

Chap 4. - Le numérique comme support de la connaissance : entre matérialisation et interprétation

Bruno Bachimont

Le numérique se traduit par sa capacité à prendre en charge les différentes possibilités qui ont été développées dans la tradition pour inscrire et matérialiser les contenus et les connaissances. Rompant avec les séparations classiques érigées entre le texte, l'image, le son, la vidéo, etc., le numérique permet de convoquer dans un même espace de lecture des contenus hétérogènes qui avaient suscité jusque-là, de ce fait, des modalités indépendantes et autonomes de consultation et d'interprétation. Ce faisant, il induit un nouveau rapport à la signification et suggère d'autres parcours interprétatifs. Dans cette perspective, il paraît important de pouvoir considérer ce qu'apporte le numérique dès lors que ses possibilités seront de fait mises en œuvre dans la création de ressources pédagogiques. Mais comprendre ce qu'apporte le numérique peut avoir une importance particulière dans le domaine mathématique du fait de la complicité qu'entretient le numérique avec la chose mathématique. Création technique mais conceptualisation d'origine philosophique et mathématique, le numérique marque une étape singulière dans l'histoire des inscriptions et des écritures mathématiques. Il convient donc de comprendre ce que le numérique permet de penser et de dégager la solidarité mais aussi la différence qu'il peut avoir avec les écritures formalisées, si on caractérise ainsi les inscriptions mathématiques.

Mais, de manière plus profonde, cette mutation entraînée par le numérique permet de mettre en évidence le rôle et l'importance des supports de connaissance en général, dans la mesure où ils sont à la fois la conséquence, mais aussi la cause de la connaissance dont ils sont l'inscription. En effet, la connaissance que nous possédons et que nous visons dans nos processus intellectuels est la source de son inscription sur un support : la connaissance précède l'artefact qui la pérennise et lui apporte, par sa matérialité physique, une permanence que la connaissance ne possède pas quand elle n'a que le flux de nos pensées pour se manifester et se concrétiser. Mais, réciproquement, l'artefact permet d'accéder à un contenu qu'on n'a encore jamais pensé – comme lorsqu'on lit un nouveau livre - ou que l'on a déjà oublié – comme lorsqu'on relit ses notes. Il peut permettre en outre de construire une pensée que l'on ne saurait formuler sans son intermédiaire, une pensée qui échapperait au domaine de ce qui serait pensable sans cet artefact. Constituante et constituée, l'inscription est la condition et le résultat de la connaissance dont elle est l'inscription : elle est ainsi empirique (car constituée par notre expérience matérielle et concrète) et transcendante (car condition préalable à l'expérience et à l'émergence de la connaissance), réunissant dans un même objet ce que la tradition philosophique a opposé conceptuellement.

Il apparaît ainsi que l'inscription est une médiation pour la connaissance, que ce soit pour son élaboration que sa transmission. L'inscription est une ressource pédagogique en soi, seul variant le degré de conscience que l'on a de son rôle pédagogique et la manière de le prendre en compte. Dans cet ouvrage, on s'intéresse aux inscriptions dans le contexte de l'enseignement des mathématiques : nous privilégierons dans ce chapitre la notion d'écriture et de formalisme pour tenter de comprendre le rôle et l'importance des inscriptions formelles d'une part, et l'impact de leur prise en charge informatique et numérique d'autre part.

Il s'agira donc ici d'étudier le rôle de ces inscriptions, la part qu'y prend le numérique et les conséquences que cela implique pour la pensée formelle. Pour cela, après être revenu sur des précisions terminologiques et conceptuelles, nous aborderons le rôle général de la technique dans la constitution des connaissances pour insister ensuite sur le cas exemplaire de l'écriture, à la fois modèle et origine pour comprendre le numérique aujourd'hui. Reprenant la notion de raison graphique pour la généraliser à celle de raison computationnelle, nous en proposons les principaux concepts et principes. Réinterrogeant ensuite la notion de signe entre trois principes (signe, symbole, représentation), nous analysons finalement le numérique pour en comprendre le statut et le mode opératoire.

4.1 Des précisions nécessaires

Il importe donc de tenter de comprendre ce que le numérique fait à la connaissance et les horizons de signification qu'il permet de constituer.

4.1.1 Préciser les fonctions

Plusieurs considérations sont à l'œuvre dans cette enquête :

- le rôle de la technique : reprenant une approche où la technique prend sa part dans l'émergence et la constitution de l'homme en tant qu'homme, il importe de comprendre comment le faire technique s'articule au connaître conceptuel ;
- le rôle de l'écriture: parmi les différentes techniques, l'écriture occupe une place singulière dans la mesure où elle enregistre l'expression du sens et entretient une proximité particulière avec le langage si bien que, si l'outil programme le geste, on peut dire que l'écriture programme la parole et la pensée à laquelle elle peut renvoyer. Si l'on ne peut parler ici de programmation au sens fort, où la pensée ne serait que la conséquence directe et incontournable de l'écriture, il s'agit de pouvoir dégager les influences réciproques entre écriture et pensée et d'en examiner l'éventuel caractère réglé, c'est-à-dire les lois, règles, conventions ou simplement régularités constatées entre ces deux pôles ; mais alors qu'on insiste ici sur la complicité entre pensée et écriture, on pourra se reporter également au chapitre de Christine Proust dans ce même ouvrage qui insiste sur le passage de l'oral à l'écrit dans le contexte scolaire pour aborder la tension oral / écrit ;
- le rôle du formalisme : l'écriture a permis l'émergence d'outils graphiques qui possèdent un sens par leur seule forme graphique indépendamment de toute parole qui pourrait les oraliser et les rapporter à un discours. Textes sans paroles, les formalismes tirent parti de ce que l'écriture apporte comme moyen original à l'expression de sens et comme supplément à la parole ;
- enfin, le rôle du calcul, qui tire parti de ce que le formalisme, rivé à une écriture et donc à une inscription matérielle, peut déboucher sur une manipulation mécanique et formelle. Le formalisme se constitue de symboles physiques : comme symboles, ils possèdent une signification ; en tant que physiques, ils se manipulent matériellement et mécaniquement. Le propre du formalisme, quand il se fait calcul, est de rapporter cette manipulation physique au sens formel.

Chaque étape dans cette progression mobilise des parcours interprétatifs différents, dont on peut cependant proposer une intelligibilité globale : de l'écriture au calcul, on s'oriente vers une externalisation croissante, le contenu se matérialisant progressivement hors de la pensée pour lui apporter un prolongement d'une part, mais aussi constituant une prothèse qui soutient cette pensée d'autre part. Mais cette externalisation croissante s'accompagne de processus à chaque fois différents de réappropriation de ces objets investis d'esprit : comme l'auteur qui se prend à relire ses propres écritures comme si elles lui étaient désormais étrangères, découvrant alors des schémas de pensée qui excèdent l'intention auctoriale qu'il avait initialement investie, l'utilisateur de ces techniques du calcul et du numérique ne revient jamais à sa position initiale de producteur d'outils ou de symboles et se prend à penser différemment, sinon à devenir différent et autre qu'il n'est ou n'était .

4.1.2 Préciser des notions

On mobilise ainsi une série de termes proches que l'on distingue en fonction de la relation au sens des systèmes d'écriture. Revenons sur ces termes un instant pour préciser la manière dont nous les utilisons ici. On a ainsi :

- l'écriture, que nous prenons de manière large comme un système graphique permettant de constituer des inscriptions visant à véhiculer une signification. Elle associe donc un substrat matériel à une forme d'expression : de l'encre sur du papier mobilisé conformément à la forme textuelle par exemple ;
- formel : caractère de ce qui ne possède une signification qu'en fonction de sa forme, des règles déterminant la correspondance entre la variation de la forme et la variation du contenu ;
- le formalisme : une écriture telle que la signification associée aux inscriptions est déterminée en fonction de la forme de ces inscriptions ; c'est donc une écriture formelle. Seront des formalismes les langages de programmation, les langages mathématiques et logiques. Ces langages possèdent une syntaxe, et des règles sémantiques explicitent comment la signification varie quand on fait varier la syntaxe. On distinguera du formalisme l'écriture des langues naturelles : pour ces dernières, la sémantique d'une inscription varie de manière imprédictible et arbitraire vis-à-vis de son écriture syntaxique quand cette dernière subit des modifications (changer un mot dans un texte change le sens, mais on ne peut prédéfinir comment) ;
- calcul : formalisme quand il est manipulé mécaniquement, selon des règles que l'on peut faire exécuter par une machine. La machine appliquant les règles de calcul ne peut s'appuyer que sur la forme physique et matérielle des symboles, tels que la syntaxe les détermine. Le calcul peut opérationnaliser un formalisme. Dans ce cas, le calcul sur les symboles pourra avoir une signification donnée selon les règles du formalisme. En effet, si la syntaxe commande l'interprétation sémantique

(cas d'un formalisme), alors le calcul effectuera des opérations qui auront un sens. Si la sémantique varie de manière arbitraire par rapport à la variation de la syntaxe (cas d'une langue naturelle et de son écriture), le calcul effectuera des opérations qui peuvent n'avoir aucun sens ; quand on considère le calcul indépendamment de toute signification, qu'elle soit arbitraire (langue naturelle) ou réglée (formalisme), on aura affaire au numérique ;

- calculable : ce qui est accessible par le calcul ;

- numérique : combinatoire fondée sur des symboles élémentaires, généralement le 0 et le 1. Le numérique se manipule selon le calcul, indépendamment de toute considération sémantique. Il peut certes acquérir une dimension sémantique par ailleurs, mais l'interprétation lui confère une signification de manière extrinsèque. Le numérique, c'est ce qui n'a pas de sens (c'est pour cela qu'on peut le mécaniser), et qui doit être réinterprété pour en avoir un.

Le numérique est donc cette possibilité technique que l'on peut comprendre comme l'expulsion hors de l'écriture de son sens au profit de son caractère discret et manipulable. Cette expulsion est radicale car elle permet la mécanisation et la possibilité de confier à une machine matérielle et effective le soin de manipuler (calculer) ce matériau symbolique mais sans sémantique. Du coup, lorsque l'on voudra s'emparer comme d'une écriture de ces manipulations, il faudra les réinterpréter, donnant du sens à ce qui a été produit indépendamment d'un quelconque processus interprétatif, un peu comme le fait de vouloir interpréter (donner du sens à) un texte dans lequel on aurait remplacé les mots par celui qui les suit dans un dictionnaire (manipulation aveugle). Si cela peut ne rien donner, quel statut attribuer aux interprétations acceptables trouvées ainsi ? Les artistes nous ont habitués à aborder des univers du sens attachés à des manipulations arbitraires. Mais on s'aperçoit que ce processus est encore plus ancré dans notre rapport à la connaissance et dans nos capacités d'invention et d'innovation conceptuelles. Ces manipulations arbitraires conduisent en effet à des configurations du sens qui s'imposent comme des modes de penser, des manières de conceptualiser.

Ainsi, au-delà d'une simple phénoménologie de la technique et de la connaissance, il reste à comprendre comment s'articulent les possibilités matérielles de mise en forme et de manipulation de l'écriture, et les manières de penser. Si l'hypothèse est que toute forme d'écriture conduit à des manières de penser, le rôle du formalisme et du calcul doit se généraliser en figures caractéristiques de la connaissance et de la rationalité. Il reste à déterminer, comme on le verra, si ces figures sont spécifiques au numérique, si elles sont vraiment nouvelles, et si on observe par conséquent des déplacements paradigmatiques de la connaissance et de la science. Il sera bien sûr impossible de répondre dans l'espace de cet article à de telles questions, son ambition étant plus modestement d'attirer l'attention sur quelques phénomènes et constats contribuant à alimenter ce débat.

C'est pourquoi nous reviendrons sur les différentes étapes énoncées plus haut : nous proposerons tout d'abord une approche de la technique pour ensuite la prolonger dans une analyse de l'écriture. A la suite de Jack Goody, qui a dégagé et proposé les structures propres à une raison graphique, nous aborderons la question du numérique pour évoquer la notion de raison computationnelle. L'exploration de cette raison passe par un retour sur la question du signe, sa matérialité et son fonctionnement sémiotique. Nous aborderons donc une analyse en trois termes, articulant signe (par exemple le mot), symbole (par exemple l'œuvre d'art) et représentation (par exemple le modèle scientifique). Nous verrons comment le formalisme, ou notation formelle, renvoie à la catégorie de symbole alors que sa mise en œuvre calculatoire le sort du symbolique pour en faire une représentation possédant sa propre efficacité.

Nous aurons alors les outils nécessaires pour comprendre que notre rapport à la connaissance évolue désormais vers une toujours plus grande modélisation, recherchant moins l'intelligibilité du symbole que l'efficacité de la représentation. Bref, le comprendre cède le pas au faire, la construction d'un résultat calculé donnant l'impression (l'illusion ?) de la vérité et de l'objectivité. Mais peut-on être dans le vrai sans comprendre ? C'est là qu'il importe d'avoir une critique de la raison computationnelle, non pour la nier mais pour l'assumer et donc la dépasser vers une nouvelle intelligibilité, où la science du numérique débouche sur une conscience et une esthétique des formalismes.

4.2 Le rôle de la technique

L'hypothèse centrale sur laquelle on se concentre ici est que la connaissance n'est mobilisable qu'à travers des médiations matérielles de nature technique. S'il ne faut pas réduire la connaissance à une opération matérielle, il n'en demeure pas moins que là où il y a connaissance, il y a une médiation technique. Autrement dit, l'inscription serait constitutive de la connaissance dont elle est l'inscription

car, de manière plus générale, la connaissance est ce qui peut se définir comme le corrélat de l'opération technique. Que ce soit le savoir faire ou le savoir penser, la technique assure une répétabilité, une efficacité et une régularité qui permettent de parler de connaissance, puisque sa médiation permet de construire une objectivité, idéale ou matérielle, du fait de cette régularité et cette répétabilité. Reprenons cet argument en deux étapes.

4.2.1 La technique comme dispositif

Selon nous, la technique est une affaire de dispositif (Bachimont 2005). En deçà de l'illustre précédent heideggérien (*La question de la technique*, dans (Heidegger 1958)), nous prenons la notion de dispositif de manière quasi littérale : est un dispositif ce dont la disposition *spatiale* commande le comportement *temporel*. La technique est ce qui commande *ce qui arrive* par la suite en fonction de ce qui est disposé et structuré *maintenant*. La technique est donc ce dont l'humanité s'est dotée pour commander son avenir incertain à partir de la certitude de ce qui est sous la main et qui peut être librement agencé et organisé.

Le dispositif possède deux cohérences qui président à son comportement et l'organisent. Sa cohérence *interne* correspond à la manière dont, idéalement, ses composants s'agencent et s'articulent pour produire le comportement attendu. Le fonctionnement est d'ordre mécanique et obéit à des lois univoques et universelles. La cohérence interne est l'endroit où s'exprime l'application du savoir scientifique sur les lois de la nature, le dispositif constituant une nature artificielle car construite, mais naturelle car répliquant en son sein la nécessité des lois de la nature. La cohérence *externe* correspond à la mobilisation effective et concrète du dispositif dans son contexte : un contexte socio-culturel, économique, industriel, etc., correspondant à *l'environnement du dispositif*, un contexte matériel correspondant à *la réalisation du dispositif*, c'est-à-dire la manière dont ses composantes sont matériellement réalisées. La cohérence externe renvoie à la singularité, chaque utilisation étant unique, et fait place à la variabilité et à la contingence. A la nécessité naturelle de la cohérence interne correspond l'empirisme approximatif (réalisation des composantes) et la contingence imprévisible (environnement d'utilisation) de la cohérence externe. Cette tension, fort générale, entre ces cohérences internes et externes se retrouve dans les dispositifs documentaires et pédagogiques notamment, comme l'illustre le chapitre 3 (Gueudet & Trouche) en notant le lien entre la configuration des ressources et leur mise en œuvre, cette seconde venant infléchir la première.

La technique devient dès lors un art raisonné, entre empirisme et science, bâtissant un compromis entre ces deux cohérences, empruntant au scientifique son savoir apodictique, puisque la cohérence interne se construit dans la perspective de la nécessité et de la certitude, et à l'expert avisé son expérience de la contingence, puisque la cohérence externe se construit dans la variabilité des situations concrètes. Mais ce compromis est néanmoins traversé par une tendance selon laquelle la cohérence interne tend à internaliser la cohérence externe. Autrement dit, les dispositifs s'élargissent sans cesse pour considérer comme des composants internes soumis à leurs lois mécaniques les éléments de l'environnement externe. Le dispositif est toujours à vocation totalisante.

4.2.2 L'écriture comme dispositif

Les dispositifs ne se restreignent pas aux machines. Ou plutôt, les machines ne sont pas seulement destinées à reproduire les gestes, mais aussi les comportements et paroles. Selon une complémentarité déjà soulignée notamment par Leroi-Gourhan (1964), la technique prolonge autant le geste que la parole, permettant tant à l'intelligence qu'à la mémoire de connaître des prothèses qui les soutiennent et les complètent.

L'écriture est donc un tel cas de dispositif pour la parole. Dispositif d'enregistrement, aide-mémoire, l'écriture possède ce double jeu de cohérences internes et externes. En effet, l'écriture possède ses propres lois, immanentes à sa mise en œuvre, qui déterminent par exemple qu'après tel signe, il est possible, nécessaire ou impossible de mettre tel autre signe. Ce que la grammaire a longtemps essayé de modéliser et de réguler n'est autre que le jeu interne à l'écriture comme système de signes et qui lui est propre. Mais ce qui l'a toujours tenue en échec, c'est que l'écriture fonctionne dans un environnement complexe, selon une cohérence externe labile et imprévisible : ouverture sur le sens, ouverture sur la possibilité propre à la matière physique et symbolique mobilisée pour la mettre en œuvre, la cohérence externe subvertit en permanence les lois de la cohérence interne.

Pourtant, la cohérence interne a tendance à s'autonomiser. Rejoignant cette caractéristique propre à tout dispositif, l'écriture tend à dégager des lois qui lui sont propres indépendamment de sa mise en œuvre, qu'elle soit interprétative ou matérielle. C'est ce qu'on appellera le formalisme, et plus encore le calcul, qui ne sont autres qu'une mise en œuvre de l'écriture qui se referme sur la cohérence

interne. Bref, la sémantique (cohérence externe) est rapportée à la syntaxe (cohérence interne) : les lois de la syntaxe suffisent à déterminer les lois de la sémantique, ce que l'on dit suffit à déterminer ce que l'on veut dire. L'écart qu'il faudra constater entre le formalisme et le calcul (voir *infra*) aura pour signification de souligner que le formalisme renvoie malgré tout à une cohérence externe et possède ses propres horizons d'interprétation, de variabilité et de doute, alors que le calcul rejoint la répétabilité nécessaire de l'algorithme.

4.3 Le rôle de l'écriture : du graphique au computationnel

Si l'écriture est un dispositif, alors elle doit posséder sa propre cohérence interne et exprimer une tendance à enrégimenter son environnement et sa cohérence externe. Cette cohérence interne et cette tendance renvoient à la notion de « raison graphique ». On s'appuie pour cela sur les travaux de Jack Goody (1979, 1985) qui ont permis naguère de poser une telle notion de « raison graphique » (ce titre a été proposé par les traducteurs, le titre original étant *the domestication of the savage mind*) : une rationalité qui serait accessible depuis l'écriture et construite par son intermédiaire. Les structures de listes, de tableaux et de formules sont ainsi des manières de penser correspondant à des manières de mettre en forme à travers cette technique de l'écriture.

En quoi l'écriture est-elle si importante et induit-elle des opérations cognitives particulières, une manière de penser spécifique, bref une rationalité qu'il faudrait qualifier de graphique ? En allant à l'essentiel, l'écriture apporte au contenu une synopsis spatiale, permettant de repérer des rapports et des propriétés qui demeurent indécélables dans la succession linéaire de la temporalité de la parole : l'écriture donne à voir des rapports qui ne sont pas perceptibles à l'écoute de la parole. En effet, parce qu'elle apporte une bidimensionnalité spatiale à la représentation du contenu, l'écriture permet à l'esprit d'accéder simultanément à différentes parties du contenu indépendamment de l'ordre reliant ces parties dans le flux oral. Par conséquent, ce qui est dispersé dans le temps devient contigu dans l'espace, l'œil pouvant librement naviguer et repérer des identités entre éléments du contenu (par exemple, des mots possédant un même radical mais des flexions différentes). Alors qu'une phrase contenant dans une succession linéaire les mots « rosa, rosae, rosam, rosas, etc. » est très improbable, si bien qu'à l'oral il demeure très difficile de repérer que ces différents mots renvoient à une même déclinaison dont on peut d'ailleurs dégager la structure (les différentes flexions), la représentation écrite permet de délinéariser le discours et d'en prélever des unités que l'on peut confronter et juxtaposer au regard de l'esprit.

4.3.1 Les structures de la raison graphique

C'est ainsi que Jack Goody insiste sur le fait que l'écriture induit un mode de pensée particulier et un rapport au monde spécifique. Selon lui, l'écriture permet de constituer trois types principaux de structures conceptuelles, conditionnant notre mode de penser. Ce sont la liste, le tableau et la formule. Outre leur importance cognitive et fonctionnelle sur laquelle nous revenons plus bas, ces structures ont pris une importance fondamentale dans les techniques d'écriture, notamment dans les manuels, dans la mesure où ces structures permettent d'organiser et de systématiser le projet (Bruillard Chap. 12).

La liste permet de délinéariser le discours pour en prélever des unités que l'on ordonne ensuite dans une énumération. La liste permet de rassembler dans une même unité ce qui est dispersé dans le discours : elle induit par conséquent un classement et une catégorisation. Faire des listes, c'est choisir de consigner un item parmi d'autres en considérant qu'ils ont quelque chose à faire ensemble : ils appartiennent à une même classe, une même catégorie.

Le tableau est le fait de représenter un ensemble de rapports entre des unités à travers leur position respective selon les deux dimensions de l'espace de l'écriture : être à gauche ou à droite, être au-dessus ou au-dessous, sont les deux types de relations spatiales qui permettent de mettre en relation sémantique les unités ainsi disposées. Dans un tableau, l'unité occupant une case prend une signification déterminée, à tout le moins conditionnée, par la position de la case dans le tableau. Le mode de penser induit par le tableau est alors le système : un tableau spécifie des relations entre les cases, et permet par exemple de prévoir a priori, de manière *systématique*, la valeur devant occuper une case, du fait de la position de cette dernière.

Enfin, la formule. La formule est un procédé permettant de mener des raisonnements en fonction seulement de la forme, sans avoir à prêter attention à la signification. La forme prenant en charge dans sa structure ce qu'il faut retenir des significations considérées, il suffit alors de manipuler la forme pour mener à bien les raisonnements sur le contenu ou la signification. C'est ce qui est à la

base de la logique *formelle* et plus généralement des mathématiques. L'enjeu n'est pas tant le fait de savoir si le formalisme permet de mener le raisonnement *indépendamment* de la signification ou du contenu, ce dernier pouvant même être remis en question (existe-t-il vraiment ?), mais le fait de pouvoir se fier à la forme.

4.3.2 Du graphique au calcul

Se fier à la forme est l'attitude à la base de tous les formalismes, notamment ceux qui seront à l'origine de l'informatique et du numérique. Quand, à la fin du XIX^e siècle, apparut la crise des fondements des mathématiques, suscitée notamment par les paradoxes issus de la théorie des ensembles, de nombreux mathématiciens cherchèrent des moyens de surmonter cette crise. David Hilbert (*Über das Unendliche*, repris dans (Hilbert 1972)) proposa de considérer les mathématiques à travers leur écriture, et de rechercher les procédés permettant de contrôler cette écriture. L'objectif est de s'assurer que, un énoncé mathématique étant produit, il n'est pas possible d'en dériver l'énoncé d'une contradiction. Pour y parvenir, Hilbert considère l'écriture mathématique de manière purement formelle, c'est-à-dire en ne s'intéressant qu'aux signes utilisés indépendamment de leur signification. Or, le nombre de signes est fini, les énoncés et les textes mathématiques sont finis, le temps mobilisé par les mathématiciens est fini : on se retrouve donc dans la situation où l'on manipule un nombre fini de signes en un temps fini ; bref on fait de la combinatoire de signes. Il suffit alors de trouver des règles purement formelles, dont l'application ne demande aucune inventivité mathématique ou compréhension particulière, qui permettent de vérifier que les signes d'un énoncé ou d'un texte mathématique ne permettent pas de déduire des énoncés contradictoires. En termes contemporains, on dirait qu'il faut trouver un programme qui permette de prouver qu'un énoncé mathématique n'entraîne pas de contradiction.

Turing, le père de l'informatique, continua sur la même lancée en proposant une machine abstraite conçue de la manière suivante¹ : on dispose d'une bande mémoire infinie composée de cases ne pouvant contenir chacune qu'un seul symbole (c'est en fait la feuille de papier sur laquelle travaille le mathématicien), d'une tête de lecture et d'écriture, se déplaçant sur la bande mémoire de case en case (une à la fois), pouvant lire et écrire un symbole (c'est le stylo du mathématicien), et enfin d'un état interne de la tête de lecture (c'est l'état mental du mathématicien). Un programme, purement formel, permet de déterminer ce que doit écrire la tête de lecture et comment elle doit se déplacer en fonction de qu'elle lit et de son état interne. Autrement dit, en fonction de ce qu'il pense et de ce qu'il voit, le mathématicien écrit un symbole sur sa feuille de papier. La métaphore ne doit pas nous égarer : les manipulations de symboles sur la bande mémoire sont purement formelles, et le fonctionnement de la machine de Turing ne repose sur aucune interprétation ni signification associées aux symboles, mais uniquement sur leur forme.

4.3.3 Les structures de la raison computationnelle

Le formalisme de Hilbert conduit ainsi à un computationnalisme via Turing, où l'on voit la cohérence interne du dispositif qu'est l'écriture prendre la forme littérale (!) d'un mécanisme aveugle et automatique. La question se pose alors de savoir si cette autonomisation de la cohérence interne conduit à l'émergence d'un rapport nouveau au sens : y a-t-il une raison computationnelle venant s'ajouter à la raison graphique ? Pour étudier cette possibilité, on peut repartir des trois structures clés de la raison graphique et examiner si le computationnalisme amène à les dépasser ou à les transformer. Nous pensons que ces trois structures se dépassent respectivement en programme (*versus* liste pour la raison graphique), réseau (*versus* tableau) et enfin couche (*versus* formule).

Le programme est à la raison computationnelle ce que la liste est à la raison graphique. Autant la liste permet de catégoriser et de classer, d'offrir une synopsis spatiale, autant le programme permet de spécifier un parcours systématique : l'exécution du programme n'est alors que le déploiement temporel de la structure spatiale symbolique qu'est le programme.

Le réseau est à la raison computationnelle ce que le tableau est à la raison graphique. Alors que le tableau propose une structuration et une systématisme entre les contenus répartis dans les cases du tableau, le réseau propose un mode de communication et de répartition entre les cases du tableau. C'est un tableau dynamique.

Enfin, la couche est à la raison computationnelle ce que la formule est à la raison graphique. La formule permet en effet de considérer la forme abstraction faite du contenu : la couche permet de

¹ La référence originale pour l'exposé de la machine est l'article « On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem », *Proceedings of the Mathematical Society*, 2(42), p. 230-265. Il est repris et traduit dans (Turing 95).

considérer des relations calculatoires entre des unités abstraction faite des calculs sous-jacents impliqués. La notion de couche en informatique², via celle d'implantation et de compilation, permet de représenter les structures formelles en faisant abstraction des calculs élémentaires induits, comme la formule permet de s'abstraire du sens (Table 1) : ces structures ne sont pas seulement des objets *sémiotiques* mais aussi et surtout des manières de penser, des modes d'organisation et de conceptualisation du monde.

Raison graphique	Raison computationnelle
Liste	Programme
Tableau	Réseau
Formule	Couche
Schéma	Maquette numérique

Table 1. Les structures de la raison graphique et de la raison computationnelle.

Ces structures cognitives sont fondamentales et affectent désormais nos modes de penser. La raison graphique a produit la raison classificatoire, la raison computationnelle produit la pensée en réseau et la raison distribuée. Pour une raison graphique, le réseau n'est pas une structure de l'intelligible : le réseau, échappant à la synopsis spatiale de fait de sa complexité, est un *labyrinthe* où l'on se perd. C'est une figure de l'irrationnel, et non une manière de penser le monde. L'interaction et la communication selon la structure des réseaux sont devenues intelligibles car le calcul permet de réduire la complexité et de parcourir l'ensemble des possibles induit par les réseaux au moyen des programmes qui en spécifient le comportement. Cependant, elles le font en distribuant la rationalité, en permettant au local de déterminer le comportement sans qu'une instance globale vienne centraliser ni déterminer la décision. A la centralisation du système succède la distribution dans le réseau.

De même, la notion de couche est une manière également de réduire la complexité et de rapporter une masse quasi infinie de calculs formels à des structures plus intelligibles pour l'être humain. Les structures en réseau et en couche, via les programmes qui les réalisent et les rendent effectives, permettent d'aborder le réel non comme une structure hiérarchisée et organisée en classes, mais comme une dynamique déployant une rationalité et un ordre sous-jacents : le monde n'est que l'exécution de programmes qui temporalisent les relations qu'ils spécifient. Non pas qu'il faille sous-entendre qu'il y ait un seul programme sous-jacent, mais au contraire que plusieurs ordres interagissent. Si la taxinomie des espèces peut être une illustration de la pensée induite par la raison graphique, le code génétique est celle de la pensée induite par la raison computationnelle.

Enfin, le schéma. Curieusement, la raison graphique n'en parle pas, restant sans doute seulement concernée dans un premier temps par le rapport à la langue. Mais on peut cependant introduire le schéma dans l'horizon ouvert par le graphique et par sa reprise dans le numérique. Le schéma est une structure qui représente de manière matérielle un concept. De manière plus précise, le schéma est la représentation matérielle et spatio-temporelle *minimale* d'un concept. En effet, l'objectif est de montrer de manière perceptible et sensible le contenu d'un concept et de faire appréhender ce concept par l'intermédiaire de sa schématisation. Mais un schéma, pour être sensible, perceptible et matériel, n'en n'est pas pour autant un objet « naturel » de la perception ordinaire. On peut s'en rendre compte si on compare les schémas et les photos : autant pour un néophyte une photo anatomique (viscères par exemple) est généralement inintelligible, autant le schéma sera le moyen adéquat pour lui montrer les concepts qu'il doit maîtriser. Si la réalité virtuelle s'empare désormais des supports pédagogiques ou scientifiques, il est bien clair qu'il ne s'agit pas de réalité (on ne peut pas se laisser prendre un seconde par le fait que ce que l'on voit soit réel), mais de schématisation de la

² En informatique, on appelle « couche » un niveau d'abstraction de la machine qui permet d'interagir avec cette dernière sans avoir à se soucier de la manière dont elle le fait effectivement. Par exemple, quand on utilise un langage de programmation, on spécifie totalement ce qu'elle doit faire. Mais au final, la machine ne manipule pourtant que des 0 et des 1, et rien de physique ne correspond directement aux structures entités manipulées par le programme. Mais ce dernier est compilé, implémenté dira-t-on également, dans la mesure où il est traduit, convertit en un langage qui correspond à la manipulation physique par la machine. Mais, c'est cela qui est remarquable, un tel programme de conversion peut être écrit une fois pour toutes pour le langage de programmation, et le programmeur n'a alors jamais à s'en soucier. Il peut en rester à la « couche » de la programmation sans avoir à s'occuper de ce qu'il a dessous. Les couches sont autonomes et autosuffisantes.

réalité au service d'un discours et d'un concept : ce que l'on voit, c'est la mise en scène d'un contenu conceptuel ou d'une idée. La maquette numérique³ reprend cette approche en lui ajoutant le calcul qui permet de simuler, par son comportement, l'objet visé. De même, on sait bien qu'il ne s'agit pas de réalité, puisque souvent elle n'existe pas encore, mais d'une simulation qui donne à voir et à sentir ce qu'il faut comprendre.

4.4 La puissance du formalisme : du signe au calcul

Mais il s'agit alors de s'interroger sur ce qui fait de l'écriture une écriture : quelles sont ces caractéristiques qui en feraient quelque chose de radicalement différent des autres types de médiation ? C'est ici que la notion de formalisme entre en jeu : le formalisme possède un sens du fait de sa forme graphique, indépendamment du sens dont il hériterait de la forme parlée. Il introduit une rupture et montre comment faire sens avec un graphique qui ne possède pas de contrepartie orale ou langagière.

4.4.1 Trois figures du sens

Après tout, dans ce débat, on ne fait que manipuler des signes, c'est-à-dire des éléments matériels que l'on mobilise pour leur signification. Mais il serait peut-être bon de déterminer si l'on a toujours affaire à la même sorte de signe, et donc de rapport à la signification et au sens. Il nous semble utile de distinguer trois types de signes ou de modes du signifier. Nous les appelons : le *signe*, la *représentation* et le *symbole*.

Pour présenter leurs différences, posons les considérations suivantes : la signification, la représentation et le symbole sont des relations. La signification articule un signifiant à un signifié. Le signifiant est parfois désigné comme un signe, le signifié comme une signification (par métonymie sur la relation). La représentation articule un représentant à un représenté. Le représentant est parfois désigné par le terme de représentation. Le symbole articule un symbole à un symbolisé, la terminologie flottant entre le symbole qui représente ou le symbolisé représenté. Reprenons-les dans cet ordre.

La fonction d'un signifiant est de rendre présent un signifié. Il fait venir à l'esprit ce qui n'était pas présent. Autrement dit, le signifiant, au contraire du représentant (voir *infra*), s'efface devant le signifié car il ne peut s'y substituer. C'est la raison pour laquelle la signification désigne davantage le signifié que le signifiant. Car l'essence de la relation de signification est d'aboutir au signifié, dont la présence rendue possible annule l'efficacité du signifiant.

La relation entre le signifiant et le signifié est en général arbitraire. Il suffit que le signifiant ait une puissance d'évocation et d'association. En effet, à partir du moment où il est rendu présent, le signifié exhibe son propre comportement et ainsi ce que fait le signifiant passe au second plan. C'est ce que l'on voit dans la langue, où les relations entre les signifiés ne sont que très partiellement reproduites par les relations entre les signifiants. De même, la nature du signifiant est arbitraire par rapport à celle du signifié.

La fonction d'un représentant est d'être un objet qui possède une certaine partie des propriétés et attributs de ce qu'il représente ; son comportement manifeste alors le comportement qu'aurait son représenté s'il était présent. En politique, on a ainsi un représentant plénipotentiaire dans la mesure où il possède toute l'efficacité causale de son représenté. Un modèle représente une réalité car son comportement reproduit celui de la réalité.

Le propre d'une représentation n'est donc pas de rendre présent le représenté, mais de s'y substituer en héritant de son efficacité. La présence du représentant rend inutile celle du représenté. C'est donc la raison pour laquelle on appelle souvent le représentant par le terme de « représentation », car c'est le représentant qui capte l'essentiel de la relation de représentation.

La question est alors de savoir comment articuler représentation et signification. En effet, ces deux relations ne se superposent pas et ne s'impliquent pas pour autant :

- toute représentation n'est pas une signification. Un représentant peut reproduire le comportement d'un représenté sans pour autant le rendre présent. C'est le propre du modèle : le modèle représente le réel mais ne le signifie pas car il ne le rend pas présent. La simulation d'un modèle d'incendie ne

³ Une maquette numérique est un objet informatique représentant l'objet que l'on est en train de concevoir. Les outils informatiques permettent d'interagir avec lui et de simuler son comportement. On peut ainsi le visualiser en 3 dimensions, tester sa résistance en appliquant un modèle de choc sur les données de la maquette, etc.

brûle pas l'ordinateur : il reproduit certaines caractéristiques de son comportement, mais n'hérite pas du pouvoir causal matériel de la réalité représenté. De même, un mariage contracté par un représentant (dans la diplomatie royale de jadis) ne peut être consommé : le représentant ne peut se substituer au représenté que dans une certaine mesure, et il ne le rend pas présent.

- toute signification n'est pas une représentation : un signifiant n'est pas un représentant. Le signifiant linguistique n'est pas un représentant du signifié : il n'en n'a pas le comportement et ne peut s'y substituer. Par ailleurs il manifeste et rend présent le signifié qui seul souvent demeure après la manifestation du représentant, comme le suggère la perception sémantique.

Pourtant, ces deux relations sont articulées car elles peuvent se renforcer mutuellement : le signe qui représente également devient plus crédible dans son pouvoir de manifestation. Il rend d'autant plus présent qu'il reproduit mieux les relations du signifié. Par ailleurs, une représentation qui signifie renforce encore plus son efficace causale, car le pouvoir causal manifesté n'est plus alors porté au crédit du représentant, mais du représenté/signifié qui est manifesté.

Enfin, le symbole pose à part égale le symbole et le symbolisé. En revenant à l'étymologie du terme, on se souvient qu'il s'agit d'un objet brisé et séparé en deux : chaque partie ne pouvant s'unir qu'à l'autre pour reconstituer l'objet original, elle devient *ipso facto* un symbole de l'autre. Sa présence est la preuve même de l'existence de l'autre : elle le rend présent sans s'effacer mais en manifestant et en imposant sa propre présence. Ni représentation prenant le pas sur le représenté, ni signifiant s'effaçant devant le signifié, le symbole est la manifestation matérielle d'un symbolisé qui lui est consubstantiel.

4.4.2 Trois instances du sens, trois paradigmes

On trouvera ainsi que ces trois instances possèdent leur vecteur privilégié (Table 2) :

- le signe est de manière privilégiée le signe linguistique, le mot pour faire court. L'évanescence de la parole a souvent été soulignée pour rappeler que le signifiant vocal s'efface ou s'oublie pour laisser la place à son interprétation cognitive, la trace mnésique devenant l'horizon du terme linguistique, comme l'ont souvent suggéré les expériences portant sur la mémoire sémantique ;
- la représentation est de manière privilégiée le modèle scientifique, dont le fonctionnement représente et exprime la réalité visée ;
- le symbole est de manière privilégiée l'œuvre d'art, si on comprend l'esthétique comme l'étude des formes matérielles en tant qu'elles sont la manifestation d'un sens qui les transcende autant qu'elles le constituent. Conséquence de la formalité matérielle, le sens d'une œuvre d'art ne peut cependant s'y réduire.

Type de renvoi	Caractérisation	Paradigme
Signe	Le signifiant s'efface devant son signifié	Le mot
Représentation	Le représentant se substitue au représenté	Le modèle
Symbole	Le symbole manifeste le symbolisé	L'œuvre d'art La notation

Table 2. Les différents types de relation entre un objet et son sens

Mais on pourra également rapporter au symbole le symbole mathématique. Car, selon nous, il ne s'agit pas d'une polysémie, voire d'une homonymie, quand on parle d'un symbole esthétique ou d'un symbole mathématique. Le propre d'une notation est de suggérer par sa propre matérialité le sens ou la réalité visée. Comme l'a montré Peirce (Chauviré 95), la notation permet, par-delà la discursivité et la médiation conceptuelle, de voir et ressentir le sens exprimé. Ainsi, comme on peut souvent le remarquer, il est bien plus facile de montrer ce qu'est la commutativité par la notation $ab = ba$ que par une savante explication. Il y a donc une adhérence du sens à la notation, comme pour l'œuvre d'art.

4.5 Le numérique comme aboutissement et transformation.

Il est temps de revenir au numérique pour comprendre ses conséquences, muni des concepts que nous venons d'élaborer. On l'aura compris, il nous semble que le numérique introduit un décrochement entre le formel et le calcul, et fait passer la sémiose, l'interprétation du sens, du symbole à la représentation.

4.5.1 Du symbole à la représentation

Le numérique comme calculabilité se construit pourtant sur l'horizon de la formalité, compris ici comme une écriture ne possédant comme signification que celle ouverte par sa propre forme sensible. Mais alors que l'œuvre d'art ouvre l'infinie variation du sens ressenti à l'occasion de la forme sensible, la notation formelle introduit le contrôle de la forme sensible comme syntaxe. Autrement dit, la notation fonctionne autant qu'elle peut, par sa syntaxe, renvoyer à sa sémantique ou sa signification. Nous ne parlons pas ici de la théorie des modèles, qui est une théorie mathématique à part entière visant à décrire et rationaliser ce rapport. Nous parlons plutôt de la forme syntaxique en tant que telle qui montre la signification mais ne la démontre pas.

En mettant au premier plan la manipulabilité des symboles, pour en faire des signes concrets « symboliques physiques », le calcul supprime le sens associé au profit du résultat du calcul. Le calcul ne renvoie pas à un au-delà qu'il signifie ou manifeste, mais à un résultat auquel il conduit. Le numérique supprime la transcendance du renvoi propre au signe et au symbole pour les rapporter dans l'immanence de la manipulation. Nous avons en son temps proposé de parler d'autothéticité du calcul (Bachimont 2000), en visant par cette notion le fait que le calcul ne pose (thèse) que lui-même (auto), indépendamment de toute autre relation.

L'autothéticité se constate de manière très banale avec les contenus numériques, qui se caractérisent par une double coupure avec la sémantique, c'est-à-dire le renvoi à une dimension autre :

- la coupure *matérielle* : le numérique, définissant son contenu uniquement en termes de symboles discrets et manipulables, ne dépend pas de son ancrage matériel et donc de la manière dont ces symboles sont réalisés. Si un symbole signifie par la matière qui le manifeste, il s'ensuit qu'ici il n'en est rien, puisque la réalisation matérielle de ces symboles numériques reste arbitraire vis-à-vis de la manipulation et du calcul qui sera effectué ;
- la coupure *interprétative* : le numérique n'a pas de signification propre. Par exemple, un contenu binaire peut être lu autant par un lecteur audio que par un lecteur vidéo : on entendra ou on verra quelque chose. Un contenu binaire n'est pas en soi un contenu audio ou vidéo, tout dépend de la manière de le décoder.

4.5.2 Sémantiques de la représentation numérique

Le passage du régime symbolique au régime représentationnel du formalisme quand il devient numérique ne fait que reprendre ce que nous avons dit plus haut : l'écriture comme dispositif voit sa cohérence interne s'autonomiser au point d'ignorer la cohérence externe. De ce fait, on voit dès lors se dégager de ce divorce entre les cohérences internes et externes deux tendances complémentaires mais contradictoires :

- une tendance calculatoire : le calcul prenant le pas sur la réalité qui l'environne, la positivité se réduit à l'obtention du résultat. Cela renvoie à la tendance qu'on constate tant dans les sciences expérimentales que dans les disciplines gestionnaires dans lesquelles la simulation et l'extrapolation, dans la mesure où elles donnent lieu à un résultat, remplacent l'expérimentation et l'interprétation (Varenne 2007). Non bien sûr que l'utilisation raisonnée et dialectique des données issues du calcul ne soit pas possible, mais elle passe de plus en plus au second plan, demandant aux praticiens un effort supplémentaire et explicite de rigueur alors qu'il était plus naturel auparavant, quand la réalité entretenait à la théorie un rapport symbolique (la réalité étant la contrepartie immédiate) et non représentationnel (la représentation calculante et calculée tenant lieu de réalité) ;
- une tendance interprétative : mais la plupart des calculs ne se font pas indépendamment de toute réalité ; seulement, ils n'en privilégient aucune. On voit dès lors une ouverture sans précédent des possibilités d'interprétation et d'esthétisation des contenus numériques calculés. Les arts numériques et médiatiques en sont bien sûr une illustration exemplaire, mais plus modestement le multimédia, les jeux vidéos sont eux-mêmes déjà le résultat et le fruit de ces possibilités de renégociation *ad libitum* de la signification.

Dit trivialement, le calcul ne voulant rien dire, il peut dire n'importe quoi. D'où le fait de s'en tenir à sa propre réalité, c'est le règne de la simulation et de la possibilité de remobiliser le calcul dans des registres sémantiques inédits.

4.6 Conclusion

Au-delà de la raison graphique, le formalisme introduit ainsi une pensée autre, tellement autre qu'il devient difficile d'ailleurs de se la réapproprier à travers d'autres médiations, comme la langue

notamment. Si on accepte l'idée que le langage n'est pas seulement un outil technique mais aussi milieu cognitif, la langue naturelle possède une proximité pour la pensée que les autres médiations n'ont pas directement. Cela impliquerait de ce fait que le difficile retour du formalisme à la langue est le signe de sa radicale étrangeté et que son sens n'est accessible qu'au prix d'une reconstruction incessante et de traductions multiples.

Le numérique introduit finalement une idée supplémentaire au formalisme : un code arbitraire, qui rompt tout lien avec la sémantique. Le numérique est arbitraire en effet vis-à-vis de la manière de le réaliser physiquement, et de l'interpréter sémantiquement. Sémantiquement neutre, le numérique prolonge l'étrangeté du formalisme par un calcul qui manipule de manière aveugle les données. Quelle pensée le numérique instaure-t-il ? Quelle ouverture inaugure-t-il ? Si le mathématique est la promesse du formalisme, quelle est celle du numérique ? S'inscrit-il simplement dans son prolongement ? Introduit-il un autre rapport au formalisme, le calcul délégué à la machine venant compléter l'intelligibilité gagnée par l'interprétation, voire à se substituer à elle ?

Nous avons argumenté dans ce chapitre que si le numérique est sémantiquement neutre, notamment via la double coupure des symboles formels vis-à-vis de leur concrétisation physique d'une part, et de leur interprétation sémantique d'autre part, il ne l'est pas dans ses conséquences sémantiques. En effet, la manipulation permettant d'aborder des combinatoires de symboles construites selon des critères calculatoires et indépendamment de considérations sémantiques, on se retrouve devant des complexes symboliques pouvant être en rupture avec le concevable et le connu, conduisant ainsi à de nouveaux territoires du sens. Possibilité explorée depuis les perspectives ouvertes par l'écriture, première grammatisation du sens (Auroux 1995), où l'on peut combiner les lettres arbitrairement ou selon des règles lexicales arbitraires par rapport au sens (depuis Raymond Lulle à l'oulipe), le numérique apporte l'effectivité du calcul qui élargit encore l'horizon des complexes symboliques et des relations qui les articulent.

C'est dans cette perspective qu'il convient sans doute d'envisager les glissements épistémologiques contemporains où la simulation remplace souvent l'expérimentation, et où la corrélation calculée tient lieu d'explication.

Bibliographie

- Auroux, S. (1995). *La révolution technologique de la grammatisation*. Liège : Mardaga.
- Bachimont, B. (2000). L'intelligence artificielle comme écriture dynamique : de la raison graphique à la raison computationnelle. In J. Petitot & P. Fabbri (dir.), *Au nom du sens* (pp. 290-319). Paris : Grasset.
- Bachimont, B. (2005). Ingénierie des connaissances, ingénierie de la contingence : la technique entre le nécessaire et le singulier. In P. Lorino & R. Teulier (dir.), *Connaissance, activité, organisation*. pp 93-114. Paris : La Découverte.
- Bachimont, B. (2009). Archivage audiovisuel et numérique: les enjeux de la longue durée. In C. Leblond (dir.), *Archivage et stockage pérennes*. Paris : Hermès.
- Cassirer, E. (1972). *La philosophie des formes symboliques ; Tome 3 : La phénoménologie de la connaissance*. Paris : Minuit.
- Chauviré, C. (1995). *Peirce et la signification, introduction à la logique du vague*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Goody, J. (1979). *La raison graphique, la domestication de la pensée sauvage*. Paris : Les Editions de Minuit.
- Goody, J. (1985). *La logique de l'écriture*. Paris : Armand Colin.
- Heidegger, M. (1958). *Essais et conférences* (A. Préau, Trans.). Paris : Gallimard.
- Hilbert, D. (1972). Sur l'infini. In J. Largeault (dir.), *Logique mathématique : textes*. Paris : Armand Colin.
- Illich, I. (1991). *Du lisible au visible : la naissance du texte. Sur l'art de lire de Hugues de Saint-Victor*. Paris : Le Cerf.
- Leroi-Gourhan, A. (1964). *Le geste et la parole*. Paris : Albin Michel.
- Turing, A. M. (1995). *Théorie des nombres calculables, suivi d'une application au problème de la décision*. In J.-Y. Girard (dir.), *La machine de Turing* (pp. 49-104). Paris : Seuil.
- Varenne, F. (2007). *Du modèle à la simulation informatique*. Paris : Vrin.

