

## Résumé

Ce travail porte sur l'analyse théorique et numérique de la dynamique des densités de dislocations. Les dislocations sont des défauts qui se déplacent dans les cristaux, lorsque ceux-ci sont soumis à des contraintes extérieures. D'une façon générale, la dynamique des densités de dislocations est décrite par un système d'équations de transport, où les champs de vitesse dépendent de manière non-locale des densités de dislocations.

Dans une première partie, nous nous plaçons dans un cadre unidimensionnel. Nous démontrons pour un système  $2 \times 2$  simplifié des résultats d'existence globale et d'unicité de solution, ainsi qu'une estimation d'erreur entre la solution continue et son approximation numérique en utilisant un schéma aux différences finies. Puis, en se basant sur une nouvelle méthode d'estimation de l'entropie du gradient, nous démontrons un résultat d'existence globale et quelques résultats d'unicité pour des systèmes hyperboliques diagonalisables en dimension 1.

Dans une seconde partie, nous nous intéressons à un cadre plus général de la dynamique des densités de dislocations où nous étudions un modèle bidimensionnel. Ce modèle a été introduit par Groma et Balogh. Nous démontrons dans ce cadre un résultat d'existence globale en mettant en œuvre l'estimation sur l'entropie du gradient des solutions. Des simulations numériques de ce modèle sont aussi présentées.

## Abstract

This thesis deals with theoretical and numerical analysis of the dynamics of dislocation densities. Dislocations are the moving defects in the crystals, under the presence of an exterior stress. More generally, the dynamics of dislocation densities is described by a system of transport equations where the velocity field depends non locally on the dislocation densities.

In the first part, we consider a one dimensional framework. We prove, for a simplified  $2 \times 2$  system, some global existence and uniqueness results of solutions as well as an error estimate between the continuous solutions and its numerical approximation, by using a finite difference scheme. Then, based on a new gradient entropy estimate method, we prove a global existence and some uniqueness results for some one dimensional diagonalizable hyperbolic systems.

In the second part of the thesis, we are interested in a more general framework of dislocation densities, where we study a bidimensional model, introduced by Groma and Balogh. For this model we prove a global existence result via the new gradient entropy estimate of the solutions. Some numerical simulations for this model are presented as well.