


Correction de charges de calcul pour un solveur parallèle à fronts multiples

- Christophe Denis, Jean-Paul Boufflet

- Génie Informatique

- Laboratoire HEUDIASYC  


- Université de Technologie de Compiègne, France 

- *{Christophe.Denis, Jean-Paul.Boufflet}@utc.fr*

- Piotr Breitkopf, Michel Vayssade

- Génie Mécanique

- Laboratoire ROBERVAL  

- Université de Technologie de Compiègne, France 

- *{Piotr.Breitkopf, Michel.Vayssade}@utc.fr*

Introduction

En mécanique numérique, on utilise la modélisation par éléments finis pour étudier une loi physique sur un domaine.

⇒ système linéaire $K \cdot u = f$ creux à résoudre, résolu par un méthode frontale :

- méthode directe, variante de l'élimination gaussienne
- adapté au contexte de la modélisation par éléments finis
- entrelace l'assemblage des éléments finis et l'élimination de variables
- pour de grands systèmes linéaires :
 - méthode parallèle à fronts multiples (appelée méthode multifrontale par la communauté de la mécanique)

Méthode parallèle à fronts multiples utilisée (1)

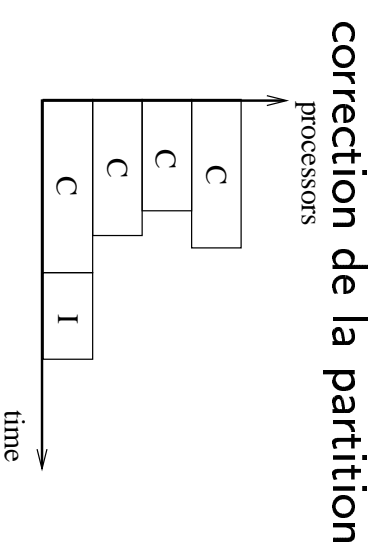
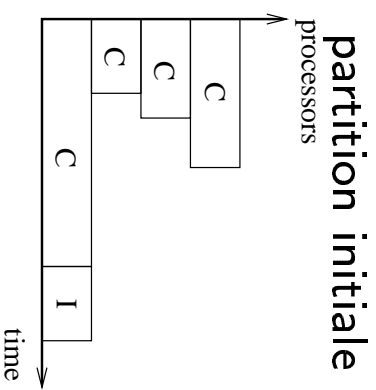
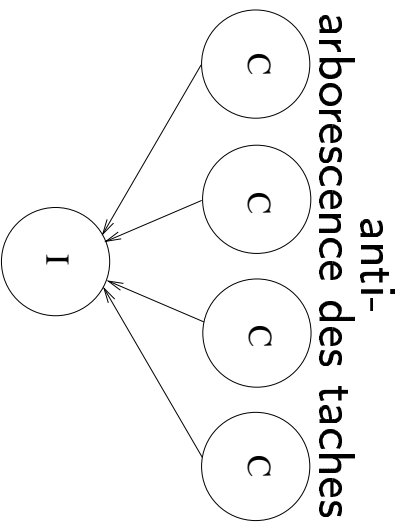
1. on décompose le domaine D en s sous-domaines SD_i
2. on traite chaque sous-domaine SD_i sur un processeur P_i
3. on contruit et on résout le problème interface

L'efficacité de la méthode dépend :

- du découpage du domaine en sous-domaines
- des renumérations locales des sous-domaines V_{num}^j
- de la taille du problème interface

Méthode parallèle à fronts multiples (2)

Approche mono-niveau



⇒ Temps de résolution global :

$$T_{glob} = \max_i(T_{SD_i}) + T_I$$

⇒ En équilibrant la charge de calculs entre les sous-domaines, on diminue le temps de résolution global T_{glob} . Il faut veiller à ne pas “trop” détériorer le problème interface .

Principe de l'algorithme de correction de charges

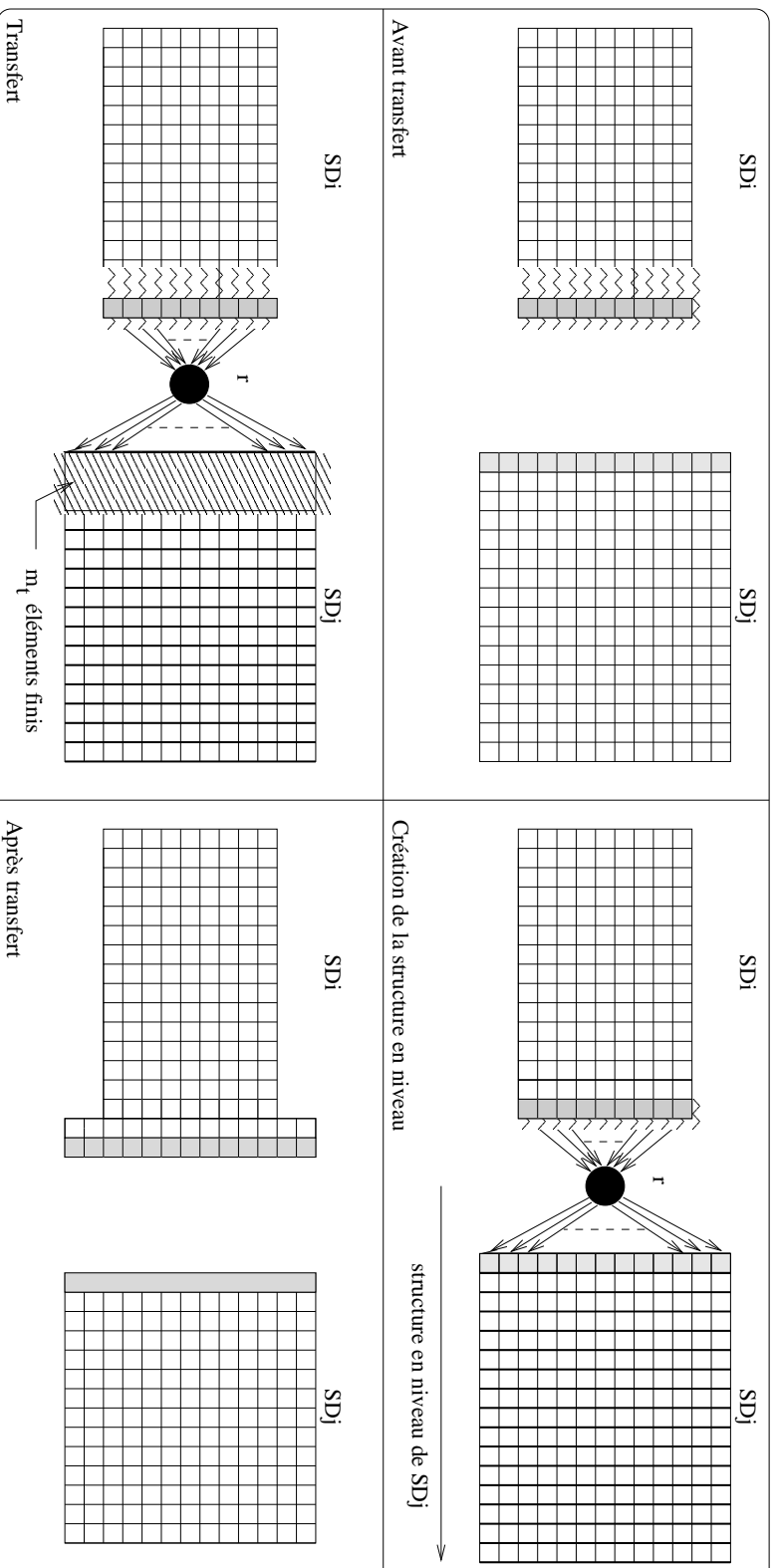
- heuristique basée sur l'estimation du nombre d'opérations qu'effectuera le solveur frontal pour condenser un sous-domaine SD_j

$$Q(V_{num}^j, SD_j) = \alpha \cdot \sum f_k + \beta \cdot \sum f_k^2$$

- elle corrige la charge de calculs des sous-domaines deux à deux en transférant m_t éléments finis d'un sous-domaine vers l'autre
- soient SD_i et SD_j avec $Q(V_{num}^j, SD_j) > Q(V_{num}^i, SD_i)$:
 - * on transfère m_t éléments finis $\in SD_j$ vers SD_i
 - * $m_t = \frac{m_j}{2} \cdot \frac{Q(SD_j, V_{num}^j) - Q(SD_i, V_{num}^i)}{Q(SD_j, V_{num}^j)}$

Transfert d'éléments finis

Transfert (SD_j, SD_i, m_t)



Protocole expérimental (1)

Méthodes de découpage utilisés

Méthodes	Désignation de la méthode
Me	Metis
Ma	Malone
MeC	Metis + correction de charges
MaC	Malone + correction de charges

Protocole expérimental (2)

Maillages utilisés

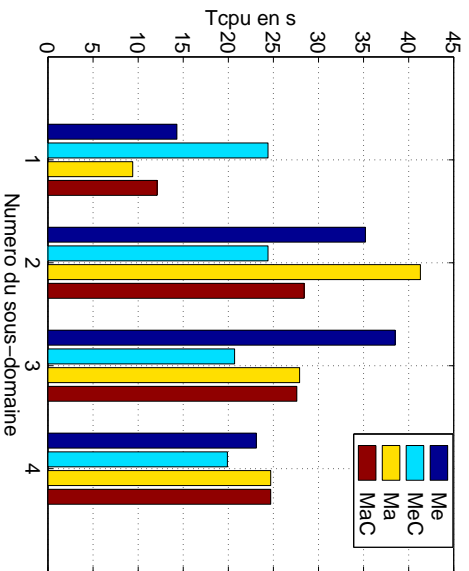
Maillage	nombre d'éléments finis	nombre de nœuds	nombre de ddl
FUSEEN	36 570	8 374	3
MISSILE2	3 421	6 802	6
MISSILE3	27 152	13 615	6
MISSILE4	55 498	27 804	6
SUSPEN_D1	18 171	4 839	3

Protocole expérimental (3)

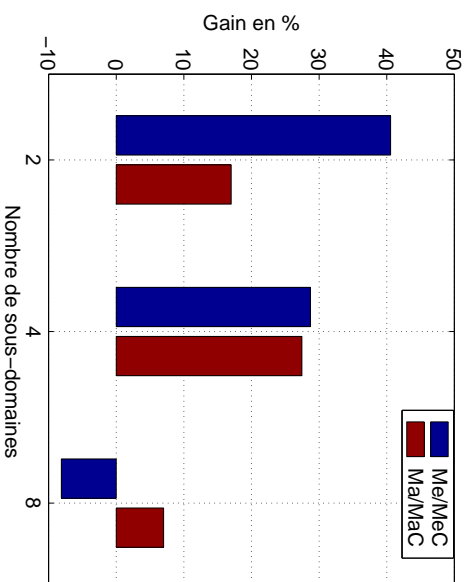
- Découper chacun des maillages en 2,4 ou 8 sous-domaines avec chacune des quatre méthodes (Me, Mec, Ma, Mac).
- Condenser les sous-domaines obtenus avec un solveur frontal
 - Relever les temps T_{SD_i} de condensation des sous-domaines.
- Construire et résoudre le problème interface
 - Relever le temps T_I du traitement du problème interface.
- Construire la solution globale
 - Relever le temps T_{glob} de résolution global (temps de communications inclus)

Résultats pour le maillage MISSILE2

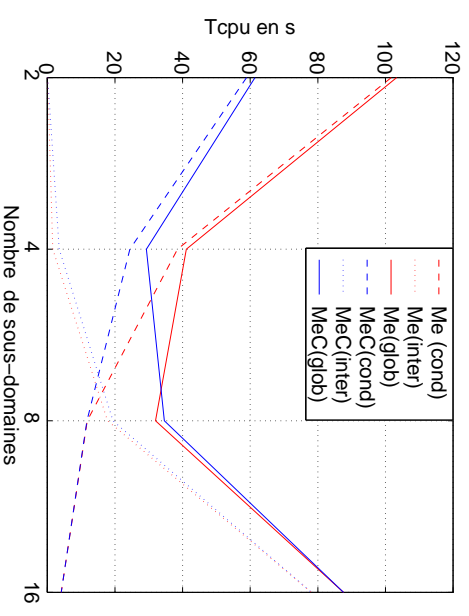
Temps de condensation des sous-domaines pour les 4 méthodes (maillage découpé en 4)



Gain obtenu après correction



Détails des temps CPU pour les méthodes Me et MeC



Résultats et discussions

- + l'heuristique corrige le déséquilibre de charges de calcul entre les sous-domaines
- + des sous-domaines qui étaient "out-of-core" avant équilibrage peuvent être traités en mémoire après équilibrage
- + pour des découpages en 2 ou 4 sous-domaines, le gain obtenu est suffisamment important pour masquer la dégradation du problème interface
- la taille du problème interface augmente généralement après l'usage de l'heuristique
- pour des découpages en 8 sous-domaines, la dégradation du problème interface grève le gain obtenu sur les temps de condensation
- perte de connectivité
- équilibrage 2 à 2

Améliorations

- équilibrage du sous-domaine possédant la plus grosse charge de calculs avec l'ensemble de ses sous-domaines voisins
- limitation de l'accroissement du problème interface

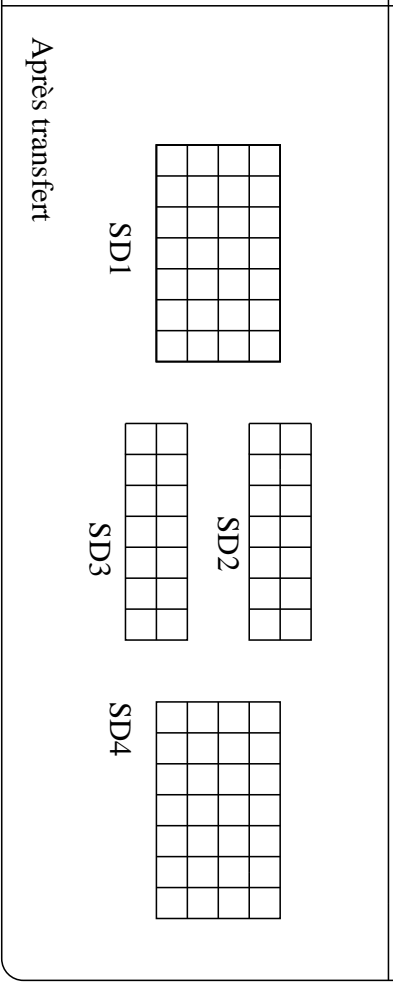
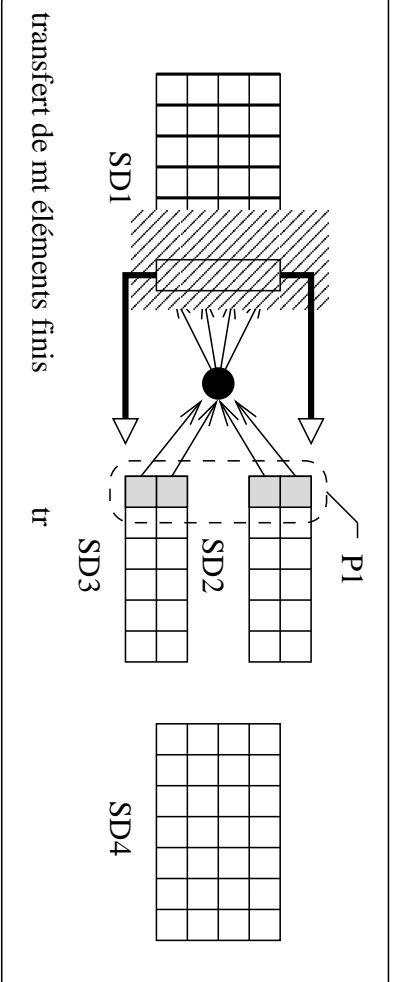
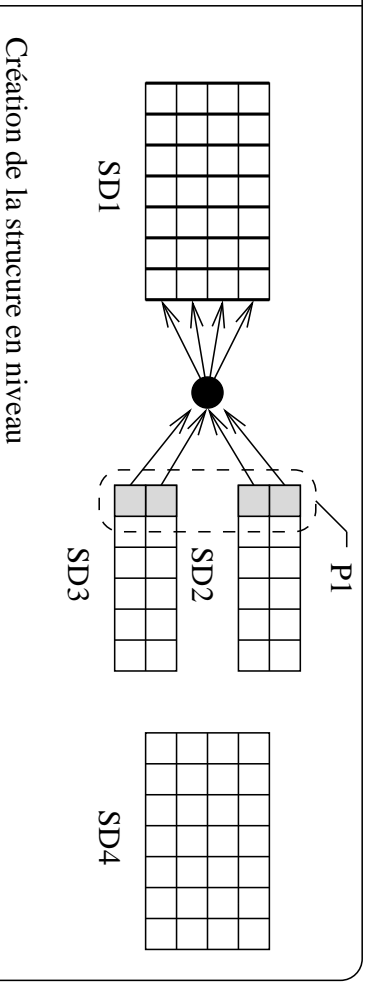
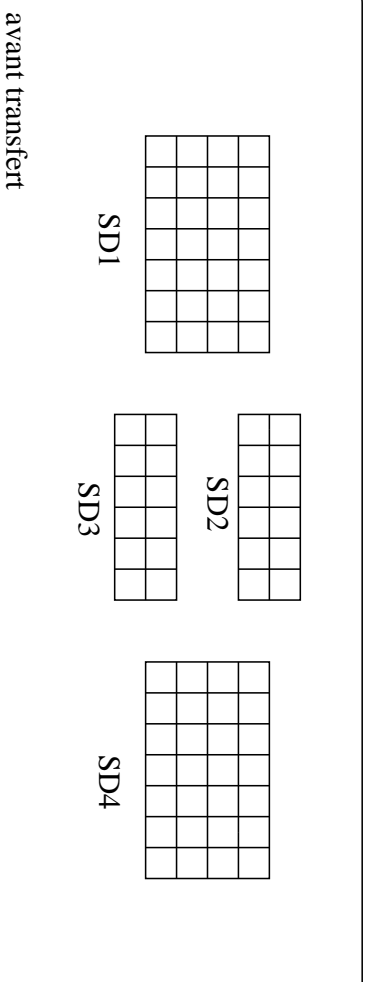
Principe de l'algorithme de correction de charges

- équilibrage du sous-domaine ayant la plus grosse charge de calculs avec l'ensemble de ses sous-domaines voisins
- soit un sous-domaine SD_j avec $Q(SD_j, V_{num}^j) \geq Q(SD_i, V_{num}^i)$:
 - on note \mathcal{N}_j l'ensemble des indices des sous-domaines voisins de SD_j
 - les sous-domaines SD_i avec $i \in \mathcal{N}_j$ sont vus comme un super sous-domaine SD_{vj} , voisin de SD_j
 - calcul de la moyenne du nombre d'opérations du super sous-domaine SD_{vj}
$$Q_{SD_{vj}} = \frac{1}{Card(\mathcal{N}_j)} \sum_{i \in \mathcal{N}_j} Q(SD_i, V_{num}^i)$$
 - Transfert de m_t éléments finis de SD_j vers SD_{vj}

$$m_t = \frac{m_j}{2} \cdot \frac{Q(SD_j, V_{num}^j) - Q_{SD_{vj}}}{Q(SD_j, V_{num}^j)}$$

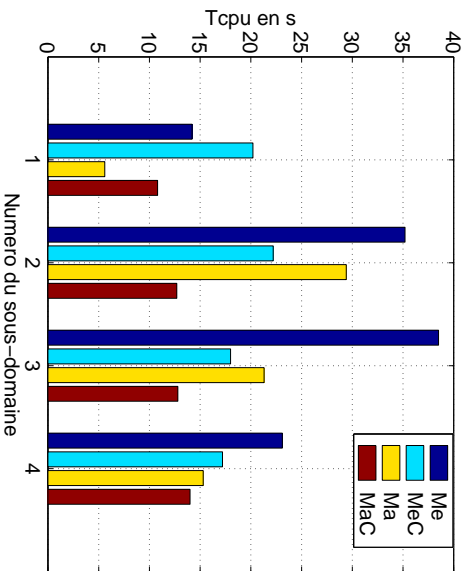
Transfert d'éléments finis

Transfert (SD_j, SD_{v_i}, m_t)

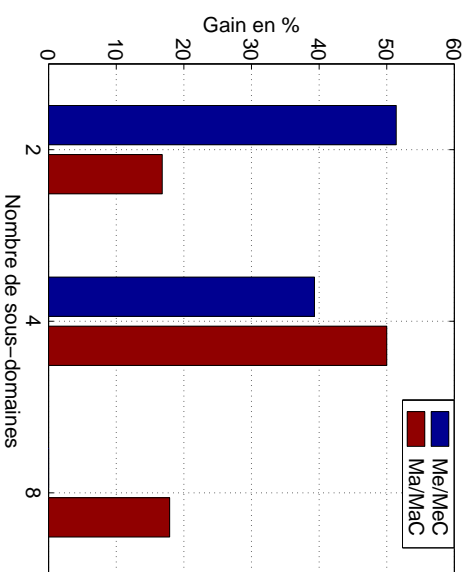


Résultats pour le maillage MISSILE2

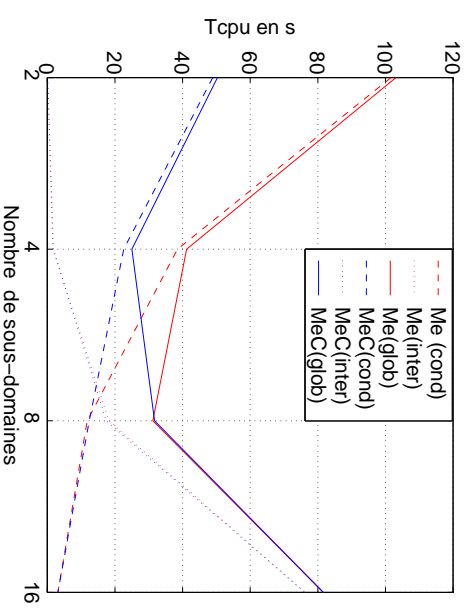
Temps de condensation des sous-domaines pour les 4 méthodes (maillage découpé en 4)



Gain obtenu après correction



Détails des temps CPU pour les méthodes Me et MeC



Comparaison avec la version précédente

- la taille du problème interface après correction :
 - n'augmente plus significativement
 - peut être diminué
- meilleur équilibrage et gain plus important
- possibilité d'obtenir des gains sur T_{glob} avec $s=8$

Conclusions et perspectives

- en équilibrant les sous-domaines en charges de calcul, on diminue le temps de résolution global si le problème interface n'augmente pas significativement
- le nombre de sous-domaines nécessaires pour minimiser le temps de résolution global est réduit en équilibrant la charge de calcul
- coupler l'heuristique avec une méthode de renumérotation locale
- développer une approche multi-niveau pour paralléliser la résolution du problème interface
- tester sur d'autres maillages et d'autres types de solveurs notre approche d'équilibrage de charges