectés à l'observateur de flux provoquait une dérive et une saturation des intégrateurs. Pour pallier ce problème, nous utilisons dans la pratique la structure indiquée sur la Figure V.27 [RAS'03].



Figure V.27 : Structure de l'observateur de flux utilisé dans l'expérimentation

Dans cette structure, l'intégrateur parfait est remplacé par la fonction de transfert d'un filtre passe-bas, issu de la mise en cascade d'un intégrateur parfait et d'un filtre passe-haut de



pulsation de coupure très basse ω_0 (cf. Figure V.28). Les autres paramètres de cet observateur sont la résistance R_t , l'inductance L_t , le flux rotorique de référence φ^* et le gain de boucle de retour K. Les vecteurs tension et courant constituent les entrées de l'observateur, les flux magnétiques et la position estimés sa sortie.

V.2.3.3 Ajustement de l'observateur :

Le réglage correct des paramètres de l'observateur est rendu difficile par la présence des résistances et des inductances parasites des câbles d'alimentation et celles des contacts liés à leurs connexions. Pour résoudre ce problème, nous avons procédé à une identification des paramètres de l'observateur par itération jusqu'à minimisation d'un critère : par le biais d'une simulation, nous injectons aux entrées de l'observateur les tensions et les courants mesurés à partir des enregistrements d'un démarrage de la StARS avec capteur de position. Ensuite, nous faisons varier respectivement les paramètres R_t , L_t , ω_0 et φ^* jusqu'à ce que l'erreur quadratique entre la position estimée par l'observateur et la position mesurée soit minimale.

La Figure V.29 montre les diverses grandeurs enregistrées, à savoir les tensions aux bornes de la machine, les courants dans les phases, le courant d'excitation, la vitesse de rotation et la position du rotor. La machine tournant à basse vitesse est chargée uniquement par l'inertie du banc de charge inactif.



Figure V.29 : Enregistrement d'un démarrage de la StARS avec capteur de position

Malheureusement après traitement de l'information de position délivrée par le résolveur de conception spéciale (induit et inducteur solidaires du stator, rotor denté au nombre de paires de pôles de la machine), il s'est avéré que l'information de position qu'il donne en rotation présente des erreurs de plus de 20° électriques par rapport à la position réelle. Ceci a été constaté à partir d'un lissage polynomial de troisième ordre de la position mesurée. La Figure V.30 montre le résultat obtenu.



Figure V.30 : Correction de la position délivrée par le résolveur.

V.2.3.4 Simulation de l'observateur :

Les résultats de la simulation sous matlab-simulink du comportement du reconstructeur de flux sont illustrés par les figures ci-dessous. Dans un premier temps, nous lançons le programme avec les valeurs initiales $R_{t0}=20 \text{ m}\Omega$, $L_{t0}=60 \mu\text{H}$, $\omega_0=8 \text{ rd/s}$, $K_0=50$ et $\varphi_0^*=M_{af}.(\alpha.V_{exc}/R_{exc})=0.017$ Wb. Nous obtenons les évolutions illustrées par la Figure V.31. Nous remarquons que malgré l'écart de position très important aux premiers instants suivants le démarrage, l'erreur d'estimation de position tend à diminuer au fur et à mesure que le moteur prend de la vitesse. Le lieu du vecteur flux statorique estimé obtenu par intégration du vecteur fem reste quasiment centré sur l'origine ce qui indique que l'intégration améliorée joue bien son rôle.



Figure V.31 : Résultats obtenus lors d'une première initialisation de l'observateur de flux.

Après plusieurs itérations sur les paramètres l'observateur de visant à minimiser l'écart de position, nous obtenons les évolutions temporelles de la Figure V.32. La convergence de notre programme a produit les valeurs suivantes : $R_t=25 \text{ m}\Omega$, $L_t=90 \mu\text{H}$, $\omega_0=13.5$ rd/s, K=100 et $\phi^*= 0.0195$ Wb. Ce sont ces dernières que nous exploiterons dans le reste de l'expérimentation. Avec ces valeurs, le trajet du flux rotorique est bien circulaire produisant une bonne estimation de la position avec une erreur inférieure à 15° électriques.



Figure V.32 : Résultats obtenus après ajustement par itérations des paramètres de l'observateur.

V.2.3.5 Estimation de la vitesse à partir de la phase du flux rotorique estimé :

A partir de la position estimée $\hat{\theta}$ par l'observateur de flux, il est possible de reconstituer l'information de vitesse de rotation de la machine. La méthode la plus simple est la dérivation de la position mais à cause de l'allure en dents de scie de $\hat{\theta}$, cette dérivation présente de brusques transitions. Pour remédier à ce problème, nous proposons la structure discrète illustrée par la Figure V.33 Le bloc de traitement dont le rôle est la différentiation de la position fournie la vitesse $\hat{\omega}$ à partir de la relation suivante :

$$\hat{\omega} = \begin{cases} \frac{\Delta \theta_k}{T_e} & \text{si } \Delta \theta_k > -\pi \\ \frac{\Delta \theta_k + 2\pi}{T_e} & \text{si } \Delta \theta_k \le -\pi \end{cases}$$
(5.9)

où $\Delta \theta_k = \widehat{\theta_k} - \widehat{\theta_{k-1}}$ et T_e la période d'échantillonnage de la commande (0.1 ms).

La vitesse obtenue présente encore des bruits superposés que nous pouvons éliminer par un filtre passe-bas de pulsation ω_0 . En sortie de ce filtre, la vitesse filtrée $\widehat{\omega_f}$ est



Figure V.33: Principe d'élaboration de la vitesse à partir de la position estimée.

régie par l'équation aux différences suivante :

$$\widehat{\omega_f}\Big|_k = \widehat{\omega_f}\Big|_{k-1} + \omega_0 T_e \left(\widehat{\omega_k} - \widehat{\omega_f}\Big|_{k-1}\right)$$
(5.10)

La Figure V.34 présente l'estimation de la vitesse du rotor de la machine obtenue à partir des résultats de la Figure V.32. L'estimation est comparée à la vitesse mesurée qui est affectée par l'élasticité de la courroie.

V.2.4 Contrôle par dSpace :

Tel que nous l'avons indiqué au chapitre II, l'ADC de 12 bits intégré du DSP TMS320LF2812 présente des offsets négligeables non et



difficiles à compenser. Lors de l'implémentation de l'observateur de flux sur ce DSP nous nous sommes vite aperçus que l'estimation de position est dégradée par la mauvaise précision de l'ADC. Ceci nous a obligés à recourir à une programmation de l'observateur sur la carte dSpace qui offre l'avantage d'une grande précision d'acquisition, un calcul en virgule flottante et un meilleur contrôle graphique ou visuel des opérations. Nous profitons de cet outil pour implémenter d'autres parties de la commande comme l'estimation des fems en rotation.

V.2.4.1 Utilisation de S-fonctions dans le contrôle :

Aussi, nous avons décidé de programmer en C par le biais des S-fonctions (*C-Mex RTW S-function*) de Simulink [MEU'03, Mat]. Ceci nous donne un certain nombre d'avantages:

 le code de contrôle en C que nous avons écrit pour le DSP se transpose aisément pour la S-fonction, donc une rapidité de développement.

- bien adaptée aux applications en temps réel, la S-fonction est compilée pour générer un code optimisé compatible avec la plateforme cible (la DS-1103).

les arguments de la S-fonction et ses entrées sorties peuvent communiquer avec
 l'interface dSpace- Control Desk et tout les autres blocs de Simulink.

- le fonctionnement de la S-fonction peut être testé et réglé hors ligne sous Simulink en lui injectant des signaux réels ce qui réduit notre dépendance du banc d'essais. Une fois réglée,

il suffit juste de la charger dans la mémoire du dSpace et l'exécuter pour procéder à des essais en ligne.

La Figure V.35 illustre la construction du projet de contrôle sous Simulink. Le bloc contenant la S-fonction est masqué pour recevoir les données de l'utilisateur via une boite de dialogue. Le contenu du masque est représenté sur la Figure V.36.





Figure V.35: Implémentation de la commande sous Simulink

Figure V.36: Présentation de la S-fonction avec ses entrées/sorties

V.2.4.2 Interface Control Desk :

L'interface Control Desk communiquant avec l'utilisateur et la carte dSpace est représentée sur la Figure V.37. Nous y avons placé plusieurs fenêtres graphiques permettant le tracé des diverses variables intervenant dans la commande. Des fenêtres de contrôle permettent d'introduire des données en temps réel pouvant modifier le fonctionnement du système.



Figure V.37 : Programmation sous Control Desk

D'autres boites de contrôle sont placées pour afficher l'état de sûreté du fonctionnement (dépassement de courant, inhibition de l'onduleur...). En outre, cette interface nous permet de réaliser des enregistrements simples ou déclenchés des variables du système sous divers formats compatibles avec la plupart des logiciels et en particulier Matlab [dSP].

V.2.5 Résultats des essais à basse vitesse :

Nous présentons dans ce qui suit les résultats d'un démarrage sur batterie de la StARS-144 avec capteur de position et ceux obtenus sans capteur de position. Les acquisitions sont réalisées sur une seconde. Les régalages concernant chaque type de fonctionnement sont les suivants :

- fonctionnement avec capteur de position (facp) : Les signaux du capteur de position sont calés sur les passages par zéro des fems (cf. Figure V.23).

- fonctionnement sans capteur de position (fascp): L'estimation de la position est obtenue par observation du flux. En fonction de la vitesse de rotation délivrée par la génératrice tachymétrique, la loi de commande de l'angle de calage γ exprimé en degrés électriques est la suivante :

$$\gamma = 0.3 \omega_e + \gamma_0$$

où ω_e est la pulsation électrique de rotation de la machine et γ_0 la valeur initiale du calage fixé à -40°. Dans notre cas où le fonctionnement est à basse vitesse, cet angle γ est limité à 10° max.

V.2.5.1 Essais à banc de charge inactif :

La Figure V.38 présente les résultats d'un démarrage dans le cas où le banc de charge entraîné est inactif. Nous y avons tracé les évolutions temporelles des tensions aux bornes de la machine, des courants dans les phases, le courant d'excitation, la vitesse et le couple. La valeur affichée par le couplemètre indique l'importance de l'inertie de la charge ramenée à l'arbre de la machine. Le démarrage est lancé à 500 ms après l'excitation du rotor. Les trajectoires des flux statorique et rotorique estimés ne sont pas tout à fait circulaires surtout que le flux d'excitation n'est pas constant mais dépend des variations du courant inducteur, elles mêmes couplées aux variations des courants statoriques. Cependant, la trajectoire de la position estimée extraite de la phase du flux rotorique estimé est bien circulaire. La position estimée rejoint correctement la position mesurée avec un faible écart. L'allure du couple mesuré dans le cas du fscp indique que la commande injectée dépendamment de la position initiale du rotor, a produit un bon couple de démarrage comparable à celui que l'on obtient dans le cas du facp. La Figure V.39 donne un zoom sur ce fonctionnement entre 0.9 et 1 seconde. Le calage est à son maximum (10°) et la vitesse est proche de 400 tr/mn. Dans le cas du facp, nous remarquons la dissymétrie des alternances des formes d'onde des tensions et des courants. Ceci est dû au déséquilibre présent dans les signaux délivrés par le capteur de position. Cette dissymétrie est totalement absente dans le cas du fscp.



ò

0.1

0.2

0.3 0.4

0.5

0.6

0.7

0.8

0.9

124



V.2.5.2 Essais en charge en rotation:

a- Programmation du banc de charge:

L'arbre du banc de charge qu'entraîne la StARS est relié par deux puissantes courroies à une machine à courant continu (cf. Figure V.40.a). Cette dernière est pilotée dans ses quatre quadrants par un convertisseur contrôlé par l'automate programmable illustré par la Figure V.40.b qui permet de programmer la caractéristique couple-vitesse de la charge entraînée. L'interface de communication représentée sur la Figure V.40.c sert à injecter à l'automate des consignes de couple et de vitesse issues soit d'un réglage manuel soit de commandes externes. Dans notre cas, nous programmons ces consignes sous dSpace suivant le schéma Simulink de la Figure V.40.c. Il nous est maintenant possible d'activer à n'importe quel moment la charge du banc par logiciel.



Figure V.40 : Composantes du banc de charge et sa commande.

b- Essai :

La Figure V.41 présente les résultats d'un démarrage dans le cas où le banc de charge est activé à 150 ms après le lancement du démarrage. L'allure des tensions indique une chute de tension importante dans le bus continu de l'ordre de 5V. L'angle de couple proportionnel à la vitesse diminue dès l'activation du couple charge. Cette adaptation engendre moins de pulsations de couple que dans le cas d'un facp où le calage est fixe. Comme nous pouvons le constater comparativement à la position mesurée, la position du rotor est correctement estimée. La Figure V.42 donne un zoom sur ce fonctionnement entre 0.9 et 1 seconde. Notons toutefois que l'activation du banc de charge n'influe pas beaucoup sur les allures des courants et du couple quand on les compare par rapport à un fonctionnement sur banc de charge inactif où l'inertie entraînée rapportée à l'arbre de la machine est déjà importante.

V.2.5.3 Essais en charge dès le démarrage :

Les résultats de la Figure V.43 illustrent le cas où la charge est appliquée avant un démarrage et après la phase d'identification (50 ms avant le lancement d'un démarrage). Ce choix nous est imposé car dans notre expérimentation, si nous n'alimentions pas l'alternodémarreur et que nous activions la charge avec des consignes de couple et de vitesse nulles, l'arbre d'entraînement se met quand même à tourner très lentement (amplification des bruit de commande). Ceci est gênant dans la mesure où nous devons identifier la position initiale à rotor complètement figé. Dans tout les cas, les enregistrements obtenus montrent que la position du rotor est correctement estimée et que l'alterno-démarreur développe un bon couple d'entraînement sans capteur de position.



après le démarrage.



Figure V.42 : Zoom sur l'entraînement sans capteur du banc de charge actif.



V.3 Conclusion :

Un banc d'essai expérimental pour la commande sans capteur de position de l'alternodémarreur séparé StARS est réalisé. Les essais à vide et en charge effectués vérifient la validité du fonctionnement sensorless de notre machine.

Au démarrage, les ordres de commande appliqués compte tenu de la position initiale du rotor ont permis l'obtention d'un fort couple d'entraînement comparable à celui que l'on obtiendrait avec une commande basée sur un capteur de position.

Dans le cas des essais à vide, la commande de l'onduleur appliquée au démarrage est verrouillée jusqu'à ce que la rotation du rotor engendre des fems statoriques suffisamment élevées pour être estimées. Le module du vecteur des fems estimées donnant une information sur la vitesse de rotation est utilisé pour fixer la fin de la durée de verrouillage. La phase du vecteur quant à elle, est exploitée pour achever l'autopilotage.

Dans un fonctionnement en charge où la montée en vitesse dépend de la charge entraînée, la position du rotor est estimée par un observateur de flux à faible vitesse. A partir des tensions et des courants statoriques de la machine l'observateur fourni un vecteur flux rotorique estimé dont la phase est une estimation de la position de l'axe polaire. Les relevés pratiques montrent que la combinaison de la position estimée avec un angle de calage linéairement dépendant de la vitesse de rotation conduit au démarrage et à l'autopilotage correct de la StARS à basse vitesse.

Enfin, l'utilisation d'un DSP puissant du type TMS320LF2812 intégrant une horloge système de 150 MHz et une architecture en temps réel facilite la tâche de la mise en œuvre du contrôle sans capteur et assurerait la portabilité de notre code vers l'industriel. En outre, l'interfaçage avec le rack réalisé n'a nécessité que quelques modifications mineures au sein de l'électronique Valeo.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons présenté des moyens de suppression du capteur de position pour l'alterno-démarreur synchrone à rotor bobiné StARS alimenté en pleine onde.

Après avoir expliqué le contexte et les objectifs de notre étude, une modélisation vectorielle de la machine synchrone à rotor bobiné a été présentée. L'introduction de la transformation de Park dans un référentiel lié au rotor a permis la simplification des équations de la machine et le modèle obtenu prend en compte la saturation. Implanté sous Matlab-Simulink, ce modèle nous a permis la simulation de la StARS associée à son onduleur de tension.

L'étude des forces électromotrices induites dans les enroulements statoriques de la StARS lorsque celle-ci est excitée à l'arrêt nous a permis d'aboutir à des méthodes de détection de la position initiale du rotor. Celles-ci ont fait l'objet d'un dépôt de brevet commun VALEO-UTC. En outre, pour étendre le contrôle sans capteur proposé aux autres types d'alterno-démarreurs synchrones, nous avons proposé une méthode permettant l'identification simultanée des paramètres de l'induit et de la position du rotor avant le démarrage de la machine. C'est une procédure efficace qui offre la simplicité d'implantation sur DSP sans un surplus de matériel.

Pour maximiser le couple au démarrage et garantir une rotation dans le bon sens, les ordres de commande appliqués à l'onduleur doivent être élaborés en fonction de la position du rotor à l'arrêt. L'accélération du rotor engendre des fems statoriques dont l'amplitude dépend de la vitesse de rotation. Si cette dernière est importante, l'autopilotage de la machine à partir des fems estimées devient possible. Les simulations effectuées ont démontré que l'élaboration des ordres de commande de l'onduleur à partir des fems estimées avec un calage angulaire fonction de la vitesse de rotation peut maximiser le couple électromagnétique développé.

A faible vitesse, l'étude des diverses forces électromotrices créées dans la machine à rotor bobiné a abouti à diverses méthodes pouvant estimer la position de la machine synchrone à rotor bobiné. Ces méthodes sont basées soit sur la dérivée des courants statoriques, soit sur l'estimation de position par un observateur de flux ou encore sur un filtre de Kalman.

Pour assurer la portabilité vers l'industriel du code d'implémentation de notre commande, un DSP type TMS320LF2812 a été utilisé. Cette action nous a conduit à la conception d'un rack expérimental pour l'interfaçage du DSP à la commande de l'ensemble

Onduleur-StARS. Cette commande numérique a particulièrement l'avantage d'être flexible et extensible grâce à la puissance du processeur utilisé et à la richesse de ses ressources matérielles.

Une série d'essais à vide et en charge a été réalisée sur la plateforme d'essais Valeo sise au LEC. Les résultats obtenus ont validé le principe de la commande sans capteur que nous avons proposée.

Des travaux complémentaires restent à mener pour passer de la validation des principes vers une mise en œuvre performante industrialisable, citons :

- l'étude de la robustesse par rapport à la variation de paramètres des méthodes proposées en particulier, l'observation des flux et l'estimation des fems.
- la prise en compte des effets des acyclismes qu'engendrerait un moteur thermique sur la commande sans-capteur.
- l'amélioration de la simulation par l'introduction d'une modélisation de la liaison élastique par courroie.
- l'implémentation du filtre de Kalman en vue d'améliorer l'estimation de la vitesse de rotation à basse fréquence et d'identifier en ligne les paramètres de la machine en rotation.

Annexe A

Modélisation Complète de la Machine Synchrone à Rotor Bobiné

A. ***

La machine synchrone idéalisée dont nous allons présenter la mise en équations est à stator lisse et rotor à pôles saillants et comporte (cf. Figure A.1) [LES'81]:

- au stator, un enroulement triphasé A, B, C dont les bobines sont décalées deux à deux de ^{2π/}/₃ radians électriques.
- au rotor, un enroulement d'excitation f disposé suivant l'axe polaire Od.
- au rotor, un ensemble d'amortisseurs représentés par deux enroulements équivalents kD
 et kQ fermés et en court circuit sur eux même ayant respectivement pour axes
 magnétiques, l'axe direct Od et l'axe en quadrature Oq.

Le rotor est repéré par sa position électrique $\theta = (OA, Od)$ par rapport à l'axe de la phase A de l'induit et par sa vitesse électrique $\omega = \frac{d\theta}{dt}$.



Figure A.1: Modèle de la MSRB

A.1 Hypothèses simplificatrices et conventions de signes:

Dans le but de simplifier la mise en équations de la machine synchrone, nous la modélisons dans le cadre des hypothèses suivantes [BIE'94, BAR'87, CHA'89] :

– La saturation du circuit magnétique, l'hystérésis et les courants de Foucault sont négligés. Cela permet d'exprimer les flux comme fonctions linéaires des courants et de considérer le flux résultant comme la somme algébrique des flux partiels produits séparément par chaque solénation.

 Les forces magnétomotrices créées par les phases de l'induit sont à répartition sinusoïdale : on ne considère que le premier harmonique d'espace de leur distribution.

 On néglige l'effet de la température sur la valeur des résistances et l'effet pelliculaire qui augmente les résistances et diminue les inductances.

- On néglige les harmoniques de denture liés aux variations de réluctance dues aux encoches.

 On considère la machine bipolaire, ce qui permet de confondre angles électriques et angles géométriques.

A.2 Conventions de signes :

On adopte les conventions de signes suivantes :

- La position θ du rotor et sa vitesse ω sont comptées positivement dans le sens trigonométrique.
- L'inducteur et l'induit sont considérés comme récepteurs (fonctionnement moteur).

A.3 Equations électriques :

La tension aux bornes de chaque enroulement est la somme de la chute ohmique et de la tension inductive due aux variations du flux total qui le traverse [LES'81]: Au stator :

$$\underline{V}_{s} = \left[R_{s}\right]\underline{I}_{s} + \frac{d\underline{\Psi}_{s}}{dt}$$
(A.1)

Au rotor :

$$\underline{V}_{r} = \left[R_{r}\right]\underline{I}_{r} + \frac{d\underline{\Psi}_{r}}{dt}$$
(A.2)

$$o\dot{u}: [R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [R_r] = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & R_{kD} & 0 \\ 0 & 0 & R_{kQ} \end{bmatrix}$$

sont des matrices dans lesquelles on désigne par R_s , R_f , R_{kD} , R_{kQ} respectivement les résistances d'un enroulement de l'induit, du circuit d'excitation et des amortisseurs kD et kQ.

 \underline{V}_s , \underline{I}_s , $\underline{\Psi}_s$ sont les matrices colonnes des tensions, courants et flux statoriques tels que :

$$\underline{V}_{s}^{t} = \begin{pmatrix} v_{as} & v_{bs} & v_{cs} \end{pmatrix} , \quad \underline{I}_{s}^{t} = \begin{pmatrix} i_{as} & i_{bs} & i_{cs} \end{pmatrix} , \quad \underline{\Psi}_{s}^{t} = \begin{pmatrix} \psi_{as} & \psi_{bs} & \psi_{cs} \end{pmatrix}$$

 $\underline{V}_r, \underline{I}_r, \underline{\Psi}_r$ sont les matrices colonnes des tensions, courants et flux rotoriques tels que :

$$\underline{V}_{r}^{t} = \begin{pmatrix} v_{f} & v_{kD} = 0 & v_{kQ} = 0 \end{pmatrix} , \quad \underline{I}_{r}^{t} = \begin{pmatrix} i_{f} & i_{kD} & i_{kQ} \end{pmatrix} , \quad \underline{\Psi}_{r}^{t} = \begin{pmatrix} \psi_{ar} & \psi_{br} & \psi_{cr} \end{pmatrix}$$

A.4 Equations magnétiques :

La non saturation de la machine et l'absence de courants de Foucault conduisent aux relations linéaires suivantes entre flux et courants :

$$\underline{\Psi}_{s} = [L_{ss}]\underline{I}_{s} + [L_{sr}]\underline{I}_{r}$$
(A.3)

$$\underline{\Psi}_{r} = \left[L_{sr} \right]^{t} \underline{I}_{s} + \left[L_{rr} \right] \underline{I}_{r}$$
(A.4)

en désignant par :

 $[L_{ss}]$ la matrice des inductances propres et mutuelles du stator telle que :

$$\begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & M_{AB} & M_{AC} \\ M_{BA} & L_{BB} & M_{BC} \\ M_{CA} & M_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix}$$
(A.5)

 $[L_{rr}]$ la matrice des inductances propres et mutuelles du rotor telle que :

$$\begin{bmatrix} L_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{f} & M_{fD} & 0 \\ M_{fD} & L_{kD} & 0 \\ 0 & 0 & L_{kQ} \end{bmatrix}$$
(A.6)

 $[L_{sr}] = [L_{rs}]^{t}$ la matrice des inductances mutuelles entre enroulements statoriques et rotoriques définie par :

$$\begin{bmatrix} L_{sr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{Af} & M_{AD} & M_{AQ} \\ M_{Bf} & L_{BD} & M_{BQ} \\ M_{Cf} & M_{CD} & L_{CQ} \end{bmatrix}$$
(A.7)

A.4.1 Expressions des inductances :

L'hypothèse de la répartition sinusoïdale des *f.m.m* simplifie les expressions des inductances de la MSRB.

A.4.1.1 Inductances au stator:

Inductances propres des enroulements statoriques :

À cause de l'anisotropie magnétique de la machine, les inductances propres de l'induit ne sont ni constantes ni égales. Elles dépendent de la position du rotor et sont π périodiques. L'inductance propre L_{AA} de la phase A est:

$$L_{AA} = L_{S0} + L_{SV} \cos(2\theta) \tag{A.8}$$

Les inductances propres L_{BB} et L_{CC} des deux autres phases s'en déduisent en remplaçant θ respectivement par $\theta - 2\pi/3$ et $\theta - 4\pi/3$ soit :

$$\begin{cases} L_{BB} = L_{S0} + L_{SV} \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ L_{CC} = L_{S0} + L_{SV} \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) \end{cases}$$
(A.9)

Mutuelles inductances entre les enroulements de l'induit :

Les inductances mutuelles relatives à l'induit seul sont également π périodiques par rapport à θ . Elles comportent donc un terme moyen L_{s0} et un harmonique de rang 2. Le coefficient M_a de ce dernier est le même pour les inductances propres. L'inductance mutuelle entre les enroulements statoriques A et B est :

$$M_{AB} = M_{BA} = M_a + L_{sv} \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3})$$
(A.10)

Les mutuelles M_{BC} et M_{AC} s'en déduisent en remplaçant θ respectivement par $\theta - 2\pi/3$ et $\theta - 4\pi/3$.

$$\begin{bmatrix} M_{BC} = M_{CB} = M_{a} + L_{sv} \cos(2\theta) \\ M_{AC} = M_{CA} = M_{a} + L_{sv} \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(A.11)

Les expressions (A.8), (A.9), (A.10) et (A.11) sont résumées dans la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} L_{s_0} + L_{s_v} \cos(2\theta) & M_a + L_{s_v} \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_a + L_{s_v} \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ M_a + L_{s_v} \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{s_0} + L_{s_v} \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) & M_a + L_{s_v} \cos(2\theta) \\ M_a + L_{s_v} \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) & M_a + L_{s_v} \cos(2\theta) & L_{s_0} + L_{s_v} \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(A.12)
A.4.1.2 Inductances au rotor:

L'hypothèse du caractère cylindrique et parfaitement lisse de la surface de l'induit conduit à la constance des inductances propres du rotor et des mutuelles entre enroulements rotoriques :

Inductances propres des enroulements rotoriques :

$$\begin{aligned} L_{f}(\theta) &= cste \\ L_{kD}(\theta) &= cste \\ L_{kQ}(\theta) &= cste \end{aligned}$$
 (A.13)

Mutuelles entre enroulements rotoriques :

Les axes *d* et *q* étant magnétiquement découplés, les inductances M_{fQ} et M_{DQ} sont nulles. On identifie une seule mutuelle indépendante de la position du rotor:

$$M_{fD}(\theta) = cste \tag{A.14}$$

A.4.1.3 Mutuelles inductances entre enroulements statoriques et rotoriques :

Ces mutuelles dépendent de la position du rotor. Elle sont 2π périodiques en θ . En se limitant au terme fondamental on rencontre les expressions suivantes :

Mutuelles entre l'induit et l'enroulement inducteur :

$$\left\{ L_{Af} = M_{af} \cos(\theta), \quad L_{Bf} = M_{af} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}), \quad L_{Cf} = M_{af} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right\}$$
(A.15)

Mutuelles entre l'induit et l'enroulement amortisseur D :

$$\left\{ L_{AD} = M_{aD} \cos(\theta), \quad L_{BD} = M_{aD} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}), \quad L_{CD} = M_{aD} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right\}$$
 (A.16)

Mutuelles entre l'induit et l'enroulement amortisseur Q:

$$\left\{ L_{AQ} = -M_Q \sin(\theta), \quad L_{BQ} = -M_{aQ} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}), \quad L_{CQ} = -M_{aQ} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right\}$$
(A.17)

Les expressions (A.15), (A.16) et (A.17) sont résumées dans la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} L_{sr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{af} \cos(\theta) & M_{aD} \cos(\theta) & -M_{aQ} \sin(\theta) \\ M_{af} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_{aD} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -M_{aQ} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ M_{af} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & M_{aD} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -M_{aQ} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(A.18)

A.5 Couple électromagnétique:

L'expression du couple électromagnétique (*considéré comme positif dans la convention moteur*) peut être établie à partir de la dérivée de l'énergie magnétique par rapport à l'angle mécanique θ_m [BIE'94]:

$$C_{e} = \frac{\partial W}{\partial \theta_{m}} = \frac{\partial}{\partial \theta_{m}} \left\{ \frac{1}{2} \underline{I}^{t} \underline{\Psi} \right\}$$
(A.19)

où : $\underline{\Psi}^t = (\underline{\Psi}^t_s \quad \underline{\Psi}^t_r)$ et $\underline{I}^t = (\underline{I}^t_s \quad \underline{I}^t_r)$ sont les vecteurs complets des flux et courants.

Nous avons dans le cas d'une machine à p paires de pôles tournant à la vitesse mécanique Ω :

$$\left\{ \theta = p \,\theta_m \quad , \quad \Omega = \frac{d\theta_m}{dt} = \frac{\omega}{p} \right\} \tag{A.20}$$

En tenant compte des relations (A.3) et (A.4) l'expression (A.19) du couple électromagnétique devient :

$$C_{e} = p \left(\frac{1}{2} \underline{I}_{s}^{t} \frac{\partial [L_{s}]}{\partial \theta} \underline{I}_{s} + \underline{I}_{s}^{t} \frac{\partial [L_{sr}]}{\partial \theta} \underline{I}_{r} \right)$$
(A.21)

A.6 Equation du mouvement :

Le comportement électromécanique du moteur est régi par l'équation du mouvement suivante :

$$C_e - C_r = J \frac{d\Omega}{dt} + \rho \Omega \tag{A.22}$$

en désignant par :

 C_e , C_r le couple électromagnétique défini par (A.21) et le couple résistant de la charge.

 J, ρ le moment d'inertie de toutes les parties tournantes et le coefficient de frottement.

A.7 Equations vectorielles de la MSRB :

La formulation utilisant les vecteurs d'espace permet d'une part, de condenser les équations de la machine synchrone et d'autre part, de les transposer immédiatement à n'importe quel autre référentiel grâce à leur notation en nombres complexes [SEM'04, BIE'94].

A.7.1 Transformations préliminaires :

Nous commençons tout d'abord par écrire en notation complexe les diverses matrices inductances rencontrées.

La matrice du stator $[L_{ss}]$ peut être décomposée suivant la relation :

$$\begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{sv} \end{bmatrix}$$
(A.23)

où
$$[L_{sc}] = \begin{bmatrix} l_{s0} & M_a & M_a \\ M_a & l_{s0} & M_a \\ M_a & M_a & l_{s0} \end{bmatrix}$$
 et $[L_{sv}] = l_{sv} \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(2\theta) & \cos(2\theta - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$

La matrice constante $[L_{sc}]$ peut être réécrite sous la forme :

$$[L_{sc}] = (l_{s0} - M_a)[I] + M_a[1]$$
(A.24)

où [I] et [1] sont respectivement les matrices identité et unitaire d'ordre 3.

La décomposition complexe des cosinus appliquée à la matrice variable $[L_{sv}]$ aboutit à :

$$[L_{sv}] = \frac{l_{sv}}{2} \left\{ e^{j2\theta} [F]^* + e^{-j2\theta} [F] \right\}$$
(A.25)

avec :

avec :
$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ a & a^2 & 1 \\ a^2 & 1 & a \end{bmatrix}$$
 et
$$[F]^* = \begin{bmatrix} 1 & a^2 & a \\ a^2 & a & 1 \\ a & 1 & a^2 \end{bmatrix}$$

a étant un opérateur de rotation défini par :
$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

En opérant de la même manière sur la matrice $[L_{sr}]$, on établit les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} L_{sr} \end{bmatrix} = \frac{e^{j\theta}}{2} \begin{bmatrix} M_{af} & M_{aD} & jM_{aQ} \\ M_{af} a^2 & M_{aD} a^2 & jM_{aQ} a^2 \\ M_{af} a & M_{aD} a & jM_{aQ} a \end{bmatrix} + \frac{e^{-j\theta}}{2} \begin{bmatrix} M_{af} & M_{aD} & -jM_{aQ} \\ M_{af} a & M_{aD} a & -jM_{aQ} a \\ M_{af} a^2 & M_{aD} a^2 & -jM_{aQ} a^2 \end{bmatrix}$$
(A.26)

Cette dernière relation peut être condensée en écrivant :

$$[L_{sr}] = \frac{1}{2} \left(e^{j\theta} \underline{x}^* \underline{\zeta}^t + e^{-j\theta} \underline{x} \underline{\zeta}^{*t} \right)$$
(A.27)

où $\underline{\zeta}^{t} = \begin{pmatrix} M_{af} & M_{aD} & jM_{aQ} \end{pmatrix}$ et \underline{x} est un vecteur de transformation complexe défini par :

$$\underline{x}^{t} = \begin{pmatrix} 1 & a & a^{2} \end{pmatrix} , \qquad (A.28)$$

et possédant les propriétés suivantes :

$$\left\{ \underline{x}^{t} \underline{x}^{*} = 3 \quad , \quad \underline{x}^{t} \underline{x} = 0 \quad , \quad \underline{x} \underline{x}^{t} = [F] \quad , \quad [1] \underline{x} = \underline{0} \right\}$$
(A.29)

De l'expression (A.27) on déduit:

$$[L_{sr}]^{t} = \frac{1}{2} \left(e^{j\theta} \underline{\zeta} \underline{x}^{*t} + e^{-j\theta} \underline{\zeta}^{*} \underline{x}^{t} \right)$$
(A.30)

A.7.2 Forme vectorielle des équations électriques :

A.7.2.1 Vecteurs d'espace liés au stator :

Dans un référentiel complexe lié au stator ayant pour axes α^s et β^s (cf. Figure A.1Figure A.2), nous introduisons la notion de vecteur d'espace (ou phaseur) selon les définitions suivantes :

$$\overline{V}_{s}^{s} = v_{s\alpha}^{s} + jv_{s\beta}^{s} = \underline{m}^{t} \underline{V}_{s}$$
(A.31)

$$\vec{I}_{s}^{s} = i_{s\alpha}^{s} + j i_{s\beta}^{s} = \underline{m}^{t} \underline{I}_{s}$$
(A.32)

où \underline{m} est le vecteur complexe défini par :

$$\underline{m} = \frac{2}{3}\underline{x} \tag{A.33}$$



Ces vecteurs sont affectés d'un indice supérieur *s* pour identifier le repère auquel ils sont rattachés à savoir le repère statorique.

De même, le vecteur d'espace flux s'écrit :

$$\vec{\Psi}_{s}^{s} = \psi_{s\alpha}^{s} + j\psi_{s\beta}^{s} = \underline{m}^{t} \underline{\Psi}_{s}$$
(A.34)

Les vecteurs d'espace ainsi définis permettent d'aboutir à l'équation des tensions statoriques suivante :

$$\vec{V}_s^s = R_s \vec{I}_s^s + \frac{d\vec{\Psi}_s^s}{dt}$$
(A.35)

A.7.2.2 Vecteurs d'espace liés au rotor :

Dans un référentiel (α^r, β^r) lié au rotor, nous associons aux grandeurs électriques et magnétiques des enroulements rotoriques monophasés les vecteurs d'espace suivants (cf. Figure A.3) :

$$\begin{cases} \vec{\underline{L}}_{r}^{r} = \underline{I}_{r} + j\underline{0} \\ \vec{\underline{V}}_{r}^{r} = \underline{V}_{r} + j\underline{0} \\ \vec{\underline{\Psi}}_{r}^{r} = \underline{\Psi}_{r} + j\underline{0} \end{cases}$$
(A.36)

Ceci nous permet d'aboutir directement à l'équation vectorielle des tensions rotoriques :

$$\vec{\underline{V}}_{r}^{r} = \left[R_{r}\right]\vec{\underline{L}}_{r}^{r} + \frac{d\vec{\underline{\Psi}}_{r}^{r}}{dt}$$
(A.37)



Figure A.3 : Vecteurs d'espace dans le référentiel rotorique

A.7.3 Forme vectorielle des équations magnétiques :

A.7.3.1 Expression vectorielle des flux d'induit :

En multipliant par \underline{m}^{t} les membres droit et gauche de l'expression (A.3) on obtient :

$$\underline{m}^{t} \underline{\Psi}_{s}^{s} = \underline{m}^{t} \left[L_{ss} \right] \underline{I}_{s} + \underline{m}^{t} \left[L_{sr} \right] \underline{I}_{r}$$

a- Evaluation du terme $\underline{m}^{t}[L_{ss}]\underline{I}_{s}$:

D'après (A.23) nous écrivons : $\underline{m}^{t} [L_{ss}] \underline{I}_{s} = \underline{m}^{t} [L_{sc}] \underline{I}_{s} + \underline{m}^{t} [L_{sv}] \underline{I}_{s}$

En utilisant (A.24) on aboutit à :

$$\underline{m}^{t} \left[L_{sc} \right] \underline{I}_{s} = \left(L_{s0} - M_{a} \right) \vec{I}_{s}^{s}$$
(A.38)

De même, la relation (A.25) permet d'écrire :

$$\underline{m}^{t} [L_{sv}] \underline{I}_{s} = \frac{L_{sv}}{2} \left(\underline{m}^{t} [F]^{*} \underline{I}_{s} e^{j2\theta} + \underline{m}^{t} [F] \underline{I}_{s} e^{-j2\theta} \right) = \frac{L_{sv}}{2} \underline{m}^{t} [F]^{*} \underline{I}_{s} e^{j2\theta}$$
(A.39)

En employant les propriétés (A.29), on obtient :

$$\underline{m}^{t} \left[L_{sv} \right] \underline{I}_{s} = \frac{3L_{sv}}{2} \vec{I}_{s}^{s^{*}} e^{j2\theta}$$
(A.40)

Nous avons donc :

$$\underline{m}^{t} [L_{ss}] \underline{I}_{s} = (L_{s0} - M_{a}) \vec{I}_{s}^{s} + \frac{3L_{sv}}{2} \vec{I}_{s}^{s^{*}} e^{j2\theta}$$
(A.41)

b- Evaluation du terme $\underline{m}^{t} [L_{sr}] \underline{I}_{r}$:

L'utilisation de (A.27) et des propriétés (A.29) conduit à :

$$\underline{m}^{t} [L_{sr}] \underline{I}_{r} = \frac{1}{3} \underline{x}^{t} \left(e^{j\theta} \underline{x}^{*} \underline{\zeta}^{t} + e^{-j\theta} \underline{x} \underline{\zeta}^{*t} \right) \underline{\vec{I}}_{r}^{r} = e^{j\theta} \underline{\zeta}^{t} \underline{\vec{I}}_{r}^{r}$$
(A.42)

ce qui permet d'écrire le vecteur d'espace du flux statorique sous la forme:

$$\overline{\Psi}_{s}^{s} = \left(L_{s0} - M_{a}\right)\overline{I}_{s}^{s} + \frac{3L_{sv}}{2}\overline{I}_{s}^{s^{*}} e^{j2\theta} + \underline{\zeta}^{t} \underline{I}_{r}^{t} e^{j\theta}$$
(A.43)

ou encore

$$\vec{\Psi}_{s}^{s} = \left(L_{s0} - M_{a}\right)\vec{I}_{s}^{s} + \frac{3L_{sv}}{2}\vec{I}_{s}^{s^{*}}e^{j2\theta} + \left(M_{af}\vec{I}_{f}^{r} + M_{aD}\vec{I}_{kD}^{r} + jM_{aQ}\vec{I}_{kQ}^{r}\right)e^{j\theta}$$
(A.44)

A.7.3.2 Expression vectorielle des flux rotoriques :

L'expression du flux rotorique étant :

$$\underline{\Psi}_r = \begin{bmatrix} L_{sr} \end{bmatrix}^t \underline{I}_s + \begin{bmatrix} L_{rr} \end{bmatrix} \underline{I}_r$$

on évalue le premier terme de droite en utilisant (A.30) soit:

$$\left[L_{sr}\right]^{t}\underline{I}_{s} = \frac{1}{2}\left(e^{j\theta}\underline{\zeta}\,\underline{x}^{*t} + e^{-j\theta}\underline{\zeta}^{*}\,\underline{x}^{t}\right)\underline{I}_{s} = \frac{3}{4}\left(e^{j\theta}\underline{\zeta}\,\vec{I}_{s}^{s^{*}} + e^{-j\theta}\underline{\zeta}^{*}\vec{I}_{s}^{s}\right) \tag{A.45}$$

Ce qui permet d'aboutir à :

$$\underline{\vec{\Psi}}_{r}^{r} = \frac{3}{4} \left(e^{j\theta} \underline{\zeta} \, \vec{I}_{s}^{s^{*}} + e^{-j\theta} \underline{\zeta}^{*} \, \vec{I}_{s}^{s} \right) + \left[L_{r} \right] \underline{\vec{I}}_{r}^{r} \tag{A.46}$$

d'où les expressions des flux totaux de chaque enroulement rotorique :

$$\begin{cases} \vec{\psi}_{f}^{r} = \frac{3}{4} M_{af} \left(e^{j\theta} \vec{I}_{s}^{s^{*}} + e^{-j\theta} \vec{I}_{s}^{s} \right) + L_{f} \vec{I}_{f}^{r} + M_{fD} \vec{I}_{kD}^{r} \\ \vec{\psi}_{kD}^{r} = \frac{3}{4} M_{aD} \left(e^{j\theta} \vec{I}_{s}^{s^{*}} + e^{-j\theta} \vec{I}_{s}^{s} \right) + M_{fD} \vec{I}_{f}^{r} + L_{kD} \vec{I}_{kD}^{r} \\ \vec{\psi}_{kQ}^{r} = j \frac{3}{4} M_{aQ} \left(e^{j\theta} \vec{I}_{s}^{s^{*}} - e^{-j\theta} \vec{I}_{s}^{s} \right) + L_{kQ} \vec{I}_{kQ}^{r} \end{cases}$$
(A.47)

A.7.4 Expression vectorielle du couple électromagnétique:

Réécrivons l'expression du couple :

c -

$$C_{e} = p \left(\frac{1}{2} \underline{I}_{s}^{t} \frac{\partial [L_{ss}]}{\partial \theta} \underline{I}_{s} + \underline{I}_{s}^{t} \frac{\partial [L_{sr}]}{\partial \theta} \underline{I}_{r} \right)$$

On obtient en exploitant les relations (A.23), (A.25) et (A.27) :

$$\begin{cases}
\frac{\partial [L_{ss}]}{\partial \theta} = \frac{\partial [L_{sv}]}{\partial \theta} = jl_{sv} \left\{ e^{j2\theta} [F]^* - e^{-j2\theta} [F] \right\} \\
\frac{\partial [L_{sr}]}{\partial \theta} = \frac{j}{2} \left(e^{j\theta} \underline{x}^* \underline{\zeta}^t - e^{-j\theta} \underline{x} \underline{\zeta}^{*t} \right)
\end{cases}$$
(A.48)

et en utilisant les propriétés (A.29):

$$\begin{cases} \underline{I}_{s}^{t} \left[F \right]^{*} \underline{I}_{s} = \underline{I}_{s}^{t} \underline{x}^{*} \underline{x}^{*t} \underline{I}_{s} = \frac{9}{4} \left(\vec{I}_{s}^{s*} \right)^{2} \\ \underline{I}_{s}^{t} \left[F \right] \underline{I}_{s} = \underline{I}_{s}^{t} \underline{x} \underline{x}^{t} \underline{I}_{s} = \frac{9}{4} \left(\vec{I}_{s}^{s} \right)^{2} \end{cases}$$
(A.49)

En reportant (A.48) et (A.49) dans l'équation du couple, on écrit :

$$C_{e} = p \left(\frac{9 j l_{sv}}{8} \left\{ e^{j2\theta} \left(\vec{I}_{s}^{s^{*}} \right)^{2} - e^{-j2\theta} \left(\vec{I}_{s}^{s} \right)^{2} \right\} + \frac{3 j}{4} \left(e^{j\theta} \vec{I}_{s}^{s^{*}} \underline{\zeta}^{t} - e^{-j\theta} \vec{I}_{s}^{s} \underline{\zeta}^{*t} \right) \underline{\vec{L}}_{r}^{r} \right)$$
(A.50)

et en réarrangent cette dernière équation, il vient :

$$\begin{cases} C_{e} = p \frac{3j}{4} \left(\left(\frac{3l_{sv}}{2} e^{j2\theta} \vec{I}_{s}^{s^{*}} + e^{j\theta} \underline{\zeta}^{t} \vec{\underline{I}}_{r}^{t} \right) \vec{I}_{s}^{s^{*}} - \left(\frac{3l_{sv}}{2} e^{-j2\theta} \vec{I}_{s}^{s} + e^{-j\theta} \underline{\zeta}^{*t} \vec{\underline{I}}_{r}^{t} \right) \vec{I}_{s}^{s} \right) \\ = \frac{3p}{2} Im \left\{ \left(\frac{3l_{sv}}{2} e^{-j2\theta} \vec{I}_{s}^{s} + e^{-j\theta} \underline{\zeta}^{*t} \vec{\underline{I}}_{r}^{t} \right) \vec{I}_{s}^{s} \right\}$$
(A.51)

En exploitant l'expression (A.43) du flux statorique, on aboutit enfin à la formulation vectorielle du couple électromagnétique :

$$C_{e} = \frac{3p}{2} \operatorname{Im}\left\{ \left(\overline{\Psi}_{s}^{s} - \left(L_{s0} - M_{a} \right) \overline{I}_{s}^{s} \right)^{*} \overline{I}_{s}^{s} \right\} = \frac{3p}{2} \operatorname{Im}\left\{ \overline{\Psi}_{s}^{s*} \overline{I}_{s}^{s} \right\}$$
(A.52)

A.8 Changement de repère :

A.8.1 Equations de la machine dans un repère tournant commun quelconque:

Malgré la forme condensée des équations (A.35), (A.37), (A.43) et (A.46), leur résolution analytique reste encore délicate à cause de la dépendance de leurs coefficients variables avec la position du rotor. On est amené alors à choisir un référentiel tournant commun dans lequel cette dépendance disparaîtrait [KRA'02].

Commençons tout d'abord par définir un repère quelconque (α^{g} , β^{g}) dont l'axe réel α^{g} est décalé d'un angle θ_{g} par rapport à l'axe réel α^{s} (cf. Figure A.4) et tournant à la vitesse instantanée $\omega_{g} = \frac{d\theta_{g}}{dt}$.



Figure A.4 : définition d'un référentiel tournant commun g

En supposant que λ_s soit la position du vecteur d'espace courant \vec{I}_s^s dans le repère statorique (cf. Figure A.5), nous écrivons :



Figure A.5 : Passage du repère statorique au référentiel commun

Dans le nouveau repère commun, l'expression de ce vecteur est :

$$\vec{I}_s^g = I_s e^{j(\lambda_s - \theta_g)} = \vec{I}_s^s e^{-j\theta_g}$$
(A.54)

On en déduit les formules du changement de repère :

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha}^{g} \\ i_{s\beta}^{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{g}) & \sin(\theta_{g}) \\ \cos(\theta_{g}) & -\sin(\theta_{g}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha}^{s} \\ i_{s\beta}^{s} \end{bmatrix}$$
(A.55)

De même, les tensions et les flux s'écrivent dans le nouveau référentiel g:

$$\begin{cases} \vec{V}_{s}^{g} = \vec{V}_{s}^{s} e^{-j\theta_{g}} \\ \vec{\Psi}_{s}^{g} = \vec{\Psi}_{s}^{s} e^{-j\theta_{g}} \end{cases}$$
(A.56)

Les grandeurs vectorielles rotoriques étant positionnées d'un angle θ par rapport à l'axe réel α^s (cf. Figure A.6), elles s'écrivent



Figure A.6 : Passage du repère rotorique au référentiel commun

A.8.1.1 Equations électriques dans le référentiel g :

En multipliant l'équation vectorielle des tensions statoriques par $e^{-j\theta_g}$ et en exploitant les résultats précédents liés au changement de repère, on aboutit à:

$$\vec{V}_{s}^{g} = R_{s}\vec{I}_{s}^{g} + \frac{d\vec{\Psi}_{s}^{g}}{dt} + j\omega_{g}\vec{\Psi}_{s}^{g}$$
(A.58)

De même, on multiplie les membres de la relation (A.37) par $e^{-j(\theta_g - \theta)}$:

$$\underline{\vec{V}}_{r}^{r} e^{-j(\theta_{g}-\theta)} = \left[R_{r}\right] \underline{\vec{I}}_{r}^{r} e^{-j(\theta_{g}-\theta)} + \frac{d\left(\underline{\vec{\Psi}}_{r}^{g} e^{j(\theta_{g}-\theta)}\right)}{dt} e^{-j(\theta_{g}-\theta)}$$

d'où l'équation des tensions rotoriques exprimée dans le référentiel g :

$$\vec{\underline{V}}_{r}^{g} = \left[R_{r}\right]\vec{\underline{I}}_{r}^{g} + \frac{d\vec{\underline{\psi}}_{r}^{g}}{dt} + j\left(\omega_{g} - \omega\right)\vec{\underline{\psi}}_{r}^{g}$$
(A.59)

A.8.1.2 Equations magnétiques dans le référentiel g :

Les relations de passage des référentiels statorique et rotorique vers le repère commun g établies plus haut permettent d'aboutir aux expressions suivantes des flux :

$$\begin{cases} \overline{\Psi}_{s}^{g} = \left(L_{s0} - M_{a}\right) \overline{I}_{s}^{g} + \frac{3L_{sv}}{2} e^{2j\left(\theta - \theta_{g}\right)} \overline{I}_{s}^{g^{*}} + \underline{\zeta}^{t} \overline{\underline{I}}_{r}^{g} \\ \overline{\Psi}_{r}^{g} = \frac{3}{4} \left(e^{2j\left(\theta - \theta_{g}\right)} \underline{\zeta} \, \overline{I}_{s}^{g^{*}} + \underline{\zeta}^{*} \overline{I}_{s}^{g}\right) + \left[L_{rr}\right] \underline{I}_{r}^{g} \end{cases}$$
(A.60)

A.8.1.3 Expression du couple dans le repère tournant commun g :

L'expression (A.52) du couple électromagnétique se transpose sans grande difficulté au nouveau référentiel :

$$C_{e} = \frac{3p}{2} \operatorname{Im}\left\{\overline{\Psi}_{s}^{g^{*}} \vec{I}_{s}^{g}\right\}$$
(A.61)

A.8.2 Equations de la machine dans un repère commun lié au rotor :

L'examen des équations de la machine synchrone obtenues dans le référentiel commun g montre qu'il n'y a qu'une seule possibilité sur le choix de ce repère conduisant à l'élimination des coefficients variables des équations. En effet, en choisissant $\theta = \theta_g$, les termes en $(\theta - \theta_g)$ et en $(\omega - \omega_g)$ disparaissent. Le repère g doit donc être choisi lié au rotor (cf. Figure A.7). Dans ce cas, l'indice supérieur g devient superflu et les équations régissant le fonctionnement de la machine s'écrivent :

Equations électriques :

Au stator :

$$\vec{V}_s = R_s \vec{I}_s + \frac{d\vec{\Psi}_s}{dt} + j\omega\vec{\Psi}_s$$
 (A.62)

Au rotor :

$$\begin{cases} \vec{\underline{V}}_{r} = [R_{r}]\vec{\underline{I}}_{r} + \frac{d\vec{\underline{\Psi}}_{r}}{dt} \\ et \\ \vec{\underline{V}}_{r} = \underline{V}_{r} + j\underline{0} \end{cases}$$
(A.63)



Figure A.7 : Choix d'un repère commun lié au rotor

Equations magnétiques :

$$\begin{cases} \vec{\Psi}_{s} = \left(L_{s0} - M_{a}\right)\vec{I}_{s} + \frac{3L_{sv}}{2}\vec{\underline{I}}_{s}^{*} + \underline{\zeta}^{t}\vec{\underline{I}}_{r} \\ \\ \underline{\vec{\Psi}}_{r} = \underline{\Psi}_{r} + j\underline{0} = \frac{3}{4}\left(\underline{\zeta}\vec{\underline{I}}_{s}^{*} + \underline{\zeta}^{*}\vec{\underline{I}}_{s}\right) + \left[L_{rr}\right]\vec{\underline{I}}_{r} \end{cases}$$
(A.64)

Equation du couple électromagnétique :

$$C_{e} = \frac{3p}{2} \operatorname{Im}\left\{ \overline{\Psi}_{s}^{*} \overline{I}_{s} \right\}$$
(A.65)

Les équations (A.62) à (A.65) expriment le fonctionnement de la machine synchrone dans le référentiel synchrone à l'aide du formalisme du vecteur d'espace. La projection de ces équations sur les axes d et q du repère rotorique conduit aux équations de PARK.

A.8.3 Equations de Park de la MSRB :

En posant :

$$\begin{cases} L_{d} = (L_{s0} - M_{a}) + \frac{3}{2}L_{sv} \\ L_{q} = (L_{s0} - M_{a}) - \frac{3}{2}L_{sv} \end{cases},$$
(A.66)

respectivement les inductances d'axe direct et d'axe longitudinal et en décomposant les équations électriques (A.62) et (A.63) suivant les axes d et q, nous obtenons : Au stator :

$$\begin{cases} V_{d} = R_{s} I_{d} + \frac{d\psi_{d}}{dt} - \omega\psi_{q} \\ V_{q} = R_{s} I_{q} + \frac{d\psi_{q}}{dt} + \omega\psi_{d} \end{cases}$$
(A.67)

Au rotor :

$$\begin{cases} V_{f} = R_{r} I_{f} + \frac{d\psi_{f}}{dt} \\ 0 = R_{kD} I_{kD} + \frac{d\psi_{kD}}{dt} \\ 0 = R_{kQ} I_{kQ} + \frac{d\psi_{kQ}}{dt} \end{cases}$$
(A.68)

Projetons de même l'équation (A.64) des les flux :

$$\begin{cases} \psi_{d} = L_{d}I_{d} + M_{af}I_{f} + M_{aD}I_{kD} \\ \psi_{f} = \frac{3}{2}M_{af}I_{d} + L_{f}I_{f} + M_{fD}I_{kD} \\ \psi_{kD} = \frac{3}{2}M_{aD}I_{d} + M_{fD}I_{f} + L_{kD}I_{kD} \\ \psi_{q} = L_{q}I_{q} + M_{aQ}I_{kQ} \\ \psi_{kQ} = \frac{3}{2}M_{aQ}I_{q} + L_{kQ}I_{kQ} \end{cases}$$
(A.69)

L'équation (A.65) du couple électromagnétique devient :

$$C_e = \frac{3p}{2} \left(\psi_d i_q - \psi_q i_d \right) \tag{A.70}$$

A.8.3.1 Relations de passage du repère naturel au repère rotorique, transformation de PARK :

Dans un but de simplification des équations de la machine synchrone, Park a introduit la matrice de passage [$P(\theta)$] suivante dite transformation de PARK [BAR'87]:

$$\begin{bmatrix} P(\theta) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$
(A.71)

Elle permet le passage des grandeurs de phase a, b, c de la machine aux composantes directe d, transverse q et homopolaire o. La transposition d'un repère à un autre s'obtient en écrivant :

$$\begin{cases} X_{dqo} = [P(\theta)] X_{abc} \\ X_{abc} = [P(\theta)]^{-1} X_{dqo} \end{cases}$$
(A.72)

où X_{abc} peut être le vecteur des tensions, des courants ou celui des flux et $[P(\theta)]^{-1}$ l'inverse de la transformée de Park tel que :

$$\left[P(\theta)\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1\\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1\\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$
(A.73)

Bien que la composante homopolaire des courants ne participe pas à la création d'une *f.m.m* sinusoïdale d'entrefer, elle a été introduite pour aboutir à un changement de variable biunivoque. Cette composante n'apparaît pas dans la formulation vectorielle.

A.8.3.2 Relation entre formalisme vectoriel et transformation de PARK :

Reprenons la relation (A.32) du phaseur spatial du courant statorique :

$$\vec{I}_s^s = i_{s\alpha}^s + ji_{s\beta}^s = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \underline{I}_s$$

Les projections de ce vecteur sur les axes α et β sont liées aux courants de phases par l'expression suivante :

$$\begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \\ I_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{bmatrix} C_{32} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} , \quad (A.74)$$

expression dans laquelle nous avons ajouté le courant homopolaire.

D'autre part, d'après la relation (A.55) les composantes de ce vecteur d'espace statorique dans un référentiel lié au rotor sont données par :

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \\ I_o \end{bmatrix}$$
 où $\begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (A.75)

En reportant (A.74) dans (A.75) nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \end{bmatrix}$$
(A.76)

Le passage du repère a,b,c au repère d,q,o se fait donc par deux transformations successives [LES'81] :

- Passage vers le repère statorique diphasé α,β des composantes du vecteur d'espace par le biais de la matrice [C₃₂] dite matrice de Clarke.

- Passage du repère α, β vers le référentiel rotorique de Park au moyen de la matrice de rotation $[R(\theta)]$ correspondant à une rotation d'un angle θ dans le sens anti-horaire et permettant de rendre solidaire du rotor le bobinage diphasé équivalent à l'enroulement triphasé statorique.

La Figure A.8 illustre une représentation en angles électriques de ce changement de variables.

A.8.4 Interprétation physique de la transformation de Park :

La matrice de passage de Park appliquée aux équations de la machine synchrone a pour conséquence de substituer à l'enroulement triphasé statorique dont les conducteurs et les axes magnétiques sont immobiles par rapport au stator, un enroulement diphasé dont les axes magnétiques d et q sont solidaires du rotor et tournant avec lui [BAR'87]. Cette transformation peut être interprétée comme associant fictivement aux enroulements abc un collecteur immobile et des balais, tournant avec le rotor et disposés selon l'axe d et selon l'axe q. Les

enroulements d et q sont tout à fait analogues à ceux de l'induit d'une machine à courant continu.



Figure A.8 : Transformations triphasé-diphasé

A.8.5 Propriétés et limites d'utilisation de la transformation de Park :

La matrice non orthogonale introduite par Park conduit à la conservation des amplitudes des grandeurs réelles. En rapportant, par le biais de cette transformation, les équations relatives aux grandeurs statoriques et rotoriques à un système de coordonnées commun fixe par rapport au rotor, le couplage variable entre stator et rotor disparaît et on obtient une matrice inductance constante. Certains auteurs utilisent la forme orthogonale de la matrice de Park, dite transformation de Park modifiée, permettant la conservation de l'invariance de la puissance instantanée et l'obtention de schémas équivalents où les inductances mutuelles sont réciproques [KRA'02, CHA'89]. Cependant la matrice orthogonale présente un certain nombre d'inconvénients dont le principal est de se prêter très mal à une transcription en valeurs réduites.

Lorsque la machine triphasée est alimentée de façon conventionnelle, la transformation de Park trouve tout son intérêt dans la simplification des équations de la machine et devient un moyen fort commode pour l'étude des régimes transitoires. Cependant, lorsqu'on associe un convertisseur statique à la machine, le recours à cette transformation peut poser quelques problèmes dans la simulation. En effet, lorsqu'une ou plusieurs des phases de la machine sont en circuit ouvert, la tension aux bornes de celles-ci n'est plus imposée par le convertisseur et n'est plus fonction que des courants dans les autres enroulements. Il n'est pas possible dans ce cas d'utiliser directement les composantes de Park et une reformulation des équations devra être appliquée après une analyse complète du système pour chaque cas particulier [LED'81]. Dans notre application, les phases de la machine sont tout le temps reliées à la source continue lorsque l'onduleur de tension est commandé (*commande 180° pleine onde*). Le seul cas

particulier à envisager et ne posant pas de difficulté est celui où les trois phases de la machine sont ouvertes lorsque la commande de l'onduleur est inhibée à l'arrêt.

Annexe B

Modèle en flux de la MSRB sans amortisseurs

B. ****

Dans la simulation du fonctionnement de la MSRB, pour pouvoir tenir compte du phénomène de la saturation, nous utilisons les flux comme variables d'état. Dans ce but, nous établissons un modèle du moteur synchrone commandée en tension à partir des équations de Park de la machine introduites dans l'annexe A.

B.1 Rappel des équations de PARK de la MSRB :

B.1.1 Equations électriques :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix}$$
(B.1)

B.1.2 Equations magnétiques en l'absence de saturation :

Flux dans l'axe direct :

$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & M_{af} \\ \frac{3}{2}M_{af} & L_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_f \end{bmatrix}$$
(B.2)

Flux dans l'axe en quadrature: $\psi_q = L_q I_q$

(B.3)

B.1.3 Equation du couple électromagnétique :

$$C_e = \frac{3p}{2} \left(\psi_d i_q - \psi_q i_d \right) \tag{B.4}$$

B.2 Equations ramenées au stator :

B.2.1 Flux de magnétisation :

Décomposons d'emblée le flux statorique direct ψ_d en un flux de magnétisation ψ_{md} dont les lignes de champ traversent l'entrefer pour coupler la bobine d'excitation et un flux de fuites ψ_{fsd} dont les lignes de champ se referment essentiellement dans les encoches et les têtes de bobines, sans traverser le rotor. Soient L_{md} et L_{fs} les inductances associées respectivement aux flux ψ_{md} et ψ_{fs} . En désignant par I_f le courant d'excitation ramené au stator, nous écrivons :

$$\begin{cases} \psi_{d} = \psi_{md} + \psi_{fsd} \\ \psi_{md} = L_{md} \left(I_{d} + I_{f}^{'} \right) \\ \psi_{fsd} = L_{fs} I_{d} \end{cases}$$
(B.5)

En décomposant de même le flux inducteur ramené au stator, nous obtenons :

$$\begin{cases} \psi'_{f} = \psi'_{ff} + \psi_{md} \\ \psi'_{ff} = L'_{ff} I'_{f} \end{cases}$$
(B.6)

Par ailleurs, en l'absence d'amortisseurs, les flux dans l'axe interpolaire sont quant à eux liés au seul courant transverse I_q .

$$\begin{cases} \psi_q = \psi_{mq} + \psi_{fsq} \\ \psi_{mq} = L_{mq} I_q \\ \psi_{fsq} = L_{fs} I_q \end{cases}$$
(B.7)

B.2.2 Coefficient d'équivalence rotor-stator :

Si nous désignons par k_1 et k_2 les coefficients liés au rapport des nombres de spires entre rotor et stator et permettant de ramener les grandeurs rotoriques au stator, nous écrivons :

$$\begin{cases} I_f = k_1 I_f \\ \psi_f = k_2 \psi_f \end{cases}$$
(B.8)

Pour déterminer ces coefficients, nous nous baserons sur les fondamentaux des forces magnétomotrices statorique et rotorique : Un système triphasé de courants statoriques d'amplitude I_m engendre dans un bobinage à N_s spires en série par phase, une f.m.m d'amplitude [BIE'94, CHA'89]:

$$F_{sm} = \left(\frac{4}{\pi} \frac{N_s}{2} \frac{3}{2}\right) \mathbf{I}_{\mathrm{m}}$$
(B.9)

Un courant d'excitation d'amplitude I_f engendre dans un bobinage à N_f spires en série, une f.m.m d'amplitude :

$$F_{fm} = \left(\frac{4}{\pi} \frac{N_f}{2}\right) I_f \tag{B.10}$$

Cette dernière équation s'écrit encore : $F_{fm} = \left(\frac{4}{\pi} \frac{N_s}{2} \frac{3}{2}\right) \left(\frac{2N_f}{3N_s} I_f\right)$

Ainsi, la comparaison des forces magnétomotrices F_{sm} et F_{fm} montre que la f.m.m rotorique peut être crée par trois courants statoriques fictifs d'amplitude I_{f} vérifiant:

$$I_f = \frac{2N_f}{3N_s} I_f \tag{B.11}$$

d'où la valeur du coefficient d'équivalence k_1 :

$$k_1 = \frac{2}{3} \frac{N_f}{N_s}$$
(B.12)

D'autre part, si nous résumons les équations des flux tels que nous les avons définis plus haut, nous obtenons les égalités suivantes :

$$\begin{cases} \psi_{d} = L_{d} I_{d} + M_{af} I_{f} = L_{fs} I_{d} + L_{md} (I_{d} + I_{f}^{'}) \\ \psi_{f}^{'} = k_{2} \psi_{f} = k_{2} \left(L_{f} I_{f} + \frac{3}{2} M_{af} I_{d} \right) = L_{ff}^{'} I_{f}^{'} + L_{md} (I_{d} + I_{f}^{'}) \\ \psi_{q} = L_{q} I_{q} = \left(L_{fs} + L_{mq} \right) I_{q} \end{cases}$$
(B.13)

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{cases} M_{af} I_{f} = L_{md} I_{f} = L_{md} k_{1} I_{f} \\ k_{2} L_{f} I_{f} + \frac{3}{2} k_{2} M_{af} I_{d} = k_{1} (\dot{L}_{ff} + L_{md}) I_{f} + L_{md} I_{d} \\ L_{q} = L_{fs} + L_{mq} \end{cases}$$
(B.14)

d'où les relations entre les diverses inductances :

$$\begin{cases}
M_{af} = k_1 L_{md} \\
k_2 L_f = k_1 (\dot{L}_{ff} + L_{md}) \\
\frac{3}{2} k_2 M_{af} = L_{md}
\end{cases}$$
(B.15)

Nous pouvons tirer de ces dernières équations la valeur à donner au coefficient k_2 , à savoir:

$$k_2 k_1 = \frac{2}{3}$$
 et $k_1 = \frac{2}{3} \frac{N_f}{N_s}$, d'où : $k_2 = \frac{N_s}{N_f}$ (B.16)

Les expressions des diverses inductances sont alors :

$$\begin{cases} L_{md} = \frac{M_{af}}{k_1} = \frac{3}{2} \frac{N_s}{N_f} M_{af} \\ L_{ff} = \frac{k_2}{k_1} L_f - L_{md} = \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_f} \right)^2 L_f - L_{md} \\ L_{fs} = L_d - L_{md} \\ L_{mq} = L_q - L_{fs} \end{cases}$$
(B.17)

B.2.3 Equation électrique rotorique ramenée au stator:

En utilisant les expressions des grandeurs rotoriques ramenées au stator, l'équation régissant l'évolution du courant rotorique devient:

$$V_{f} = R_{f} I_{f} + \frac{d\psi_{f}}{dt} = R_{f} \left(\frac{I_{f}}{k_{1}}\right) + \frac{1}{k_{2}} \frac{d\psi_{f}}{dt}$$
(B.18)

soit :

$$k_{2}V_{f} = \left(\frac{k_{2}}{k_{1}}R_{f}\right)I_{f} + \frac{d\psi_{f}}{dt} = V_{f}$$
(B.19)

On définit alors la résistance de l'enroulement inducteur ramenée au stator par :

$$R_{f}^{'} = \frac{k_{2}}{k_{1}}R_{f} = \frac{3}{2} \left(\frac{N_{s}}{N_{f}}\right)^{2} R_{f}$$
(B.20)

d'où :

$$V_{f}^{'} = R_{f}^{'}I_{f}^{'} + \frac{d\psi_{f}}{dt}$$
(B.21)

B.3 Modèle en flux de la machine synchrone :

En choisissant les flux comme variables d'état et en tenant compte du développement précédent, les équations de la machine synchrone s'écrivent :

$$\begin{cases} V_{d} = \frac{R_{s}}{L_{fs}} (\psi_{d} - \psi_{md}) + \frac{d\psi_{d}}{dt} - \omega\psi_{q} \\ V_{f}^{'} = \frac{R_{f}^{'}}{L_{ff}^{'}} (\psi_{f}^{'} - \psi_{md}) + \frac{d\psi_{f}^{'}}{dt} \\ V_{q} = \frac{R_{s}}{L_{fs}} (\psi_{q} - \psi_{mq}) + \frac{d\psi_{q}}{dt} + \omega\psi_{d} \end{cases}$$
(B.22)

Les courants se calculent par les relations suivantes :

$$\left\{ I_{d} = \frac{\psi_{d} - \psi_{md}}{L_{fs}} , I_{f} = \frac{\psi_{f} - \psi_{md}}{L_{ff}} , I_{q} = \frac{\psi_{q} - \psi_{mq}}{L_{fs}} , I_{md} = I_{d} + I_{f} \right\}$$
(B.23)

où les flux de magnétisation s'expriment par :

$$\begin{cases} \psi_{md} = L_{md} I_{md} = \frac{L_{md}}{L_{fs}} (\psi_d - \psi_{md}) + \frac{L_{md}}{L_{ff}} (\psi_f - \psi_{md}) \\ \psi_{mq} = L_{mq} I_q = \frac{L_{mq}}{L_{fs}} (\psi_q - \psi_{mq}) \end{cases}$$
(B.24)

soit :

$$\begin{cases} \psi_{md} \left(\frac{1}{L_{md}} + \frac{1}{L_{fs}} + \frac{1}{L_{ff}} \right) = \frac{\psi_d}{L_{fs}} + \frac{\psi_f}{L_{ff}} \\ \psi_{mq} \left(\frac{1}{L_{mq}} + \frac{1}{L_{fs}} \right) = \frac{\psi_q}{L_{fs}} \end{cases}$$
(B.25)

d'où :

$$\begin{cases} \psi_{md} = \frac{L_{ad}}{L_{fs}} \psi_d + \frac{L_{ad}}{L_{ff}} \psi_f \\ \psi_{mq} = \frac{L_{aq}}{L_{fs}} \psi_q \end{cases}$$
(B.26)

avec :

$$\left\{\frac{1}{L_{ad}} = \frac{1}{L_{md}} + \frac{1}{L_{fs}} + \frac{1}{L_{ff}} + \frac{1}{L_{fkD}} \quad , \quad \frac{1}{L_{aq}} = \frac{1}{L_{mq}} + \frac{1}{L_{fs}} + \frac{1}{L_{fkQ}}\right\}$$
(B.27)

Equations auxquelles on associe les relations donnant le couple électromagnétique et la vitesse de rotation de la machine :

$$\begin{cases} C_{e} = \frac{3}{2} p \left(\psi_{d} I_{q} - \psi_{q} I_{d} \right) \\ J \frac{d\Omega}{dt} = C_{e} - C_{r} - f \Omega \\ \omega = p \Omega \end{cases}$$
(B.28)

Annexe C

Equations de la MSRB en grandeurs relatives

C. **

L'introduction des grandeurs réduites dans la formulation des équations des machines à courant alternatif rend comparables les caractéristiques de machines de même type mais de puissances nominales très différentes [BAR'87]. Elle permet aussi l'élaboration de schémas équivalents [KRA'02, CHA'89]. En outre, les tensions et les courants réduits fournissent une estimation rapide de la sévérité des contraintes résultant du régime étudié [GRO'86].

C.1 Grandeurs réduites relatives au stator :

La transformation de Park conservant les amplitudes, nous utiliserons comme valeurs de référence au stator les valeurs nominales maximales des courants et des tensions réels. Ce choix conduit naturellement à la disparition du facteur $\sqrt{2}$ des équations. D'autre part, si nous réduisons les flux par rapport à la tension de base et si nous conservons au temps sa dimension et son unité, nous obtenons une écriture des équations électriques en valeurs réduites similaire à celle obtenue en unités physiques [BAR'87]. Ainsi, nous définissons les valeurs de base suivantes :

- Tension de phase $V_B = V_n \sqrt{2}$
- Courant de phase $I_B = I_n \sqrt{2}$
- Impédance $Z_B = \frac{V_B}{I_B}$
- Puissance $S_B = \frac{3}{2} V_B I_B$
- Pulsation électrique nominale $\omega_{\scriptscriptstyle B}$
- Vitesse angulaire mécanique nominale $\Omega_B = \frac{\omega_B}{n}$

- Couple
$$C_B = \frac{S_B}{\Omega_B} = \frac{pS_B}{\omega_B}$$

Le quotient des grandeurs physiques par leurs valeurs de base donne la valeur des grandeurs réduites associées. Ces dernières seront désignées par des lettres minuscules.

Si ψ est le flux de l'un des enroulement statoriques, il s'écrira en valeurs réduites :

$$\varphi = \frac{\psi}{V_B}$$
 (s/rad) et le produit $\omega.\varphi$ devient sans dimension

C.2 Grandeurs réduites relatives aux enroulements rotoriques :

Pour ramener les enroulements d'excitation et amortisseurs aux caractéristiques nominales de l'induit nous définissons leurs courants de base respectifs I_{fB} , I_{kDB} , I_{kQB} par leurs rapports avec la référence I_B des courants statoriques. Il en résulte les coefficients suivants:

- Coefficient d'équivalence des courants inducteur et induit: $k_f = \frac{I_{fB}}{I}$

- Coefficient d'équivalence des courants inducteur et amortisseur d'axe direct: $k_D = \frac{I_{kDB}}{I_D}$
- Coefficient d'équivalence des courants inducteur et amortisseur d'axe transverse: $k_Q = \frac{I_{kQB}}{I_p}$

La considération physique que nous choisissons pour la détermination de ces coefficients est basée sur des équivalences magnétiques. Elle consiste à prendre les courants de base rotoriques tels qu'ils produisent le même fondamental de *f.m.m* que le courant triphasé d'amplitude I_B circulant dans l'enroulement d'induit.

En désignant par n_s le nombre de spires par phase de l'induit et par n_f , n_{kD} , n_{kQ} respectivement les nombres effectifs de spires de l'enroulement d'excitation et des amortisseurs direct et transverse, nous écrivons:

$$\frac{4}{\pi}n_{f}I_{fB} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{3}{2}n_{s}I_{B}\right) , \qquad \frac{4}{\pi}n_{kD}I_{kD} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{3}{2}n_{s}I_{B}\right) , \qquad \frac{4}{\pi}n_{kQ}I_{kQ} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{3}{2}n_{s}I_{B}\right)$$

$$d'où: \quad \left\{k_{f} = \frac{3}{2}\frac{n_{s}}{n_{f}} , \quad k_{kD} = \frac{3}{2}\frac{n_{s}}{n_{kD}} , \quad k_{kQ} = \frac{3}{2}\frac{n_{s}}{n_{kQ}}\right\}$$
(C.1)

Ces coefficients étant choisis, les tensions et impédances de base des circuits rotoriques se déduisent par des considérations énergétiques en ramenant leurs puissances de base à celle de l'induit :

- Circuit d'excitation :

L'égalité
$$S_B = \frac{3}{2} V_B I_B = V_{fB} I_{fB}$$
 donne :
 $V_{fB} = \frac{3}{2} \frac{V_B}{k_f}$
(C.2)

et l'impédance de base de l'excitation s'écrit :

$$Z_{fB} = \frac{V_{fB}}{I_{fB}} = \frac{3}{2} \frac{Z_B}{k_f^2}$$
(C.3)

- Amortisseur d'axe longitudinal :

Avec $S_B = V_{kDB}I_{kDB}$, la tension de base est :

$$V_{kDB} = \frac{3}{2} \frac{V_B}{k_D} \tag{C.4}$$

et l'impédance de référence est :

$$Z_{DB} = \frac{V_{kDB}}{I_{kDB}} = \frac{3}{2} \frac{Z_B}{k_D^2}$$
(C.5)

- Amortisseur d'axe en quadrature :

Nous obtenons de même :

$$V_{kQB} = \frac{3}{2} \frac{V_B}{k_Q}$$
 et $Z_{QB} = \frac{V_{kQB}}{I_{kQB}} = \frac{3}{2} \frac{Z_B}{k_Q^2}$ (C.6)

C.2.1 Résistances et inductances propres en valeurs réduites :

La conservation de la dimension et de l'unité relatives au temps conduit à référer la résistance et l'inductance propre d'un enroulement quelconque par rapport à une même référence égale à son impédance de base :

$$r_s = \frac{R_s}{Z_B} \quad , \quad l_d = \frac{L_d}{Z_B} \quad , \quad l_q = \frac{L_q}{Z_B} \tag{C.7}$$

$$r_f = \frac{R_f}{Z_{fB}}$$
, $l_f = \frac{L_f}{Z_{fB}}$ (C.8)

$$r_{kD} = \frac{R_{kD}}{Z_{DB}}$$
, $l_{kD} = \frac{L_{kD}}{Z_{DB}}$, $r_{kQ} = \frac{R_{kQ}}{Z_{QB}}$, $l_{kQ} = \frac{L_{kQ}}{Z_{QB}}$ (C.9)

C.2.2 Valeurs réduites des mutuelles inductances:

L'établissement des coefficients d'équivalence entre courants en relation avec les rapports des nombres de spires des divers enroulements conduit aux expressions suivantes des mutuelles réduites:

$$\begin{cases}
m_{af} = \frac{M_{af}I_{B}}{V_{fB}} = \frac{k_{f}M_{af}}{Z_{B}}, & m_{aD} = \frac{M_{aD}I_{B}}{V_{kDB}} = \frac{k_{D}M_{aD}}{Z_{B}}, & m_{fD} = \frac{M_{fD}I_{DB}}{V_{fB}} = \frac{2}{3}k_{f}k_{D}\frac{M_{fD}}{Z_{B}}\\
m_{aQ} = \frac{M_{aQ}I_{B}}{V_{kQB}} = \frac{k_{Q}M_{aQ}}{Z_{B}}
\end{cases}$$
(C.10)

C.3 Equations électriques de la machine synchrone en valeurs relatives :

C.3.1 Equations réduites de l'induit :

Nous écrivons en rapportant l'équation électrique statorique suivant l'axe direct aux valeurs de base de l'induit précitées :

$$\frac{V_d}{V_B} = \frac{R_s}{Z_B} \frac{Z_B I_B}{V_B} \frac{I_d}{I_B} + \frac{d}{dt} \frac{\psi_d}{V_B} - \omega \frac{\psi_q}{V_B}$$

d'où

$$v_d = r_s \, i_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - \omega \, \varphi_q \tag{C.11}$$

En procédant de même, nous obtenons pour l'axe q:

$$v_q = r_s i_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + \omega \varphi_d \tag{C.12}$$

C.3.2 Equation réduite de l'enroulement de champ :

La relation
$$\frac{V_f}{V_{fB}} = \frac{R_f}{Z_{fB}} \frac{Z_{fB}I_{fB}}{V_{fB}} \frac{I_f}{I_{fB}} + \frac{d}{dt} \frac{\psi_f}{V_{fB}} \quad \text{donne}:$$
$$v_f = r_f i_f + \frac{d\varphi_f}{dt} \qquad (C.13)$$

C.3.3 Equations réduites des amortisseurs :

Avec $\frac{R_{kD}}{Z_{DB}} \frac{Z_{DB}I_{kDB}}{V_{kDB}} \frac{I_{kD}}{I_{kDB}} + \frac{d}{dt} \frac{\psi_{kD}}{V_{kDB}} = 0$ nous obtenons :

- pour l'amortisseur longitudinal :

$$0 = r_{kD} i_{kD} + \frac{d\varphi_{kD}}{dt}$$
(C.14)

- pour l'amortisseur transversal :

$$0 = r_{kQ} i_{kQ} + \frac{d\varphi_{kQ}}{dt}$$
(C.15)

C.4 Equations magnétiques réduites :

En se servant des définitions des flux et des inductances en valeurs relatives, les équations magnétiques des flux couplés deviennent :

$$\begin{cases} \varphi_{d} = l_{d} i_{d} + m_{af} i_{f} + m_{aD} i_{kD} \\ \varphi_{q} = l_{q} i_{q} + m_{aQ} i_{kQ} \\ \varphi_{f} = l_{f} i_{f} + m_{af} i_{d} + m_{fD} i_{kD} \\ \varphi_{kD} = l_{kD} i_{kD} + m_{aD} i_{d} + m_{fD} i_{f} \\ \varphi_{kQ} = l_{kQ} i_{kQ} + m_{aQ} i_{q} \end{cases}$$
(C.16)

Suivant les deux axes, ces équations peuvent être mises sous la forme matricielle suivante :

dans l'axe d :
$$\begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_f \\ \varphi_{kD} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} l_d & m_{af} & m_{aD} \\ m_{af} & l_f & m_{fD} \\ m_{aD} & m_{fD} & l_{kD} \end{vmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kD} \end{bmatrix}$$
(C.17)

dans l'axe q :
$$\begin{bmatrix} \varphi_q \\ \varphi_{kQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_q & m_{aQ} \\ m_{aQ} & l_{kQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_{kQ} \end{bmatrix}$$
 (C.18)

C.5 Equation du couple électromagnétique réduit :

Après référence du couple électromagnétique de la machine au couple de base, nous obtenons l'expression réduite suivante du couple électromagnétique :

$$c_e = \omega_B \left(\varphi_d i_q - \varphi_q i_d \right) \tag{C.19}$$

C.6 Equation électromécanique :

En désignant par

$$H = \frac{1}{2} \frac{J}{S_B} \left(\frac{\omega_B}{p}\right)^2, \qquad (C.20)$$

la constante d'énergie cinétique, quotient de l'énergie mécanique emmagasinée dans le rotor tournant à la vitesse de base par la puissance de base, l'équation électromécanique du mouvement devient :

$$c_e - c_r = \frac{2H}{\omega_B} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\rho}{p C_B} \omega$$
(C.21)

C.7 Schémas équivalents de la MSRB dans les deux axes :

L'utilisation des grandeurs réduites permet d'expliciter l'inductance propre d'un enroulement comme la somme de son inductance de fuites et de son inductance de magnétisation. En outre, si nous introduisons une hypothèse sur l'égalité des inductances de magnétisation réduites des enroulements de mêmes axes et partageant le même flux commun nous obtenons [CHA'89, KRA'02]:

$$\begin{cases} l_d = l_{fs} + l_{md} , \quad l_q = l_{fs} + l_{mq} \\ l_f = l_{ff} + l_{md} , \quad l_{kD} = l_{fkD} + l_{md} , \quad l_{kQ} = l_{fkQ} + l_{mq} \end{cases}$$
(C.22)

où on désigne par :

- l_{fs} , l_{fkD} , l_{fkQ} les inductances de fuites respectives de l'induit, de l'excitation et des amortisseurs.

- l_{md} et l_{mq} , les inductances de magnétisation d'axe direct et d'axe en quadrature telles que :

$$\begin{cases} m_{aD} = m_{fD} = l_{md} \\ m_{aQ} = l_{mq} \end{cases}$$
(C.23)

Dans ce cas, les équations magnétiques deviennent :

$$\begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_f \\ \varphi_{kD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{fs} + l_{md} & l_{md} & l_{md} \\ l_{md} & l_{ff} + l_{md} & l_{md} \\ l_{md} & l_{md} & l_{fkD} + l_{md} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kD} \end{bmatrix}$$
(C.24)

$$\begin{bmatrix} \varphi_q \\ \varphi_{kQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{fs} + l_{mq} & l_{mq} \\ l_{mq} & l_{fkQ} + l_{mq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_{kQ} \end{bmatrix}$$
(C.25)

Par la suite, si nous définissons les courants de magnétisation i_{md} et i_{mq} suivant les deux axes et φ_{md} , φ_{mq} les flux de magnétisation réduits associés tels que :

$$\left\{i_{md} = i_d + i_f + i_{kD} , i_{mq} = i_q + i_{kQ} , \varphi_{md} = l_{md} i_{md} , \varphi_{mq} = l_{mq} i_{mq}\right\}$$
(C.26)

alors les équations magnétiques s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_f \\ \varphi_{kD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{fs} & 0 & 0 \\ 0 & l_{ff} & 0 \\ 0 & 0 & l_{fkD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \varphi_{md}$$
(C.27)

$$\begin{bmatrix} \varphi_q \\ \varphi_{kQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{fs} & 0 \\ 0 & l_{fkQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_{kQ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \varphi_{mq}$$
(C.28)

En reportant ces dernières dans les expressions des diverses tensions nous obtenons :

dans l'axe d :
$$\begin{cases} v_{d} = r_{s} i_{d} + l_{fs} \frac{di_{d}}{dt} + \frac{d(l_{md}i_{md})}{dt} - \omega \varphi_{q} \\ v_{f} = r_{f} i_{f} + l_{ff} \frac{di_{f}}{dt} + \frac{d(l_{md}i_{md})}{dt} \\ 0 = r_{kD} i_{kD} + l_{fkD} \frac{di_{kD}}{dt} + \frac{d(l_{md}i_{md})}{dt} \end{cases}$$
(C.29)

dans l'axe q :
$$\begin{cases} v_q = r_s \, i_q + l_{fs} \frac{di_q}{dt} + \frac{d(l_{mq} i_{mq})}{dt} + \omega \, \varphi_d \\ 0 = r_{kQ} \, i_{kQ} + l_{fkQ} \frac{di_{kQ}}{dt} + \frac{d(l_{mq} i_{mq})}{dt} \end{cases}$$
(C.30)

A partir de ces relations nous posons les schémas équivalents de la MSRB représentés sur la Figure C.1 avec l'hypothèse faite sur l'égalité des inductances mutuelles :



Figure C.1 : Schéma équivalents de la MSRB dans le référentiel de Park

C.8 Modèle en flux de la MSRB :

Pour pouvoir tenir compte, par la suite, du phénomène de la saturation, nous utiliserons les flux comme variables d'état continues dans l'écriture des équations de la machine synchrone commandée en tension.

Nous déduisons à partir des équations (C.27) et (C.28) les expressions des courants dans la machine :

$$\left\{ i_{d} = \frac{\varphi_{d} - \varphi_{md}}{l_{fs}} , i_{f} = \frac{\varphi_{f} - \varphi_{md}}{l_{ff}} , i_{kD} = \frac{\varphi_{kD} - \varphi_{md}}{l_{fkD}} , i_{q} = \frac{\varphi_{q} - \varphi_{mq}}{l_{fs}} , i_{kQ} = \frac{\varphi_{kQ} - \varphi_{mq}}{l_{fkQ}} \right\}$$
(C.31)

En reportant ces dernières dans les équations électriques, nous obtenons les équations d'état de la machine alimentée en tension :

Au stator :

$$\left\{\frac{d\varphi_d}{dt} = v_d - \frac{r_s}{l_{fs}}\left(\varphi_d - \varphi_{md}\right) + \omega\varphi_q \quad , \quad \frac{d\varphi_q}{dt} = v_q - \frac{r_s}{l_{fs}}\left(\varphi_q - \varphi_{mq}\right) - \omega\varphi_d\right\}$$
(C.32)

Au rotor :

$$\left\{\frac{d\varphi_f}{dt} = v_f - \frac{r_f}{l_{ff}}\left(\varphi_f - \varphi_{md}\right) \quad , \quad \frac{d\varphi_{kD}}{dt} = -\frac{r_{kD}}{l_{fkD}}\left(\varphi_{kD} - \varphi_{md}\right) \quad , \quad \frac{d\varphi_{kQ}}{dt} = -\frac{r_{kQ}}{l_{fkQ}}\left(\varphi_{kQ} - \varphi_{mq}\right) \right\}$$
(C.33)

Dans ces équations les flux de magnétisation sont reliés aux variables d'état par les relations suivantes, obtenues à partir des équations magnétiques de la machine :

$$\varphi_{md} = \frac{l_{ad}}{l_{fs}}\varphi_d + \frac{l_{ad}}{l_{ff}}\varphi_f + \frac{l_{ad}}{l_{fkD}}\varphi_{kD} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{l_{ad}} = \left(\frac{1}{l_{md}} + \frac{1}{l_{fs}} + \frac{1}{l_{ff}} + \frac{1}{l_{fkD}}\right)$$
(C.34)

avec,

$$\varphi_{mq} = \frac{l_{aq}}{l_{fs}} \varphi_q + \frac{l_{aq}}{l_{fkQ}} \varphi_{kQ} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{l_{aq}} = \left(\frac{1}{l_{mq}} + \frac{1}{l_{fs}} + \frac{1}{l_{fkQ}}\right)$$
(C.35)

Les équations (C.19) et (C.21) donnant le couple électromagnétique et la vitesse restent valables.

Le modèle en flux ainsi élaboré est mis en évidence par le graphe informationnel causal [HAU'96] de la Figure C.2. Nous pouvons constater la forte interaction entre les axes d et q et la forte non linéarité du système.



Figure C.2 : Graphe causal de la MSRB, modèle en flux.

C.9 Prise en compte de la saturation :

C.9.1 Saturation dans une machine à pôles lisses :

Dans le cas ou la machine est magnétiquement isotrope la saturation se manifeste dans les deux axes. Le flux de magnétisation à vide peut être considéré comme la composition des flux de magnétisation directe et transverse [KRA'02].

Nous avons d'après la Figure C.3:

$$\varphi_m = \sqrt{\varphi_{md}^2 + \varphi_{mq}^2} \tag{C.36}$$

d'autre part :

$$\frac{\varphi_{md}}{\varphi_m} = \frac{f(\varphi_{md})}{f(\varphi_m)} \quad \text{et} \quad \frac{\varphi_{mq}}{\varphi_m} = \frac{f(\varphi_{mq})}{f(\varphi_m)} \quad (C.37)$$

d'où:
$$f(\varphi_{md}) = \varphi_{md} \frac{f(\varphi_m)}{\varphi_m}$$
 (C.38)

et
$$f(\varphi_{mq}) = \varphi_{mq} \frac{f(\varphi_m)}{\varphi_m}$$
 (C.39)





ce qui nous permet de déduire les flux saturés des deux axes :

$$\begin{cases} \varphi_{md}^{s} = \varphi_{md} - f\left(\varphi_{md}\right) \\ \varphi_{mq}^{s} = \varphi_{mq} - f\left(\varphi_{mq}\right) \end{cases}$$
(C.40)

Pour tenir compte de la saturation dans la simulation, il faut élaborer la fonction $f(\varphi_m)$ à partir de la courbe magnétisation de $\varphi_{md}^s = g(\varphi_{md}),$ réaliser une approximation polynomiale ou exponentielle puis remplacer φ_{md} par φ_{md}^{s} et φ_{mq} par φ_{mq}^{s} dans les équations de la machine. Le diagramme structurel de la Figure C.4 illustre cette procédure.

Notons enfin que nous pouvons nous dispenser du calcul de la racine carrée en utilisant la

courbe
$$\frac{f(\varphi_m)}{\varphi_m} = h(\varphi_m^2)$$
.



Figure C.4: Prise en compte de la saturation (machine à pôles lisses).

C.9.2 Saturation dans une machine synchrone à pôles saillants :

Certains auteurs ont proposé une autre méthode pour traiter de la saturation sans recourt aux éléments finis [COR'98]. Elle est basée sur l'introduction du flux de magnétisation comme variable d'état dans le modèle de la machine et son intérêt réside dans

le fait que dans la modélisation de la courbe de magnétisation, elle ne fait pas appel à de longues tables discontinues ni à des approximations exponentielles ou polynomiales valables que pour une certaine plage de données. En outre, les paramètres employés pour décrire l'évolution de la caractéristique d'aimantation

ont une signification physique.

Dans leur exposé [COR'98], les auteurs présentent une approximation en arc tangente de la pente de la caractéristique de magnétisation $i_{md} = g(\varphi_{md})$. La croissance linéaire du flux avant et après saturation superposée à la forme du coude de saturation justifie leur choix (cf. Figure C.5). L'expression proposée de la pente dynamique est la suivante :



Figure C.5 : Définition des pentes de la courbe d'aimantation.

$$\frac{\partial g(\varphi_{md})}{\partial \varphi_{md}} = \frac{2}{\pi} M_d \operatorname{arctg} \left[\tau_T \left(\varphi_{md} - \varphi_T \right) \right] + M_a$$
(C.41)

où M_a et M_d sont reliés aux pentes initiale p_i et finale p_f de la courbe par les relations suivantes :

$$\left\{ M_a = \frac{p_i + p_f}{2} , \quad M_d = \frac{p_i + p_f}{2} \right\}$$
(C.42)

 φ_T est le flux auquel commence la transition de la zone linéaire vers la zone saturée (début du coude de saturation) et τ_T est un facteur caractéristique de la rapidité de transition de la pente initiale vers la pente finale.

En supposant qu'à un courant magnétisant nul correspond un flux magnétisant également nul, l'expression du flux obtenue après intégration de (C.41) par rapport à φ_{md} est :

$$\begin{cases} G(\varphi_{md}) = \frac{2M_d}{\pi} \left\{ \left(\varphi_{md} - \varphi_T \right) \operatorname{arctg} \left[\tau_T \left(\varphi_{md} - \varphi_T \right) \right] - \varphi_T \operatorname{arctg} \left(\tau_T \varphi_T \right) \right\} + \dots \\ \frac{M_d}{\pi \tau_T} \left\{ \ln \left[1 + \left(\tau_T \varphi_T \right)^2 \right] - \ln \left[1 + \tau_T^2 \left(\varphi_{md} - \varphi_T \right)^2 \right] \right\} + M_a \varphi_{md} \end{cases}$$
(C.43)

Les équations de la machine suivant l'axe *d* doivent être reformulées pour exploiter ces résultats. Nous devons en premier lieu, exprimer la dérivée du flux φ_{md} par rapport au temps. Pour cela, partons de la relation suivante :

$$i_d = i_{md} - (i_f + i_{kD}) = g(\varphi_{md}) - (i_f + i_{kD})$$
(C.44)

en remplaçant les courants par leurs relations avec les flux, nous obtenons :

$$i_{d} = \frac{1}{l_{fs}} \left(\varphi_{d} - \varphi_{md} \right) = g(\varphi_{md}) - \left(\frac{\varphi_{f}}{l_{ff}} + \frac{\varphi_{kD}}{l_{fkD}} \right) + \left(\frac{1}{l_{ff}} + \frac{1}{l_{fkD}} \right) \varphi_{md}$$
(C.45)

ceci nous permet de déduire l'expression du flux φ_d :

$$\varphi_d = l_{fs} g(\varphi_{md}) - \left(\frac{l_{fs}}{l_{ff}}\varphi_f + \frac{l_{fs}}{l_{fkD}}\varphi_{kD}\right) + \frac{l_{fs}}{l_{ad}}\varphi_{md}$$
(C.46)

Dérivons cette dernière équation par rapport au temps :

$$\frac{d\varphi_d}{dt} = l_{fs} \frac{\partial g(\varphi_{md})}{\partial \varphi_{md}} \frac{d\varphi_{md}}{dt} - \left(\frac{l_{fs}}{l_{ff}} \frac{d\varphi_f}{dt} + \frac{l_{fs}}{l_{fkD}} \frac{d\varphi_{kD}}{dt}\right) + \frac{l_{fs}}{l_{ad}} \frac{d\varphi_{md}}{dt}$$
(C.47)

Il est maintenant possible de dégager la dérivée du flux de magnétisation :

$$\frac{d\varphi_{md}}{dt} = \frac{l_{fs}^{-1} \frac{d\varphi_d}{dt} + l_{ff}^{-1} \frac{d\varphi_f}{dt} + l_{fkD}^{-1} \frac{d\varphi_{kD}}{dt}}{l_{ad}^{-1} + \frac{\partial g(\varphi_{md})}{\partial \varphi_{md}}}$$
(C.48)

Par ailleurs, les autres dérivées des flux découlent des équations des tensions :

$$\begin{cases} \frac{d\varphi_d}{dt} = v_d - r_s i_d + \omega \varphi_q \\ \frac{d\varphi_f}{dt} = v_f - r_f i_f \\ \frac{d\varphi_{kD}}{dt} = -r_f i_{kD} \end{cases}$$
(C.49)

Ainsi, après une procédure d'initialisation des flux, la combinaison des équations (C.41), (C.48) et (C.49) permet de décrire l'état magnétique de la machine aussi bien au régime linéaire qu'au régime de saturation. Le graphe causal de la Figure C.6 illustre l'implantation de cette méthode dans l'axe d.

~



Figure C.6 : Graphe causal dans l'axe d avec le flux de magnétisation direct comme variable d'état.

C.9.3 Courbe de magnétisation de la STARS :

Un essai à vide à 50Hz nous a permis de relever la courbe de magnétisation $E_c=f(i_f)$ représentée sur la Figure C.7. Les valeurs du courant d'excitation et les valeurs efficaces de la *fem* composée sont regroupées dans les tableaux suivants :

0 0.1 0.2 0.3 0.45 0.5 0.6 0.8 1 1.5 1.8 2 2.5 2.8 3 3.5 4 $I_f(A)$ 0.52 0.58 0.63 0.78 0.95 1.37 1.7 2.19 0.24 0.3 0.36 0.41 1.5 2.3 2.5 2.9 3.25 Ec(V)7 7.5 8 9 10 10.5 11 12 13 14 $I_f(A)$ 4.5 5 5.5 6 6.5 8.5 3.62 3.8 4 4.2 4.4 4.47 4.55 4.72 4.75 4.77 4.8 4.82 4.86 4.89 4.91 4.96 $Ec(\mathbf{V})$



Figure C.7: Courbe de magnétisation de la STARS

A partir de ce relevé, nous représentons sur la Figure C.8 la courbe du flux de magnétisation réduit en fonction du produit réduit $(l_{md} i_{md})$ avec les valeurs de base $V_B = 14\sqrt{2}$ V, $I_B = 8.84A$ et une inductance de magnétisation égale à $8.63.10^{-04}$ p.u. Pour simplifier, nous avons supprimé la valeur initiale du flux dû à l'aimantation rémanente. Nous traçons également sur ce même graphe le résultat d'une approximation polynomiale d'ordre 5.





L'écart de cette caractéristique par rapport à la tangente à l'origine donnant la fonction $f(\varphi_{md})$ est illustré par la Figure C.9. Cette fonction sera également approchée par une approximation polynomiale d'ordre 5.

Enfin, le tracé de l'allure $l_{md} i_{md} = f(\varphi_{md})$ confrontée à son approximation en arc tangente est représenté sur la Figure C.10. Les paramètres de cette approximation sont les suivants :



$$\begin{cases} p_i = 0.93 , p_f = 19.32 \\ \varphi_T = 5.8 * 10^{-04} , \tau_T = 15 * 10^{04} \end{cases}$$

C.9.4 Prise en compte du couplage de l'induit :

Lorsque les enroulements du stator sont couplés en triangle (cf. Figure C.11), les équations de la machine synchrone restent inchangées. Il faut préciser que les phases sont soumises non plus à des tensions simples mais



à des tensions composées. De même, les courants et les *fems* issus du modèle de la machine seront des grandeurs composées. Ils nous faut donc établir une correspondance entre les grandeurs instantanées simples et composées.

Les tensions composées U_{AB} et U_{BC} sont liées aux tensions simples par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} U_{AB} \\ U_{BC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} \text{ soit } \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{AB} \\ U_{BC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{Dy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{AB} \\ U_{BC} \end{bmatrix}$$
(C.50)

cette relation suppose l'égalité : $V_A + V_B + V_C = 0$

de même, les courants de phase $J_{1,2}$ et de ligne $I_{1,2}$ sont liés par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{Dy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$
(C.51)

avec l'hypothèse :

$$J_1 + J_2 + J_3 = 0$$

La figure ci-contre montre l'implémentation de la conversion des signaux liée au couplage dans la simulation.



Figure C.12: Adaptation du modèle à un couplage triangle.

Annexe D

Expressions des diverses forces électromotrices

D. ***

D.1 Equations dans le repère naturel de la machine :

Les équations électriques d'une machine synchrone à rotor bobiné sont :

$$\begin{cases} V_{abc} = [R] I_{abc} + \frac{d\psi_{abc}}{dt} \\ V_f = R_f I_f + \frac{d\psi_f}{dt} \end{cases}$$
(D.1)

Si nous négligeons la saturation, les flux magnétiques sont une fonction linéaire des courants :

$$\begin{cases} \psi_{abc} = [L_{ss}]I_{abc} + [L_{sr}]I_{f} \\ \psi_{f} = L_{f}I_{f} + [L_{sr}]^{T}I_{abc} \end{cases}$$
(D.2)

avec :

[L_{ss}]=[L_{sc}] dans le cas d'une machine à pôles lisses
[L_{ss}]=[L_{sc}]+[L_{sv}] dans le cas d'une machines à pôles saillants et où le terme variable est fonction de la position du rotor.

Ainsi, nous pouvons réécrire les équations des tensions statoriques sous la forme suivante :

$$V_{abc} = [R]I_{abc} + [L_{ss}]\frac{dI_{abc}}{dt} + [L_{sr}]\frac{dI_{f}}{dt} + \frac{d\theta}{dt}\left(\frac{\partial[L_{ss}]}{\partial\theta}I_{abc} + \frac{\partial[L_{sr}]}{\partial\theta}I_{f}\right)$$
(D.3)

Cette dernière relation montre que les tensions électriques aux bornes des phases statoriques compensent à chaque instant les chutes ohmiques et les fems induites. Ces dernières peuvent être décomposées en des termes de transformation et de rotation :

D.1.1 fems de transformation :

En désignant par :

- $e_s^T = [L_{ss}] \frac{dI_{abc}}{dt}$, les fems de transformation crées par la variation dans le temps des courants

statoriques,

- $e_f^T = [L_{sr}] \frac{dI_f}{dt}$, les fems de transformation induites dans les enroulements statoriques, par couplage magnétique, par la variation dans le temps du courant d'excitation, les fems statoriques totales de transformation ont pour expression :

$$e_{abc}^{T} = e_{s}^{T} + e_{f}^{T}$$
(D.4)

D.1.2 fems de rotation :

En désignant par :

- $e_s^R = \frac{\partial [L_{sv}]}{\partial \theta} I_{abc} \frac{d\theta}{dt}$, les fems induites dans les enroulements statoriques par la variation de

la réluctance du circuit magnétique statorique et la rotation du rotor,

- $e_f^R = \frac{\partial [L_{sr}]}{\partial \theta} I_f \frac{d\theta}{dt}$, les fems de rotation induites dans les enroulements statoriques par la

variation en fonction de la position du couplage magnétique stator-rotor, les fems statoriques totales de rotation ont pour expression :

$$e_{abc}^{R} = e_{s}^{R} + e_{f}^{R} \tag{D.5}$$

elles dépendent à la fois de la variation des inductances en fonction de la position du rotor, de la nature des courants statoriques et rotorique et de la vitesse de rotation de la machine.

D.4.1.a Cas d'une machine à pôles lisses :

Nous avons dans ce cas :

$$e_s^T = \left[L_{sc}\right] \frac{dI_{abc}}{dt} + \left[\cos(\theta) \quad \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\right]^T M_{af} \frac{dI_f}{dt}$$
(D.6)

et

$$\begin{cases} \frac{\partial [L_{ss}]}{\partial \theta} = \frac{\partial [L_{sv}]}{\partial \theta} = [0] \Longrightarrow e_s^R = \underline{0} \\ e_{abc}^R = e_f^R = -M_{af} I_f \frac{d\theta}{dt} \left[\sin(\theta) - \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]^T \end{cases}$$
(D.7)

D.4.1.b Cas d'une machine à pôles saillants :

Nous avons dans ce cas :

$$e_s^T = \left\{ \left[L_{sc} \right] + \left[L_{sv}(2\theta) \right] \right\} \frac{dI_{abc}}{dt} + \left[\cos(\theta) \quad \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]^T M_{af} \frac{dI_f}{dt}$$
(D.8)

et

$$e_{abc}^{R} = \frac{\partial \left[L_{sv}\right]}{\partial \theta} I_{abc} \frac{d\theta}{dt} - \left[\sin(\theta) \quad \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad \sin(\theta - \frac{4\pi}{3})\right]^{T} \frac{d\theta}{dt} M_{af} I_{f}$$
(D.9)
avec :

$$\frac{\partial \left[L_{sv}\right]}{\partial \theta} = -2L_{sv} \begin{bmatrix} \sin(2\theta) & \sin(2\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(2\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin(2\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(2\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(2\theta) & \sin(2\theta - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(D.10)

D.1.3 Projection dans le repère de Park :

Rappelons la transformation de Park :

$$P(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(D.11)

L'application de la transformation de Park à l'équation des tensions statoriques donne :

$$V_{dq} = P(\theta)V_{abc} = P(\theta)[R]I_{abc} + \psi_{dq}$$
(D.12)
avec $\psi_{dq} = \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = P(\theta) \left\{ \frac{d\psi_{abc}}{dt} \right\}.$

Développons le terme $P[R]I_{abc}$:

$$P(\theta)[R]I_{abc} = P(\theta)\{R_s[I]\}\{P(\theta)^{-1}I_{dq}\} = R_s I_{dq}$$
(D.13)

Développons le terme ψ_{dq} :

$$\psi_{dq} = P(\theta) \left\{ \frac{d\psi_{abc}}{dt} \right\} = P(\theta) (e_{abc}^T + e_{abc}^R) = e_{dq}^T + e_{dq}^R$$
(D.14)

où e_{dq}^{T} et e_{dq}^{R} sont respectivement les composantes de Park des fems totales de transformation et des fems de rotation.

D.4.3.a Projection des fems de transformation :

Nous pouvons expliciter les termes de transformation sous la forme suivante :

$$e_{dq}^{T} = e_{sdq}^{T} + e_{fdq}^{T} = P(\theta) \left\{ \left[L_{ss} \right] \frac{dI_{abc}}{dt} \right\} + P(\theta) \left\{ \left[L_{sr} \right] \frac{dI_{f}}{dt} \right\}$$
(D.15)

avec :

$$e_{sdq}^{T} = P\left\{\left[L_{ss}\right]\frac{dI_{abc}}{dt}\right\} = \left\{P\left(\left[L_{sc}\right] + \left[L_{sv}\right]\right)P^{-1}\right\}\frac{dI_{dq}}{dt} + \left\{P\left(\left[L_{sc}\right] + \left[L_{sv}\right]\right)\frac{\partial P^{-1}}{\partial \theta}\right\}\frac{d\theta}{dt}I_{dq} \right\}$$
(D.16)

et

$$e_{fdq}^{T} = \left\{ P(\theta) [L_{sr}] \right\} \frac{dI_{f}}{dt}$$
(D.17)

D.3

Déterminons les divers termes des équations ci-dessus:

Sachant que :

$$\begin{cases} \cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\left(\cos(a+b) + \cos(a-b)\right)\\ \sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b) + \sin(a-b)\right) \end{cases}$$

nous trouvons après développements et simplifications :

$$P(\theta)[L_{sv}] = L_{sv} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(D.18)

de même, en sachant que :

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{2} \cos(n\theta - \frac{2i\pi}{3}) = \sum_{i=0}^{2} \sin(n\theta - \frac{2i\pi}{3}) = 0 , n \in \mathbb{N} \\ \sum_{i=0}^{2} \cos(n\theta - \frac{2i\pi}{3}) \sin(n\theta - \frac{2i\pi}{3}) = 0 \\ \sum_{i=0}^{2} \cos^{2}(n\theta - \frac{2i\pi}{3}) = \sum_{i=0}^{2} \sin^{2}(n\theta - \frac{2i\pi}{3}) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

,

nous obtenons :

$$P(\theta)[L_{sv}]P(\theta)^{-1} = \frac{3}{2}L_{sv}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & -1 & 0\end{bmatrix}$$
 (D.19)

et

$$P(\theta) \begin{bmatrix} L_{sv} \end{bmatrix} \frac{\partial P^{-1}}{\partial \theta} = -\frac{3}{2} L_{sv} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(D.20)
$$\operatorname{avec} \frac{\partial P^{-1}}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\cos(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 0 \\ -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 0 \end{bmatrix}$$

Par ailleurs, nous savons que :

$$[L_{sc}] = (L_{s0} - M_a)[I] + M_a[1]$$
(D.21)

d'où :

$$P[L_{sc}]P^{-1} = P\{(L_{s0} - M_a)[I] + M_a[1]\}P^{-1} = (L_{s0} - M_a)\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$
(D.22)

et

$$P(\theta)\left[L_{sc}\right]\frac{\partial P^{-1}}{\partial \theta} = \left(L_{s0} - M_{a}\right)P\frac{\partial P^{-1}}{\partial \theta} = \left(L_{s0} - M_{a}\right)\left[\begin{matrix} 0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{matrix}\right]$$
(D.23)

Nous pouvons aussi déterminer le terme $P(\theta)[L_{sr}]$:

$$P[L_{sr}] = \frac{2M_{af}}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} = M_{af} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(D.24)

A partir de ces résultats nous écrivons :

$$e_{sdq}^{T} = P\left\{ \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \frac{dI_{abc}}{dt} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} L_{s0} - M_{a} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{3}{2} L_{sv} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\} \frac{dI_{dq}}{dt} + \dots$$

$$\dots + \left\{ \begin{pmatrix} L_{s0} - M_{a} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \frac{3}{2} L_{sv} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\} \frac{d\theta}{dt} I_{dq}$$
(D.25)

Introduisons maintenant les inductances directe et transverse telles que:

$$\begin{cases} L_{d} = (L_{s0} - M_{a}) + \frac{3}{2}L_{sv} \\ L_{q} = (L_{s0} - M_{a}) - \frac{3}{2}L_{sv} \end{cases}$$
(D.26)

Ceci permet d'aboutir à l'équation suivante:

$$e_{sdq}^{T} = P\left\{ \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \frac{dI_{abc}}{dt} \right\} = \begin{bmatrix} L_{d} & 0\\ 0 & L_{q} \end{bmatrix} \frac{dI_{dq}}{dt} + \begin{bmatrix} 0 & -L_{d} \\ L_{q} & 0 \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} I_{dq} = \begin{bmatrix} L_{d} & \frac{dI_{d}}{dt} - L_{d} & \frac{d\theta}{dt} I_{q} \\ L_{q} & \frac{dI_{q}}{dt} + L_{q} & \frac{d\theta}{dt} I_{d} \end{bmatrix}$$
(D.27)

et

$$e_{fdq}^{T} = \left\{ P(\theta) [L_{sr}] \right\} \frac{dI_{f}}{dt} = M_{af} \begin{bmatrix} 1\\ 0 \end{bmatrix} \frac{dI_{f}}{dt}$$
(D.28)

d'où :

$$e_{dq}^{T} = e_{sdq}^{T} + e_{fdq}^{T} = \begin{bmatrix} L_{d} \frac{dI_{d}}{dt} - L_{d} \frac{d\theta}{dt} I_{q} + M_{af} \frac{dI_{f}}{dt} \\ L_{q} \frac{dI_{q}}{dt} + L_{q} \frac{d\theta}{dt} I_{d} \end{bmatrix}$$
(D.29)

D.4.3.b Projection des fems de rotation :

Nous pouvons expliciter les termes de rotation sous la forme suivante :

$$e_{dq}^{R} = e_{sdq}^{R} + e_{fdq}^{R} = \frac{d\theta}{dt} P \frac{\partial [L_{sv}]}{\partial \theta} P^{-1} I_{dq} + P \frac{\partial [L_{sr}]}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} I_{f}$$
(D.30)

En appliquant les développements trigonométriques utilisés précédemment nous aboutissons à :

$$P\frac{\partial[L_{sv}]}{\partial\theta} = -2L_{sv} \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\cos(\theta) & -\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$
(D.31)

d'où :

$$P\frac{\partial [L_{sv}]}{\partial \theta}P^{-1} = 3l_{sv} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(D.32)

de même :

$$P\frac{\partial [L_{sr}]}{\partial \theta} = M_{af} \begin{bmatrix} 0\\1 \end{bmatrix}$$
(D.33)

_

Ce qui nous permet d'écrire :

$$e_{dq}^{R} = e_{sdq}^{R} + e_{fdq}^{R} = \frac{d\theta}{dt} \left\{ 3L_{sv} \begin{bmatrix} 0 & 1\\ 1 & 0 \end{bmatrix} I_{dq} + \begin{bmatrix} 0\\ M_{0} \end{bmatrix} I_{f} \right\} = \begin{bmatrix} \left(L_{d} - L_{q}\right)I_{q} \\ \left(L_{d} - L_{q}\right)I_{d} + M_{af}I_{f} \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt}$$
(D.34)

D.2 Composantes de Park des tensions statoriques:

En exploitant les résultats précédents, nous écrivons :

$$V_{dq} = R_s I_{dq} + e_{dq}^T + e_{dq}^R$$
(D.35)

soit :

$$V_{dq} = R_s I_{dq} + \begin{bmatrix} L_d \frac{dI_d}{dt} - L_d \frac{d\theta}{dt} I_q + M_{af} \frac{dI_f}{dt} \\ L_q \frac{dI_q}{dt} + L_q \frac{d\theta}{dt} I_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(L_d - L_q\right) I_q \\ \left(L_d - L_q\right) I_d + M_{af} I_f \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt}$$
(D.36)

Nous obtenons enfin en désignant par ω la pulsation électrique de rotation :

$$V_{dq} = V_{dq} = R_s I_{dq} + \frac{d\psi_{dq}}{dt} + \begin{bmatrix} -\omega\psi_q \\ \omega\psi_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s I_d + L_d \frac{dI_d}{dt} + M_{af} \frac{dI_f}{dt} - L_q I_q \omega \\ R_s I_q + L_q \frac{dI_q}{dt} + L_d I_d \omega + M_{af} I_f \omega \end{bmatrix}$$
(D.37)

D.3 Tableau récapitulatif :

Type de fem	Repère abc	Repère de Park
e_s^T	$[L_{ss}]rac{dI_{abc}}{dt}$	$\begin{bmatrix} L_d \frac{dI_d}{dt} - L_d \frac{d\theta}{dt} I_q \\ L_q \frac{dI_q}{dt} + L_q \frac{d\theta}{dt} I_d \end{bmatrix}$

e_f^T	$[L_{sr}]rac{dI_f}{dt}$	$\begin{bmatrix} M_{af} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{dI_f}{dt}$
e_s^R	$\frac{\partial \left[L_{_{sv}}\right]}{\partial \theta} I_{_{abc}} \frac{d\theta}{dt}$	$\left(L_d - L_q\right) \begin{bmatrix} I_q \\ I_d \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt}$
e_f^R	$\frac{\partial \left[L_{sr}\right]}{\partial \theta} I_{f} \frac{d\theta}{dt}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ M_{af} I_f \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt}$

Tableau D-1

D.3.1 Cas du régime permanent sinusoïdal :

Dans ce cas et si l'autopilotage est parfaitement réalisé, les courants direct et transverse sont constants. Les relations du Tableau D.1 deviennent :

Type de fem	Repère abc	Repère de Park
e_s^T	$ig[L_{ss}ig]rac{dI_{abc}}{dt}$	$\begin{bmatrix} -\omega L_d \ I_q \\ \omega L_q \ I_d \end{bmatrix}$
e_f^T	$[L_{sr}]rac{dI_f}{dt}$	$\left[\begin{array}{c}M_{_{af}}\\0\end{array}\right] \frac{dI_{_{f}}}{dt}$
e_s^R	$rac{\partial \left[L_{_{SV}} ight] }{\partial heta }I_{_{abc}} arnothing$	$\omega \Big(L_d - L_q \Big) \begin{bmatrix} I_q \\ I_d \end{bmatrix}$
e_f^R	$\frac{\partial \left[L_{sr} \right]}{\partial \theta} I_{f} \omega$	$\begin{bmatrix} 0\\ \omega M_{af}I_f \end{bmatrix}$

Tableau D-2

En supposant un courant d'excitation constant, les tensions statoriques s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s I_d - \omega L_q I_q \\ R_s I_q + \omega L_q I_d + \omega (L_d - L_q) I_d + M_{af} I_f \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s I_d + e_{sd}^T + e_{sd}^R \\ R_s I_q + e_{sq}^T + e_{sq}^R + e_{fq}^R \end{bmatrix}$$
(D.38)

En grandeurs complexes, le vecteur tension s'écrit :

$$\overline{V} = V_d + jV_q = R_s \left(I_d + jI_q \right) + \left(e_{sd}^T + e_{sd}^R \right) + j \left(e_{sq}^T + e_{sq}^R + e_{fq}^R \right)$$
(D.39)

Remarquons que :

$$e_{sd}^{T} + e_{sd}^{R} + je_{sq}^{T} = j\omega L_{q}\vec{I}$$
(D.40)

et

$$j(e_{sq}^{R} + e_{fq}^{R}) = j\omega(L_{d} - L_{q})I_{d} + jM_{0}I_{f}\omega$$
 est une composante d'axe en quadrature.

Ceci nous permet de tracer le diagramme de la double réactance ou de Blondel du moteur synchrone en régime permanent synchrone:



Par ailleurs, lorsque la machine est en rotation à vide, les fems totales induites sont portées par l'axe transverse et s'écrivent :

$$e_{dq}^{R} = e_{fdq}^{R} = \begin{bmatrix} 0\\ \omega M_{af} I_{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\\ e_{fdq}^{R} \end{bmatrix}$$
(D.41)

Expression du couple en régime permanent synchrone :

On tire du diagramme de blondel :

$$\begin{cases} V_d = V \sin(\delta) \\ V_q = V \cos(\delta) \end{cases}$$
(D.42)

Par ailleurs, le couple est donné par :

$$C_{e} = \frac{3}{2} p(\varphi_{d} I_{q} - \varphi_{q} I_{d}) = \frac{3}{2} p\left\{ \left(L_{d} - L_{q} \right) I_{d} I_{q} + M_{af} I_{q} I_{f} \right\}$$
(D.43)

d'autre part, les tensions statoriques s'expriment en fonction des courants par le système suivant :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q - M_{af}I_f \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_q \\ \omega L_d I_d & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$
(D.44)

d'où :

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} R_s & \omega L_q \\ -\omega L_d & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q - e_{fq}^R \end{bmatrix}$$
(D.45)

avec $\Delta = R_s^2 + \omega^2 L_q L_d$

Les composantes du courant sont donc :

$$\begin{cases} I_d = \frac{R_s V \sin(\delta) + \omega L_q \left(V \cos(\delta) - e_{fq}^R \right)}{R_s^2 + \omega^2 L_q L_d} \\ I_q = \frac{R_s \left(V \cos(\delta) - e_{fq}^R \right) - \omega L_d V \sin(\delta)}{R_s^2 + \omega^2 L_q L_d} \end{cases}$$
(D.46)

Ainsi, pour une tension V, un courant d'excitation I_f , un calage δ et une pulsation électrique de rotation ω , on calcule les courants du moteur et le couple par :

$$C_{e} = \frac{3}{2} p \left\{ \left(L_{d} - L_{q} \right) I_{d} I_{q} + M_{af} I_{q} I_{f} \right\}$$
(D.47)

Dans le cas où la électrique vitesse est importante, nous pouvons négliger les termes liés à la résistance :

$$\begin{cases} I_d = \frac{\omega L_q \left(V \cos(\delta) - e_{fq}^R \right)}{\omega^2 L_q L_d} = \frac{V \cos(\delta) - e_{fq}^R}{\omega L_d} \\ I_q = \frac{-\omega L_d V \sin(\delta)}{\omega^2 L_q L_d} = \frac{-V \sin(\delta)}{\omega L_q} \end{cases}$$
(D.48)

d'où :"

$$\begin{cases} \left(L_{d} - L_{q}\right)I_{d}I_{q} = -\left\{\frac{1}{2}V^{2}\sin(2\delta) - Ve_{fq}^{R}\sin(\delta)\right\}\frac{\left(L_{d} - L_{q}\right)}{\omega^{2}L_{d}L_{q}} \\ M_{af}I_{q}I_{f} = \frac{-Ve_{fq}^{R}\sin(\delta)}{\omega^{2}L_{q}} \end{cases}$$
(D.49)

Le couple électromagnétique s'écrit alors :

$$C_{e} = \frac{3}{2} \frac{p}{\omega^{2}} \left(\frac{1}{L_{q}} - \frac{1}{L_{d}} \right) \left\{ V e_{fq}^{R} \sin(\delta) - \frac{1}{2} V^{2} \sin(2\delta) \right\} - \frac{3}{2} \frac{p}{\omega^{2}} \frac{V e_{fq}^{R}}{L_{q}} \sin(\delta)$$
(D.50)

donc :

$$C_e(V,\delta,\omega,I_f) = \frac{3}{2} \frac{p}{\omega^2} \frac{1}{L_d} \left\{ \frac{1}{2} V^2 \sin(2\delta) - V e_{fq}^R \sin(\delta) \right\}$$
(D.51)

D.4 Expressions des fems dans un repère biphasé statorique

Les grandeurs rotoriques x_{dq} sont liées aux grandeurs statoriques $x_{\alpha\beta}$ par la relation suivante [SEM'04] (cf. Figure D.1):

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}$$
(D.52)

où $\begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$ est une matrice de rotation dont les propriétés sont: $\begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} R(\alpha) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} R(\beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(\alpha + \beta) \end{bmatrix}$ et $\frac{\partial \begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix}}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} R(\theta + \frac{\pi}{2}) \end{bmatrix}$.



repère statorique : $\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{d} \\ V_{q} \end{bmatrix} = R_{s} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix} \left\{ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{d} \\ \psi_{q} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} -\psi_{q} \\ \psi_{d} \end{bmatrix} \right\}$ avec $d \begin{bmatrix} \psi_{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\psi_{q} \end{bmatrix} = d \begin{bmatrix} r_{\alpha} & r_{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} r_{\alpha} = r_{\beta} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\alpha} \end{bmatrix}$

Ceci nous permet de projeter l'équation (D.37) dans le

Figure D.1

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} -\Psi_q \\ \Psi_d \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_\alpha \\ \Psi_\beta \end{bmatrix} \right\} + \omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_\alpha \\ \Psi_\beta \end{bmatrix}$$

d'où :

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = R_{s} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix} + \omega \left\{ \begin{bmatrix} R(\frac{\pi}{2}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix} = R_{s} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix}$$
(D.53)

Ces relations montrent que les tensions aux bornes des phases statoriques de la machine sont composées :

- d'une chute de tension résistive,

- des fems créées par la variation instantanée des flux magnétiques totaux de ces phases.

Nous noterons ces fems statoriques e_{α} et e_{β} telles que :

$$\begin{bmatrix} e_{\alpha} \\ e_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix}$$
(D.54)

Examinons maintenant la projection des équations des flux magnétiques de la machine dans le repère $0\alpha\beta$ en étudiant d'abord le cas où la machine est à pôles lisses puis le cas général où la machine est à pôles saillants. Ceci nous permettra de faire le point sur la différence qu'apportera la saillance dans l'expression des fems.

D.4.1 Cas d'une machine à pôles lisses :

Dans ce cas, les inductances directe L_d et transverse L_q sont égales. En posant $\lambda = M_{af}I_f$, nous écrivons :

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda \\ 0 \end{bmatrix}$$
(D.55)

Le passage au repère statorique permet d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{d} \\ \psi_{q} \end{bmatrix} = L_{d} \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ 0 \end{bmatrix}$$

soit:

$$\begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d \ I_{\alpha} + \lambda \ \cos(\theta) \\ L_d \ I_{\beta} + \lambda \ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
(D.56)

Les équations des fems statoriques de la machine deviennent :

$$\begin{bmatrix} e_{\alpha} \\ e_{\beta} \end{bmatrix} = L_{d} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \frac{d\lambda}{dt} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} + \omega\lambda \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} = e_{s}^{T} + e_{f}^{T} + e_{f}^{R}$$
(D.57)

Ces expressions montrent l'existence des fems suivantes :

-
$$e_s^T = L_d \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix}$$
, les fems de transformation créées par la variation dans le temps des

courants statoriques,

-
$$e_f^T = \frac{d\lambda}{dt} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
, les fems de transformation induites dans les enroulements statoriques,

par couplage magnétique, par la variation dans le temps du courant d'excitation,

- $e_f^R = \omega \lambda \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}$, les fems de rotation induites dans les enroulements statoriques par la

variation en fonction de la position du couplage magnétique stator-rotor.

D.4.2 Cas d'une machine à pôles saillants :

La projection des équations des flux magnétiques conduit aux expressions suivantes:

$$\begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ 0 \end{bmatrix}$$
(D.58)

où $\left[L_{\alpha\beta}\right]$ est la matrice inductances donnée par :

$$\begin{bmatrix} L_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d c^2 + L_q s^2 & (L_d - L_q) c s \\ (L_d - L_q) c s & L_d s^2 + L_q c^2 \end{bmatrix}_{\{c = \cos(\theta), s = \sin(\theta)\}}$$

qui s'écrit encore :

$$\begin{bmatrix} L_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = L_c \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{3}{2} L_{sv} \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{bmatrix}$$
(D.59)

avec :

$$L_c = \frac{L_d + L_q}{2}$$
, la réactance cyclique de la machine,
$$L_{sv} = \frac{L_d - L_q}{3}$$
, le terme correspondant à la réluctance variable de la machine

Les expressions des flux sont alors :

$$\begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix} = L_c \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \frac{3}{2} L_{sv} \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
(D.60)

Nous pouvons maintenant exprimer les fems à partir de la dérivée instantanée des flux :

$$\begin{bmatrix} e_{\alpha} \\ e_{\beta} \end{bmatrix} = \left\{ L_{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{3}{2} L_{sv} \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{bmatrix} \right\} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \dots$$

$$\dots + 3L_{sv} \omega \begin{bmatrix} -\sin(2\theta) & \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \omega \lambda \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} + \frac{d\lambda}{dt} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
(D.61)

Cette dernière équation montre la complexité introduite par l'anisotropie magnétique en couplant les deux axes magnétiques par des termes en $\cos(2\theta)$ et $\sin(2\theta)$.

D'autre part, nous pouvons décomposer ces fems en la somme suivante :

$$\begin{bmatrix} e_{\alpha} \\ e_{\beta} \end{bmatrix} = e_s^T + e_f^T + e_s^R + e_f^R ,$$

où l'on désigne par :

$$-e_{s}^{T} = \begin{bmatrix} L_{c} + \frac{3}{2}L_{sv}\cos(2\theta) & \frac{3}{2}L_{sv}\sin(2\theta) \\ \frac{3}{2}L_{sv}\sin(2\theta) & L_{c} - \frac{3}{2}L_{sv}\cos(2\theta) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix}, \text{ les fems de transformation créées par}$$

la variation dans le temps des courants statoriques,

-
$$e_f^T = \frac{d\lambda}{dt} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
, les fems de transformation induites dans les enroulements statoriques,

par couplage magnétique, par la variation dans le temps du courant d'excitation,

-
$$e_s^R = 3L_{sv} \omega \begin{bmatrix} -\sin(2\theta) & \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix}$$
, les fems induites dans les enroulements statoriques

par la variation de la réluctance du circuit magnétique statorique et la rotation du rotor,

- $e_f^R = \omega \lambda \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}$, les fems de rotation induites dans les enroulements statoriques par la

variation en fonction de la position du couplage magnétique stator-rotor.

D.5 Modèle étendu des fems :

Nous venons de voir que l'asymétrie de la matrice inductance dans le cas d'une machine saillante engendrait l'apparition de termes en 2θ conduisant à un modèle de fems compliqué. Pour cette raison, certains auteurs [ZHI'03, MOR'02] ont proposé de manipuler mathématiquement les équations de la machine de manière à faire disparaître, sans approximation, ces termes gênants.

Réécrivons, en utilisant l'opérateur de Laplace *s*, les équations de la machine dans son repère rotorique :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + sL_d & -\omega L_q \\ \omega L_d & R_s + sL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s\lambda \\ \omega\lambda \end{bmatrix}$$
(D.62)

Commençons tout d'abord par faire apparaître une symétrie dans la matrice des impédances :

$$\begin{bmatrix} R_s + sL_d & -\omega L_q \\ \omega L_d & R_s + sL_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + sL_d & -\omega L_q \\ \omega L_q & R_s + sL_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \omega (L_d - L_q) & -s(L_d - L_q) \end{bmatrix}$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + L_d s \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \omega L_q \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s \lambda \\ \Delta l \ (\omega I_d - sI_q) + \omega \lambda \end{bmatrix}$$
(D.63)
avec $\Delta l = L_d - L_q$.

En utilisant les outils introduits précédemment, nous projetons cette relation dans le repère biphasé statorique :

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = R_{s} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + L_{d} \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix} s \left\{ \begin{bmatrix} R(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} \right\} + \omega L_{q} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \lambda \\ \Delta l \ (\omega I_{d} - sI_{q}) + \omega \lambda \end{bmatrix}$$
d'où :

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_d \ s & \omega \Delta l \\ -\omega \Delta l & R_s + L_d \ s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s \lambda \cos(\theta) - \left\{ \Delta l \ (\omega I_d - \dot{I}_q) + \omega \lambda \right\} \sin(\theta) \\ s \lambda \sin(\theta) + \left\{ \Delta l \ (\omega I_d - \dot{I}_q) + \omega \lambda \right\} \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(D.64)

Ainsi, dans la formulation obtenue, en plus de l'obtention d'une matrice impédance symétrique dépourvue des termes en 2θ , nous mettons en évidence l'existence du terme suivant :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} e_{\alpha} \\ e_{\beta} \end{bmatrix} = s\lambda \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} \\ G = \Delta l \ (\omega I_d - \dot{I_q}) + \omega \lambda \end{cases}$$
(D.65)

couramment appelé le terme des fems étendues (Extended Electromotive Forces). Ce dernier généralise le cas de toutes les machines synchrones [TAK'01]. En effet nous obtenons :

- dans le cas d'une machine à pôles lisses ($\Delta l = 0$):

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_d \ s & 0 \\ 0 & R_s + L_d \ s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + s\lambda \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} + \omega\lambda \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(D.66)

- dans le cas d'une machine à réluctance variable (λ =0):

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_d \, s & \omega \, \Delta l \\ -\omega \, \Delta l & R_s + L_d \, s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + \Delta l \, (\omega \, I_d + \dot{I}_q) \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(D.67)

- dans le cas où l'excitation est à aimants permanents $(\frac{d\lambda}{dt}=0)$:

$$\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_d \ s & \omega \ \Delta l \\ -\omega \ \Delta l & R_s + L_d \ s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(D.68)

D'autre part, dans la majorité des cas, une commande PWM est utilisée pour piloter une machine synchrone à aimants permanents. Dans ce cas, des spécialistes [SHI '04] réalisent une commande maîtrisant les courants direct et transverse de la machine en les ramenant à des valeurs de référence données, ce qui a pour effet de produire un terme G constant, facilitant l'estimation ou l'observation des fems. En outre, à l'arrêt et à très basse vitesse, une variation du courant transverse peut conduire à une estimation de la position du rotor.

Annexe E

E. ***

E.1 Prise en compte des câbles d'alimentation en amont du convertisseur :

Dans la pratique, la machine est reliée à son convertisseur par un câble triphasé dont les paramètres électriques doivent être pris en compte. Pour simplifier, nous avons supposé que chaque câble de ligne est composé d'une résistance R_l en série avec une inductance L_l (cf. Figure E.1).

Dans une modélisation simplifiée de la machine telle que celle représentée par la figure ci-dessous, chaque phase est constituée d'une résistance R_s en série avec une inductance L_s et une fem composée. D'autre part dans notre expérimentation, les tensions et les courants sont mesurés en amont de l'onduleur. En effet, nous disposons des tensions U_{12} , U_{23} immédiatement à la sortie de l'onduleur et de deux courants de ligne I_u , I_w . Cherchons donc la relation entre les grandeurs mesurées et celles de la machine.



Figure E.1

En négligeant le courant de circulation dans les enroulements du stator couplé en triangle, nous écrivons :

$$J_{u} + J_{w} + J_{v} = 0 (E.1)$$

Les courants mesurés sont reliés aux courants des phases par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} I_u \\ I_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_u \\ J_w \end{bmatrix}$$
(E.2)

d'où nous obtenons:

$$\begin{bmatrix} J_u \\ J_w \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_w \end{bmatrix}$$
(E.3)

Les tensions mesurées sont reliées aux tensions aux bornes de la machine par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} U_{12} = R_l \left(I_U - I_w \right) + L_l \frac{d \left(I_U - I_w \right)}{dt} + U_{uw} \\ U_{23} = R_l \left(I_w - I_v \right) + L_l \frac{d \left(I_w - I_v \right)}{dt} + U_{wv} \end{cases}$$
(E.4)

En reportant (E.2) dans (E.4) nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{23} \end{bmatrix} = 3R_l \begin{bmatrix} J_u \\ J_w \end{bmatrix} + 3l_l \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} J_u \\ J_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{uw} \\ U_{wv} \end{bmatrix}$$
(E.5)

D'un autre coté, les équations électriques de la machine sont :

$$\begin{cases} U_{uw} = R_s J_u + L_l \frac{d J_u}{dt} + e_{uw} \\ U_{wv} = R_s J_w + L_l \frac{d J_w}{dt} + e_{wv} \end{cases}$$
(E.6)

Ce qui nous permet d'aboutir à l'expression suivante:

$$\begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{23} \end{bmatrix} = (3R_l + R_s) \begin{bmatrix} J_u \\ J_w \end{bmatrix} + (3l_l + L_s) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} J_u \\ J_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{uw} \\ e_{wv} \end{bmatrix}$$
(E.7)

Ou encore:

$$\begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \left\{ \left(R_l + \frac{R_s}{3} \right) \begin{bmatrix} I_u \\ I_w \end{bmatrix} + \left(l_l + \frac{L_s}{3} \right) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_u \\ I_w \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} e_{uw} \\ e_{wv} \end{bmatrix}$$
(E.8)

Ainsi, vu de la sortie de l'onduleur, la résistance et l'inductance équivalentes de la charge ont pour valeurs :

$$R_{t} = \left(R_{l} + \frac{R_{s}}{3}\right) \text{ et } L_{t} = \left(l_{l} + \frac{L_{s}}{3}\right)$$
(E.9)

E.2

E.2 Fonctions de transfert issues de l'observateur de flux :

Cette section est consacrée au développement des fonctions de transfert (erreur sur le module et la phase du flux rotorique estimés par rapport à la consigne de flux) d'un observateur de flux utilisant un intégrateur parfait.

a- Equation des flux de la machine :

Le flux statorique de la machine s'obtient par l'intégrale suivante :

$$\vec{\varphi}_{s} = \int \left(\vec{u}_{s} - R_{s} \vec{J}_{s}\right) dt \tag{E.10}$$

En supposant une faible réluctance $((L_d - L_q)I_d \ll (M_{af}I_f = |\varphi_r|))$, le flux rotorique s'obtient par l'expression suivante :

$$\vec{\varphi}_r = \vec{\varphi}_s - L_q \vec{J}_s \tag{E.11}$$

d'où :

$$\frac{d\vec{\varphi}_r}{dt} = \left(\vec{u}_s - R_s \vec{J}_s\right) - L_q \frac{d\vec{J}_s}{dt}$$
(E.12)

b- Equations de l'estimateur de flux:



Figure E.2

A partir du diagramme structurel de l'observateur de flux ci-dessus, l'équation de l'estimation de flux est la suivante [RAS'03]:

$$\frac{d\hat{\varphi}_r}{dt} = \left(\vec{u}_s - R_s \vec{J}_s\right) - L_q \frac{d\vec{J}_s}{dt} + K\left(\varphi^* - \left|\widehat{\varphi_r}\right|\right)e^{j\hat{\theta}}$$
(E.13)

E.3

c- *Erreur d'estimation de flux:*

L'erreur d'estimation s'obtient à partir de la différence entre le flux estimé et le flux réel :

$$\frac{d\hat{\varphi}_r}{dt} - \frac{d\vec{\varphi}_r}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\vec{\hat{\varphi}}_r - \vec{\varphi}_r\right) = K \left(\varphi^* - |\widehat{\varphi_r}|\right) e^{j\hat{\theta}}$$
(E.14)

or :

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{\hat{\varphi}}_{r} - \vec{\varphi}_{r}\right) = \frac{d}{dt}\left(\left|\widehat{\varphi}_{r}\right|e^{j\hat{\theta}} - \left|\varphi_{r}\right|e^{j\theta}\right) = \frac{d}{dt}\left\{e^{j\hat{\theta}}\left(\left|\widehat{\varphi}_{r}\right| - \left|\varphi_{r}\right|e^{-j(\hat{\theta}-\theta)}\right)\right\} = \dots$$

$$\dots = \frac{d}{dt}\left\{e^{j\hat{\theta}}\vec{x}\right\} = e^{j\hat{\theta}}\left(\frac{d\vec{x}}{dt} + j\frac{d\hat{\theta}}{dt}\vec{x}\right)$$
(E.15)

soit en posant :

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \hat{\omega} \quad \text{et} \quad \hat{\theta} - \theta = \tilde{\theta} \quad , \tag{E.16}$$

nous aboutissons aux expressions suivantes :

$$\vec{x} = \left(|\widehat{\varphi_r}| - |\varphi_r| e^{-j\tilde{\theta}} \right) \text{ et } \frac{d}{dt} \left(\vec{\widehat{\varphi}_r} - \vec{\varphi_r} \right) = e^{j\hat{\theta}} \left(p + j\hat{\omega} \right) \vec{x}$$
(E.17)

En combinant (E.14) et (E.17) nous obtenons :

$$\left(p+\hat{j\omega}\right)\vec{x} = K\left(\varphi^* - |\widehat{\varphi_r}|\right)$$
 (E.18)

Posons maintenant:

$$\widetilde{\varphi}_r = |\widehat{\varphi}_r| - |\varphi_r| \quad \text{, soit} \quad |\widehat{\varphi}_r| = \widetilde{\varphi}_r + |\varphi_r| \tag{E.19}$$

de (E.18) on tire :

$$\left(p+j\widehat{\omega}\right)\left\{\widetilde{\varphi}_{r}+\left|\varphi_{r}\right|\left(1-e^{-j\widetilde{\theta}}\right)\right\}=K\left(\varphi^{*}-\widetilde{\varphi}_{r}-\left|\varphi_{r}\right|\right)$$
(E.20)

ou encore :

$$\left(p+j\widehat{\omega}\right)\left\{\frac{\widetilde{\varphi}_{r}}{|\varphi_{r}|}+\left(1-e^{-j\widetilde{\theta}}\right)\right\}+K\frac{\widetilde{\varphi}_{r}}{|\varphi_{r}|}=K\left(\frac{\varphi^{*}-|\varphi_{r}|}{|\varphi_{r}|}\right)$$
(E.21)

En désignant maintenant par $\tilde{a} = \frac{\tilde{\varphi}_r}{|\varphi_r|}$ et $\delta = \frac{\varphi^* - |\varphi_r|}{|\varphi_r|}$, nous obtenons :

$$\left(p+j\widehat{\omega}\right)\left\{\widetilde{a}+\left(1-e^{-j\widetilde{\theta}}\right)\right\}+K\,\widetilde{a}=K\,\delta\tag{E.22}$$

E.4

d-Fonctions de transfert :

En supposant $\left| \tilde{\theta} \right| \ll 1$ on peut écrire $e^{-j\tilde{\theta}} \simeq 1 - j\tilde{\theta}$, d'où :

$$(p+j\hat{\omega})\{\tilde{a}+j\tilde{\theta}\}+K\,\tilde{a}=K\,\delta$$
 (E.23)

Si nous décomposons cette dernière expression en des parties réelle et imaginaire, nous obtenons :

$$\tilde{a} p + K \tilde{a} - \hat{\omega} \tilde{\theta} = K \delta$$

$$\tilde{\theta} p + \tilde{a} \hat{\omega} = 0$$
(E.24)

De des dernières relations, nous déduisons les fonctions de transfert suivantes :

$$\tilde{a} = \frac{K p}{p^2 + K p + \hat{\omega}^2} \delta$$
(E.25)

et

$$\tilde{\theta} = \frac{-K\hat{\omega}}{p^2 + Kp + \hat{\omega}^2} \delta$$
(E.26)

La stabilité de ces fonctions de transfert demande les conditions suivantes :

K > 0 et $\hat{\omega} \neq 0$

Si le flux rotorique est très bien connu alors $\delta = 0$. Dans le cas contraire, les erreurs statiques d'estimation du module de flux et de la position sont:

$$\tilde{a} = 0$$
 et $\tilde{\theta} = \frac{-K}{\hat{\omega}}\delta$

Remarquons que l'erreur de position est inversement proportionnelle à la vitesse de rotation estimée. Si l'on compare de dénominateur de (E.25) ou (E.26) avec celui d'une fonction de transfert du second ordre, nous obtenons :

$$\frac{p^2}{\hat{\omega}^2} + \frac{Kp}{\hat{\omega}^2} + 1 = \frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi p}{\omega_0} + 1 \quad \text{soit}: \begin{cases} \omega_0 = \hat{\omega} \\ \xi = \frac{K}{2\hat{\omega}} \end{cases}$$

Ainsi un faible gain proportionnel K conduirait à des oscillations dans la réponse de position alors qu'un fort gain risquerait de rendre l'estimateur instable.

 $(\mathbf{E} | \mathbf{1})$

Annexe F

Expression analytique du couple de démarrage d'une MSRB

En supposant que le rotor de la machine est bloqué au démarrage dans la position θ_0 , les équations de PARK régissant le fonctionnement du moteur synchrone sont les suivantes (cf. annexe A en posant $\omega=0$) :

dans l'axe direct

$$: \begin{cases} V_{d} = R_{s} I_{d} + L_{d} \frac{d I_{d}}{dt} + M_{af} I_{f} \\ V_{f} = R_{f} I_{f} + L_{f} \frac{d I_{f}}{dt} + \frac{3}{2} M_{af} I_{d} \end{cases}$$
(F.1)

dans l'axe en quadrature: $V_q = R_s I_q + L_q \frac{dI_q}{dt}$ (F.2)

En fonction des ordres de commande de l'onduleur et de la position initiale du rotor, les composantes directe et transverse des tensions statoriques s'expriment par :

$$\begin{cases} V_{d} = \frac{2 U_{DC}}{3} \left\{ \left(f_{11} - f_{13} \right) \cos(\theta_{0}) + \left(f_{12} - f_{13} \right) \cos(\theta_{0} - \frac{2\pi}{3}) \right\} \\ V_{q} = -\frac{2 U_{DC}}{3} \left\{ \left(f_{11} - f_{13} \right) \sin(\theta_{0}) + \left(f_{12} - f_{13} \right) \sin(\theta_{0} - \frac{2\pi}{3}) \right\} \end{cases}$$
(F.3)

a- Expression des courants:

L'équation (F.2) de la tension statorique dans l'axe q donne immédiatement le courant transversal de la machine, soit :

$$\left\{ I_q = \frac{V_q}{R_s} \left(1 - e^{-(t-t_0)/\tau_q} \right) \quad , \ \tau_q = \frac{L_q}{R_s}, \ I_q(t_0) = 0 \right\}$$
(F.4)

où t₀ est l'instant auquel nous décidons de démarrer le moteur.

Pour résoudre le système (F.1) des courants dans l'axe direct, nous le mettons sous la forme matricielle suivante :

$$\left\{ \begin{bmatrix} \frac{dI_d}{dt} \\ \frac{dI_f}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_f \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & M_{af} \\ \frac{3}{2}M_{af} & L_f \end{bmatrix}^{-1}, \quad \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_f \end{bmatrix} \right\}$$
(F.5)

(F.7)

L'enroulement d'excitation étant couplé avec l'enroulement longitudinal de l'induit, on démontre, après diagonalisation du système (F.5), que les expressions des courants I_d et I_f ont la forme suivante :

$$\begin{cases} I_d = a_0 + a_1 e^{\lambda_1 t} + a_2 e^{\lambda_2 t} \\ I_f = b_0 + b_1 e^{\lambda_1 t} + b_2 e^{\lambda_2 t} \end{cases}$$
(F.6)

où λ_1 et λ_2 sont les valeurs propres de la matrice d'évolution [G] suivante :

$$\begin{cases} \left[G\right] = -\left[A\right] \left[R\right] = \frac{-1}{\Delta} \begin{bmatrix} R_s \ L_f & -\frac{3}{2} \ R_f M_{af} \\ -R_s \ M_{af} & R_f L_d \end{bmatrix}, \ \Delta = \det(\left[A\right]) = L_f \ L_d - \frac{3}{2} M_{af}^2 \end{cases}$$

Ces valeurs propres sont solutions de l'équation caractéristique : $\Delta \lambda^2 + (R_s L_f + R_f L_d) \lambda + R_s R_f = 0$

Pour déterminer les coefficients inconnus de l'équation (F.6), nous exploitons les conditions aux limites suivantes :

$$\left\{ I_d(t_0) = I_{d_0} = 0, \quad I_f(t_0) = I_{f_0} \cong \frac{V_f}{R_f}, \quad I_d(\infty) = I_{d_\infty} = \frac{V_d}{R_s}, \quad I_f(\infty) = I_{f_\infty} = \frac{V_f}{R_f} \right\}$$
(F.8)

Ce qui donne :

$$\begin{cases} a_0 = I_{d_{-\infty}} \\ a_1 e^{\lambda_1 t_0} + a_2 e^{\lambda_2 t_0} = I_{d_{-0}} - a_0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} b_0 = I_{f_{-\infty}} \\ b_1 e^{\lambda_1 t_0} + b_2 e^{\lambda_2 t_0} = I_{f_{-0}} - b_0 \end{cases}$$

Par ailleurs, les conditions initiales appliquées à (F.5) permettent d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_d}{dt} \\ \frac{dI_f}{dt} \end{bmatrix}_{t=t_0} = \begin{bmatrix} a_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t_0} + a_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t_0} \\ b_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t_0} + b_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d - R_s I_{d_0} \\ V_f - R_f I_{exc_0} \end{bmatrix}$$
(F.9)

Ce qui nous permet d'aboutir au système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} a_{0} = I_{d_{-\infty}} \\ a_{1}e^{\lambda_{1}t_{0}} + a_{2}e^{\lambda_{2}t_{0}} = I_{d_{-0}} - I_{d_{-\infty}} \\ a_{1}\lambda_{1}e^{\lambda_{1}t_{0}} + a_{2}\lambda_{2}e^{\lambda_{2}t_{0}} = \dot{I}_{d}(t_{0}) \end{cases}$$
(F.10) et
$$\begin{cases} b_{0} = I_{f_{-\infty}} \\ b_{1}e^{\lambda_{1}t_{0}} + b_{2}e^{\lambda_{2}t_{0}} = I_{f_{-0}} - I_{f_{-\infty}} \\ b_{1}\lambda_{1}e^{\lambda_{1}t_{0}} + b_{2}\lambda_{2}e^{\lambda_{2}t_{0}} = \dot{I}_{f}(t_{0}) \end{cases}$$
(F.11)

ſ

dont les solutions sont:

ſ

$$\begin{vmatrix} a_{0} = I_{d_{0}} \\ a_{1} = \frac{\left(I_{d_{0}} - I_{d_{\infty}}\right)\lambda_{2} - \dot{I}_{d}(t_{0})}{(\lambda_{2} - \lambda_{1})e^{\lambda_{1}t_{0}}} \\ a_{2} = \frac{\dot{I}_{d}(t_{0}) - \left(I_{d_{0}} - I_{d_{\infty}}\right)\lambda_{1}}{(\lambda_{2} - \lambda_{1})e^{\lambda_{2}t_{0}}} \end{vmatrix}$$
(F.12) et
$$\begin{cases} b_{0} = I_{f_{0}} \\ b_{1} = \frac{\left(I_{f_{0}} - I_{f_{0}}\right)\lambda_{2} - \dot{I}_{f}(t_{0})}{(\lambda_{2} - \lambda_{1})e^{\lambda_{1}t_{0}}} \\ b_{2} = \frac{\dot{I}_{f}(t_{0}) - \left(I_{f_{0}} - I_{f_{0}}\right)\lambda_{1}}{(\lambda_{2} - \lambda_{1})e^{\lambda_{2}t_{0}}} \end{cases}$$
(F.13)

b- Equation du couple électromagnétique:

Le couple électromagnétique est composé d'un couple de réluctance C_R et d'un couple C_S synchrone :

$$C_e = C_R + C_S \tag{F.14}$$

Ces composantes s'écrivent en l'absence de saturation :

$$\begin{cases} C_{R} = \frac{3}{2} p (L_{d} - L_{q}) I_{d} I_{q} \\ C_{S} = \frac{3}{2} p M_{af} I_{exc} I_{q} \end{cases}$$
(F.15)

en utilisant (F.6) et (F.4), nous obtenons les relations suivantes :

$$\begin{cases} C_{R} = \frac{3 p V_{q}}{2 R_{s}} (L_{d} - L_{q}) (a_{0} + a_{1} e^{\lambda_{1} t} + a_{2} e^{\lambda_{2} t}) \left(1 - e^{-(t - t_{0})/\tau_{q}}\right) \\ C_{S} = \frac{3 p V_{q}}{2 R_{s}} M_{af} \left(b_{0} + b_{1} e^{\lambda_{1} t} + b_{2} e^{\lambda_{2} t}\right) \left(1 - e^{-(t - t_{0})/\tau_{q}}\right) \end{cases}$$
(F.16)

Application numérique :

$$U_{DC} = V_f = 12 \text{V}, R_s = 36 \text{ m}\Omega, R_f = 0.75 \Omega, L_f = 80 \text{ mH}, L_d = 150 \mu\text{H}, L_q = L_d / 1.8 \text{, p} = 6.$$

Les valeurs propres solution de (F.7) sont réelles et négatives et valent :

$$\lambda_1$$
 = -9.2 , λ_2 = -445.23

Dans le cas où, par exemple, $\theta_0=0$ et [R,S,T]=[101]., les coefficients a_i et b_i valent ;

Bibliographie

[AFS'94]	S. Afsharnia, F. Meibody-Tabar, and F. M. Sargos, "A robust estimator of the rotor position in field oriented control of synchronous machines supplied by PWM-VSI," <i>presented at International Conference on Electrical Machines, ICEM'94</i> , Paris, pp. 545-548, 1994.
[AIH'99]	T. Aihara, A. Toba, T. Yanase, A. Mashimo, and K. Endo, "Sensorless torque control of salient-pole synchronous motor at zero-speed operation," <i>IEEE Trans. Pow. Electron.</i> , vol. 14, pp. 202–208, Jan, 1999.
[AIH'99]	T. Aihara, A. Toba, T. Yanase, A. Mashimo, and K. Endo, "Sensorless torque control of salient- pole synchronous motor at zero-speed operation," in <i>IEEE Trans. Pow. Electron.</i> , vol. 14, 1999, pp. 202-208.
[ALB'04]	L. Albert, "Modélisation et optimisation des alternateurs à griffes : Application au domaine automobile," Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble (ENSIEG), 2004.
[BAB'01]	N. M. Babak, "Commande vectorielle sans capteur mécanique des machines synchrones à aimants : méthodes, convergence, robustesse, identification en ligne des paramètres," Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de lorraine (INPL), 2001.
[BAR'87]	P. Barret, "Régimes transitoires des machines tournantes électriques," Eyrolles/DER, 1987.
[BAU'97]	R. Bausière, F. Labrique, and G. Séguier, "Les convertisseurs de l'électronique de puissance. <i>La conversion continu-continu</i> ," vol. 3, Techniques et Documentations, 1997.
[BIE'94]	J. M. Biedenger, "Entraînements électriques à vitesse variable: machines synchrones ", vol. 2 Polycopié MC02, Université de Technologie de Compiègne., 1994.
[BOL'03]	S. Bolognani, L. Tubian, and M. Zigliotto, "Extended Kalman filter tuning in sensorless PMSM drives," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on.</i> , vol. 39, n° 6, pp. 1741-1747, Nov/Dec, 2003.
[BOL'01]	S. Bolognani, M. Zigliotto, and M. Zordan, "Extended-range PMSM sensorless speed drive based on stochastic filtering," <i>IEEE Trans. Pow. Elec.</i> , vol. 16, n° 1, pp. 110-117, Jan, 2001.
[BON'02]	F. Bonvin and Y. Perriard, "Détection sans capteur de la position de moteurs synchrones auto commutés, Mise en œuvre pour application à faible coût," <i>RIGE-5/2002. EPE'99</i> , pp. 23-33, 2002.
[CHA'06.a]	F. Chabour, J. P. Vilain, P. Masson and L. Kobylanski "Simplified sensorless control technique for wound rotor synchronous motor," <i>presented at International Conference on Electrical Machines, ICEM'06</i> , Crete, Greece, Sep, 2006.
[CHA'06.b]	F. Chabour, J. P. Vilain, and L. Kobylanski, "Procédé de détermination de la position d'un rotor d'une machine synchrone muni d'au moins un enroulement d'excitation," in <i>Organisation mondiale de la propriété intellectuelle</i> . France: Numéro de pub. WO/2007/080294, Numéro de la dem. PCT/FR2006/051357, 2006.
[CHA'07.a]	F. Chabour, J. P. Vilain, P. Masson and L. Kobylanski "Sensorless Control of a Wound Rotor Synchronous Belt-Driven Starter-Alternator," <i>presented at 12th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE'07</i> , Aalborg, Denmark, 2-5 Sep, 2007.
[CHA'07.b]	F. Chabour, J. P. Vilain, P. Masson and L. Kobylanski "Commande sans capteur de position d'un

	alterno-démarreur synchrone," <i>presented at Conférence Electrotechnique du futur, EF'07</i> , ENSEEIHT, Toulouse, 6 -7 Sep, 2007.
[CHA'89]	J. Chatelain, "Machines électriques," vol. 10, Presses Polytech. Romandes: Traité d'Electricité, 1989.
[CHA'84]	R. Chauprade, "Electronique de puissance, Commande des moteurs à courant alternatif," Eyrolles, 1984.
[CON'99]	A. Consoli, G. Scarcella, and A. Testa, "Sensorless control of AC motors at zero speed," in <i>Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics.</i> , vol. 1, pp. 373-379, 1999.
[CON'01]	A. Consoli, G. Scarcella, and A. Testa, "Industry application of zero-speed sensorless control techniques for PM synchronous motors," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on</i> , vol. 37, n° 2 pp. 513-521, Mar/Apr, 2001.
[COR'98]	K. A. Corzine, B. T. Kuhn, S. D. Sudhoff, and H. J. Hegner, "An improved method for incorporating magnetic saturation in the q-d synchronous machine model," <i>IEEE Transactions on Energy Conversion</i> , vol. 13, n° 3, pp. 270-275., Sep 1998.
[DAV'98]	A. K. Davood, "Commande sans capteur de machines synchrones à aimants permanents," <i>presented at 4ème Conférence des Jeunes Chercheurs en génie électrique</i> , pp. 229-232, 1998.
[DAV'98]	A. K. Davood, "Contribution à la commande vectorielle des machines synchrones à aimants permanents sans capteurs mécaniques," Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de lorraine (INPL), 1998.
[dSP]	dSpace, "ControlDesk: L'environnement idéal pour les expérimentations," http://www.dspace.de/ww/fr/fra/home/products/sw/expsoft/contrdes.cfm.
[ERT'94]	N. Ertugrul and P. Acarnley, "A new algorithm for sensorless operation of permanent magnet motors," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on</i> , vol. 30, pp. 126-133, Jan./Feb., 1994.
[ESK'02]	M. T. Eskola, H., "Control of a permanent magnet synchronous motor-application to a hoist drive," <i>Power Electronics Specialists Conference, Pesc 02. IEEE 33rd Annual</i> , vol. 2, pp. 967-972, 2002.
[FRA'96]	B. François, "Formalisme de modélisation et de synthèse des commandes appliqué aux convertisseurs statiques à structure matricielle," Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille USTL, 1996
[FRE'95]	C. French, P. Acarnley, and I. Al-Bahadly, "Sensorless position control of permanent magnet drives," in <i>Industry Applications Conference, Thirtieth IAS Annual Meeting, IAS '95.</i> , vol. 1. Location: Orlando, FL, USA, pp. 61-68, 1995.
[FRE'96]	C. A. French, P., "Control of permanent magnet motor drives using a new position estimation technique," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on</i> , vol. 32,, pp. 1089-1097, 1996.
[GRE'97]	G. Grellet and G. Clerc, "Actionneurs électriques : principes, modèles, commandes," Eyrolles, 1997.
[GRO'86]	C. A. Gross, "Power System Analysis," 2nd ed, Wiley, 1986.
[GUI'04]	S. Gui-Jia and J. W. McKeever, "Low-cost sensorless control of brushless DC motors with improved speed range," in <i>IEEE Trans. Pow. Electron.</i> , vol. 19, pp. 296-302, 2004.

[HAN'02]	T. Hanamoto, T. Tsuji, and T. Mochizuki, "Sensorless speed control of IPMSM using the modified flux linkage observer," in <i>Proc. of ICEM2002, CD-ROM (2002)</i> , vol. 334, 2002.
[HAQ'03]	M. E. Haque, L. Zhong, and M. F. Rahman, "A sensorless initial rotor position estimation scheme for a direct torque controlled interior permanent magnet synchronous motor drive," in <i>IEEE Trans. Pow. Electron.</i> , vol. 18, pp. 1376-1383, 2003.
[HAU'99]	J. P. Hautier and J. P. Caron, "Convertisseurs statiques," Collection méthodes et pratiques de l'ingénieur, TECHNIP, 1999.
[HAU'96]	J. P. Hautier and J. Faucher, "Le Graphe Informationnel Causal. Outil de modélisation et de synthèse des commandes des systèmes électromécaniques," Bulletin de l'Union des Physiciens, Cahier spécial de l'enseignement supérieur, n° 785, pp. 167-189, 1996.
[HYU'04]	K. Hyunbae, H. Kum-Kang, and M. J. Thomas, "A Novel Method for Initial Rotor Position for IPM Synchronous Machine," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on</i> , vol. 40, n° 5, sep/oct, 2004.
[ICH'04.a]	S. Ichikawa, A. Iwata, M. Tomitat, S. Doki, and S. Okuma, "Sensorless control of synchronous reluctance motors using an on-line parameter identification method taking into account magnetic saturation," in <i>35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference.</i> , vol. 5, pp. 3311-3316, 2004.
[ICH'04.b]	S. Ichikawa, M. Tomita, S. Doki, and S. Okuma, "Initial position estimation and low speed sensorless control of synchronous motors in consideration of magnetic saturation based on system identification theory," in <i>Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting</i> , vol. 2, pp. 971-976, 2004
[ICH'04.c]	S. Ichikawa, M. Tomita, S. Doki, and S. Okuma, "Sensorless control for all types of synchronous motors using an on-line parameter identification," in <i>Industrial Electronics Society, IECON 2004. 30th Annual Conference of IEEE</i> , vol. 1, pp. 975-980, 2004.
[ICH'01]	S. Ichikawa, C. Zhiqian, M. Tomita, S. Doki, and S. Okuma, "Sensorless control of an interior permanent magnet synchronous motor on the rotating coordinate using an extended electromotive force," in <i>Industrial Electronics Society, IECON '01. The 27th Annual Conference of the IEEE</i> , vol. 3. Location: Denver, CO, USA, pp. 1667-1672, 2001
[JAN'03]	JH. Jang, S. Seung-Ki, H. Jung-Ik, I. Kozo, and Sawamura, "Sensorless Drive of Surface-Mounted Permanent-Magnet Motor by High-Frequency Signal Injection Based on Magnetic Saliency," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on</i> , vol. 39, n° 4, Jul/Aug, 2003.
[JON'89]	L. A. Jones and J. H. Lang, "A state observer for the permanent-magnet synchronous motor," <i>IEEE Trans. Ind. Electron.</i> , vol. 36, pp. 374-382, Jun, 1989.
[KIM'97]	J. S. Kim and S. K. Sul, "New approach for high performance PMSM drives without rotational position sensor," <i>IEEE Trans. Pow. Electron</i> , vol. 12, pp. 904-911, Sep, 1997.
[KRA'02]	P. C. Krause, O. Wasynczuk, and D. Scott, "Analysis of electric machinery and drive systems," 2nd ed, IEEE Press : Wiley-Interscience, 2002.
[KYE'02]	K. Kyeong-Hwa and Y. Myung-Joong, "DSP-based high speed sensorless control for a brushless DC motor unsing a DC link voltage control," in <i>Electric Power Components and Systems</i> , vol. 30, pp. 889 – 906, 2002.
[LAB'95]	F. Labrique, G. Seguier, and R. Bausière, "Les convertisseurs de l'électronique de puissance. <i>La conversion continu-alternatif</i> ," vol. 4, Techniques et documentations, Lavoisier, 1995.

[LAJ'91]	Lajoie-Mazenc and P. Viarouge, "Alimentation des machines synchrones," <i>Techniques de l'ingénieur</i> , vol. D3630 et D3631, 1991.
[LED'81]	R. Le Doeuff, "Contribution à la modélisation et à la simulation d'ensembles convertisseurs statiques-machines électriques tournantes," Thèse de doctorat, ENSEM-INPL, Nancy, 1981.
[LES'97]	C. Lesbroussart, "Etude d'une stratégie de modulation de largeur d'impulsions pour un onduleur de tension triphasé à deux ou trois niveaux: La modulation Delta-Sigma Vectorielle," Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 1997.
[LES'81]	J. Lesenne, G. Seguier, and F. Notelet, "Introduction à l'électrotechnique approfondie," Technique et Documentation, 1981.
[LI'07]	Y. Li, Z. Zhu, D. Q. Howe, and C. M. Bingham, "Improved Rotor Position Estimation in Extended Back-EMF Based Sensorless PM Brushless AC Drives with Magnetic Saliency," in <i>Electric Machines & Drives Conference, IEMDC '07. IEEE International</i> , vol. 1. Antalya, Turkey, pp. 214-219, 2007.
[LIM'94]	K. W. Lim, K. S. Low, M. F. Rahman, and R. Mayebo, "Observers for sensorless control of permanent magnet synchronous motor drive," <i>Control Engineering Practice</i> , vol. 2, n° 5, pp. 367-370, Oct, 1994.
[LIN'01]	JM. Lin, MC. Lin, and HP. Wang, "LQG/LTR controller design with extended Kalman filter for Sensorless brushless DC driver," <i>Computer methods in applied mechanics and engineering</i> , 2001.
[LIN'02]	M. Linke, R. Kennel, and J. Holtz, "Sensorless position control of permanent magnet synchronous machines without limitation at zero speed," in 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society., vol. 1, pp. 674-679., 2002.
[LIN'03]	M. Linke, R. Kennel, and J. Holtz, "Sensorless Speed and Position Control of Synchronous Machines Using Alternating Carrier Injection," <i>presented at Elec. Mach. & Driv. Conf., IEMDC'03. IEEE Intern.</i> , pp. 1211-1217, 1-4 June 2003.
[LOR'00]	L. Loron, "Identification paramétrique de la machine asynchrone par filtre de Kalman étendu," <i>Revue Internationale de Génie Electrique</i> , vol. 3, n° 2, pp. 163-205, 2000.
[LOU'04]	JP. Louis, G. Feld, and E. Monmasson, "Modélisation des machines électriques en vue de leur commande," Chapitre 5: Modélisation des machines à courant alternatif par les phaseurs, Traité EGEM, Hèrmes, Lavoisier, 2004.
[Mat]	Mathworks, "Writing S-Functions," http://www.mathworks.com/access/helpdesk_r13/help/toolbox/simulink/.
[MEN'03]	E. Mendes and L. Loron, "Commande des systèmes électriques: Perspectives technologiques, Chapitre 3: Processeurs pour le temps réel," Traité EGEM, Hèrmes, Lavoisier, 2003.
[MEU'03]	R. Meuret and L. Loron, "Commande des systèmes électriques: Perspectives technologiques, Chapitre 9: Générateurs automatiques de code et outils de haut niveau," Traité EGEM, Hèrmes, Lavoisier, 2003.
[MIN'97]	F. Minghua and X. Longya, "A novel sensorless control technique for permanent magnet synchronous motor (PMSM) using digital signal processor (DSP)," in <i>Aerospace and Electronics Conference, NAECON 1997.,Proceedings of the IEEE 1997 National</i> , vol. 1. Location: Dayton, OH, USA, pp. 403-408, 1997.

[MOR'02]	S. Morimoto, K. Kawamoto, M. Sanada, and Y. Takeda, "Sensorless control strategy for salient- pole PMSM based on extended EMF in rotating reference frame," in <i>Industry Applications</i> <i>Conference, Thirty-Sixth IAS Annual Meeting.</i> , vol. 4. Chicago, IL, USA, pp. 2637-2644, 2002.
[MOR'03]	S. Morimoto, K. Kawamoto, and Y. Takeda "Position and speed sensorless control for IPMSM based on estimation of position error," in <i>Electrical Engineering in Japan</i> vol. 144, pp. 43-52, 2003.
[NAK'00]	S. Nakashima, Y. Inagaki, and I. Miki, "Sensorless initial rotor position estimation of surface permanent-magnet synchronous motor," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on</i> , vol. 36, pp. 1598-1603, 2000
[OGA'91]	S. Ogasawara and H. Akagi, "An approach to position sensorless drive for brushless DC motors," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on.</i> , vol. 27, n° 5, pp. 928-933, Sep/Oct, 1991.
[OGA'00]	S. Ogasawara, N. Kobayashi, and H. Akagi, "A Three-Phase Hybrid Stepping Motor Drive System Combined with Position-Sensorless closed loop control," <i>Electrical Engineering in Japan</i> , vol. 131, n° 3 pp. 80 - 90, 14 Mar, 2000.
[PET'03]	V. Petrovic, A. M. Stankovic, and V. Blasko, "Position estimation in salient PM synchronous motors based on PWM excitation transients," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on.</i> , vol. 39, pp. 835-843, 2003.
[PLA'03]	C. Plasse, A. Akemakou, P. Armiroli, and D. Sebille, "L'alterno-démarreur du Stop & Go au groupe motopropulseur mild hybrid," <i>presented at prop'Elec</i> , Aix-en-provence, Mars, 2003.
[RAS'03]	H. Rasmussen, P. Vadstrup, and H. Borsting, "Sensorless field oriented control of a PM motor including zero speed," <i>presented at Electric Machines and Drives Conference, IEMDC apos'03 IEEE International</i> , pp. 1224-1228, 1-4 June, 2003.
[ROB'02]	E. Robeischl and M. Schroedl, "Optimized INFORM-measurement sequence for sensorless PM synchronous motor drives with respect to minimum current distortion " in <i>37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the Industry Applications Conference</i> , vol. 1, pp. 92-98, 2002.
[SAR'04]	F. M. Sargos, JP. Louis, and F. Meibody-Tabar, "Modèles pour la commande des actionneurs électriques," Chapitre 2: Modèles dynamiques des machines synchrones, Traité EGEM, Hèrmes, Lavoisier, 2004.
[SAT'00]	O. Satoshi, M. Takashi, and A. Hirofumi, "A position-sensorless IPM motor drive system using a position estimation based on magnetic saliency," <i>Elec. Eng. Jap.</i> , vol. 131, n° 2, pp. 68-79, 30 Apr, 2000.
[SAT'03]	O. Satoshi, M. Takashi, and A. Hirofumi, "A position-sensorless IPM motor drive system using a position estimation based on magnetic saliency," <i>Elec. Eng. Jap.</i> , vol. 131, n° 2, pp. 68-79, 30 Apr, 2003.
[SCH'96]	M. Schroedl, "Sensorless control of AC machines at low speed and standstill based on the 'INFORM' method," <i>IEEE-IAS Annu. Meeting</i> , pp. 270-277, 1996.
[SCH'94]	M. Schroedl and P. Weinmeier, "Sensorless control of reluctance machines at arbitrary operating conditions including standstill," <i>IEEE Trans. Pow. Electron</i> , vol. 9, n° 2, pp. 225-231, Mar, 1994.
[SEM'04]	E. Semail, JP. Louis, and G. Feld, "Modélisation des machines électriques en vue de leur commande : Concepts généraux, Chapitre 4: Propriétés vectorielles des systèmes électriques triphasés," Traité EGEM, Hèrmes, Lavoisier, 2004.

[SEP '92]	R. B. Sepe and J. H. Lang, "Real-time observer-based (adaptive) control of a permanent-magnet synchronous motor without mechanical sensors," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on</i> , vol. 28, pp. 1345-1352, Nov/Dec, 1992.
[SHE'03]	J. X. Shen and K. J. Tseng, "Analysis and compensation of rotor position detection error in sensorless PM brushless DC motor drives," in <i>IEEE Trans Energy Conver.</i> , vol. 18, pp. 87-93, 2003.
[SHE'02]	J. X. Shen, Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Improved speed estimation in sensorless PM brushless AC drives," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on</i> , vol. 38, pp. 1072-1080, 2002.
[SHE'04]	J. X. Shen, Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Sensorless flux-weakening control of permanent-magnet brushless machines using third harmonic back EMF," in <i>Industry Applications, IEEE Transactions on.</i> , vol. 40, pp. 1629-1636, 2004.
[SHI '04]	I. Shinji, C. Zhiqian, T. Mutuwo, D. Shinji, and O. Shigeru, "Sensorless controls of salient-pole permanent magnet synchronous motors using extended electromotive force models," <i>Elec. Eng. Jap.</i> , vol. 146, n° 3, pp. 55-64, Feb, 2004.
[TAK'01]	Takaharu, Takeshita, U. Akira, and N. Matsui, "Sensorless salient-pole PM synchronous motor drive in all speed ranges," <i>Elec. Eng. Jap.</i> , vol. 135, n° 3, pp. 64-73, May 2001.
[TAN'01]	K. Tanaka, T. Yuzawa, R. Moriyama, and I. Miki, "Initial rotor position estimation for surface permanent magnet synchronous motor," in <i>Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting.</i> , vol. 4. Chicago, IL, USA, pp. 2592-2597, 2001.
[TER'01]	B. Terzic and M. Jadric, "Design and implementation of the extended Kalman filter for the speed and rotor position estimation of brushless DC motor," in <i>IEEE Trans. Ind. Electron.</i> , vol. 48, pp. 1065-1073, 2001.
[TEX'02]	Texas-Instruments, "TMS320x281x DSP System Control and Interrupts Reference Guide," n° SPRU078D, April 2002 (Revised October 2006), 2002.
[TOL'03]	H. A. Toliyat and S. G. Campbell, "Dsp-Based Electromechanical Motion Control," CRC Press, 2003.

- [TUR'03] M. Tursini, R. Petrella, and F. Parasiliti, "Initial rotor position estimation method for PM motors," in *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 39, pp. 1630-1640, 2003.
- [VAS'98] P. Vas, "Sensorless vector and direct torque control," Oxford university press ed, 1998.
- [WU'91] R. Wu and G. R. Slemon, "A permanent magnet motor drive without a shaft sensor," in *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 27, pp. 1005-1011, Sep/Oct, 1991.
- [ZEI'00] I. Zein, "Application du filtre de Kalman et de l'observateur de Luenberger à la commande et à la surveillance de la machine asynchrone," Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2000.
- [ZHI'03] C. Zhiqian, M. Tomita, S. Doki, and S. Okuma, "An extended electromotive force model for sensorless control of interior permanent-magnet synchronous motors," *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, vol. 50, n° 2, pp. 288-295, Apr, 2003.