

Université de Technologie de Compiègne

THESE

pour l'obtention du grade de

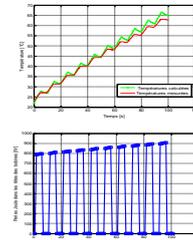
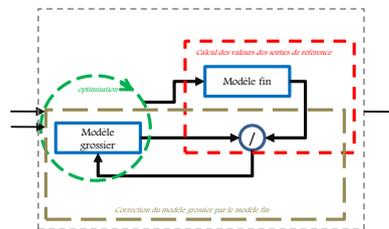
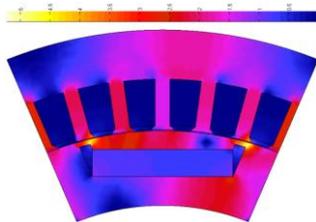
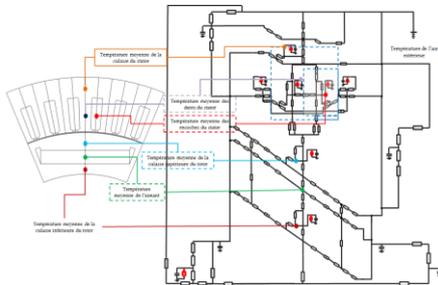
DOCTEUR

Spécialité : Génie Électrique

Par :

Radhouane KHLISSA

Contribution à la définition des méthodes d'optimisation  
rapides et économiques pour le dimensionnement  
d'actionneurs électriques



Laboratoire d'Electromécanique de Compiègne, EA 1006

Soutenue le 15 Juin 2015 devant le jury composé de :

Rapporteurs	<b>GILLON Frédéric</b>	EC Lille – L2EP – Lille
	<b>SARENI Bruno</b>	INP-ENSEEIH – LAPLACE – Toulouse
Examineurs	<b>HOANG Emmanuel</b>	ENS Cachan – SATIE – Cachan
	<b>LANFRANCHI Vincent</b>	UTC- LEC - Compiègne
Directeurs de thèse	<b>FRIEDRICH Guy</b>	UTC- LEC - Compiègne
	<b>VIVIER Stéphane</b>	UTC- LEC - Compiègne



## Résumé:

Ce mémoire est centré sur l'application de la technique d'optimisation de type Space Mapping dans le cadre du dimensionnement d'actionneurs électriques pris en compte par des modélisations multi-physiques. L'intérêt particulièrement recherché de ce type de méthode est la réduction potentiellement forte du coût du dimensionnement optimal.

Cette volonté de réduction du coût de l'approche optimale s'explique par plusieurs considérations. En premier lieu, la modélisation des actionneurs tend à considérer de plus en plus de phénomènes physiques (tels que les phénomènes magnétiques, électriques, thermiques, mécaniques ...) afin de décrire au mieux les phénomènes observés et mesurés. En second lieu il devient alors nécessaire de tenir compte des couplages entre ces physiques afin de traduire au plus juste l'interdépendance de ces phénomènes. Dans ce cadre, un travail particulier a été réalisé concernant la prise en compte des aspects thermiques dans les machines électriques. C'est ainsi qu'un modèle thermique à constantes localisées d'une machine synchrone à aimants permanents a été construit. Pour valider les résultats de calcul et préciser la définition de certains de ses éléments, une démarche expérimentale a été réalisée.

Tous ces points, traduits dans le plan numérique, haussent le coût de l'évaluation des performances des actionneurs, et donc celui de leurs dimensionnements. De là, l'utilisation des techniques d'optimisation basées sur des modèles substituts permet d'envisager des réductions significatives des coûts de dimensionnement.

La technique de Space Mapping est utilisée dans ce travail comme solution pour trouver un compromis entre la qualité des solutions trouvées et le temps de calcul. Plus particulièrement, elle est utilisée pour résoudre un problème de dimensionnement optimal d'une machine synchrone à aimants permanents assurant la fonction de démarreur dans une application de véhicule hybride.

L'approche d'optimisation par Space Mapping a été comparée à celle, plus classique, n'utilisant qu'une seule modélisation de l'actionneur à dimensionner, c'est-à-dire sans modèle substitut. Il est montré que les techniques de Space Mapping sont à même de trouver des solutions de dimensionnement similaires à celles issues d'une approche classique, mais de manière beaucoup plus efficace, i.e. en utilisant un nombre plus faible d'évaluations de la modélisation multi-physique de l'actionneur.

Mots clés : Optimisation – Modélisation multiphysique – Modélisation thermique – Space Mapping – Machine électrique

**Abstract:**

This thesis focuses on the application of the Space Mapping optimization technique in the case of the sizing of electrical actuators taking into account a multi-physical modeling. The main interest in this type of optimization method is to considerably reduce the cost of optimal sizing.

The need to use such optimization approach is due to several considerations. First, electrical actuators modeling tends to increasingly require the consideration of several physical phenomena (such as magnetic, electrical thermal and mechanical phenomena) in order to better describe observed and measured phenomena. Besides, it becomes necessary to take into account couplings between the different physical phenomena to precisely calculate the interdependencies between these phenomena. In this context, taking into account the thermal aspect in the case of electrical machines is particularly highlighted. A lumped parameter model of a permanent magnet synchronous machine is built. An experimental procedure has been followed to validate calculation results and define some elements of the proposed model.

When implemented numerically, all points mentioned above increase the cost of the calculation of the performances of the electrical actuator, and then the cost of the optimal sizing. Thus, the use of an optimization technique based on surrogate models permits to reduce the optimal sizing cost.

Space Mapping technique was used in this work as a solution to find a compromise between the quality of the found results and the calculation time. It is particularly used to solve an optimal sizing problem of a permanent magnet synchronous machine used as starter in a hybrid vehicle application.

The Space Mapping optimization approach was compared to a classical one using a unique modeling of sized the electrical actuator: no surrogate model is used in the classical approach. It is demonstrated that the Space Mapping techniques find optimization results that are similar to those found by the classical approach, yet, in a much more efficiently. Space Mapping techniques require only few calculations of the multi-physical model of the actuator.

Key words: Optimization – Multi-physical modeling – Thermal modeling – Space Mapping – Electrical machine

# Remerciements

Les travaux de ma thèse ont eu lieu au sein du Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne (LEC).

Tout d'abord, je remercie infiniment mes deux directeurs de thèse : Monsieur Guy Friedrich, professeur à l'Université de Technologie de Compiègne et directeur du LEC, et Monsieur Stéphane Vivier, Maître de conférences à l'Université de Technologie de Compiègne. Je suis ravi d'avoir travaillé en leur compagnie, car outre leurs appuis scientifique et technique, ils m'ont toujours soutenu et leurs conseils, notamment lors de la rédaction de mon manuscrit, m'ont apporté beaucoup d'aide.

Je remercie également Monsieur Vincent Lanfranchi, professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance.

Monsieur Frédéric Gillon, Maître de conférences à l'École Centrale de Lille, et Monsieur Bruno Sareni, professeur à l'Institut National Polytechnique de Toulouse, m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse. Vos remarques pertinentes et vos questions m'ont permis de voir mon travail sous un angle différent. Je vous en remercie grandement.

Je remercie aussi Monsieur Emmanuel Hoang, professeur agrégé à l'École Normale Supérieure de Cachan pour avoir accepté d'examiner mon travail et fait partie du jury.

J'ai passé plus de trois ans au LEC dans lequel j'ai rencontré des gens très sympathiques.

Je remercie Alejandro, Anne, Arnaud et Didier.

Khadija (la toujours souriante) et Loïc, votre aide lors de la partie expérimentale était considérable, je vous en suis très reconnaissant.

Je remercie également NicoPat et Christophe pour les discussions scientifiques que nous avons eues. Je vous remercie aussi pour les nombreuses séances de codage, qu'est-ce que c'était violent!

Je remercie les doctorants devenus Docteurs Sullivan, Jaafar, The Dung et Laurent, je leur souhaite des brillantes carrières.

Je remercie les autres doctorants du Laboratoire Azri, Antoine, Ayoub, Olfa, Leila, Marie, Bassel et Paul tout en leur souhaitant bonne continuation. Je remercie également les stagiaires que j'ai pu croiser, notamment, Maria, Ons et Florent.

Je m'adresse encore une fois à Vincent, je suis heureux d'avoir fait ta connaissance. Je te remercie grandement pour ton écoute, ta bonne humeur et ton soutien continu.

C'est avec Nicolas et Romain que j'ai partagé le bureau, deux collègues qui me sont devenus des véritables amis. Je les remercie grandement tous les deux. Grâce à eux, je garderai beaucoup de souvenirs inoubliables de mes années passées à Compiègne ! J'ai tenté de caser l'expression 'fêrule bienveillante' dans mon manuscrit, maintenant, c'est fait.

Je remercie également mes amis Ahmed, Chiheb, Zied, Khalil, Selmen, Moncef, Kais, Ons, Clémence et Adnen.

Je remercie également toutes les personnes qui m'ont soutenu et se sont intéressées à mon travail.

Je remercie énormément de tout mon cœur les membres de ma famille pour leur soutien et encouragement continus.





'That's here. That's home. That's us. On it everyone you love, everyone you know, everyone you ever heard of, every human being who ever was, lived out their lives. The aggregate of our joy and suffering, thousands of confident religions, ideologies, and economic doctrines, every hunter and forager, every hero and coward, every creator and destroyer of civilization, every king and peasant, every young couple in love, every mother and father, hopeful child, inventor and explorer, every teacher of morals, every corrupt politician, every "superstar," every "supreme leader," every saint and sinner in the history of our species lived there-on a mote of dust suspended in a sunbeam.'

Carl Sagan

'Jamais le soleil ne voit l'ombre'

Léonard Da Vinci

À mes parents et mes grands-parents

A mes sœurs et mon frère

A ma tante Mariem qui m'a beaucoup appris avec son courage et sa sagesse.

Je vous aime !



# TABLE DES MATIERES

<b>NOMENCLATURE .....</b>	<b>6</b>
<b>GLOSSAIRE .....</b>	<b>9</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>10</b>
<b>MODELISATION MULTI-PHYSIQUE D’ACTIONNEURS ELECTRIQUES.....</b>	<b>13</b>
<b>I. INTRODUCTION .....</b>	<b>15</b>
<b>II. PHENOMENES PHYSIQUES ETUDIES .....</b>	<b>16</b>
1. ELECTRIQUE .....	16
2. MAGNETIQUE.....	17
3. MECANIQUE .....	17
4. THERMIQUE .....	18
5. COUPLAGES MULTI-PHYSIQUES.....	18
<b>III. TECHNIQUES DE MODELISATION.....</b>	<b>19</b>
1. MODELISATION ANALYTIQUE.....	19
2. MODELISATION PAR RESEAU A CONSTANTES LOCALISEES.....	20
3. MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS .....	21
<b>IV. CONCLUSION .....</b>	<b>22</b>
<b>MODELISATION THERMIQUE DE MACHINES ELECTRIQUES : APPLICATION A LA MACHINE SYNCHROME A AIMANTS PERMANENTS.....</b>	<b>24</b>
<b>I. INTRODUCTION .....</b>	<b>26</b>
<b>II. MODELISATION THERMIQUE .....</b>	<b>26</b>
1. INTRODUCTION.....	26
2. MODELISATION PAR RESEAU A CONSTANTES LOCALISEES.....	27
<b>III. CALCUL DES ELEMENTS DU MODELE THERMIQUE POUR LE CAS DE MACHINES ELECTRIQUES.....</b>	<b>35</b>
1. CALCUL DES SOURCES THERMIQUES.....	36
3. CALCUL DES CAPACITES THERMIQUES.....	39
3. CALCUL DES RESISTANCES THERMIQUES PAR CONDUCTION .....	40
4. CALCUL DES RESISTANCES THERMIQUES PAR CONVECTION.....	44
5. CALCUL DES RESISTANCES THERMIQUES PAR RAYONNEMENT .....	54
6. CONCLUSION.....	56
<b>IV. MODELE THERMIQUE DE LA MACHINE UTILISEE POUR LA VALIDATION EXPERIMENTALE : ADI .....</b>	<b>57</b>
1. PRESENTATION DE L’ADI.....	57
2. MODELE THERMIQUE DE L’ADI .....	58
<b>V. VALIDATION EXPERIMENTALE.....</b>	<b>66</b>

1.	PRESENTATION DU BANC EXPERIMENTAL .....	66
2.	COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS DE SIMULATION ET LES RESULTATS EXPERIMENTAUX .....	67
<b>VI.</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>71</b>

## **OPTIMISATION PAR LA TECHNIQUE DE SPACE MAPPING ..... 73**

<b>I.</b>	<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>75</b>
<b>II.</b>	<b>PROBLEMATIQUE DE LA CONCEPTION OPTIMALE .....</b>	<b>75</b>
<b>III.</b>	<b>METHODE DE SPACE MAPPING .....</b>	<b>79</b>
<b>IV.</b>	<b>CALCUL DE LA FONCTION DE MAPPING AU NIVEAU DES SORTIES (OSM) .....</b>	<b>82</b>
1.	FONCTION DE SPACE MAPPING .....	82
2.	CAS TEST .....	83
3.	OPTIMISATION UTILISANT LE MODELE FIN UNIQUEMENT .....	84
4.	OUTPUT SPACE MAPPING PROPORTIONNEL.....	87
5.	MANIFOLD MAPPING .....	94
<b>V.</b>	<b>OPTIMISATION SUR LE MODELE GROSSIER .....</b>	<b>103</b>
1.	ALGORITHME D'OPTIMISATION.....	103
2.	OPTIMISATION AVEC REGION DE CONFIANCE.....	108
<b>VI.</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>110</b>

## **APPLICATION DE LA METHODE DE SPACE MAPPING POUR LE DIMENSIONNEMENT OPTIMAL / EXPLOITATION D'UN MODELE MULTI- PHYSIQUE ..... 111**

<b>I.</b>	<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>113</b>
<b>II.</b>	<b>DESCRIPTION DE L'APPLICATION .....</b>	<b>114</b>
<b>III.</b>	<b>DEFINITION DU PROBLEME DE DIMENSIONNEMENT OPTIMAL .....</b>	<b>117</b>
1.	INTRODUCTION.....	117
2.	OBJECTIF DE L'OPTIMISATION .....	117
3.	PARAMETRES D'OPTIMISATION.....	118
4.	OBJECTIF DE L'OPTIMISATION.....	124
5.	CONTRAINTES.....	124
	HYPOTHESES .....	124
<b>IV.</b>	<b>DESCRIPTION DES MODELES UTILISES POUR L'OPTIMISATION.....</b>	<b>130</b>
1.	MODELE MAGNETIQUE .....	130
2.	MODELE THERMIQUE.....	135
3.	MODELE ELECTRIQUE.....	139
4.	MODELE MECANIQUE .....	140
<b>V.</b>	<b>COUPLAGES MULTI-PHYSIQUES.....</b>	<b>141</b>
<b>VI.</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>145</b>

**COMPARAISON ENTRE LES OPTIMISATIONS PAR LA TECHNIQUE DE SPACE  
MAPPING ET L'UTILISATION D'UNE APPROCHE CLASSIQUE UNI-MODELE**

.....	147
<b>I. INTRODUCTION .....</b>	<b>149</b>
<b>II. CRITERE DE COMPARAISON CHOISI.....</b>	<b>150</b>
<b>III. PROBLEME D'OPTIMISATION A RESOUDRE .....</b>	<b>152</b>
<b>IV. RESULTATS D'OPTIMISATION DES DEUX METHODES .....</b>	<b>153</b>
1. RESULTATS AVEC LA TECHNIQUE DE L'OSM PROPORTIONNEL .....	155
2. RESULTATS AVEC LA TECHNIQUE DU MM .....	158
3. COMPARAISON ENTRE LES SOLUTIONS TROUVEES .....	160
<b>V. REDUCTION DU NOMBRE DE CALCULS DU MODELE GROSSIER.....</b>	<b>162</b>
<b>VI. CONCLUSION .....</b>	<b>165</b>
 <b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....</b>	 <b>167</b>
 <b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	 <b>171</b>
 <b>ANNEXE 1.....</b>	 <b>180</b>
 <b>ANNEXE 2.....</b>	 <b>183</b>
 <b>ANNEXE 3.....</b>	 <b>186</b>



# Nomenclature

## PROPRIETES PHYSIQUES

- $c_p$  : Capacité calorifique [J/(kg K)]  
 $\beta$  : Coefficient d'expansion thermique [K<sup>-1</sup>]  
 $\varepsilon$  : Emissivité thermique  
 $\lambda$  : Conductivité thermique [W/(m K)]  
 $\lambda_f$  : Conductivité thermique d'un fluide [W/(m K)]  
 $\rho$  : Résistivité électrique [ $\Omega$  m]  
 $\nu$  : Viscosité cinématique [m<sup>2</sup>/s]  
 $\mu$  : Viscosité dynamique [Pa s]  
 $\mu$  : Perméabilité magnétique [H/m]

## CONSTANTES PHYSIQUES

- $g$  : Constante de gravitation [m/s<sup>2</sup>]  
 $\sigma$  : Constante de Stefan Boltzmann [W/(m<sup>2</sup>K)]

## NOMBRES ADIMENSIONNELS

- $G_r$  : Nombre de Grashof  
 $N_u$  : Nombre de Nusselt  
 $P_r$  : Nombre de Prandtl  
 $R_a$  : Nombre de Rayleigh  
 $R_e$  : Nombre de Reynolds  
 $T_a$  : Nombre de Taylor

## GRANDEURS PHYSIQUES

### Grandeurs vectorielles

- $\vec{B}$  : Champ d'induction magnétique [T]  
 $\vec{E}$  : Champ électrique [V/m]  
 $\vec{J}$  : Densité surfacique du courant électrique [A/m<sup>2</sup>]  
 $\vec{\phi}$  : Densité surfacique de la chaleur [W/m<sup>2</sup>]

### Grandeurs scalaires

- $B$  : Induction magnétique [T]  
 $\hat{B}$  : Valeur crête de la densité de flux magnétique [T]  
 $C$  : Capacité thermique [J/(kg K)]  
 $C_{em}$  : Couple électromécanique [Nm]

$C_u$  : Couple utile [Nm]  
 $I$  : Valeur efficace du courant électrique [A]  
 $P_a$  : Pertes aérauliques [W]  
 $P_e$  : Puissance électrique [W]  
 $P_f$  : Pertes fer [W]  
 $P_j$  : Pertes Joule [W]  
 $P_m$  : Puissance mécanique [W]  
 $P_{roul}$  : Pertes dans les roulements mécaniques [W]  
 $Q, q$  : Puissance thermique [W]  
 $T$  : Température [K]  
 $T_{aim}$  : Température moyenne des aimants [K]  
 $T_{enc}$  : Température moyenne des encoches [K]  
 $T_s$  : Température de surface en convection et/ou rayonnement [K]  
 $T_{tb}$  : Température moyenne des têtes des bobines [K]  
 $T_{\infty}$  : Température ambiante [K]  
 $V$  : Tension efficace simple [V]  
 $V_d$  : Tension appliquée dans l'axe direct de la machine [V]  
 $V_q$  : Tension appliquée dans l'axe quadratique de la machine [V]  
 $\Phi$  : Flux de chaleur [W]  
 $\psi_d$  : Flux magnétique dans l'axe direct [Wb]  
 $\psi_q$  : Flux magnétique dans l'axe quadratique [Wb]

#### NOTATIONS ET SYMBOLES MATHEMATIQUES

$C$  : Solution d'un modèle grossier  
 $f$  : fonction objectif  
 $F$  : Solution d'un modèle fin  
 $g$  : Fonctions contraintes  
 $G$  : Contraintes grossières  
 $J_f$  : Matrice Jacobienne calculée sur le modèle fin  
 $J_c$  : Matrice Jacobienne calculée sur le modèle grossier  
 $m$  : Nombre de sorties de la modélisation  
 $n$  : Nombre d'entrées de la modélisation  
 $S$  : Fonction de Space Mapping  
 $X, x$  : Vecteur représentant les variables d'optimisation

$\hat{X}, \hat{x}$  : Vecteur représentant une solution d'optimisation

$\Gamma$  : Contraintes fines

#### AUTRES SYMBOLES

$A$  : Surface d'échange de la chaleur [ $m^2$ ]

$f$  : Fréquence [Hz]

$h_c$  : Coefficient de convection thermique [ $W/(m^2.K)$ ]

$h_{ct}$  : Conductivité thermique de contact [ $W/(m^2.K)$ ]

$h_r$  : Coefficient de rayonnement thermique [ $W/(m^2.K)$ ]

$L$  : Longueur [m]

$N$  : Vitesse de rotation [tours/minute]

$N_{cond}$  : Nombre de conducteurs d'une machine électrique

$N_{enc}$  : Nombre d'encoches

$R_{cont}$  : Résistance thermique de contact [K/w]

$R_{conv}$  : Résistance thermique de convection [K/w]

$R_{ray}$  : Résistance thermique de rayonnement [K/w]

$R_{cv-rd}$  : Résistance thermique de convection et de rayonnement [K/w]

$S$  : Surface [ $m^2$ ]

$v$  : Vitesse linéaire [ $ms^{-1}$ ]

$V$  : Volume [ $m^3$ ]

$\delta$  : Angle de couple [ $^\circ$ ]

$\eta$  : Rendement

$\Omega$  : Vitesse de rotation [rad/s]

$\tau$  : Taux de remplissage de bobine

**NB** : d'autres symboles et notations sont utilisés de manière ponctuelle et sont définis dans ce manuscrit au moment de leur usage

# Glossaire

**ADI** : Alterno-démarreur intégré

**CFD** : Computational Fluid Dynamics

**EF** : Éléments finis

**MSAPI** : Machine synchrone à aimants permanents internes

**MM**: Manifold Mapping

**OSM**: Output Space Mapping

**SM**: Space Mapping

# Introduction générale

L'utilisation des actionneurs électriques est désormais répandue dans toutes les activités industrielles, militaires et civiles [MUL2000]. L'expansion de leurs domaines d'utilisation est portée, notamment, par les domaines de transport terrestre, marin et aérien [VID2004]. En plus de leur attractivité liée à l'utilisation d'une énergie propre qui a un faible impact environnemental, les générateurs et actionneurs électriques se substituent aux systèmes d'actionnement thermiques et hydrauliques en raison de leur faible encombrement, leur entretien facile et leur commande maîtrisée.

La diversification des domaines d'application des actionneurs électriques pour des utilisations et des puissances variées crée le besoin de chercher des solutions optimales lors de la phase de dimensionnement. L'optimalité recherchée dans ce cas a deux aspects différents. Dans un premier lieu il s'agit des contraintes imposées par la compétitivité économique entre les fabricants de ces produits. Le deuxième volet des contraintes est imposé par les clients dont les exigences liées aux spécifications physiques et techniques ne cessent de devenir de plus en plus strictes en fonction des applications pour lesquelles les actionneurs électriques sont dimensionnés [DOE2013].

Cette compétitivité a un impact direct sur le processus de dimensionnement optimal qui doit répondre en même temps à trois objectifs, souvent contradictoires : il s'agit de la nécessité de prise en compte de plusieurs phénomènes physiques et contraintes techniques, du souci d'obtention de résultats de calcul précis permettant un prototypage virtuel qui peut être aisément validé par le prototypage réel et enfin de la considération du coût global du processus de dimensionnement optimal en termes de temps de développement des outils et des techniques de calcul ainsi qu'en temps de calcul nécessaire.

Faible coût du  
dimensionnement optimal

Prise en compte de tous les  
phénomènes physiques

Réalisation de calculs précis et  
fiables

Compromis à considérer pour la résolution d'un problème de dimensionnement optimal

C'est ainsi, que dans ce contexte, ce travail propose une technique de dimensionnement optimal d'actionneurs électriques permettant de trouver un compromis entre ces trois contraintes. Plus précisément, il s'agit d'une démarche de résolution des problèmes de dimensionnement optimal se basant sur une modélisation multi-physique avec un bon niveau de précision des modèles utilisés tout en ayant le souci de réduire le coût de cette tâche.

Le présent manuscrit comporte cinq chapitres.

Le premier chapitre est centré sur la nécessité de la **modélisation multi-physique** ainsi que des techniques de modélisation couramment utilisées dans le cadre des systèmes d'actionnement électriques.

Le deuxième chapitre porte un intérêt particulier sur la **modélisation thermique des machines électriques**. En plus de la présentation des différents phénomènes physiques qui y ont lieu, un modèle tridimensionnel à réseau à constantes localisées est proposé pour le cas d'une machine synchrone à aimants permanents. Ce modèle est ensuite validé expérimentalement en vue de son utilisation dans le cadre d'une résolution de problèmes de dimensionnement optimal.

Le troisième chapitre introduit la technique de **Space Mapping** utilisée dans ces travaux pour l'accélération et la réduction du coût de résolution des problèmes de dimensionnement optimal.

L'**application de la technique de Space Mapping** est présentée dans le quatrième chapitre. Les différentes notions liées à l'utilisation d'une modélisation de substitution ainsi que les techniques de construction de telles modélisations y sont présentées. Ce chapitre est une application dans un cas réel des notions théoriques introduites dans le chapitre précédent.

Le cinquième et dernier chapitre présente une **comparaison des performances entre l'optimisation avec la technique de Space Mapping et une approche classique** n'utilisant qu'une seule modélisation. Il est démontré dans cette partie que la technique de Space Mapping permet une réduction très importantes du coût de résolution d'un problème de dimensionnement optimal.

Les dernières parties de ce document correspondent à la présentation des conclusions et des perspectives liées à ce travail.



Chapitre I :

# **Modélisation multi-physique d'actionneurs électriques**

## Plan du chapitre

<b>I. <u>INTRODUCTION</u></b> .....	<b>15</b>
<b>II. <u>PHENOMENES PHYSIQUES ETUDIES</u></b> .....	<b>16</b>
1. <u>ELECTRIQUE</u> .....	16
2. <u>MAGNETIQUE</u> .....	17
3. <u>MECANIQUE</u> .....	17
4. <u>THERMIQUE</u> .....	18
5. <u>COUPLAGES MULTI-PHYSIQUES</u> .....	18
<b>III. <u>TECHNIQUES DE MODELISATION</u></b> .....	<b>19</b>
1. <u>MODELISATION ANALYTIQUE</u> .....	19
2. <u>MODELISATION PAR RESEAU A CONSTANTES LOCALISEES</u> .....	20
3. <u>MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS</u> .....	21
<b>IV. <u>CONCLUSION</u></b> .....	<b>22</b>

## I. Introduction

Le rôle principal d'une machine électrique est de convertir l'énergie électrique en énergie mécanique (mouvement) ou l'inverse en convertissant dans un sens ou l'autre un mouvement en énergie électrique. Cette conversion obéit à plusieurs lois de physique. Pour que le dimensionnement de cet actionneur puisse prétendre être optimal, il faut avoir une bonne connaissance des phénomènes physiques qui interviennent lors de la conversion de l'énergie.

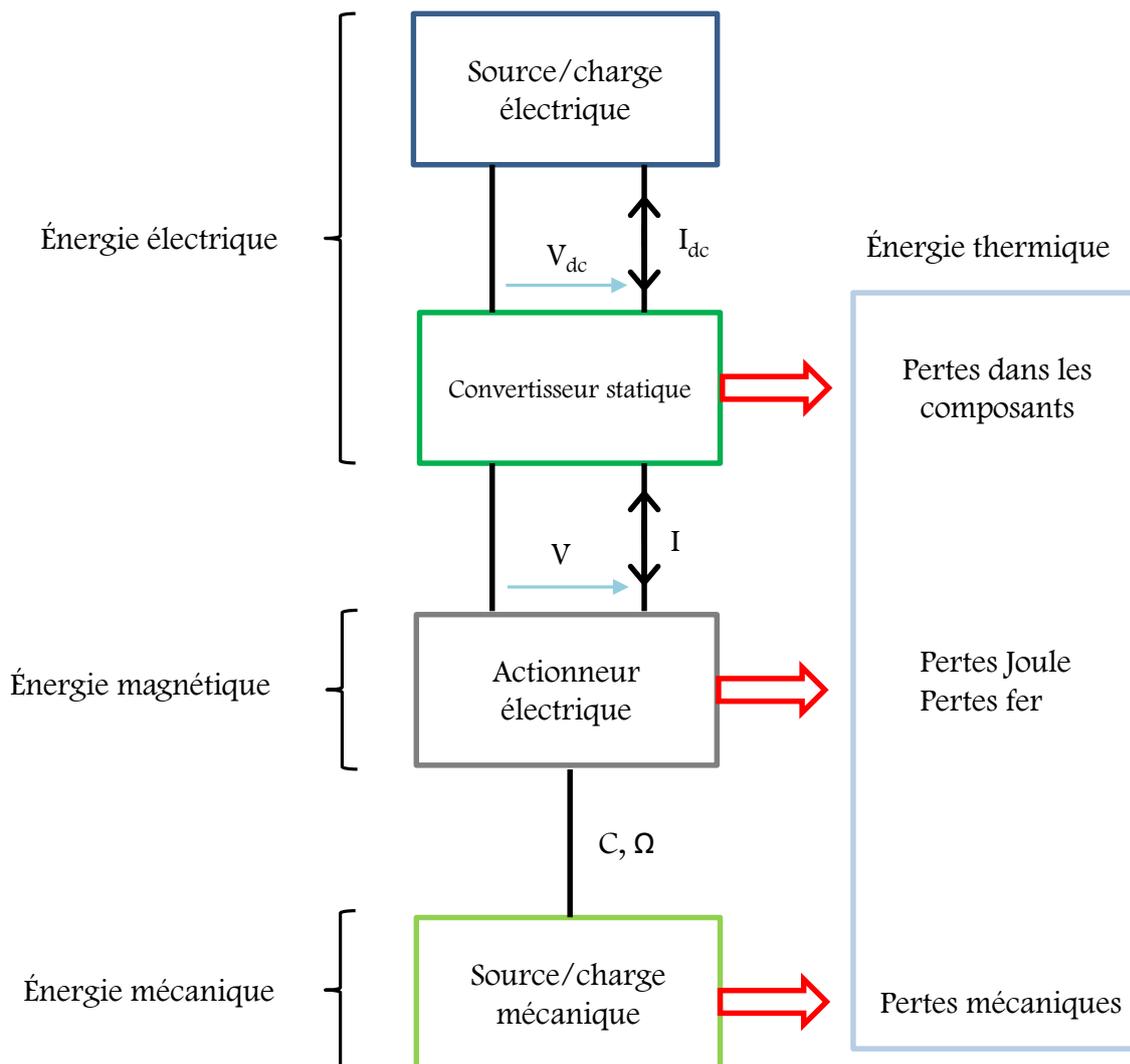


Figure 1.1 Conversion de l'énergie

La figure 1.1 présente les différentes formes prises par l'énergie lors de sa conversion entre une forme électrique (ayant la dimension d'un courant et d'un potentiel électriques) vers de l'énergie mécanique (qu'on peut quantifier à l'aide d'un effort mécanique ou d'un

couple dans le cas d'une rotation et d'une vitesse). Au cours de ce chemin de conversion l'énergie prend une forme magnétique.

Une partie de cette énergie est aussi convertie en chaleur à travers des phénomènes électriques, magnétiques, mécaniques ou parfois chimiques si on prend en compte le système de stockage de l'énergie électrique (batterie). Cette énergie thermique perdue implique notamment la notion de rendement  $\eta$  de l'actionneur qui peut s'écrire dans le cadre d'un fonctionnement moteur comme :

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} \quad (1.1)$$

Où  $P_e$  [W] représente la puissance électrique fournie et  $P_u$  [W] la puissance utile développée. Maximiser le rendement est toujours un but important à atteindre lors d'un dimensionnement d'un actionneur électrique non seulement pour réduire les pertes mais aussi pour limiter l'échauffement de l'actionneur, ce qui provoque des changements des propriétés physiques de matériaux utilisés.

La nécessité d'une modélisation multi-physique pour l'actionneur électrique à dimensionner est principalement due à deux raisons :

- Les différents phénomènes physiques qui interviennent simultanément lors de la conversion d'énergie électrique sont inéluctablement influencés les uns par les autres. Pour calculer avec une bonne précision les grandeurs physiques il faut tenir compte de ces différentes influences : il s'agit des couplages multi-physiques. Dans le cas idéal, la prise en compte des couplages entre les phénomènes physiques mis en jeu permet une simulation qui ne présente aucune erreur par rapport à la réalité, ce qui est très difficilement atteignable.
- L'évolution des besoins industriels se traduit dans les cahiers des charges par l'ajout de contraintes de plus en plus strictes sur les aspects thermiques, le confort acoustique et sur le coût de l'actionneur. Ce fait implique une prise en compte de ces phénomènes lors de la phase de modélisation.

## II. Phénomènes physiques étudiés

### 1. Electrique

La modélisation électrique a pour vocation de déterminer les valeurs des courants et des potentiels électriques dans le système de conversion d'énergie. D'une manière générale, et dans le cadre des fréquences des signaux utilisés habituellement dans les systèmes de conversion d'énergie, les équations de Maxwell ne sont pas spécifiquement résolues pour la

modélisation électrique. Les lois de nœuds et de mailles qui en découlent et qui sont plus simples sont suffisantes.

Elle inclut la modélisation :

- Du système de stockage de l'énergie
- Des conducteurs utilisés
- Des propriétés électriques de la machine
- Du système de commande utilisé

La modélisation électrique est très importante puisqu'elle permet de déterminer l'état des batteries [DO2010], de calculer les lois de commande [NGU2011] ou de déterminer la quantité de chaleur dissipée dans les conducteurs et dans le circuit de commande.

## 2. Magnétique

Dans la plupart des actionneurs électriques, c'est l'énergie magnétique qui est convertie en énergie mécanique et vice-versa. Le calcul de la distribution du champ et du flux magnétique est essentiel pour déterminer les efforts développés ainsi que les grandeurs électriques [JUF1995]. Ces grandeurs physiques dépendent aussi des propriétés magnétiques des matériaux utilisés. La modélisation magnétique requiert ici la résolution des équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{\mathbf{E}}) = -\frac{\partial(\vec{\mathbf{B}})}{\partial t} \\ \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{\mathbf{B}}) = \mu \vec{\mathbf{J}} \end{cases} \quad (1.2)$$

Où  $\vec{\mathbf{E}}$  [V/m] et  $\vec{\mathbf{B}}$  [T] représentent respectivement les champs électrique et d'induction magnétique.  $\vec{\mathbf{J}}$  [A/m<sup>2</sup>] et  $\mu$  [H/m] désignent respectivement la densité surfacique du courant électrique et la perméabilité magnétique du milieu. L'équation de Maxwell Ampère est considérée dans le cadre de l'approximation du régime quasi-stationnaire où les variations du champ de déplacement électrique en fonction du temps sont négligées à basse fréquence.

## 3. Mécanique

La modélisation mécanique des actionneurs électriques permet de calculer les contraintes mécaniques imposées sur les différents points de la structure étudiée et du système de transmission mécanique [JAN2010]. Elle permet aussi de calculer les pertes mécaniques, notamment au niveau des roulements ainsi que les pertes aérodynamiques.

La modélisation mécanique est particulièrement utile pour l'étude du comportement vibro-acoustique des machines électriques [HUB2001] [FAK2011]. En effet, des

harmoniques liés à la forme de la machine et à la forme d'onde des signaux électriques sont à l'origine de bruit souvent indésirable [HAL2014] [PEL2012].

Les vibrations mécaniques peuvent avoir des amplitudes importantes. Ceci peut avoir des conséquences néfastes sur la structure de l'actionneur en provoquant des dégâts dans la structure. En effet, la structure de la machine peut présenter des vitesses de rotation ou des fréquences de mouvement pour lesquelles des vibrations excessives apparaissent au niveau des parties mobiles [BIN2005].

#### 4. Thermique

L'étude du comportement thermique des actionneurs électriques est importante pour répondre aux exigences liées à l'échauffement de dispositif à concevoir et pour prendre en compte les variations des propriétés physiques des matériaux en fonction de la température [MAL2014].

Réaliser un modèle thermique se ramène à résoudre l'équation de la chaleur qui peut s'écrire sous cette forme :

$$\rho c_m \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = q - \text{div}(\vec{\Phi}) \quad (1.3)$$

Où  $T$  [K] représente la valeur locale de température,  $\vec{\Phi}$  [W/m<sup>2</sup>] est la densité surfacique de flux thermique,  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] la masse volumique du milieu,  $c_m$  [J/(kg. K)] la capacité thermique massique et  $q$  [W/m<sup>3</sup>] la quantité volumique de chaleur produite localement.

La modélisation thermique est basée sur les pertes (Joule, fer, mécaniques...) car celles-ci sont des sources thermiques. L'utilisation d'un modèle thermique permet, donc, implicitement de les réduire, ou du moins, les gérer afin d'augmenter le rendement et limiter les conséquences néfastes de l'augmentation de la température dans l'actionneur.

#### 5. Couplages multi-physiques

Les phénomènes physiques électriques, magnétiques, mécaniques et thermiques sont liés entre eux. En plus des liens directs qui traduisent les phénomènes de conversion de l'énergie, le fait qu'une partie de cette dernière est convertie en chaleur provoque un échauffement et donc une modification de l'environnement thermique. La variation de la température a un impact sur toutes les propriétés physiques électriques, magnétiques et mécaniques d'une manière plus ou moins importante d'une propriété à une autre. [CAL2000] présente plusieurs propriétés physiques ainsi que l'impact de la température sur elles.

Un couplage multi-physique peut être pris en compte dans les calculs de deux manières différentes [BRA2012]:

- Il peut être fort dans le cas où toutes les grandeurs physiques sont calculées en même temps. C'est généralement le cas lorsque ces grandeurs ont un niveau d'interaction important.
- Il peut être faible; les grandeurs physiques sont calculées séquentiellement au sein d'un processus itératif. Dans ce cas, les interactions entre ces grandeurs sont prises en compte en calculant les valeurs des unes en fonction des valeurs des autres.

### III. Techniques de modélisation

La modélisation correspond à l'écriture du problème physique sous forme mathématique en liant les sorties du problème (qui correspondent aux grandeurs physiques qu'on souhaite calculer) aux différentes entrées (facteurs) influentes [LJO1994]. Il s'agit de l'écriture des différents phénomènes physiques sous forme mathématique. Une modélisation reproduit virtuellement les phénomènes physiques, et peut permettre de mieux les comprendre et de pouvoir les prévoir en fonction des conditions expérimentales en question. Une modélisation peut être en régime permanent ou transitoire, elle peut aussi être unidimensionnelle ou multidimensionnelle. Dans le cadre de cette étude, la modélisation est le support principal sur lequel se fait la tâche de dimensionnement optimal. Sa précision et son coût de calcul sont deux aspects très importants à considérer. Plusieurs techniques de modélisation peuvent être utilisées.

#### 1. Modélisation analytique

La modélisation analytique se base sur un ensemble d'expressions analytiques permettant de quantifier un ou plusieurs phénomènes physiques. Ce type de modélisation a deux principaux avantages :

- L'utilisation d'expressions mathématiques reliant directement les sorties aux entrées
- Un coût de calcul souvent faible

Le faible coût de calcul des modèles analytiques se heurte souvent à la complexité des géométries des systèmes à modéliser et aux limites de validité des expressions. La modélisation analytique est utilisée pour les phénomènes électriques [CHE2004]. Elle peut être utilisée pour les autres phénomènes physiques mais les résultats de calcul peuvent demeurer approximatifs à cause des lourdes hypothèses à prendre en compte pour pouvoir résoudre le problème analytiquement.

## 2. Modélisation par réseau à constantes localisées

La modélisation par réseau à constantes localisées se base sur l'utilisation des lois de Kirchhoff pour le calcul des grandeurs physiques. Elle permet de simplifier la description et le calcul du comportement des systèmes étudiés.

Cette approche repose sur la segmentation de la structure en un ensemble d'éléments ("tubes de flux") dont la forme et les propriétés physiques permettent un calcul simple des grandeurs physiques. Pour chaque élément on calcule une grandeur qui représente un potentiel, une seconde qui représente un flux.

Chaque élément peut être caractérisé par un ensemble de propriétés physiques analogues à :

- Une résistance au flux
- Une capacité de stockage lorsque l'élément est soumis à une différence de potentiels
- Un élément homogène à une inductance électrique qui caractérise le stockage d'énergie lorsque l'élément est parcouru par un flux

Le tableau ci-dessous présente les analogies entre les différentes grandeurs physiques électriques, magnétiques, thermiques et mécaniques.

Domaine	Électrique	Magnétique	Thermique	Mécanique
Potentiel	Potentiel électrique [V]	Force magnétomotrice [Ampère tours]	Température [K]	Force [N]
Flux	Courant électrique I [A]	Dérivée du flux magnétique par rapport au temps [Wb/s]	Chaleur [W]	Vitesse [m/s]
Élément résistif	Résistance électrique R [ $\Omega$ ]	~	Résistance thermique [K/W]	Frottement [Ns/m]
Élément capacitif	Capacité électrique C [F]	Reluctance [ $H^{-1}$ ]	Capacité thermique [J/K]	Inverse de la raideur [N/m]
Élément inductif	Inductance électrique [H]	~	~	Masse [kg]

**Tableau 1.1 Analogies physiques**

Les travaux présentés dans [BRA2012] présentent une méthodologie détaillée pour la modélisation multi-physique, par réseaux à constantes localisées, d'une machine électrique à aimants permanents.

Le calcul des grandeurs physiques avec cette méthode est souvent peu coûteux en terme de temps de calcul relativement aux méthodes numériques. Il s'agit du principal avantage

de cette technique de modélisation. Le second avantage est une meilleure fiabilité des résultats qu'une simple modélisation analytique vue que cette technique repose sur moins d'hypothèses simplificatrices concernant principalement la prise en compte de la géométrie.

Les inconvénients majeurs de la modélisation par réseaux à constantes localisées sont :

- La nécessité d'une bonne connaissance du système et des phénomènes physiques à modéliser, typiquement pour le choix des tubes de flux à considérer
- La dépendance du modèle de son concepteur liée aux choix des hypothèses de simplification
- Le faible niveau de précision (par rapport à une technique numérique)
- L'inefficacité pour certains problèmes où les grandeurs physiques doivent être calculées au niveau de tous les points de la structure.

### 3. Modélisation par éléments finis

La méthode éléments finis (EF) est une technique numérique de modélisation répandue depuis les années 1970 [ZIE2005]. Comme il est très difficile de résoudre les équations différentielles gérant les phénomènes physiques étudiés, pour des géométries complexes, cette technique propose de mailler la géométrie du système étudié en éléments finis. Un élément fini est défini par une géométrie (un polygone ou un polyèdre) ainsi que l'ensemble des fonctions de base associées à chaque nœud définissant un sommet de cette géométrie. La résolution de ces équations différentielles est ensuite possible en se servant de fonctions d'interpolation et de conditions aux limites liées au problème.

Le système caractérisant globalement un problème éléments finis s'écrit sous la forme :

$$[K]\{A\} = \{F\} \quad (1.4)$$

Où

- $[K]$  représente la matrice globale de rigidité. Cette matrice est formée à partir de la géométrie (position des nœuds, définition des éléments) et des propriétés physiques dans chaque élément
- $\{F\}$  est le vecteur global des sollicitations (sources)
- $\{A\}$  représente le vecteur des solutions pour chaque nœud

Le nombre de nœuds dans un modèle dépend de la taille des éléments (de leur nombre) et de leur type [BIN1992].

Le tableau 1.2 représente la formulation globale d'un problème éléments finis pour différents phénomènes physiques.

Domaine	Propriété physique K	Comportement A	Sollicitations F
Magnétique	Perméabilité magnétique	Champ magnétique	Courant électrique – Aimant permanent
Électrique	Permittivité électrique	Potentiel électrique	Charge électrique
Thermique	Conductivité thermique	Potentiel thermique (température)	Source de chaleur
Mécanique	Raideur	Déplacement	Force

**Tableau 1.2 Éléments de formulation d'un problème EF**

Une fois le système résolu, une phase dite de post processing est nécessaire pour déduire les valeurs d'autres grandeurs physiques non calculées initialement.

La qualité de la solution de l'équation décrite plus haut dépend essentiellement de la qualité du maillage et des méthodes numériques employées pour la résolution du problème.

La méthode éléments finis représente généralement une référence pour la modélisation et le calcul des grandeurs physiques pour les géométries complexes. Elle offre les avantages de garantir une bonne qualité de résultats de calcul ainsi que de proposer des modèles génériques. Ses inconvénients majeurs sont la nécessité d'un temps de calcul important et l'existence d'erreurs numériques de calcul [JOU2013]. La précision des résultats donnés par cette technique est souvent meilleure que celle d'une modélisation analytique ou nodale.

#### IV. Conclusion

Il paraît clair qu'un problème de conception optimale d'un actionneur électrique requiert une modélisation complète, multi-physique des phénomènes physiques mis en jeu. Cette modélisation doit aussi avoir la vertu d'une bonne précision. On note qu'une modélisation multi-physique peut être réalisée avec des modèles de types différents. Il est même envisageable d'avoir un modèle hybride de la même physique ; par exemple, il est possible de construire un modèle magnétique d'une machine électrique en utilisant un réseau de reluctances pour modéliser toute la machine sauf l'entrefer où un modèle analytique peut être utilisé [DHI2014].

La figure 1.2 représente une classification des techniques de modélisation présentées plus haut en fonction de leurs temps de calcul et de la précision de la solution trouvée par rapport à la réalité. On remarque que la simplicité et la rapidité des modèles analytiques sont des avantages qui sont fortement pénalisés par la lourdeur des hypothèses qui y sont prises en compte. Les modèles EF sont quant à eux bien meilleurs en termes de qualité de résultats ; néanmoins, ils présentent un coût de calcul plus important.

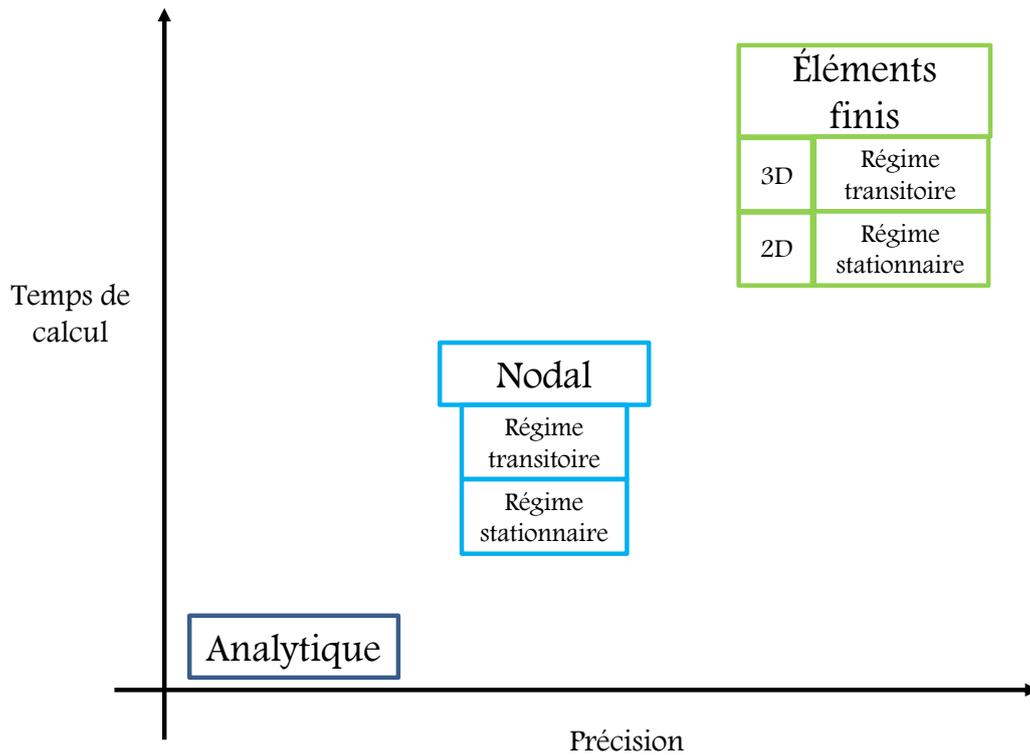


Figure 1.2 Précision et coût de calcul des techniques de modélisation

Même avec des outils numériques performants, il demeure très difficile de mettre en place des modélisations à la fois précises et rapides à calculer, et ce même en bénéficiant de l'amélioration des performances des outils de calcul. Dans une démarche de conception optimale, il est souhaitable de trouver une solution qui implique à la fois le support de calcul des grandeurs physiques (la modélisation) et la méthode ou l'algorithme d'optimisation. Dans ce manuscrit, la technique d'optimisation de Space Mapping est présentée comme solution à ce problème.

Parmi tous les différents aspects couverts par les modélisations multi-physiques, un intérêt plus particulier a été porté sur l'aspect thermique. Dans ce cadre, une modélisation thermique d'une machine synchrone à aimants permanents est présentée dans le chapitre suivant. Le modèle proposé est ensuite validé expérimentalement.

Chapitre II :

# **Modélisation thermique de machines électriques : Application à la machine synchrone à aimants permanents**

## Plan du chapitre

<b>I. INTRODUCTION</b> .....	<b>26</b>
<b>II. MODELISATION THERMIQUE</b> .....	<b>26</b>
1. INTRODUCTION .....	26
2. MODELISATION PAR RESEAU A CONSTANTES LOCALISEES.....	27
<b>III. CALCUL DES ELEMENTS DU MODELE THERMIQUE POUR LE CAS DE MACHINES ELECTRIQUES</b> .....	<b>35</b>
1. CALCUL DES SOURCES THERMIQUES.....	36
3. CALCUL DES CAPACITES THERMIQUES.....	39
3. CALCUL DES RESISTANCES THERMIQUES PAR CONDUCTION .....	40
4. CALCUL DES RESISTANCES THERMIQUES PAR CONVECTION.....	44
5. CALCUL DES RESISTANCES THERMIQUES PAR RAYONNEMENT .....	54
6. CONCLUSION.....	56
<b>IV. MODELE THERMIQUE DE LA MACHINE UTILISEE POUR LA VALIDATION EXPERIMENTALE : ADI</b> .....	<b>57</b>
1. PRESENTATION DE L'ADI .....	57
2. MODELE THERMIQUE DE L'ADI.....	58
<b>V. VALIDATION EXPERIMENTALE</b> .....	<b>66</b>
1. PRESENTATION DU BANC EXPERIMENTAL .....	66
2. COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS DE SIMULATION ET LES RESULTATS EXPERIMENTAUX .....	67
<b>VI. Conclusion</b> 71	

## **I. Introduction**

Dans tous les systèmes de conversion d'énergie, une partie de l'énergie se transforme en chaleur; celle-ci peut être désirée ou bien pénalisante. Cette chaleur se répartit ensuite dans la structure via des phénomènes de transfert et de diffusion dans la structure et modifie ainsi les caractéristiques physiques des matériaux.

En vue d'une conception optimale des actionneurs électriques, la prise en compte des différents phénomènes physiques au cours de la phase de modélisation est indispensable. La connaissance des phénomènes thermiques est particulièrement nécessaire puisque l'augmentation de la température a principalement pour conséquence de limiter les performances du système de conversion électromécanique.

Sans la prise en compte de la variation des températures, les modèles électromécaniques peuvent donner des résultats éloignés de la réalité en raison de l'absence de la considération du couplage entre les phénomènes thermiques et électromécaniques. Ainsi, la modélisation thermique requiert la connaissance des sources de production de chaleur dans le système étudié et les différents modes de transfert des calories afin de connaître les différentes températures en chaque point de la structure.

Dans le présent chapitre, la modélisation thermique des machines électriques est décrite et réalisée par réseaux à constantes localisées. Cette approche est appliquée pour la construction d'un modèle d'une machine synchrone à aimants permanents. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à la validation expérimentale des modèles développés et par la confrontation des résultats de simulation avec les mesures effectuées.

## **II. Modélisation thermique**

### **1. Introduction**

La modélisation thermique peut être réalisée via, principalement, deux approches majeures : numérique ou nodale.

L'approche numérique peut utiliser la méthode des volumes finis, c'est le cas de la modélisation thermique par CFD (computational Fluid Dynamics). Elle est utilisée pour les problèmes où la contribution du transfert par convection thermique est d'une importance primordiale et où la structure est complexe. L'approche CFD permet de se passer du calcul analytique des coefficients de convection thermique. Cette méthode est utilisée, par exemple, pour la modélisation et le dimensionnement des systèmes de ventilation dans les serveurs de calcul [BOG2009].

La méthode des éléments finis est une autre technique numérique qui permet de calculer les températures en chaque point de la structure modélisée. Elle est également utilisée lorsque les fluides sont statiques, contrairement à la CFD. La méthode EF permet de considérer la vraie géométrie de la structure modélisée sans simplifications. L'inconvénient majeur de cette méthode est que la résolution du problème nécessite un coût de calcul assez important. Son second inconvénient est que le calcul des coefficients de transferts thermiques par convection se fait, en général, analytiquement. Un modèle éléments finis thermique peut donc avoir besoin de recalage par rapport à des résultats expérimentaux [BOG2008].

L'approche nodale repose sur un modèle à paramètres localisés, souvent désigné comme un modèle de réseau de résistances thermiques. Elle donne les températures moyennes et, pour certaines hypothèses, maximales des éléments à l'intérieur de la structure modélisée. Ses avantages résident dans sa forme mathématique simple et sa mise en œuvre peu compliquée. Ses inconvénients majeurs sont l'approximation géométrique et la nécessité de recalage par rapport à des résultats expérimentaux [PYR2008] [LI2012].

Cette approche (nodale) est choisie pour réaliser un modèle thermique d'une machine synchrone à aimants permanents. Le temps de calcul relativement faible et le niveau de précision rendent l'utilisation d'un réseau thermique nodal bien adaptée pour être intégré dans une modélisation multi-physique en vue d'un dimensionnement optimal.

## 2. Modélisation par réseau à constantes localisées

Un point donné de l'espace, de masse volumique  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] et de capacité calorifique massique  $c_m$  [J/(kg.K)], peut être siège d'une création et/ou de stockage et de transfert de la chaleur. Selon les lois de la thermodynamique, une partie de l'énergie contenue dans un domaine donné peut être transformée en énergie thermique sous forme de chaleur qui se propage dans l'espace par conduction, convection ou rayonnement.

En désignant par  $q$  [W/m<sup>3</sup>] la quantité de chaleur volumique créée dans le domaine étudié, par  $\vec{\phi}$  [W/m<sup>2</sup>] la densité de flux de chaleur sortante et par  $T(x,t)$  les valeurs locales de la température à l'instant  $t$ , l'équation phénoménologique de la chaleur s'écrit sous la forme [INC2007] :

$$\rho c_m \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = q - \text{div}(\vec{\phi}) \quad (2.1)$$

Ce qui équivaut à dire que la variation de la quantité de chaleur est égale à la différence entre la quantité de chaleur créée intrinsèquement et la quantité de chaleur sortante ou rentrante.

La résolution de cette équation appliquée sur un volume donné permet la détermination de la distribution spatio-temporelle des températures dans ce volume. Cette équation montre aussi qu'il faut distinguer trois phénomènes différents lors de la modélisation thermique qui sont :

- Des résistances thermiques : Elles sont volumiques pour le cas des résistances thermiques par conduction et surfaciques pour le cas de résistances thermiques par convection ou rayonnement

Une résistance thermique  $R$  [K/W] est définie entre deux points donnés par :

$$\Delta T = R \Phi \quad (2.2)$$

Où  $\Delta T$  [K] est la différence de température entre ces deux points et  $\Phi$  [W] est le flux de chaleur d'un point à un autre.

- Des capacités thermiques : Elles représentent le stockage de la chaleur. Il s'agit de composants volumiques.
- Des sources de chaleur : Il s'agit des sources d'énergie thermique (effet Joule, frottement...)

La modélisation thermique par réseau à constantes localisées permet le calcul des températures moyennes des différentes parties de la structure à modéliser. Il s'agit de dresser un circuit thermique équivalent dans lequel on prend en compte les différents flux thermiques possibles.

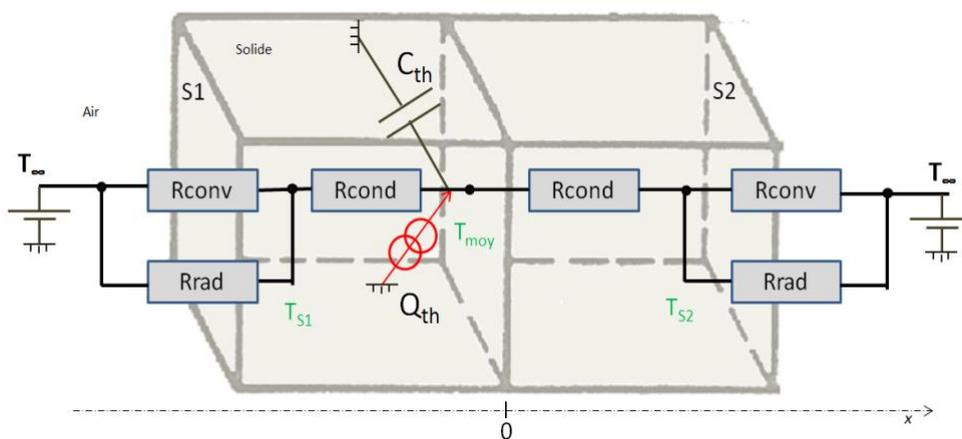


Figure 2.1 Cas typique d'un modèle thermique d'un solide parallélépipédique

La figure 2.1 représente un circuit thermique équivalent d'un solide parallélépipédique dans lequel :

- $Q_{th}$  [W] représente la quantité de chaleur produite
- $C_{th}$  [J/K] représente la capacité thermique
- $R_{cond}$  [K/W],  $R_{conv}$  et  $R_{rad}$  représentent respectivement les résistances thermiques par conduction, convection et rayonnement.
- $T_{moy}$ ,  $T_{s1}$ ,  $T_{s2}$  et  $T_{\infty}$  représentent les températures [K] moyennes respectives du solide, de la surface [m<sup>2</sup>]  $S_1$ , de la surface  $S_2$  [m<sup>2</sup>] et de l'extérieur.

#### a. Production de la chaleur

Dans un modèle thermique à constantes localisées, les sources de chaleur sont analogues à des sources de courant dans un circuit électrique: il s'agit de sources de flux thermiques. La production de chaleur a des origines diverses telles que le frottement mécanique, l'effet Joule ou des phénomènes chimiques exothermiques. Une évaluation précise de ces sources ainsi que leur localisation est nécessaire pour une modélisation thermique précise.

#### b. Stockage de la chaleur

Une partie de la chaleur transférée ou produite est stockée dans les matériaux de la structure en raison de leur capacité calorifique. La capacité thermique dépend donc des matériaux et de leurs volumes correspondants.

La capacité thermique massique d'un matériau est la quantité de chaleur nécessaire pour augmenter de un Kelvin la température d'un kilogramme de ce matériau [OKO2010]. Cette capacité est spécifique du matériau et dépend généralement de la température et elle est exprimée en [J/(kg.K)]. Pour un matériau de volume  $V$  [m<sup>3</sup>], de capacité calorifique massique  $C_m$  et de masse volumique  $\rho$ , la capacité thermique vaut :

$$C = C_m \rho V \quad (2.3)$$

#### c. Phénomènes de transfert de la chaleur

Il existe trois modes différents de transfert de la chaleur : la conduction, la convection et le rayonnement. Le calcul des résistances thermiques correspondant à chaque mode est présenté par la suite.

##### i. Conduction thermique

La conduction thermique est le mode de transfert de l'énergie thermique (chaleur) qui est dû à la différence de températures dans un solide, un fluide ou un matériau où la masse est contiguë. Au niveau microscopique, ce mode de transfert se manifeste par le

mouvement libre d'électrons, la vibration des mailles du solide et par la collision entre les particules. Dans ce phénomène, il n'y a pas de mouvement macroscopique de matière [KOH2006].

La loi de Fourier donne le principe de base de ce mode de transfert. Elle indique que le flux de chaleur par conduction est proportionnel au gradient de température. La formulation mathématique est donnée par [KOH2006]:

$$\vec{\phi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (2.4)$$

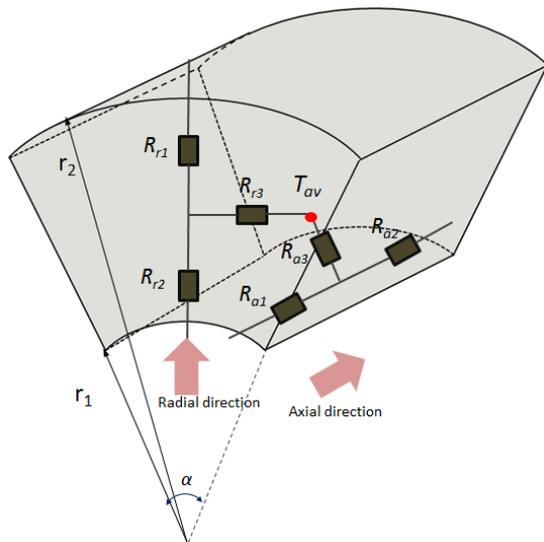
$\lambda$  [W/(mK)] désigne la conductivité thermique du matériau.

Dans le cadre de la modélisation thermique par réseau à constantes localisées, les résistances thermiques de conduction sont calculées en fonction de :

- La géométrie du volume à modéliser
- La direction de transfert de chaleur
- La conductivité thermique du matériau dans le volume

Les figures 2.2 et 2.3 présentent le calcul des résistances thermiques par conduction dans les cas de géométrie cylindrique et parallélépipédique dans les directions axiale ( $R_a$ ) et radiale ( $R_r$ ) [KUT2013].

La valeur de la conductivité thermique du matériau ( $\lambda$ ) peut dépendre dans certain cas de la direction de transfert de chaleur. La température moyenne du volume modélisé est  $T_{av}$ . Les résistances  $R_{r3}$  et  $R_{a3}$  sont prises en compte dans le cas de l'existence de production de chaleur et ne sont pas calculées s'il n'y a pas de source de chaleur.



$$R_{r1} = \frac{1}{2 \alpha \lambda L_z} \left( 1 - \frac{2r_1^2 \log \frac{r_2}{r_1}}{(r_2^2 - r_1^2)} \right)$$

$$R_{r2} = \frac{1}{2 \alpha \lambda L_z} \left( \frac{2r_2^2 \log \frac{r_2}{r_1}}{(r_2^2 - r_1^2)} - 1 \right)$$

$$R_{r3} = \frac{-1}{4 \alpha \lambda L_z (r_2^2 - r_1^2)} \left( r_2^2 + r_1^2 - \frac{4r_1^2 r_2^2 \log \frac{r_2}{r_1}}{(r_2^2 - r_1^2)} \right)$$

$$R_{a1} = \frac{L_z}{\alpha \lambda (r_2^2 - r_1^2)}$$

$$R_{a2} = \frac{L_z}{\alpha \lambda (r_2^2 - r_1^2)}$$

$$R_{a3} = \frac{-L_z}{3 \alpha \lambda (r_2^2 - r_1^2)}$$

Figure 2.2 Cas d'une géométrie cylindrique

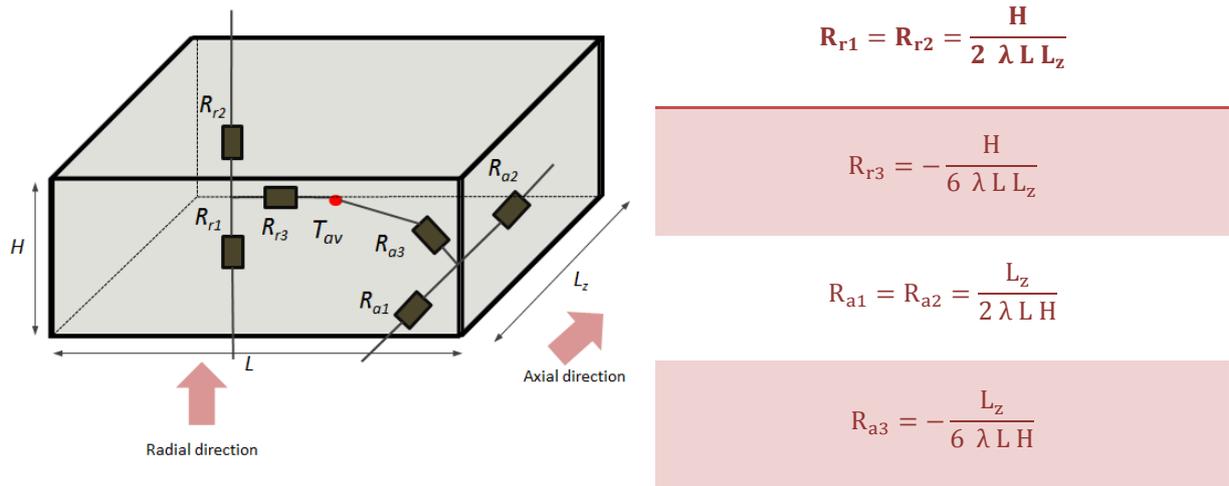


Figure 2.3 Cas d'une géométrie parallélépipédique

Au contact de deux solides, une résistance thermique de contact se crée. Elle provoque une différence de température locale. Cette résistance est due à l'imperfection du contact au niveau microscopique créant ainsi une résistance à la transmission de la vibration des particules.

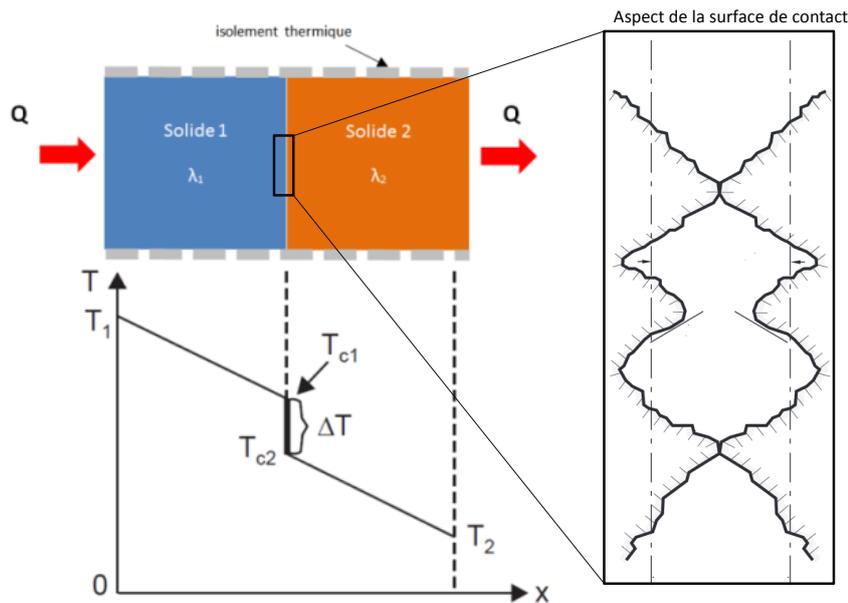


Figure 2.4 : Résistance thermique de contact

L'estimation de cette résistance permet la détermination de la résistivité des solides hétérogènes et ayant des compositions particulières tels que les fils gainés et les volumes feuilletés. Cette résistance dépend des facteurs suivants :

- Surface de chaque face
- L'aspect de la surface de contact
- Matériaux en contact
- Pression de contact exercée

- Le matériau existant dans la zone de contact

La valeur de la résistance thermique de contact est principalement déterminée expérimentalement. On définit une conductivité surfacique de contact thermique  $h_{ct}$  [W/(Km<sup>2</sup>)], et ainsi la résistance thermique de contact s'écrit :

$$R_{cont} = \frac{1}{A h_{ct}} \quad (2.5)$$

A représente la surface de contact entre les solides.

[HAS2012] présente plusieurs corrélations analytiques utilisées pour l'estimation de la conductivité thermique de contact dans différents cas de figure.

ii. Convection thermique

La convection peut être définie par la transmission de la chaleur à travers la paroi qui sépare deux milieux différents dont l'un, au moins, est un fluide. Elle peut être accompagnée d'un transfert de masse dans le cas de changement de phase. Au cours du transfert par convection, le flux d'énergie se produit à la surface d'échange uniquement par conduction. Mais dans les couches suivantes de fluide, la conduction et la diffusion de masse en mouvement dans l'échelle moléculaire ou au niveau macroscopique interviennent simultanément [INC2007].

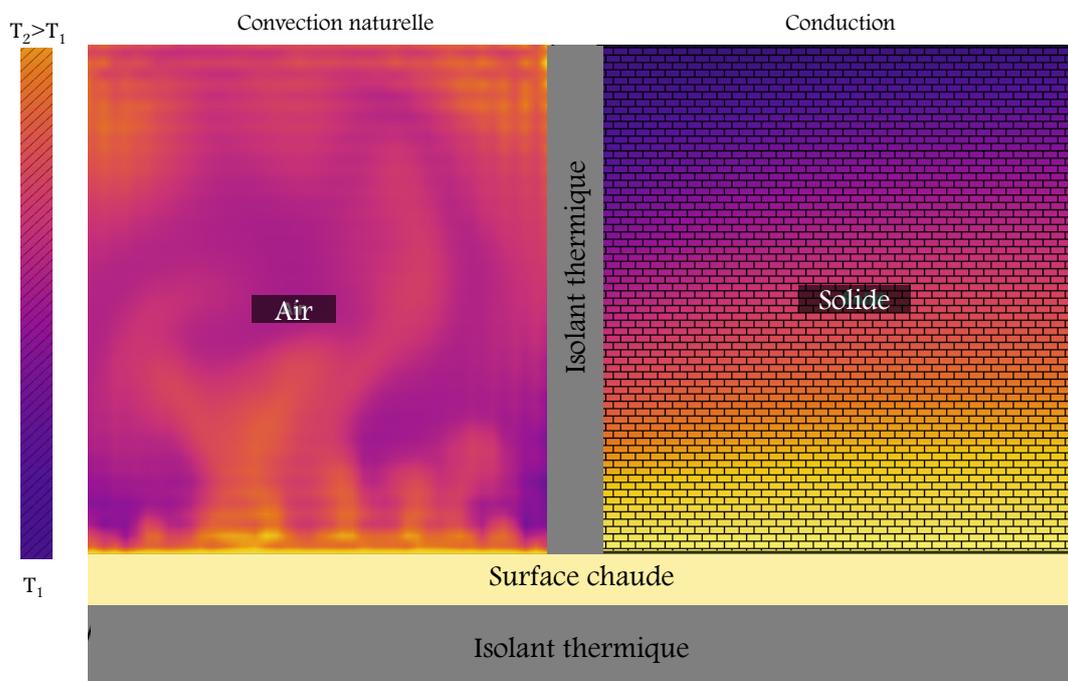
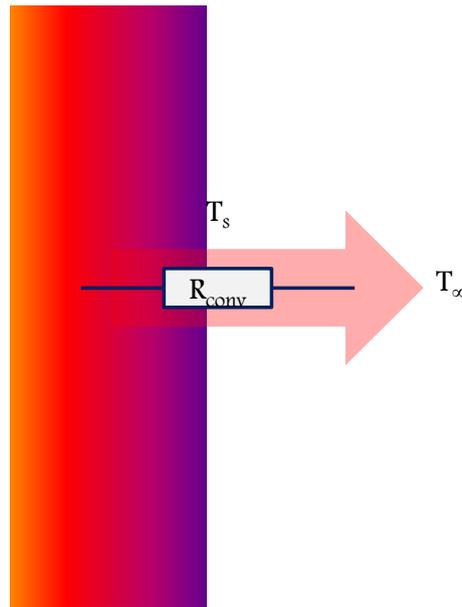


Figure 2.5 Comparaison de l'écoulement de la chaleur entre les phénomènes de convection et de conduction

La convection est forcée dans le cas où un fluide est propulsé à proximité de la surface d'échange. Elle est naturelle quand les particules de fluide bougent sous l'effet des variations de la masse volumique locale en fonction de la température. Le mouvement du fluide peut être laminaire ou turbulent.

Un coefficient de transfert thermique par convection  $h_c$  est défini. Il permet de calculer la quantité de chaleur transmise de la surface du solide au fluide.

$$\Phi = A h_c (T_s - T_\infty) \text{ [W]} \quad (2.6)$$



**Figure 2.6 Représentation d'une résistance thermique de convection**

Cette loi dite de Newton indique que la quantité de chaleur transmise entre un solide de température  $T_s$  et un fluide de température  $T_\infty$  est proportionnelle à la surface de la zone d'échange  $A$  [ $m^2$ ], au gradient des températures [K] et au coefficient de transfert convectif  $h_c$  [ $W/(m^2K)$ ].

Une résistance thermique de convection  $R_{conv}$  est donc un élément surfacique dans le réseau nodal, elle est exprimée par :

$$R_{conv} = \frac{1}{A h_c} \quad (2.7)$$

Le calcul de la résistance thermique par convection passe donc par la détermination du coefficient de transfert thermique convectif qui dépend du mode de refroidissement (convection naturelle ou forcée), du type de l'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent), de la forme et l'orientation de la surface d'échange et des propriétés physiques du fluide.

En général, ce coefficient de convection est calculé en utilisant des nombres adimensionnels utilisés dans des corrélations analytiques déduites à partir de données expérimentales [EVE1956]. Le tableau 2.1 présente certains de ces nombres.

Nombre	Formule	Description
<b>Grashof</b>	$G_r = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$	Rapport entre les forces de poussée aérostatique et les forces de viscosité
<b>Nusselt</b>	$N_u = \frac{h_c L}{\lambda_f}$	Rapport entre la convection et la conduction thermique
<b>Prandtl</b>	$P_r = \frac{c_p \mu}{\lambda_f}$	Rapport entre le moment et la diffusivité thermique
<b>Reynolds</b>	$R_e = \frac{VL}{\lambda_f}$	Rapport entre la force d'inertie et les forces de viscosité
<b>Rayleigh</b>	$R_a = G_r P_r$	Rapport entre la conduction et la convection forcée

**Tableau 2.1 Présentation des différents nombre adimensionnels utilisés**

- $T_s$  et  $T_\infty$  : respectivement températures de la surface d'échange et du fluide [K]
- $L$  : Longueur caractéristique du solide [m]
- $g$  : constance de gravité [ $ms^{-2}$ ]
- $\beta$  : coefficient d'expansion thermique [ $K^{-1}$ ]
- $\nu$  : Viscosité cinématique du fluide [ $m^2s^{-1}$ ]
- $\lambda_f$  : conductivité thermique du fluide [ $W/(m K)$ ]
- $c_p$  : capacité calorifique du fluide [ $J/(kg K)$ ]
- $\mu$  : Viscosité dynamique du fluide [Pa s]
- $V$  : vitesse de l'écoulement du fluide [ $ms^{-1}$ ]

Typiquement, le calcul du nombre de Nusselt permet la déduction du coefficient de transfert thermique par convection et, par la suite, la quantité de chaleur transmise par convection.

iii. Rayonnement thermique

Le procédé par lequel la chaleur est transférée à partir d'un corps en vertu de sa température, sans l'aide d'aucun support, est appelé rayonnement thermique. L'énergie

rayonnée est transportée par des ondes électromagnétiques. Le rayonnement se fait à la vitesse de la lumière dans le vide [WES2001].

La quantité d'énergie thermique, notée  $Q$ , rayonnée pour un corps à la température  $T$  et se trouvant dans un milieu à la température  $T_{\text{ext}}$  ou bien situé en vis-à-vis avec un autre corps à la température  $T_{\text{ext}}$  est donnée par [BER1999]:

$$Q = \sigma \epsilon A (T^4 - T_{\text{ext}}^4) \quad [\text{W}] \quad (2.8)$$

Par analogie au coefficient de transfert thermique convectif, on définit un coefficient de transfert thermique par rayonnement  $h_r$  par :

$$h_r = \epsilon \sigma (T^2 + T_{\text{ext}}^2) (T + T_{\text{ext}}) \quad [\text{K/Wm}^2] \quad (2.9)$$

$\epsilon$  et  $\sigma$  représentent respectivement l'émissivité thermique de la surface et la constante de Stefan Boltzmann. A travers une surface donnée  $A$  on définit donc une résistance thermique par rayonnement  $R_{\text{ray}}$  donnée par :

$$R_{\text{ray}} = \frac{1}{A h_r} \quad (2.10)$$

Comme son expression le montre, cette résistance thermique est non linéaire. D'une manière générale, sur une surface donnée en contact avec un fluide, on définit une résistance thermique unifiée de convection et de rayonnement pour simplifier les calculs du modèle. Cette résistance est exprimée par :

$$R_{\text{cv-ra}} = \frac{1}{A (h_r + h_c)} \quad (2.11)$$

Cette expression est la considération de deux résistances thermiques mises en parallèle dont l'une est pour le transfert par convection et l'autre est pour le transfert par rayonnement.

### III. Calcul des éléments du modèle thermique pour le cas de machines électriques

Pour la construction d'un modèle thermique à constantes localisées, il est nécessaire de calculer trois types d'éléments: ils concernent la production, le stockage et le transfert. Dans cette partie, le calcul des différents éléments est présenté en fonction de plusieurs facteurs :

- Les différents modes et phénomènes de conversion d'énergie électrique, magnétique ou mécanique en chaleur.
- L'aspect de la zone de stockage de chaleur : homogène ou hétérogène

- Les différents modes de transfert de la chaleur
- L'isotropie ou l'anisotropie des solides vis-à-vis du transfert de la chaleur par conduction

### 1. Calcul des sources thermiques

Dans une machine électrique et en absence d'apport de chaleur extérieure, la chaleur peut être produite par effet Joule, dans les tôles de fer lors de la variation du champ magnétique ou à cause de frottements mécaniques.

#### a. Calcul des pertes Joule

L'effet Joule correspond à la quantité d'énergie perdue par échauffement du conducteur due à la présence d'une résistance interne au passage du courant électrique. Les pertes Joule totales sont données par l'expression suivante:

$$P_j = RI^2 \quad (2.12)$$

Où  $R$  [ $\Omega$ ] représente la résistance électrique interne du conducteur (dans tous les phases) et  $I$  [A] la valeur efficace du courant. Les valeurs des pertes Joule au niveau des encoches et des têtes de bobines sont déterminées essentiellement en fonction de la résistance de chaque partie. Elles sont données par

$$P_{jenc} = N_{enc} \rho_{cu}(T) \frac{N_{cond} L_{enc}}{S_{cond}} I^2 \quad [W] \quad (2.13)$$

$$P_{jchign} = N_{chign} \rho_{cu}(T) \frac{N_{cond} L_{chign}}{S_{cond}} I^2 \quad [W] \quad (2.14)$$

Avec :

$\rho_{cu}(T)$	La résistivité du cuivre à la température T	[ $\Omega.m$ ]
$L_{enc}$	Longueur d'une encoche	[m]
$L_{chign}$	Longueur d'un chignon	[m]
$I$	Valeur efficace du courant dans un conducteur	[A]
$N_{enc}$	Nombre d'encoches	~
$N_{chign}$	Nombre de chignons	~
$N_{cond}$	Nombre de conducteurs par encoche	~
$S_{cond}$	Section des conducteurs	[ $m^2$ ]

La valeur de la résistance  $R$  doit être calculée de manière précise car elle impacte l'estimation des pertes Joule pour les courants forts. De plus, l'influence de la température sur la conductivité thermique du cuivre doit être obligatoirement considérée.

### b. Calcul des pertes fer

Le phénomène d'hystérésis et les courants de Foucault induisent d'autres pertes dans les machines électriques ; il s'agit des pertes fer. Elles dépendent principalement des propriétés des tôles de fer utilisées, des niveaux d'induction magnétique atteints, de la vitesse de rotation de la machine, du contenu harmonique des signaux statoriques ainsi que d'autres facteurs [YAM2006].

#### i. Formule de Steinmetz

La formule de Steinmetz donne une valeur des pertes fer pour un régime purement sinusoïdal. Les pertes fer volumiques  $p_f$  sont données par l'expression suivante [KRI2010] :

$$p_f = k f^a \hat{B}^b \quad [\text{W/m}^3] \quad (2.15)$$

$k$ ,  $a$  et  $b$  sont des paramètres liés au matériau ferromagnétique utilisé.

$f$  [Hz] est la fréquence du champ magnétique

Cette expression ne prend pas en compte la totalité des pertes dans le fer ainsi que le contenu harmonique qui n'est pas négligeable surtout à haute vitesse de rotation. On peut utiliser cette expression pour le calcul des pertes fer à faible fréquence.

#### ii. Formule de Bertotti :

Dans le modèle de Bertotti les pertes moyennes sont évaluées sur une période et en utilisant une expression qui décompose les pertes en trois termes différents sous la forme [BER1988] :

$$P_{f\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T P_f(t) dt = K_h \hat{B}^2 f + \frac{e}{12 T \rho} \int_0^T \left( \frac{dB(t)}{dt} \right)^2 dt + \frac{K_e}{T} \int_0^T \left( \frac{dB(t)}{dt} \right)^{3/2} dt \quad [\text{W/m}^3] \quad (2.16)$$

Le premier terme désigne les pertes par hystérésis.  $\hat{B}$  [T] désigne la valeur maximale de l'induction magnétique et  $f$  [Hz] sa fréquence de variation.

Le second terme quantifie les pertes par courants de Foucault. En supposant l'homogénéité du matériau, ces pertes dépendent de la variation quadratique de l'aimantation en fonction du temps ainsi que de l'épaisseur des tôles de fer  $e$  [m] et de leur résistivité électrique  $\rho$  [ $\Omega \cdot m$ ].

Les pertes par excès sont calculées dans la troisième composante de la formule de Bertotti. Les coefficients  $K_e$  et  $K_h$  sont déterminés par recalage avec les mesures expérimentales.

On remarque que cette formule de Bertotti permet aussi de calculer les pertes fer pour les différents harmoniques de B. Cependant, il est plus courant de considérer uniquement le fondamental.

Les pertes fer peuvent être également estimées en fonction des caractéristiques du fer fournies par les constructeurs. Ces données permettent de calculer la quantité d'énergie dissipée dans un volume de fer en fonction de la température, de la vitesse de rotation de la machine et de la densité du flux magnétique. Ces données sont générées à partir de résultats expérimentaux.

### c. Calcul des pertes mécaniques

#### i. Pertes dans les paliers

Les pertes dans les paliers constituent la partie majeure des pertes mécaniques. Elles sont dues aux forces de frottements mécaniques. Pour calculer ces pertes, on utilise la formule [SKF]:

$$P_{\text{roul}} = 1.5 \cdot 10^{-5} M_i n \quad [\text{W}] \quad (2.17)$$

Avec n désignant le nombre de roulements et  $M_i$  est le moment des forces de frottement qui est calculé par :

$$M_i = 0.5 * \mu F_i d \quad [\text{Nm}] \quad (2.18)$$

Avec  $\mu$  est le coefficient de frottement du roulement,  $F_i$  [N] la force appliquée sur le roulement et d [m] le diamètre d'alésage. D'autres formules peuvent être utilisées pour le calcul de ces pertes en se référant au constructeur ou en réalisant des mesures expérimentales.

#### ii. Pertes aérauliques :

Les pertes aérauliques sont dues au frottement de l'air avec la surface du rotor lors de sa rotation. Ces pertes deviennent significatives essentiellement lorsque la machine tourne à grande vitesse. La puissance dissipée dans l'entrefer et due à ce type de pertes s'écrit sous la forme [YAM1962] :

$$P_a = \rho \pi r_i^2 L v^2 C_f \quad [\text{W}] \quad (2.19)$$

Avec

$\rho$  [kgm<sup>-3</sup>]

Masse volumique de l'air

$r_i$ [m]	Rayon externe du rotor
$L$ [m]	Longueur moyenne de l'entrefer
$v$ [ $\text{ms}^{-1}$ ]	Vitesse linéaire
$C_f$	Coefficient de frottement pariétal

Le coefficient de frottement peut être calculé par deux méthodes présentées dans Vasilecu [VAS2002] et Yamada [YAM1962].

#### d. Conclusion

Le calcul des pertes thermiques est essentiel pour connaître in fine la répartition des températures dans la machine. Il est important de les calculer avec précision afin de correspondre aux résultats expérimentaux. Une bonne modélisation thermique passe par une quantification précise des pertes et des phénomènes de transfert. Le couplage multi-physique est nécessaire ici vu que les différentes pertes peuvent dépendre des variations des propriétés et des grandeurs électriques, magnétiques et mécaniques. Ainsi, les sources thermiques sont souvent non linéaires car elles sont calculées à partir de composants et matériaux dont les propriétés physiques dépendent notamment de la température.

### 3. Calcul des capacités thermiques

Il est bien évident que les capacités thermiques n'interviennent que lors des calculs thermiques temporels (régimes transitoires). Le calcul des valeurs des capacités thermiques dépend du matériau et du volume de l'élément à modéliser.

Des formules d'homogénéisation sont nécessaires en cas de milieux hétérogènes tels que les bobinages et les paquets de tôles. Les valeurs des capacités thermiques peuvent varier en fonction de la température.

#### i. Enroulements

Les enroulements sont des milieux hétérogènes : dans les encoches et les têtes de bobines se trouvent du cuivre et de l'isolant électrique. La formule d'homogénéisation inclut donc ces deux matériaux en négligeant l'éventuelle existence de volumes d'air.

$$C_{\text{enc}} = [C_{\text{mCu}}\rho_{\text{Cu}}\tau + C_{\text{mrés}}\rho_{\text{rés}}(1 - \tau)]V_{\text{enc}} \quad [\text{J}/(\text{kgK})] \quad (2.20)$$

Le calcul de la capacité thermique des encoches est donné par la formule ci-dessus.  $C_{\text{mCu}}$  et  $\rho_{\text{Cu}}$ , respectivement  $C_{\text{mrés}}$  et  $\rho_{\text{rés}}$ , représentent les valeurs de la capacité thermique massique et la masse volumique respectivement du cuivre et de la résine.  $\tau$  est le taux de remplissage de l'encoche et  $V_{\text{enc}}$  représente le volume des encoches.

La même expression peut être utilisée pour le calcul de la capacité thermique des chignons. En supposant que le taux de remplissage est inchangé, il suffit de remplacer la valeur du volume  $V_{enc}$  par celui des chignons  $V_{tb}$ .

$$C_{tb} = [C_{m_{cu}}\rho_{cu}\tau + C_{m_{rés}}\rho_{rés}(1 - \tau)]V_{tb} \quad (2.21)$$

### ii. Fer : Culasses et dents

En utilisant les mêmes propriétés thermo physiques que pour le cas de milieux homogènes, la capacité thermique du fer laminé s'écrit en fonction des capacités thermiques massiques, volumes et masses volumiques respectifs du fer et de l'isolant:

$$C_{fer} = C_{mf}V_f\rho_f + C_{miso}V_{iso}\rho_{iso} \quad (2.22)$$

L'effet capacitif des lames de fer s'additionne à celui de l'isolant. L'effet capacitif de l'isolant est souvent négligé parce que son épaisseur (environ 1  $\mu\text{m}$ ) est très inférieure à celle d'une lame de fer pur (qui est de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre).

### iii. Aimant, carter et air dans les cavités

Il s'agit de milieux homogènes. La valeur de la capacité thermique est le produit du volume, de la masse volumique et de la capacité calorifique massique de l'aimant, de l'aluminium (pour le carter) ou de l'air dans les cavités. Les dépendances des capacités thermiques de ces matériaux en fonction de la température ne sont pas significativement importantes et il peut être envisagé de ne pas les prendre en compte.

Matériau	Capacité thermique à 20°C	Capacité thermique à 100°C
	[J/(kg.K)]	[J/(kg.K)]
<b>Air</b>	100.5	100.9
<b>Fer</b>	460	450
<b>Aluminium</b>	897	895
<b>Cuivre</b>	385	385
<b>Résine</b>	1250	1250
<b>Aimant (NdFeB)</b>	420	421

**Tableau 2.2** Capacités calorifiques massiques de certains matériaux utilisés dans les machines électriques

## 3. Calcul des résistances thermiques par conduction

Le calcul des résistances thermiques de conduction est réalisé à l'aide des expressions présentées dans § Chapitre II-II-2-c-i. Il est important de prendre en compte la forme du

volume à modéliser et la valeur de la conductivité thermique pour chaque direction de propagation de chaleur considérée.

Matériau	Conductivité thermique à 20°C [W/(m.K)]	Conductivité thermique à 100°C [W/(m.K)]
Air	0.0257	0.0314
Fer	73	67
Aluminium	204	206
Cuivre	386	380
Résine	0.15	0.15
Aimant (NdFeB)	6.5	6.5

**Tableau 2.3 Conductivités thermiques de certains matériaux utilisés dans les machines électriques**

Le tableau 2.3 présente les valeurs des conductivités thermiques de certains matériaux utilisés pour la fabrication de machines électriques.

**a. Milieux homogènes : Aimant, carter, arbre**

Dans le cas de milieux homogènes, tels que les aimants, le carter (en aluminium) l'arbre (acier) dont les conductivités thermiques sont connues, les valeurs des résistances thermiques dans le modèle dépendent donc de leur forme géométrique qui peut être parallélépipédique ou cylindrique.

**i. Enroulements**

La conductivité thermique des enroulements dépend de plusieurs facteurs notamment la disposition relative des conducteurs et la forme de leur section de coupe [REN2003]. Plusieurs modèles d'homogénéisation ont été établis [GEN1981] [CHA2001]. Dans le cas d'une machine à flux radial, pour calculer les conductivités thermiques dans la direction radiale et orthoradiale des encoches et les conductivités dans la direction radiale et axiale pour les chignons la formule d'homogénéisation suivante peut être utilisée [REN2003] :

$$\lambda_{\text{éq}} = \frac{(1+\tau)\lambda_{\text{cu}}+(1-\tau)\lambda_{\text{iso}}}{(1-\tau)\lambda_{\text{cu}}+(1+\tau)\lambda_{\text{iso}}} \quad (2.23)$$

Cette formule donne la conductivité thermique équivalente du bobinage en fonction des conductivités du cuivre  $\lambda_{\text{cu}}$  et de l'isolant  $\lambda_{\text{iso}}$  ainsi que du taux de remplissage des encoches. Elle peut être utilisée pour les enroulements à conducteurs à forme cylindrique.

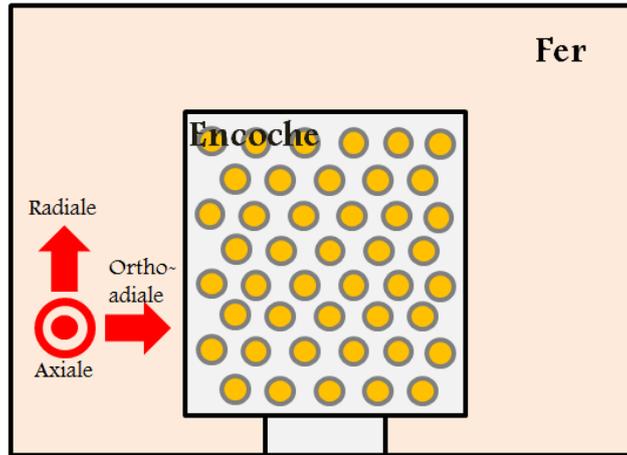


Figure 2.7 Directions de flux de chaleur dans une encoche

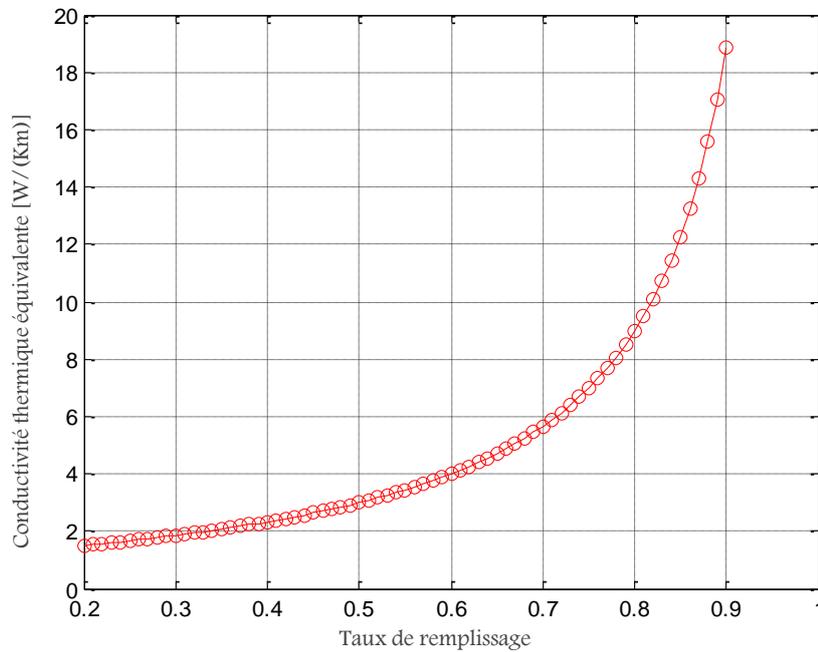


Figure 2.8 Variation de la conductivité thermique équivalente du bobinage en fonction du taux de remplissage

Pour la direction axiale de propagation de flux de chaleur dans les encoches et une direction orthoradiale pour les têtes de bobines, une autre formule d'homogénéisation doit être utilisée :

$$\lambda_{\text{éq}} = \frac{\lambda_{\text{cu}}\lambda_{\text{iso}}}{(1-\tau)\lambda_{\text{cu}} + \tau\lambda_{\text{iso}}} \quad (2.24)$$

On remarque que la présence de l'isolant provoque une diminution importante de la conductivité thermique équivalente du bobinage dans les différentes directions de propagation de la chaleur malgré la bonne conductivité thermique du cuivre.

ii. Fer : Culasse et dents

Un paquet de tôles d'une machine électrique (à flux radial) est formé d'un empilement (dans le sens axial) de tôles ferromagnétiques séparées par de l'isolant : la conductivité thermique équivalente revient à considérer des résistances thermiques en série. Lorsqu'il s'agit de la direction axiale de transfert de la chaleur, la conductivité thermique équivalente est ainsi l'inverse de la somme des inverses des conductivités du fer et de l'isolant pondérée par la longueur de chaque matériau. Plus simplement, il s'agit de la mise en série des résistances thermiques des tôles et des isolants :

$$\lambda_{\text{éq,ax}} = \frac{l_f \lambda_f + l_{is} \lambda_{is}}{l_f + l_{is}} \quad (2.25)$$

Dans la direction radiale et orthoradiale, le fer conduit la chaleur en parallèle avec l'isolant. La conductivité thermique équivalente peut donc s'écrire sous la forme:

$$\lambda_{\text{éq,rad}} = \frac{(l_f + l_{is}) \lambda_f \lambda_{is}}{l_f \lambda_f + l_{is} \lambda_{is}} \quad (2.26)$$

$l_f$  et  $l_{is}$  [m] représentent respectivement les épaisseurs (cumulées) des tôles de fer et des couches d'isolant.  $\lambda_f$  et  $\lambda_{is}$  [W/(m K)] sont les conductivités thermiques du fer et de l'isolant.

**b. Prise en compte du contact thermique**

Le calcul des résistances thermiques de contact est un problème difficile. Les valeurs des conductivités thermiques de contact peuvent être déterminées en fonction des résultats expérimentaux en supposant que les phénomènes de conduction, convection et rayonnement sont calculés avec une bonne précision.

Dans le cas des machines électriques, les résistances thermiques de contact existent entre :

- L'arbre et le rotor, dans la direction radiale.
- L'aimant et le fer (rotor), dans la direction radiale.
- Les enroulements (statoriques ou rotoriques) et le fer, dans les directions radiale, axiale et orthoradiale.
- La culasse du stator et le carter, dans la direction radiale.

Il peut exister plusieurs autres résistances thermiques dues au contact entre les différentes parties solides. On notera que leurs valeurs peuvent parfois dépendre de la température elle-même.

#### 4. Calcul des résistances thermiques par convection

Les différentes corrélations analytiques utilisées pour le calcul des résistances thermiques de convection sont présentées ici en fonction des différentes dispositions géométriques.

##### a. Surfaces cylindriques horizontales fixes

Au cours de la convection naturelle pour une surface cylindrique dont l'axe est horizontal, les forces de poussée aérostatische sont essentiellement normales à la surface.

Le phénomène de convection est influencé par le sens de transfert (refroidissement ou réchauffement) et par l'orientation de la surface (vers le haut ou vers le bas). Pour une surface froide orientée vers le bas, et vers le haut pour une surface chaude, la convection est beaucoup plus efficace que dans les cas opposés [INC2007].

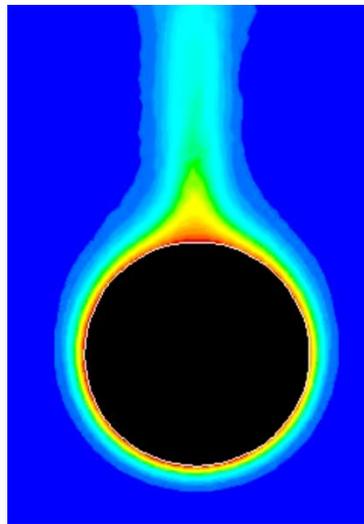


Figure 2.9 Répartition de température résultant de l'écoulement de l'air pour le cas d'une convection naturelle sur la paroi d'un cylindre horizontal [TEC]

L'équation (2.27) donne la formule applicable pour un cylindre isotherme à axe horizontal. Elle permet de trouver un résultat valable pour un large intervalle de nombres de Rayleigh, typiquement pour  $R_a \leq 10^{12}$  [ADA1954] :

$$N_u = \left\{ 0.6 + \frac{0.387.R_a^{\frac{1}{4}}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.559}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{1}{4}}} \right\}^2 \quad (2.27)$$

Pour le calcul du coefficient du transfert convectif, la longueur caractéristique correspond au diamètre du cylindre considéré.

**b. Surfaces fixes verticales**

Pour le cas d'un phénomène de convection libre ayant lieu sur une surface verticale isotherme d'un solide, l'équation (2.28), donnée par Churchill et Chu [ADA1954], est applicable. Elle fournit une corrélation analytique entre le nombre de Raleigh et le nombre de Nusselt:

$$N_u = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \cdot R_a^{1/6}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad (2.28)$$

Pour le cas d'un écoulement laminaire et pour  $R_a \leq 10^9$ , l'équation précédente reste applicable. Cependant, une meilleure précision peut être obtenue par la corrélation:

$$N_u = 0.68 + \frac{0.67 \cdot R_a^{1/4}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}} \quad (2.29)$$

Pour le calcul du nombre de Raleigh, la longueur caractéristique correspond à la hauteur de la surface où la convection a lieu.

**c. Surfaces verticales en rotation**

Un cylindre tournant échange de la chaleur avec le milieu extérieur par convection forcée. Dans ce cadre, le nombre de Reynolds est calculé en considérant le rayon du cylindre comme longueur caractéristique. Les échanges convectifs latéraux peuvent être évalués en utilisant les corrélations de Kreith [KRE1967] et Dorffman [DOR1991].

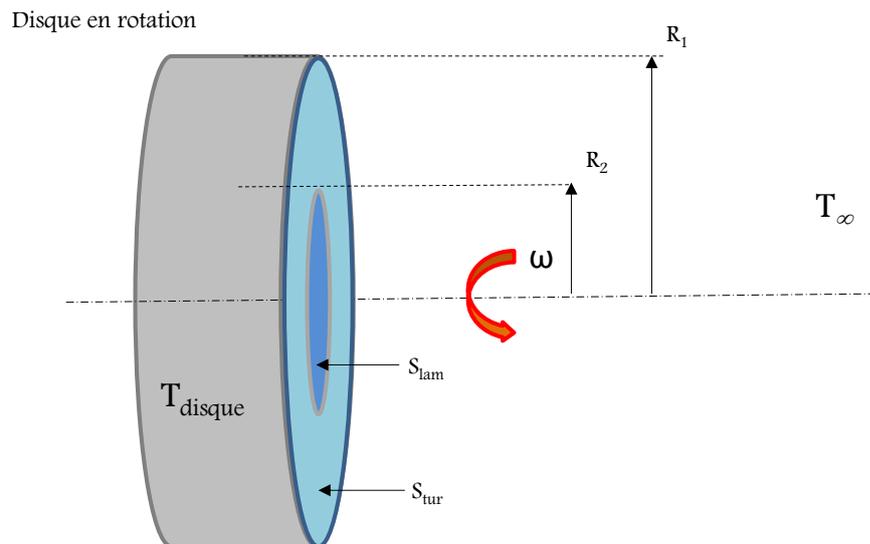


Figure 2.10 Disque vertical en rotation en convection forcée avec l'extérieur

Le nombre de Reynolds dépend du rayon, il varie donc localement. La convection peut être en régime laminaire ou turbulent. La convection est laminaire si le nombre de Reynolds est inférieur à 25 000. Il existe donc un rayon  $R_2$  au-dessous duquel la convection reste laminaire ; dans ce cas le coefficient de convection moyen est donné par [KRE1967]:

$$\overline{h_{lam}} = 0.367 \lambda \sqrt{\frac{\Omega}{\nu}} \quad (2.30)$$

Avec  $\Omega$  [rad/s] est la vitesse de rotation et  $\nu$  [m<sup>2</sup>/s] la viscosité cinématique

A l'inverse, la convection est turbulente si le nombre de Reynolds est supérieur à 25 000. Le coefficient de convection moyen est alors donné par :

$$\overline{h_{tur}} = 0.015 \lambda \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{0.8} \frac{R_1^{2.6} - R_2^{2.6}}{R_1^2 - R_2^2} \quad (2.31)$$

$$R_2 \text{ [m] peut être calculée par : } R_2 = \sqrt{\frac{25000 \pi \nu}{\Omega}} \quad (2.32)$$

En cas de présence des deux régimes simultanément, le coefficient de convection moyen peut être évalué par une moyenne surfacique :

$$h = \frac{\overline{h_{lam}} S_{lam} + \overline{h_{tur}} S_{tur}}{S_{lam} + S_{tur}} \quad (2.33)$$

$S_{lam}$  et  $S_{tur}$  [m<sup>2</sup>] sont respectivement les surfaces d'échange convectif en régime laminaire et turbulent.

#### d. Surfaces horizontales cylindriques en rotation

Le coefficient de convection pour le cas de surfaces horizontales en rotation peut être calculé en utilisant la corrélation analytique suivante [BET2007]:

$$N_u = 0.569 R_e^{0.691} \quad (2.34)$$

Où  $R_e$  est le nombre de Reynolds (qui dépend de la vitesse de rotation du cylindre). À l'arrêt, on peut utiliser la corrélation présentée pour le cas d'un cylindre fixe décrite précédemment.

#### e. Convection dans l'entrefer

La convection dans l'entrefer est traitée comme un problème de Taylor avec un seul cylindre en rotation. En supposant que les surfaces sont lisses et que la valeur de l'entrefer est négligeable par rapport aux rayons des cylindres, le nombre de Taylor s'écrit [LEG2009] [JAA2009] :

$$T_a = \frac{v^2 r_e e^3}{\nu^2} \quad (2.35)$$

$v$  [m/s] est la vitesse linéaire (périphérique),  $r_e$  [m] représente le rayon moyen de l'entrefer,  $e$  [m] est la hauteur de l'entrefer et  $\nu$  [m<sup>2</sup>/s] est la valeur de la viscosité cinématique de l'air.

La valeur du nombre de Taylor permet de déterminer le type de l'écoulement. De là, des expressions analytiques sont établies permettant ainsi de calculer le nombre de Nusselt lié directement au coefficient de transfert thermique.

En se basant sur des mesures expérimentales, plusieurs auteurs ont établi des seuils de changement de type d'écoulement et des lois de variation des coefficients de transfert [TAC1964] [GAR1978]. Comme l'ont montré les travaux de Fasquelle et de Gazley [GAZ1958], ces différentes lois donnent des résultats proches [BJO1959]. Elles considèrent trois zones de variation :

$0 \leq T_a \leq 1700$  L'écoulement entre les deux cylindres est laminaire, le nombre de Nusselt vaut 2. Dans ce cas le transfert thermique dans l'entrefer est conductif.

$1700 \leq T_a \leq 10^4$  L'écoulement est laminaire avec une création de tourbillons de Taylor, la corrélation analytique correspondante s'écrit sous la forme :

$$N_u = 0.128 T_a^{0.367} \quad (2.36)$$

$T_a \geq 10^4$  L'écoulement du fluide reste toujours laminaire avec des tourbillons de Taylor, néanmoins, la loi de variation change sous la forme suivante :

$$N_u = 0.409 T_a^{0.241} \quad (2.37)$$

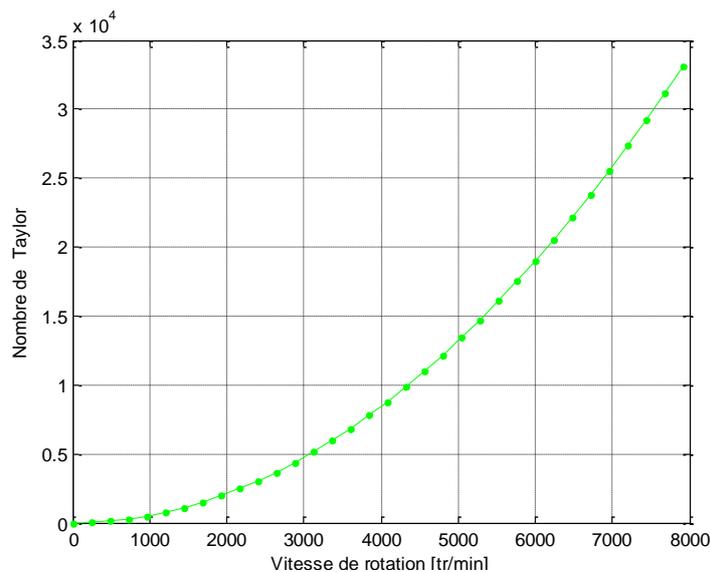


Figure 2.11 Variation du nombre de Taylor en fonction de la vitesse de rotation

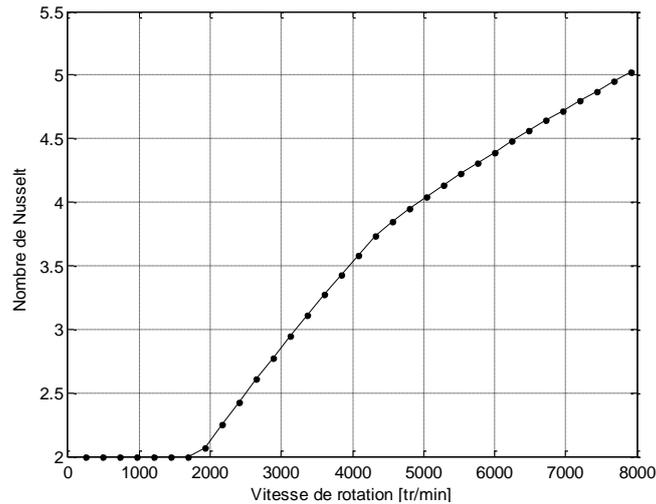


Figure 2.12 Variation du nombre de Nusselt en fonction de la vitesse de rotation

Les variations des nombres de Taylor et de Nusselt sont présentées par les figures 2.11 et 2.12 en fonction de la vitesse de rotation (pour  $e=0.5$  mm,  $r_e=9.25$  cm et  $T_e=25^\circ\text{C}$ ).  $T_e$  est la température moyenne de l'air dans l'entrefer.

Le coefficient de transfert thermique par convection est représenté dans la figure 2.13. (avec les mêmes valeurs numériques d'affectation). Ce coefficient est calculé en prenant le double de la hauteur de l'entrefer comme longueur caractéristique qui correspond au diamètre hydrolique.

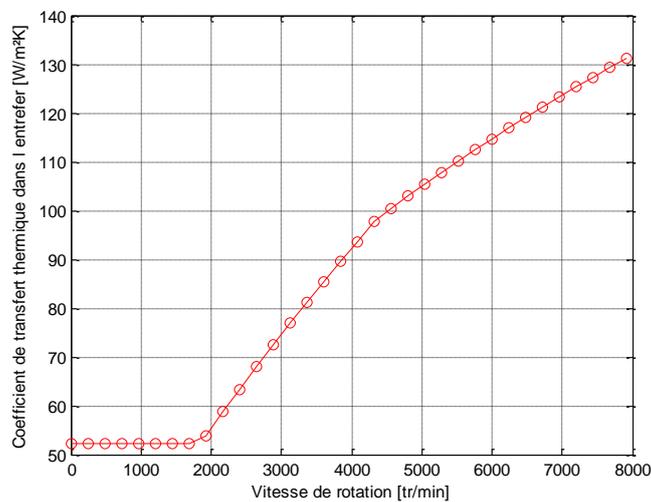


Figure 2.13 Variation du coefficient de transfert thermique dans l'entrefer en fonction de la vitesse de rotation

Howey et al [HOW2012] présentent des méthodes de correction de calcul du nombre de Taylor et le nombre du Nusselt pour tenir compte de l'effet des encoches.

Pour la modélisation de l'apport de la convection dans le transfert de chaleur dans l'entrefer, on calcule d'abord le coefficient de transfert convectif donné par :

$$h_c = \frac{Nu\lambda_{air}}{2R_e + e/2} \quad (2.38)$$

Bien qu'on puisse exprimer une résistance globale de convection dans l'entrefer, il est plus convenable et représentatif de la réalité de considérer deux résistances de convection du côté statorique, l'une à partir des dents et l'autre à partir des cales d'encoches. Cette modélisation permet également de prendre en compte la variation des propriétés physiques de l'air en fonction de sa température, par le calcul de la température moyenne au nœud central (dans l'entrefer).

Dans le cas d'un rotor lisse, sans encochage, trois résistances thermiques de convection sont considérées:

Résistance thermique de convection du rotor vers l'entrefer

$$R_{cvrotex} = \frac{1}{h_c S_{rotex}} \quad (2.39)$$

Résistance thermique de convection des dents vers l'entrefer

$$R_{cvdent} = \frac{1}{h_c S_{dent}} \quad (2.40)$$

Résistance thermique de convection des cales d'encoches à l'entrefer

$$R_{cvcale} = \frac{1}{h_c S_{cale}} \quad (2.41)$$

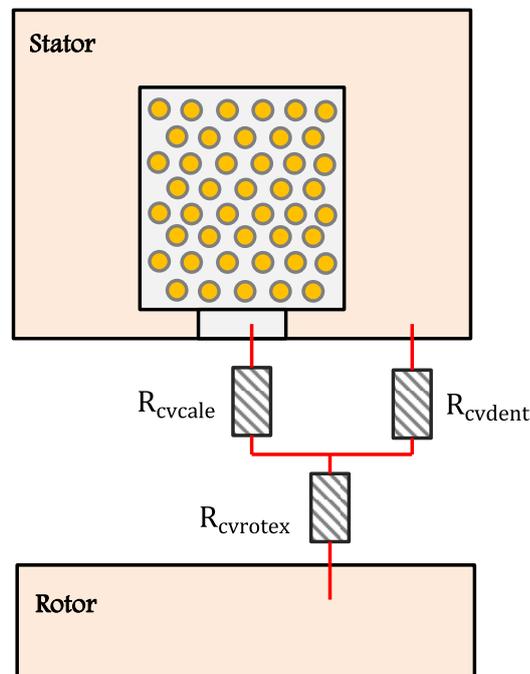


Figure 2.14 Modélisation du phénomène de convection dans le cas d'un entrefer à rotor non encoché

### f. Convection au niveau des têtes de bobines

La convection au niveau des chignons est un phénomène compliqué et important. Sa contribution dans l'échange thermique est d'autant plus importante que la machine étudiée a un volume de chignons important et donc une surface d'échange assez grande. Plusieurs études ont été effectuées sur ce sujet qui ont contribué à l'établissement d'un modèle analytique assez simple pour le calcul du coefficient de transfert convectif à partir des chignons [STA2006] [STAMAM].

Ces modèles analytiques relient le coefficient de convection dans les chignons à la vitesse de rotation du rotor. De manière générale, on se ramène à la forme suivante :

$$h_{cv} = k_1 + k_2 \cdot v^{k_3} \quad (2.42)$$

$k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  sont des coefficients déterminés expérimentalement  $v$  [m/s] est la vitesse périphérique du rotor.

Auteur	$k_1$	$k_2$	$k_3$
Schubert [SCH1968]	15	0.4	0.9
Di Giraldo [GIR1994]	15	0.39	1
Mellor [MEL1991]	40	0.1	1
Boglietti [BOG2008]	41.4	0.15	1

Tableau 2.4 Différentes valeurs des coefficients  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$

Cette équation prend en compte la convection naturelle (à vitesse de rotation nulle) et la convection forcée due au mouvement de l'air provoqué par la rotation du rotor. Kylander [KEY2009] indique que certains auteurs incluent le transfert par rayonnement à cette expression dans le coefficient  $k_1$ . Ces corrélations analytiques peuvent être ajustées en fonction de la spécificité de la machine électrique étudiée.

Ces corrélations sont utilisées pour les machines à flux radial. Elles ont été établies pour différentes tailles de machines et formes de têtes de bobines. La figure 2.15 montre que les corrélations de Schubert et de Boglietti donnent des coefficients de transfert thermique convectifs équivalents.

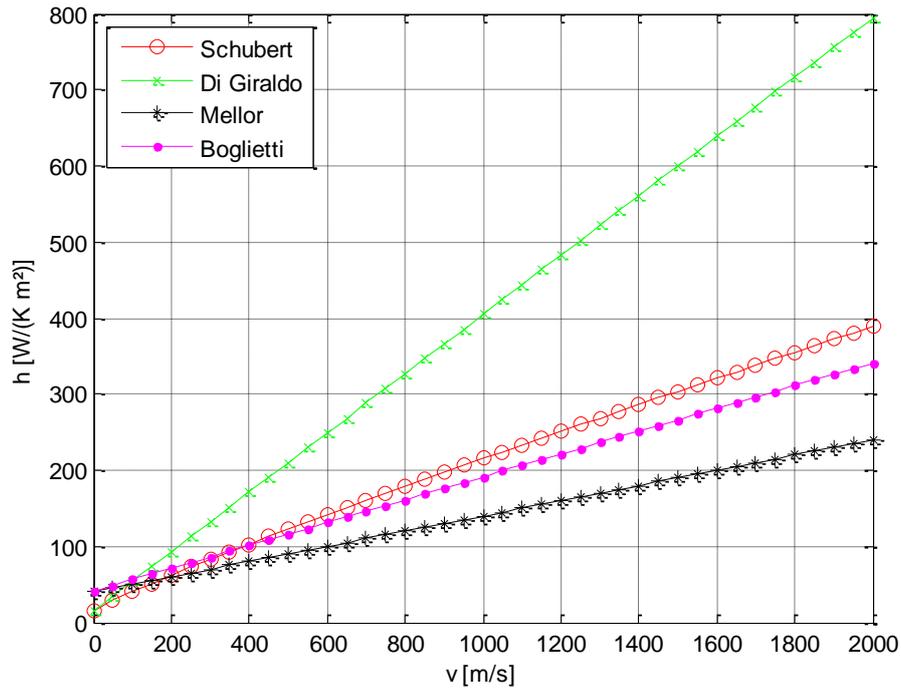


Figure 2.15 Variation du coefficient de transfert convectif dans les chignons en fonction de la vitesse de rotation du rotor

### g. Convection au niveau des ailettes

Les ailettes sont utilisées pour augmenter la surface de convection et faciliter l'évacuation de la chaleur produite dans la machine. En absence de système de refroidissement supplémentaire, deux phénomènes de convection libre différents se manifestent : une convection à travers la surface de la machine dirigée vers le haut, et l'autre dirigée vers le bas [REN2003].

D'autres corrélations peuvent être utilisées comme celle de Chen [BIE1998] où :

$$Nu = \left\{ 0.6 + 0.387 \left[ \frac{Ra}{\left( 1 + \left( \frac{0.559}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{4}{9}}} \right] \right\}^2 \quad (2.43)$$

Le coefficient de transfert de chaleur est calculé à partir de la surface lisse sans ailettes. Il est par la suite corrigé par le coefficient de l'ailette :

En premier lieu, on calcule la résistance thermique par convection d'une (seule) ailette. Dans un second temps, la considération de toutes les ailettes en parallèle avec la surface initiale lisse permet d'aboutir à la configuration équivalente recherchée.

Le facteur de performance des ailettes  $n_{ail}$  est défini par :

$$n_{ail} = \sqrt{\frac{h_{c-carter} P_{ail}}{\lambda_{ail} S_{ail}}} \quad (2.44)$$

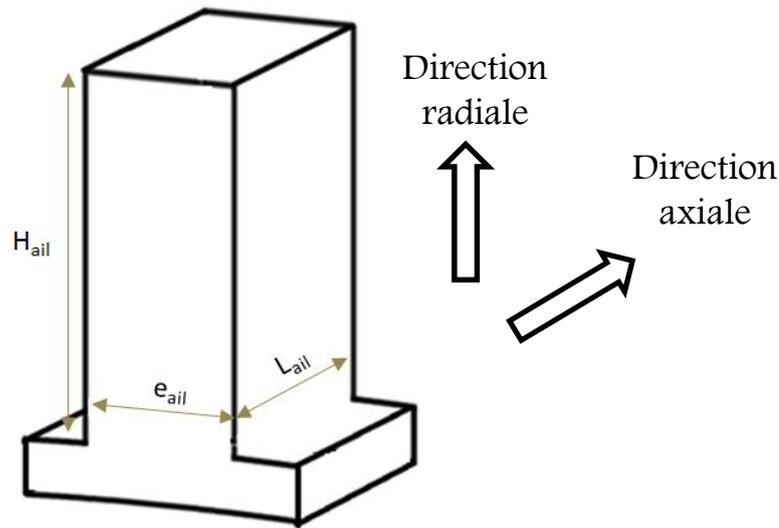


Figure 2.16 Dimensions d'une ailette

Avec le périmètre de l'ailette  $P_{ail} = 2(e_{ail} + H_{ail})$  et la surface de l'ailette  $S_{ail} = 2 H_{ail}(e_{ail} + L_{ail})$

$\lambda_{ail}$  est la conductivité thermique du matériau utilisé dans les ailettes qui correspond, pour notre cas, à l'aluminium.

$h_{c-carter}$  représente ici la valeur du coefficient de transfert thermique par convection

D'où la résistance thermique présentée par une (seule) ailette :

$$R_{ail} = \frac{1}{\sqrt{h_{c-carter} P_{ail} S_{ail} \lambda_{ail}}} \quad (2.45)$$

En considérant toutes les ailettes, ainsi que la surface extérieure initiale (lisse) du stator, on a :

$$R_{carter} = \frac{1}{\frac{1}{R_c} + \frac{n_{ail}}{R_{ail}}} \quad (2.46)$$

Où

$$R_c = \frac{1}{h_{c-carter} S_{carter}} \quad (2.47)$$

$R_c$  représente la valeur de la résistance thermique par convection du carter sans ailettes et  $S_{carter}$  désigne la surface du carter.  $R_{carter}$  est donc la mise en parallèle de cette dernière avec la résistance thermique des ailettes.

#### h. Refroidissement par convection forcée

Dans le cas de la convection forcée, le fluide en contact avec la surface solide à refroidir est en mouvement forcé (ex : air soufflé par un ventilateur) pour accélérer le

mouvement des particules de fluide et augmenter, donc, la quantité de chaleur évacuée par convection.

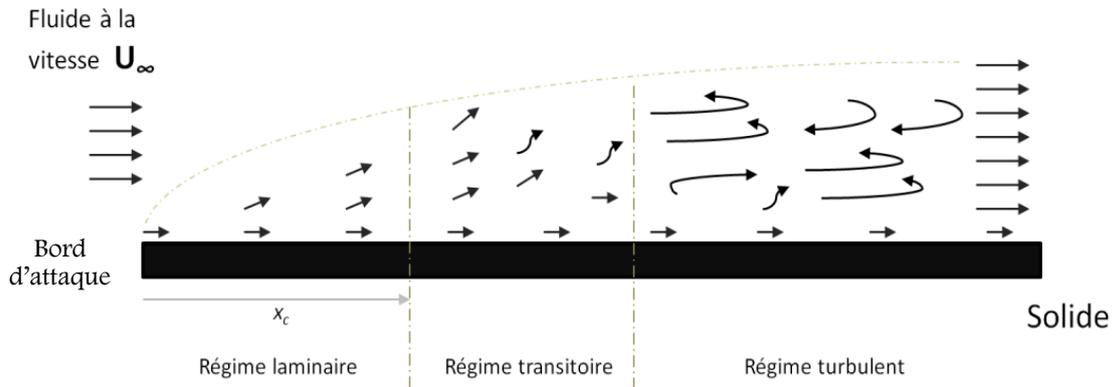


Figure 2.17 Convection forcée sur un plan horizontal

Le calcul du coefficient de transfert thermique passe par celui du nombre de Nusselt dont des relations analytiques sont proposées en fonction du type d'écoulement.

- Ecoulement laminaire

Le coefficient de convection est en général exprimé en fonction de la distance (à partir du bord d'attaque), principalement dû au fait que le nombre de Reynolds [INC2007] dépend de la position dans laquelle il est évalué. Par conséquent, une valeur locale et une autre valeur moyenne pour le nombre de Reynolds sont utilisées. L'équation (2.48) donne la valeur moyenne du nombre de Nusselt pour l'écoulement laminaire sur les surfaces isothermes [LIE2001].

$$N_u = \frac{h_c x}{\lambda_f} = 0.664 Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \quad Pr \geq 0.6 \quad (2.48)$$

Si l'écoulement du fluide est laminaire sur toute la surface, la valeur  $x$  peut être remplacée par la longueur totale  $L$  de la surface, et l'équation (2.48) peut être utilisée pour prédire les conditions moyennes sur toute la surface.

La longueur caractéristique est celle de la surface ventilée dans la direction de l'écoulement de l'air. Pour les faibles nombres de Prandtl (le cas des métaux et des liquides) on peut appliquer (2.49) [LIE2001] pour calculer le nombre de Nusselt :

$$N_u = \frac{hx}{\lambda_f} = 0.656 Re^{1/2} \cdot Pr^{1/2} \quad Pr \leq 0.05 \quad (2.49)$$

Une autre équation pouvant être appliquée pour tous les nombres de Prandtl (écoulement laminaire sur une surface isotherme) est donnée par (2.50) [CHU1973].

$$N_u = \frac{0.3387 R_e^{1/2} \cdot P_r^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.0468}{P_r}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \quad P_r \cdot R_e \geq 100 \quad (2.50)$$

L'équation (2.50) est utilisée pour les évaluations locales du coefficient de convection. Le nombre de Nusselt moyen sur toute la surface peut être approché par le double du nombre calculé par cette équation [INC2007].

- Écoulement turbulent

Le nombre de Nusselt local pour un écoulement turbulent sur une surface isotherme est donné par [PEL] :

$$N_u = 0.0296 R_e^{4/5} \cdot P_r^{1/3} \quad 0.6 \leq P_r \leq 60 \quad (2.51)$$

La valeur moyenne du nombre de Nusselt pour une surface ayant un écoulement turbulent sur sa totalité correspond à sa valeur locale au milieu ( $x = L/2$  où  $L$  est la longueur de la surface de convection dans le sens de l'écoulement de l'air soufflé).

## 5. Calcul des résistances thermiques par rayonnement

Les résistances thermiques par rayonnement sont proportionnelles à la surface de l'échange et de l'émissivité thermique du matériau rayonnant. Elles dépendent également de la température de la surface et de la température extérieure.

Les valeurs des émissivités dépendent principalement du matériau, de l'aspect de la surface, de sa couleur et de sa température. Le tableau 2.5 présente des valeurs d'émissivités thermiques en fonction de l'état de surface et de la température.

[KOH2006] précise qu'un facteur de forme doit être utilisé pour le calcul des coefficients de transfert thermiques par rayonnement pour le cas de surfaces en regard. Ce qui est souvent le cas pour les machines électriques (entrefer, machines fermées). Il présente aussi une démarche de calcul de ces facteurs en fonction de la géométrie des surfaces chaudes.

Dans le cadre de cette étude, tous les facteurs de forme sont pris égaux à 1 principalement parce que les surfaces (notamment au niveau de l'entrefer) sont proches et positionnées les unes en face des autres.

On notera que la mesure expérimentale des coefficients d'émissivité est très délicate. Cela conduit à faire, parfois, d'importantes erreurs sur l'estimation de ce paramètre, et ce

pour chaque surface. Néanmoins, ces incertitudes sont à relativiser selon la proportion de chaleur effectivement transférées par rayonnement.

Matériau et état de surface		Emissivité	
		à 40°C	à 250°C
Acier	Surface polie	0.09	0.1
	Surface légèrement oxydée	0.19	0.20
	Surface très oxydée	0.80	-
Aluminium	Surface polie	0.045	0.070
	Surface rugueuse	0.066	-
	Surface oxydée	0.11	0.12
Cuivre	Surface polie	0.05	0.05
	Surface oxydée	0.37	-
Fer	Surface polie	0.06	0.08
	Surface rugueuse	0.27	-
	Surface oxydée	0.66	0.76
Revêtement	Peinture à l'huile	0.92	-
	Laque	0.3 à 0.6	-
	Vernis	0.89	0.91

**Tableau 2.5 Valeurs des émissivités thermiques pour des matériaux usuels**

Le tableau 2.6 présente les coefficients de transferts thermiques par convection et rayonnement sur une surface cylindrique, dont le rayon est de 0.5m, à 100°C immergé dans de l'air à 20°C. Il montre que bien que très faible, le phénomène rayonnement n'est pas négligeable, il peut atteindre jusqu'à 20 % de la chaleur évacuée.

Résistance thermique	$R_{conv\_nat}$	$R_{conv\_ail}$	$R_{ray}$
Valeur [W/K] *	4	0.14	17.5

**Tableau 2.6 Valeurs des résistances thermiques de convection et rayonnement**

\*Les valeurs de résistances sont calculées pour une surface d'échange de 1 m<sup>2</sup>

## 6. Conclusion

Le calcul précis des différentes résistances thermiques est d'une grande importance pour une bonne modélisation thermique. D'une manière générale, et à flux de chaleurs constants, les plus grands écarts de températures sont présents là où les résistances thermiques sont les plus élevées. En général c'est le cas des résistances thermiques de convection et de rayonnement, donc à l'interface entre le solide et le fluide environnant. Les corrélations analytiques présentées dans cette partie peuvent être utilisées pour le cas d'un modèle thermique par réseau à constantes localisée ou éléments finis.

#### IV. Modèle thermique de la machine utilisée pour la validation expérimentale : ADI

Dans cette partie, le modèle thermique d'une machine électrique particulière est présenté et détaillé. Il s'agit d'un alterno-démarrreur intégré dont un prototype est disponible au LEC. Il est instrumenté et permet des mesures de températures en différents points.

##### 1. Présentation de l'ADI

L'alterno-démarrreur intégré est utilisé, dans le cas d'une application de véhicule hybride, pour le démarrage du moteur thermique en mode démarreur et pour le chargement des batteries en mode alternateur. Il s'agit d'une machine synchrone triphasée à aimants permanents à  $p=4$  paires de pôles et  $q=2$  encoches par phase et par pôle. Le bobinage est distribué et à pas diamétral. Les aimants NdFeB utilisés sont de forme parallélépipédique enterrés dans le rotor.

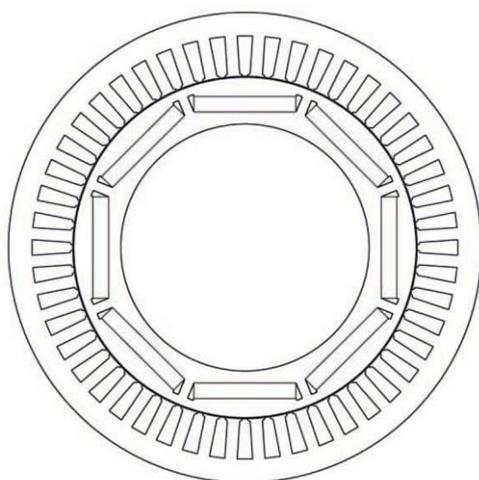


Figure 2.18: Vue de coupe de l'ADI

Pour les besoins de l'application, la machine opère dans un environnement totalement fermé afin de la protéger de la poussière et de jets de lubrifiants. L'arbre de la machine est couplé au moteur thermique par le système d'embrayage. Le prototype utilisé dans le cadre de ces travaux est isolé et n'est pas couplé à un vrai système d'embrayage mais uniquement à l'arbre d'une machine accessoire d'entraînement. De ce fait, le volant d'embrayage est protégé par un cache mobile en aluminium. Les roulements sont présents d'un seul côté, celui opposé au volant d'embrayage. La figure 2.19 présente une vue de coupe de l'ensemble de l'ADI et son environnement ainsi que le cache de l'embrayage fermé et ouvert.

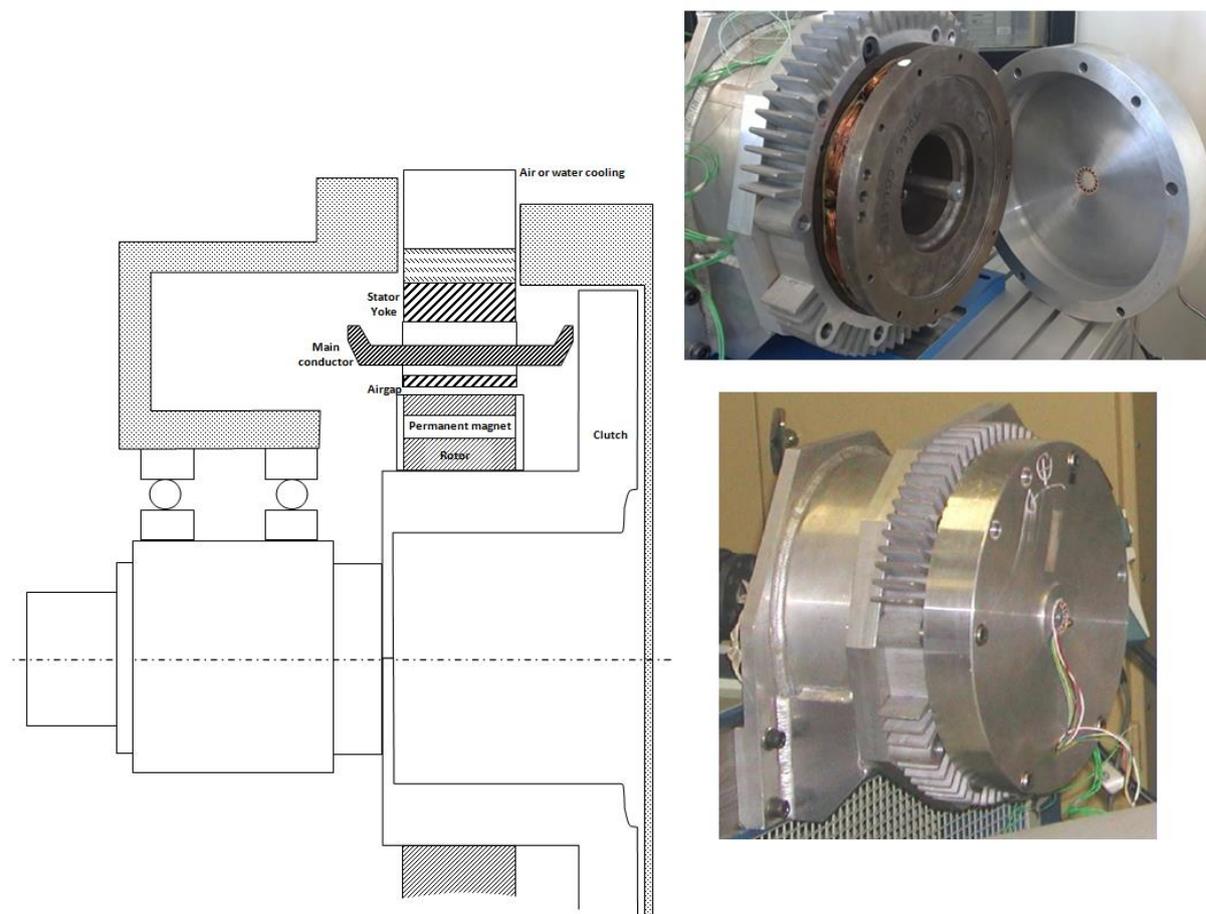


Figure 2.19 Prototype de l'ADI et vue de coupe

Un système de refroidissement passif utilisant 54 ailettes est installé sur la machine, il est directement en contact avec le stator. La machine est le siège de phénomènes de transfert de chaleur variés et complexes étant donné sa structure fermée et l'existence de phénomènes de conduction, de convection et de rayonnement internes avant l'évacuation de la chaleur vers l'extérieur.

## 2. Modèle thermique de l'ADI

Comme le montre sa structure, le prototype de l'ADI présente une géométrie complexe et asymétrique. Pour simplifier la présentation du modèle complet, la structure globale de la machine est divisée en quatre zones qui correspondent au :

- Stator : comprenant les encoches, les têtes de bobines, les dents, la culasse statorique, le carter et les ailettes de refroidissement.
- Rotor : comprenant les culasses rotoriques intérieure et extérieure, les aimants et les flasques en aluminium assemblées de part et d'autre du rotor.

- Côté embrayage : cette partie comprend le volant d’embrayage et le cache mobile en aluminium.
- Côté roulements : dans cette zone on trouve les roulements, le cache fixe en aluminium et l’arbre de la machine.

La figure 2.20 représente l’étendue de chaque zone considérée.

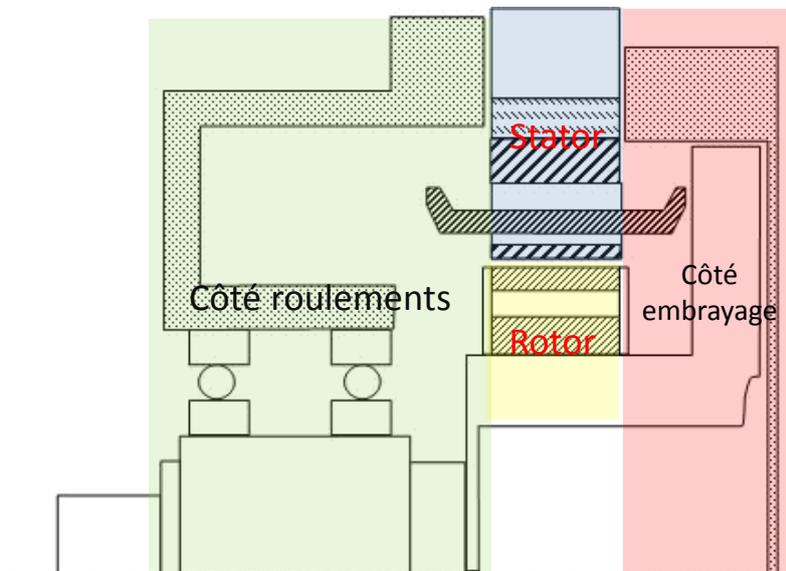


Figure 2.20 Représentation des différentes parties principales du modèle thermique

Afin d’avoir une représentation graphique claire du modèle tridimensionnel de la machine, le tableau 2.7 présente une définition des différents éléments du modèle en fonction de leur nature (éléments de production, de stockage ou de transfert de la chaleur ainsi que les sources de température).

Composant	Représentation graphique
Résistance thermique de conduction	Direction radiale 
	Direction axiale  
	Direction orthoradiale 
Résistance thermique de contact	  
Résistance thermique de convection	  
Capacité thermique	
Source de chaleur	
Température imposée	

Tableau 2.7 Représentation des différents éléments du modèle thermique

### a. Identification des contacts thermiques

Comme le montre la figure 2.20, le transfert de la chaleur par le phénomène de contact thermique a lieu au niveau de plusieurs interfaces solide-solide de cette machine.

Les contacts thermiques considérés ainsi que les intervalles de variation des conductivités thermiques de contact utilisées pour le modèle sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Surface de contact	Domaine de variation des conductivités thermiques de contact [W/Km <sup>2</sup> ]
<b>Rotor-Arbre</b>	$\geq 10.000$
<b>Rotor-Flasques aluminium</b>	$\geq 10.000$
<b>Enroulements- Fer statorique</b>	50-500
<b>Têtes de bobines - Dents</b>	40-500
<b>Culasse statorique-Culasse</b>	450-800
<b>Roulements-Arbre</b>	$\geq 10.000$

**Tableau 2.8 Valeurs des conductivités thermiques de contact utilisées**

La chute de température est négligeable pour le cas où les conductivités thermiques de contact sont élevées. Ainsi, les résistances thermiques de contact rotor-arbre, rotor-flasques et roulements-arbre sont négligées. Les autres résistances thermiques de contact sont utilisées pour le recalage du modèle, leurs valeurs sont présentées dans le tableau 2.10.

### b. Description du modèle thermique du stator de l'ADI

Dans le stator se concentre la plus grande partie des pertes produites dans la machine. En plus des pertes Joule dans les encoches et dans les têtes de bobines (calculées séparément pour chaque côté de la machine) il faut tenir compte des pertes fer au niveau des dents et de la culasse statorique.

Pour le calcul des résistances thermiques par conduction, les dents et les encoches sont supposées de forme parallélépipédique. Quant à la culasse, le carter et les têtes de bobines, ils sont considérés de forme cylindrique. Les anisotropies des conductivités thermiques des tôles de fer et des enroulements sont prises en compte.

La chaleur est évacuée vers l'extérieur à travers les ailettes et les surfaces latérales du carter. Elle est transférée aux cavités des deux côtés de la machine (embrayage et

roulements) à travers les surfaces latérales de la culasse du stator et des chignons. Un autre transfert thermique convectif a lieu au niveau de l'entrefer entre le rotor et le stator.

Le transfert thermique par rayonnement est également pris en compte. Il a lieu, pareillement au phénomène de convection, au niveau de toutes les surfaces séparant les solides et les fluides. Tous les facteurs de forme intervenant dans le calcul des résistances thermiques de rayonnement sont pris égaux à 1.

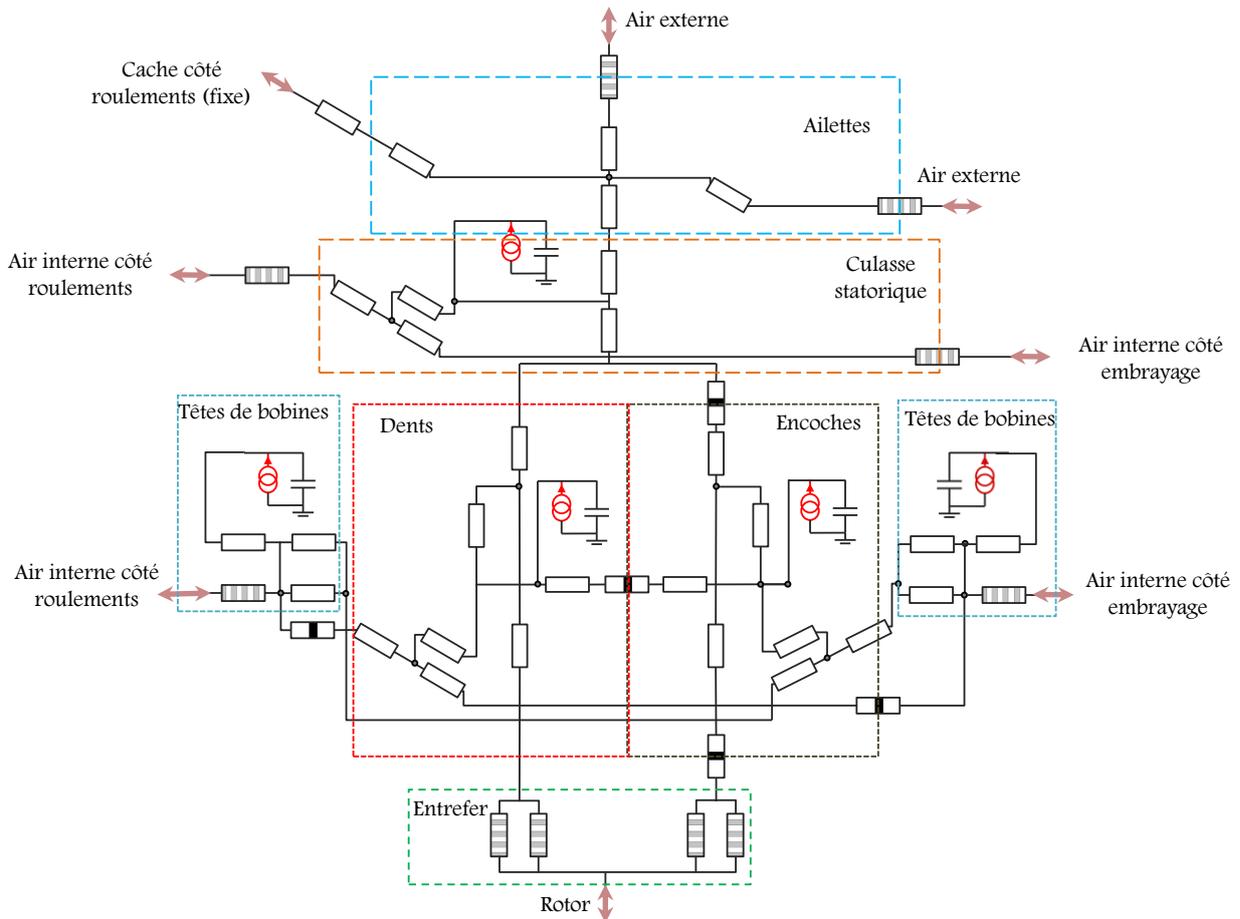


Figure 2.21 Modèle thermique du stator

### c. Description du modèle thermique du rotor de l'ADI

Au niveau du rotor, seules les pertes fer au niveau des culasses situées au-dessus et au-dessous de l'aimant sont considérées. Les pertes par courants de Foucault dans les aimants sont négligées. Les pertes aérodynamiques dans l'entrefer sont aussi négligées en raison des relativement faibles vitesses de rotation considérées.

Le flux de chaleur peut suivre quatre directions différentes :

- Par conduction vers l'arbre.
- Par convection et rayonnement à travers l'entrefer
- Vers l'air interne du côté de l'embrayage par convection et rayonnement

- Vers l'air interne du côté des roulements par les mêmes phénomènes.

Le flux de chaleur par convection au niveau de la surface latérale des flasques est calculé en utilisant les corrélations analytiques correspondant à un phénomène de convection pour le cas d'un cylindre vertical tournant. Au niveau de l'entrefer, les corrélations utilisées se basant sur le calcul du nombre de Taylor sont utilisées.

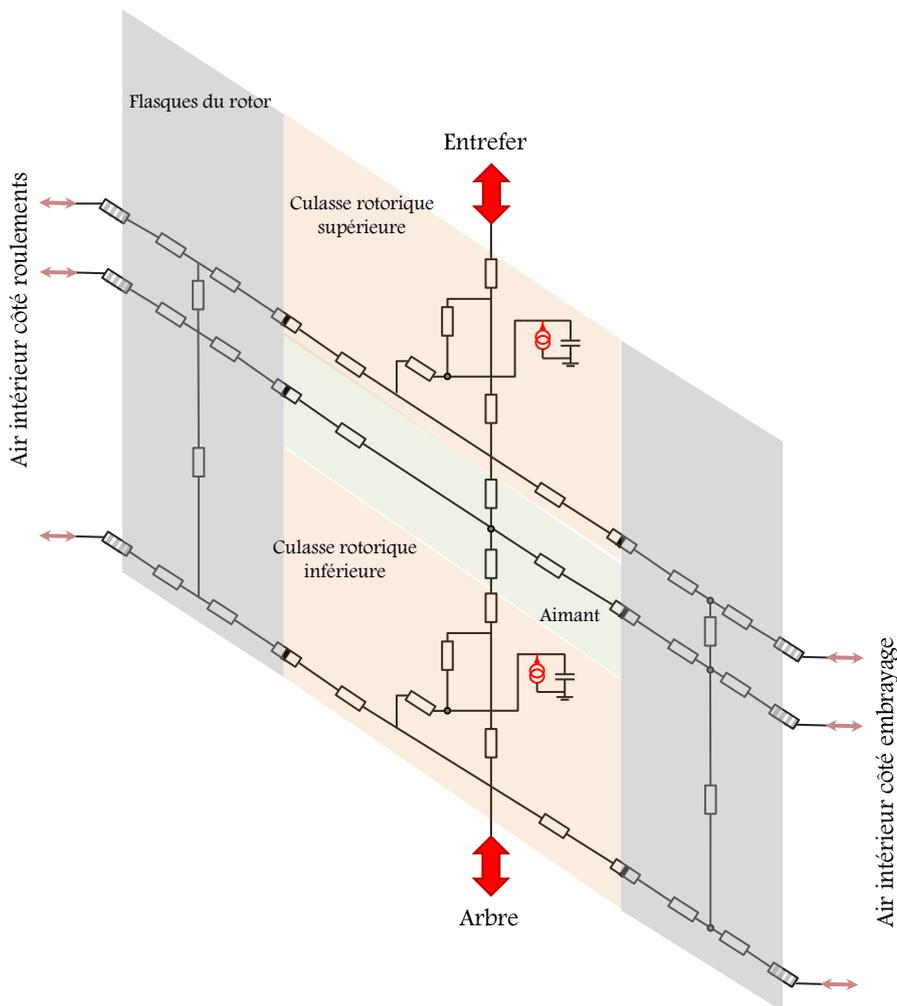


Figure 2.22 Modèle thermique du rotor

#### d. Description du modèle thermique du côté embrayage

Aucune source de chaleur n'est considérée du côté de l'embrayage de l'ADI. Le flux de chaleur provenant des surfaces latérales du rotor et du stator se répartit en deux flux différents :

- Vers le disque d'embrayage pour passer ensuite vers l'arbre de la machine
- Vers le cache (mobile) de protection pour être évacué par convection naturelle vers l'extérieur.

Une température moyenne de l'air interne dans la cavité est calculée grâce au modèle thermique. Elle est utilisée pour l'évaluation des propriétés de l'air ainsi que pour le calcul

du nombre de Raleigh pour l'évaluation du coefficient de convection à la surface du cache. Au niveau du volant d'embrayage, la convection est calculée en l'assimilant à un disque vertical en rotation.

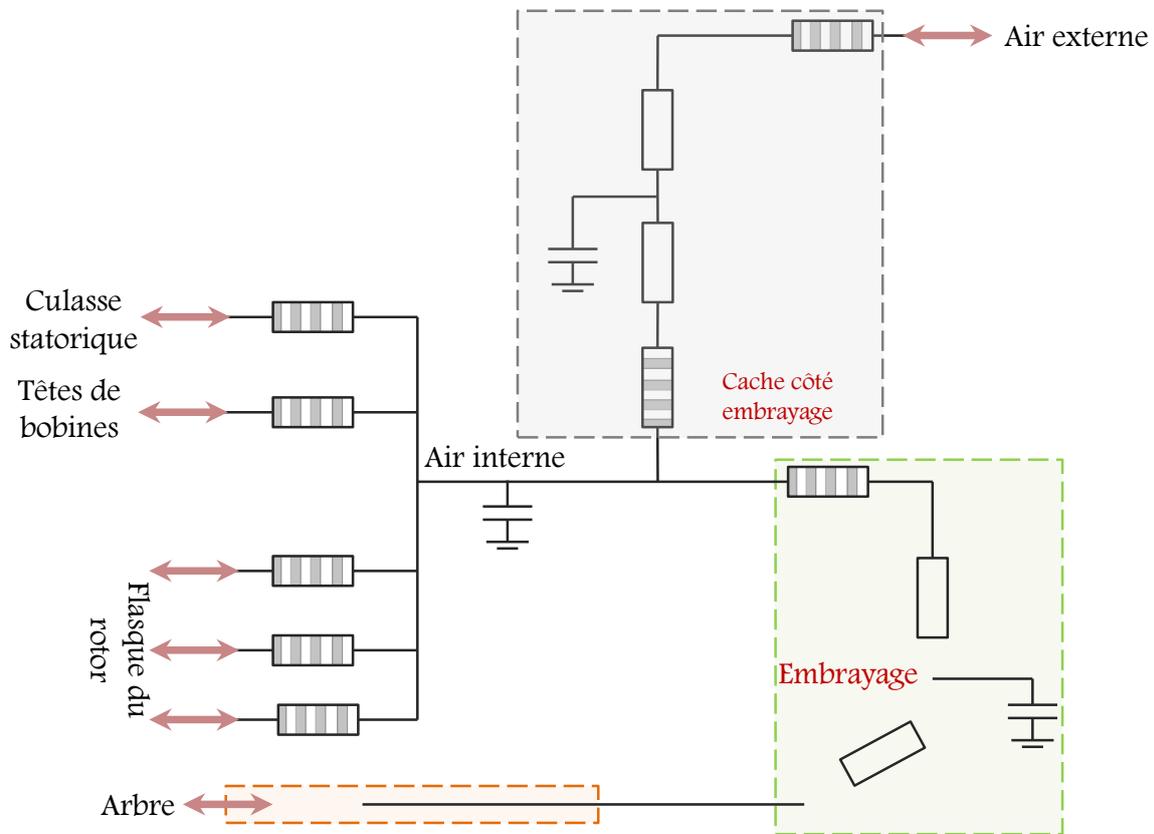


Figure 2.23 Modèle thermique du côté embrayage

#### e. Description du modèle thermique du côté des roulements

Les frottements au niveau des roulements de la machine représentent des pertes non négligeables, notamment à grande vitesse de rotation.

Les pertes mécaniques sont calculées en utilisant un modèle analytique simple issu de données expérimentales. Les roulements du prototype ayant vieilli prématurément, l'utilisation d'une relation telle que l'équation 2.17 donne des valeurs largement inférieures aux valeurs mesurées. La relation utilisée ici dépend de la vitesse de rotation  $N$  [tr/min] :

$$P_{\text{roul}} = 67.15 \cdot 10^{-3} N - 11.75 \cdot 10^{-7} N^2 M_i n \quad [\text{W}] \quad (2.52)$$

Les phénomènes de convection sont traités de la même manière que de l'autre côté de la machine. Un autre flux thermique est considéré. Il correspond à l'évacuation de la chaleur à travers l'arbre. Dans ce cas, la corrélation analytique utilisée correspond au cas d'une convection à la surface d'un cylindre horizontal en rotation.

Une température moyenne de l'air dans la cavité interne est évaluée également.

Aucun flux thermique axial n'est pris en compte dans l'entrefer. Il est fait l'hypothèse que les deux côtés de la machine n'échangent pas de chaleur à travers l'entrefer.

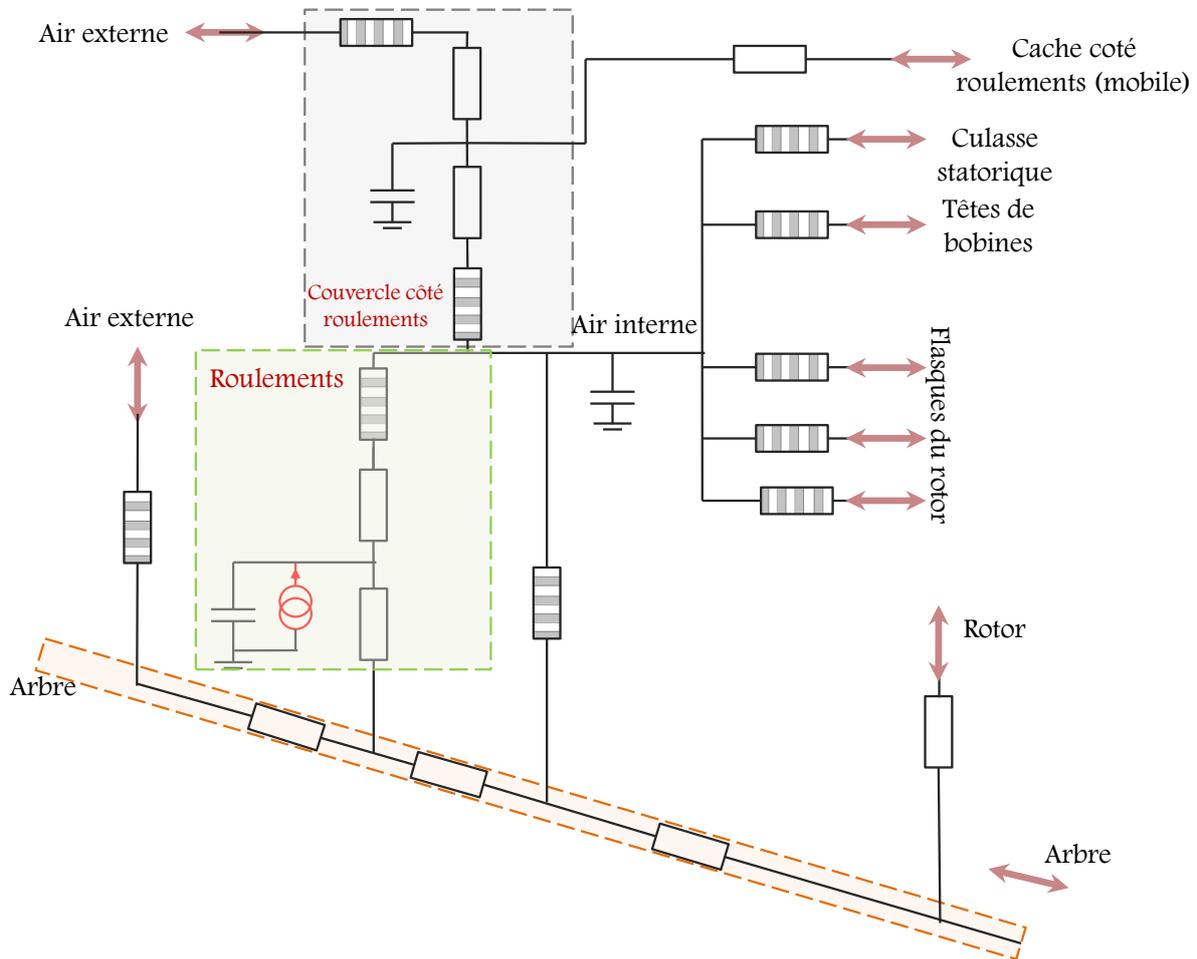


Figure 2.24 Modèle thermique du côté roulements

#### f. Modèle complet de la machine

Le modèle thermique de l'ADI est un circuit thermique équivalent comprenant 58 nœuds, 102 éléments dont 80 résistances thermiques, 14 capacités thermiques et 8 sources de chaleur et une seule source de température. Les non linéarités liées aux phénomènes de transfert thermique et aux propriétés physiques des matériaux sont prises en compte. Parmi les 102 éléments du modèle thermique, 27 sont non linéaires.

Ce réseau thermique est couplé aux modèles électrique, magnétique et mécanique pour le calcul des sources thermiques qui correspondent aux pertes Joule, fer et les pertes dans les roulements.

Le modèle global du prototype consiste en l'assemblage des différentes parties des zones présentées précédemment. Il est présenté dans la figure 2.25.

Le calcul du modèle est effectué avec un solveur de type Spice implémenté sous Matlab. Il permet de trouver la solution en définissant la géométrie de la machine, sa vitesse de rotation, la valeur du courant efficace et la cartographie des densités de flux magnétique. La solution peut être calculée pour le régime transitoire ou établi.

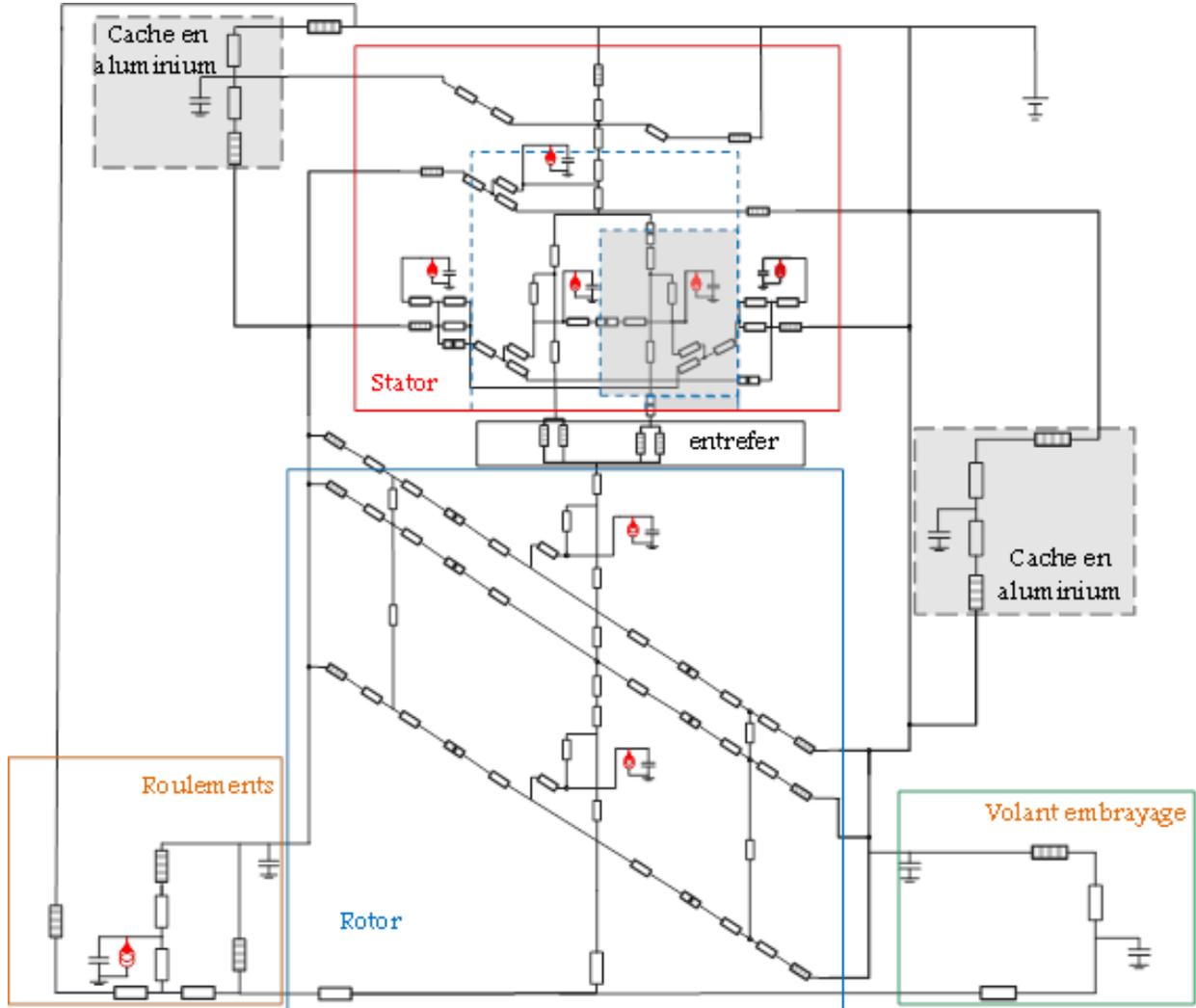


Figure 2.25 Modèle thermique global de l'ADI

## V. Validation expérimentale

En vue d'utiliser le modèle thermique dans le cadre d'un processus de conception optimale, les calculs obtenus doivent avoir une bonne précision pour que les résultats de dimensionnement aient une bonne fiabilité.

Dans cet objectif, des expériences ont été réalisées sur le prototype de la MSAPI afin de recalibrer le modèle thermique à des résultats de mesure.

### 1. Présentation du banc expérimental

Le dispositif expérimental utilisé pour les différentes expériences réalisées est composé par :

- Une machine d'entraînement
- Une charge active
- Des thermocouples (en plusieurs endroits de la machine)
- Ampèremètre, voltmètre et couplemètre
- Une caméra thermique utilisée pour corroborer les mesures des thermocouples au niveau des surfaces externes

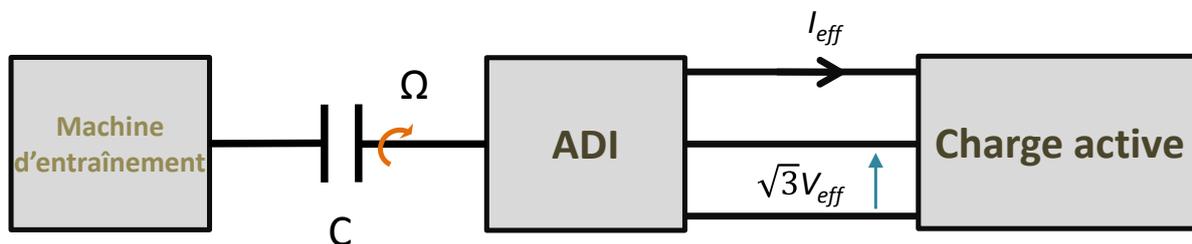


Figure 2.26 Schéma synoptique du couplage des différents éléments du dispositif expérimental

La machine d'entraînement est contrôlée en vitesse pour avoir des expériences à vitesse constante et se mettre ainsi dans les conditions nécessaires pour le calcul des coefficients d'échange thermiques par convection, des pertes fer et des pertes mécaniques.

Dans le cas où la machine tourne au cours de l'expérience, seules les températures au niveau du stator et des caches aluminium sont mesurées en temps réel. Les thermocouples mesurant les éléments tournants sont introduits immédiatement après l'arrêt de la machine quand le régime établi est observé : c'est-à-dire lorsque l'arrêt de l'augmentation des températures mesurées au niveau du stator est constaté.



Figure 2.27 Dispositif expérimental

## 2. Comparaison entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux

Afin de comparer les résultats de simulation avec les résultats de mesures, plusieurs conditions expérimentales sont examinées. En effet, vu le nombre de paramètres en fonction desquels le modèle est évalué, il est intéressant d'évaluer la validité du modèle en fonction de différents facteurs. Le prototype ayant une géométrie fixe, seules la valeur efficace du courant et la vitesse de rotation peuvent être modifiées.

Le tableau 2.9 présente les différentes valeurs des grandeurs appliquées pour les cinq conditions expérimentales étudiées.

Essai	Vitesse de rotation de la machine [tr/min]	Valeur de la densité du courant électrique [A/mm <sup>2</sup> ]
I	0	5
II	2500	0
III	2500	5
IV	4000	0
V	4000	5

Tableau 2.9 Différents essais de validation du modèle

Les comparaisons entre les températures mesurées et calculées sont présentées dans les figures 2.28 à 2.32.

Seules les valeurs des conductivités thermiques de contact sont utilisées pour le recalage du modèle. Les valeurs de ces dernières, pour chaque condition expérimentale, sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Essai	Conductivité thermique de contact [W/Km <sup>2</sup> ]		
	Enroulements-Fer du stator	Dents- têtes de bobines	Carter-Culasse du stator
I	50	50	450
II	500	500	850
III	50	50	850
IV	500	500	850
V	50	50	850

Tableau 2.10 : Conductivités thermique de contact utilisées pour le recalage

Le choix des conductivités thermiques de contact pour effectuer le recalage des résultats des calculs provient du fait que le phénomène de contact thermique est difficilement estimable par le calcul.

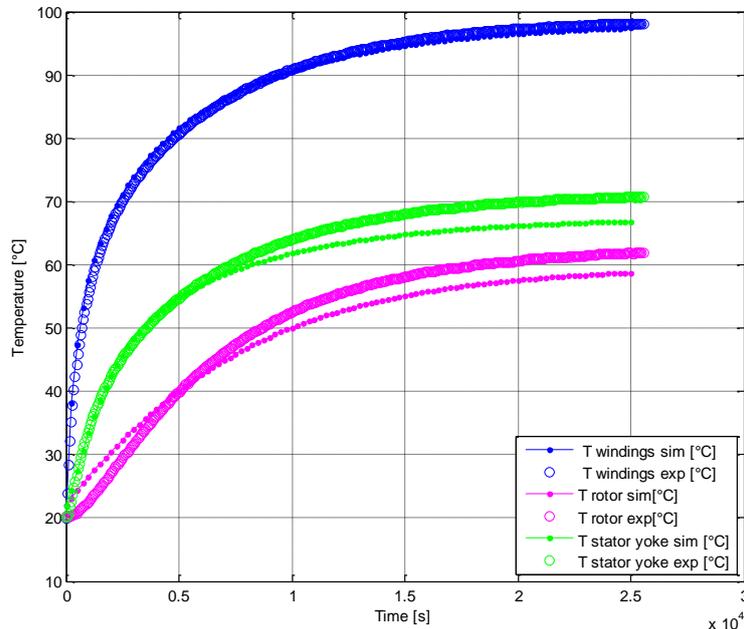


Figure 2.28 Comparaison entre les calculs et les mesures : Evolution de la température dans différents points de l'ADI – Essai I-

La figure ci-dessus montre une bonne correspondance des résultats de calcul pour l'essai en court-circuit. L'écart maximal entre les calculs et les mesures est inférieur à 4 °C. On observe aussi que le modèle présente, quasiment, la même évolution temporelle que la mesure correspondante. La comparaison entre les résultats expérimentaux et les simulations pour les cas où la machine tourne est présentée en suivant les indications suivantes :

- Les points verts représentent les points de mesure, la comparaison se fait au niveau des zones les plus intéressantes (enroulements, fer statorique, rotor, volant d'embrayage, ailettes de refroidissement, arbre et cavités internes)
- Les températures calculées sont présentées en couleur bleue, les températures mesurées sont en rouge.
- Les mesures au rotor au niveau de l'aimant et de la culasse rotorique n'étant pas disponibles, la température du rotor est mesurée à l'arrêt au niveau de la partie inférieure du volant d'embrayage.

On remarque que le modèle donne des résultats de calcul concordants notamment au niveau des points de mesure les plus critiques : enroulements du stator et rotor (aimant). Seuls les calculs des températures de l'arbre et des ailettes présentent une dispersion significative des résultats.

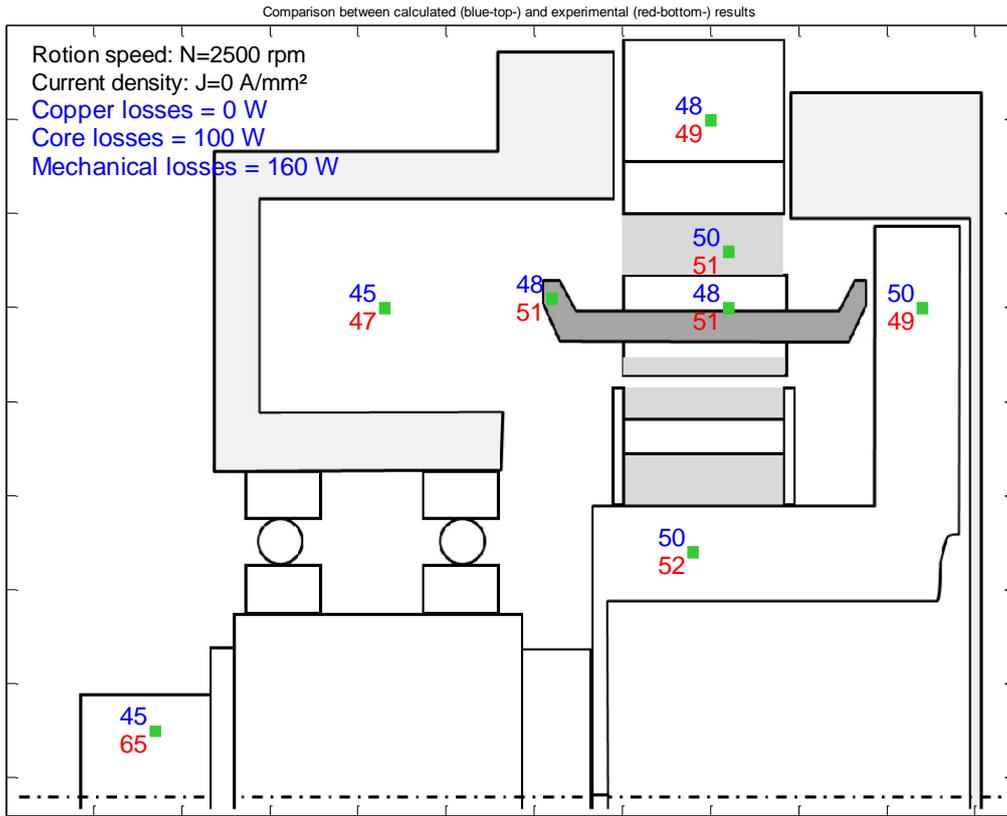


Figure 2.29 Comparaison entre les calculs et les mesures des températures en régime statique dans différents points de la machine –Essai II –

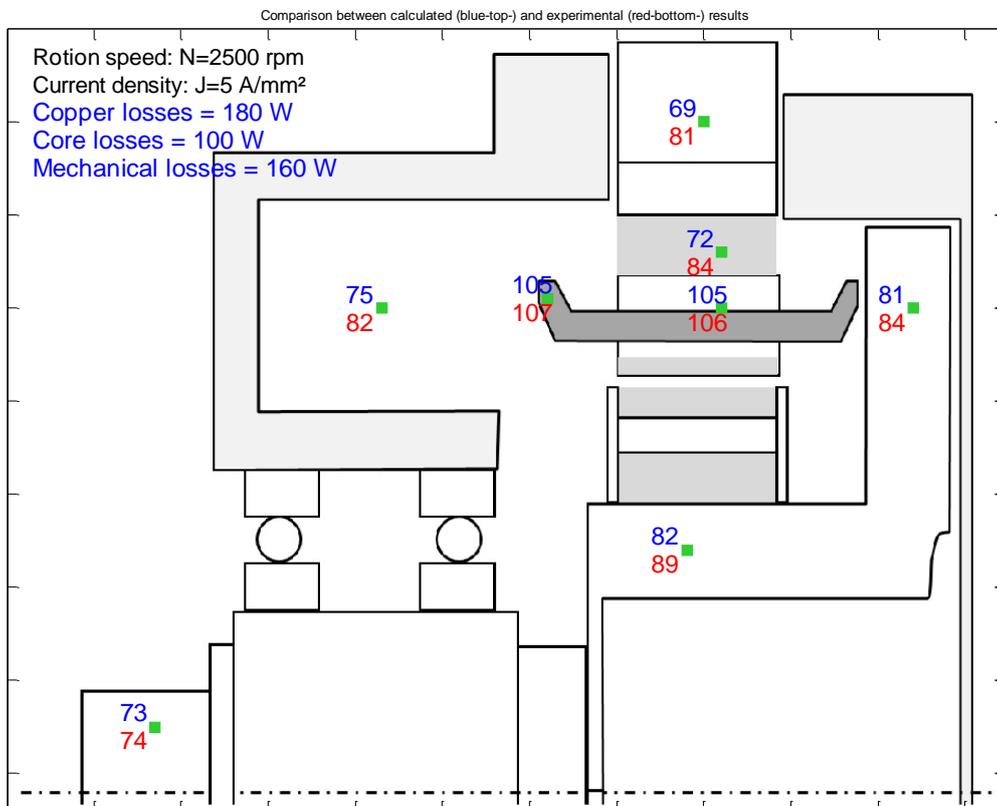


Figure 2.30 Comparaison entre les calculs et les mesures des températures en régime statique dans différents points de la machine –Essai III –

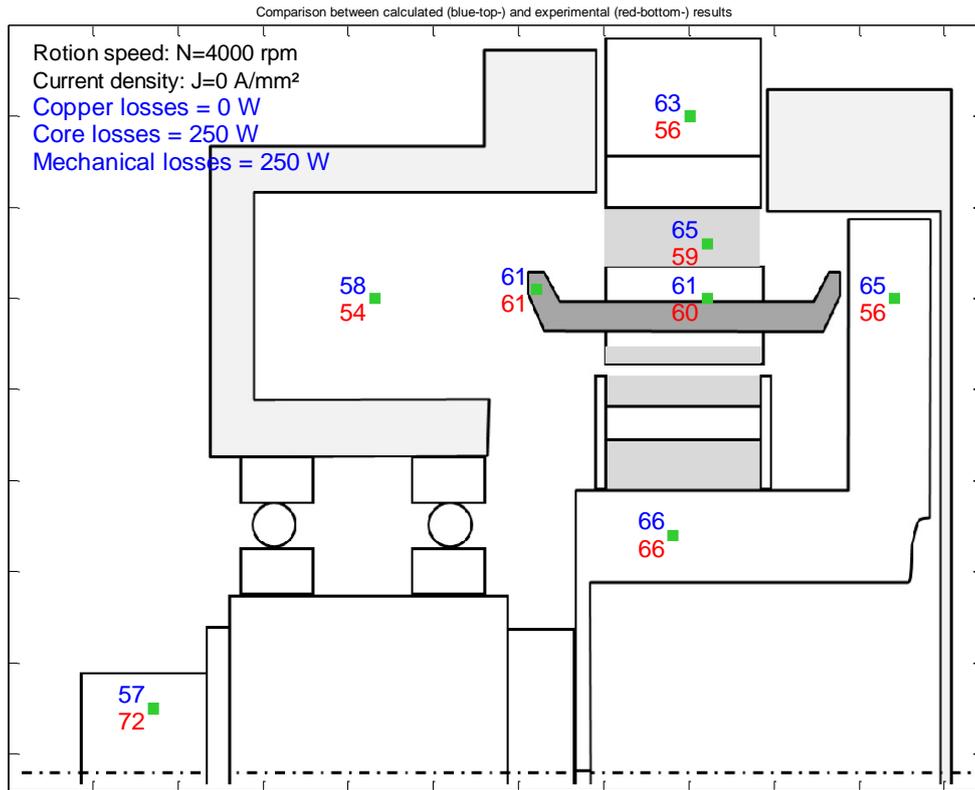


Figure 2.31 Comparaison entre les calculs et les mesures des températures en régime statique dans différents points de la machine –Essai IV –

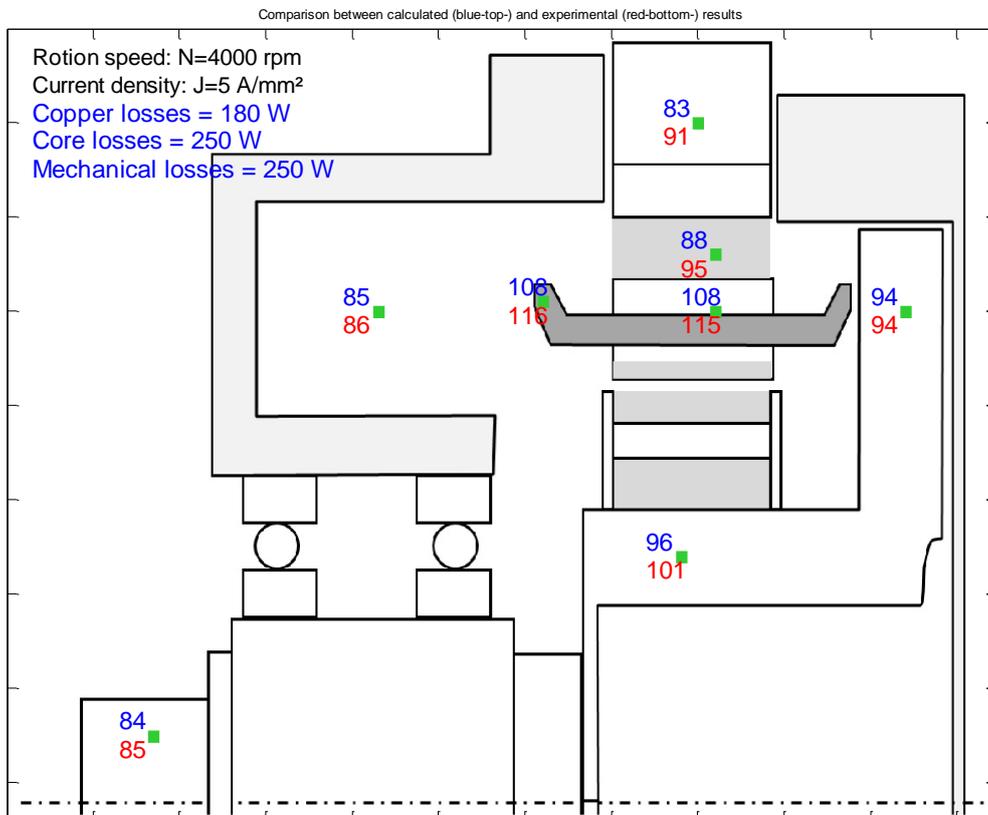


Figure 2.32 Comparaison entre les calculs et les mesures des températures en régime statique dans différents points de la machine –Essai V –

## VI. Conclusion

Un modèle thermique d'une machine électrique à aimants permanents est présenté et est détaillé. La méthode nodale a été employée pour la construction de ce modèle. Celui-ci permet de calculer l'évolution temporelle des températures aux principaux points d'intérêt de la machine.

Le modèle thermique prend en compte les non linéarités liées aux propriétés physiques des matériaux et aux phénomènes physiques entrant en jeu. Il est couplé à des modèles électrique, magnétique et mécanique. En effet, en plus de l'exploitation des calculs des autres modèles pour l'évaluation des pertes dans la machine, il permet de mettre à jour les propriétés physiques électriques et magnétiques des autres modèles pour améliorer la pertinence de leurs calculs. Ce couplage multi-physique est présenté dans le chapitre IV.

Une série d'essais expérimentaux a été conduite afin d'évaluer la précision des valeurs des températures calculées. Le modèle a montré une bonne qualité des résultats pour différentes conditions expérimentales. Seules les conductivités thermiques de contact sont ajustées pour le recalage des valeurs des températures à deux points expérimentaux différents (I et III). Le choix de l'ajustement à l'aide du modèle thermique en utilisant les conductivités thermiques de contact provient du fait que ce phénomène est le moins connu et le plus difficile à quantifier.

Le modèle présente un bon compromis entre la correspondance des résultats de calcul aux mesures et le temps de simulation qui est de l'ordre de 3 secondes. Il est adopté pour résoudre un problème de dimensionnement optimal. Cependant, la modélisation multi-physique qui servira à calculer les grandeurs électriques, magnétiques et mécaniques contribue à augmenter considérablement le temps de calcul. Le recours à une technique d'optimisation à modèles substitués qui est abordée dans le chapitre suivant.



Chapitre III :

# Optimisation par la technique de Space Mapping

## Plan du chapitre

<b>I.</b>	<b><u>INTRODUCTION</u></b> .....	<b>75</b>
<b>II.</b>	<b><u>PROBLEMATIQUE DE LA CONCEPTION OPTIMALE</u></b> .....	<b>75</b>
<b>III.</b>	<b><u>METHODE DE SPACE MAPPING</u></b> .....	<b>79</b>
<b>IV.</b>	<b><u>CALCUL DE LA FONCTION DE MAPPING AU NIVEAU DES SORTIES (OSM)</u></b> .....	<b>82</b>
1.	<u>FONCTION DE SPACE MAPPING</u> .....	82
2.	<u>CAS TEST</u> .....	83
3.	<u>OPTIMISATION UTILISANT LE MODELE FIN UNIQUEMENT</u> .....	84
4.	<u>OUTPUT SPACE MAPPING PROPORTIONNEL</u> .....	87
5.	<u>MANIFOLD MAPPING</u> .....	94
<b>V.</b>	<b><u>OPTIMISATION SUR LE MODELE GROSSIER</u></b> .....	<b>103</b>
1.	<u>ALGORITHME D'OPTIMISATION</u> .....	103
2.	<u>OPTIMISATION AVEC REGION DE CONFIANCE</u> .....	108
<b>VI.</b>	<b><u>CONCLUSION</u></b> .....	<b>110</b>

## I. Introduction

L'usage d'une modélisation multi-physique dans le processus de dimensionnement optimal induit, généralement, une augmentation du temps de calcul lors de la phase itérative d'optimisation. Ceci implique aussi l'augmentation du coût global de ce processus. La technique de Space mapping présente une solution pour résoudre ce problème et réduire ce coût, parfois prohibitif, d'un dimensionnement optimal.

Parmi les différentes techniques d'optimisation par modèle de substitution, la technique de Space Mapping (SM) est présentée dans ce chapitre. L'intérêt est porté particulièrement sur les variétés effectuant l'ajustement des sorties de la modélisation utilisée. L'objectif global de ce chapitre est de comprendre d'une manière didactique le fonctionnement d'une approche d'optimisation avec la méthode de SM.

Suite à un rappel du contexte global de cette technique d'optimisation (le SM), son principe général est présenté. La deuxième partie consiste en la description de trois variétés différentes de SM au niveau des sorties de la modélisation. Un exemple simple d'illustration est utilisé afin de mieux comprendre cette technique. La dernière partie de ce chapitre présente la méthode d'optimisation du Simplex ainsi que la méthode de région de confiance.

## II. Problématique de la conception optimale

De nombreuses applications industrielles privilégient le recours à l'actionnement électrique pour sa capacité d'intégration et sa commande aisée. Les spécifications de la fonction à assurer par l'actionneur sont fixées par le cahier des charges. Le dimensionnement optimal des actionneurs électriques nécessite la maîtrise de domaines et de compétences divers.

Le dimensionnement d'un actionneur électrique consiste à déterminer les dimensions géométriques et propriétés physiques de ses différents composants qui lui permettent d'assurer un fonctionnement défini. Il est possible de réaliser cette tâche en se basant sur la connaissance a priori de l'actionneur ainsi que sur des calculs analytiques simples ; cette méthode requiert souvent un surdimensionnement afin de s'assurer d'obtenir un niveau minimal de performances souhaitées. Le dimensionnement optimal quant à lui, en plus du but principal de l'obtention d'un actionneur qui permet d'assurer les fonctions pour lesquelles il est conçu, permet la spécification d'un dispositif qui soit 'optimal' selon un ou plusieurs critères qui peuvent être fixés lors de la phase de description du cahier des charges.

Le concept du dimensionnement optimal nécessite l'usage de deux compétences principales:

- La première compétence consiste en la compréhension, la description et la modélisation précise des différents phénomènes physiques qui se manifestent dans le cadre du fonctionnement de l'actionneur à concevoir : il s'agit de la phase de modélisation
- La deuxième compétence est relative au fait de proposer des solutions optimales: il s'agit de traduire le cahier de charges en relations mathématiques et user d'outils, souvent mathématiques, pour trouver les configurations optimales recherchées : il s'agit de l'étape d'optimisation.

Le modèle constitue une représentation mathématique traduite par un programme informatique qui permet la simulation du comportement du dispositif modélisé sous certaines conditions fixées : il s'agit d'un prototype virtuel. La modélisation peut être considérée comme une boîte contenant un ensemble d'équations et de techniques de calcul admettant un ensemble de données d'entrée et ayant comme sortie un ensemble de résultats de calculs. Les entrées peuvent être des définitions de grandeurs géométriques, électriques, des spécifications des propriétés physiques des matériaux ou des affectations de conditions expérimentales. Les sorties de la modélisation désignent les performances du système étudié ce qui peut être la valeur d'un effort développé, les grandeurs électriques générées, les températures en régime transitoire ou établi. Les sorties de la modélisation peuvent aussi quantifier des déformations mécaniques ou le rendement du dispositif. L'ensemble des entrées de la modélisation est noté par  $X$  correspondant à un vecteur de données décrivant le problème d'une manière suffisante permettant sa modélisation. L'ensemble des sorties du modèle est noté par  $y$ . La modélisation doit simuler avec fidélité le comportement d'un système réel.

La conception optimale nécessite le recours à des techniques et méthodes d'optimisation permettant ainsi la détermination d'une configuration d'entrée aboutissant à des performances optimales. Le processus d'optimisation est, d'une manière générale, itératif. Il nécessite l'évaluation de la fonction objectif  $f$ , à minimiser, plusieurs fois. Cette dernière est une expression mathématique en fonction de l'ensemble des entrées du modèle et de ses sorties.

Parmi l'ensemble de tous les paramètres d'entrée du modèle, un certain nombre de paramètres est sélectionné en tant que variables d'optimisation, et il est noté par un vecteur  $x \subseteq X$  tel que :  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $n$  représentant le nombre de variables d'optimisation.

L'optimisation permet de déterminer l'ensemble des valeurs des entrées  $\hat{x}$  tel que la sortie de la modélisation constitue une solution optimale. Soit :

$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \in \mathbb{R}^n$  : ensemble des n variables d'optimisation

$y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_m] \in \mathbb{R}^m$  : ensemble des m sorties de modélisation

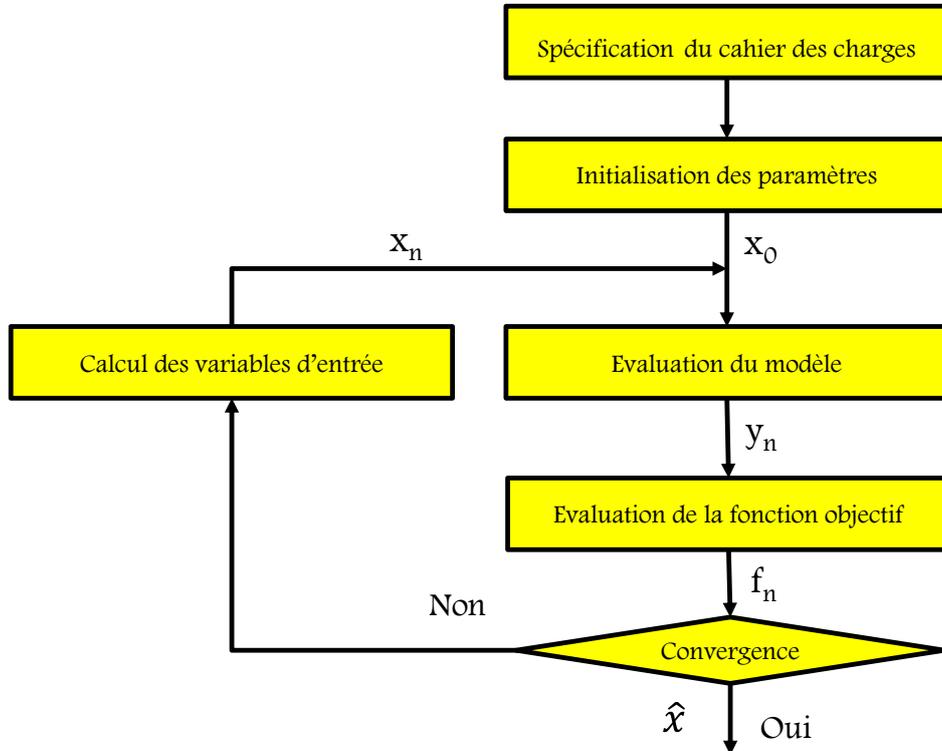


Figure 3.1 Présentation des différentes étapes d'un processus d'optimisation 'classique'

Mathématiquement, en supposant ici l'absence de contraintes d'égalité pour les sorties et les entrées, le problème d'optimisation peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} \hat{x} = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min f(x, y) \\ g_j(x, y) \leq 0, 1 \leq j \leq k \end{cases} \quad (3.1)$$

Où  $g_j$  représente la  $j^{\text{ème}}$  des  $k$  contraintes d'inégalité portant sur les sorties et les entrées.

La fonction objectif, ou fonction coût,  $f$  est une traduction analytique des critères que l'on cherche à minimiser à travers le processus d'optimisation. D'une manière générale, la fonction objectif peut se concevoir de deux manières différentes, suivant le problème à résoudre :

- Il est possible de poser ce problème en tant qu'une minimisation d'une distance à un objectif visé, dans ce cas, la fonction objectif s'écrit sous la forme :

$$f(x, y) = \|y - \bar{y}\| \quad (3.2)$$

Où le terme  $\|y - \bar{y}\|$  représente une distance typiquement euclidienne, mesurant l'écart entre les performances du prototype virtuel calculées par la modélisation et les valeurs de référence (cibles) spécifiées au préalable et stockées dans le vecteur  $\bar{y}$ .

- La fonction objectif peut aussi permettre de maximiser et/ou minimiser un ou plusieurs objectifs de manière libre

Ainsi, par exemple une fonction objectif s'écrivant sous la forme :

$$f(x, y) = \alpha_1 \frac{x_1}{y_1} + \alpha_2 y_2 \quad (3.3)$$

permettra de chercher une solution minimisant la somme du rapport  $\frac{x_1}{y_1}$  et de la sortie  $y_2$ .

- $x_1$  correspond à une variable d'entrée
- $y_1$  et  $y_2$  correspondent à des sorties de la modélisation
- $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont des coefficients de pondération

Cela peut correspondre au cas d'une machine électrique à flux radial où  $x_1$  désigne la longueur de la machine dans la direction axiale,  $y_1$  le couple utile développé dans la machine et  $y_2$  la valeur de la température maximale dans la machine.

Les deux cas présentés précédemment correspondent à un problème mathématique de minimisation d'une quantité issue du calcul de la solution donnée par la modélisation. Cette dernière doit avoir un niveau de précision suffisant pour pouvoir être utilisée pour la conception d'un prototype réel, puis pour l'intégration de l'actionneur dimensionné dans son environnement de fonctionnement. Cette précision a un prix important en temps de calcul du modèle notamment en faisant le choix d'utiliser une modélisation par éléments finis et la prise en compte des non linéarités des phénomènes physiques.

La fonction objectif est évaluée un nombre important de fois au cours d'un processus d'optimisation. Les modèles établis sont utilisés par cette fonction. Le coût d'un problème d'optimisation devient extrêmement important si on se place dans le cas d'une modélisation multi-physique dont les évaluations des différents modèles et les couplages entre eux requièrent un temps de calcul important.

On propose ici une solution à ce problème. Elle consiste à recourir aux méthodes d'optimisation utilisant des modèles substitués. Cela permet ainsi de remplacer le modèle de référence, qui a les qualités de la précision et de la fiabilité des résultats, par un autre modèle ayant la vertu de la rapidité de calcul pour pouvoir être utilisé dans l'algorithme d'optimisation.

### III. Méthode de Space Mapping

Le Space Mapping est une technique d'optimisation [BANO4] et également un outil de modélisation [KOZ2007] qui constitue une solution pour réduire les temps globaux de calcul. Elle tente de combiner les avantages d'un modèle fin et précis, qui nécessite généralement des calculs lourds, et ceux d'un modèle rapide (mais généralement moins précis). Dans le cadre de cette étude, l'intérêt est porté au SM uniquement en tant que technique d'optimisation.

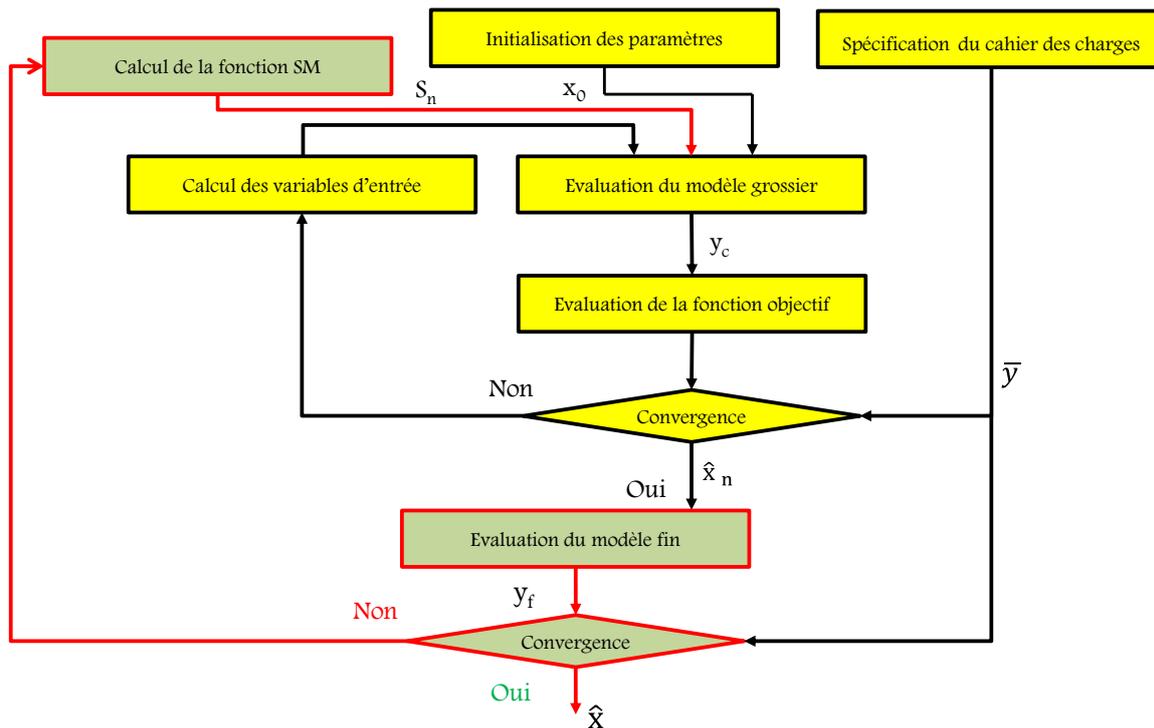


Figure 3.2 Boucle d'optimisation par Space Mapping

La réalisation d'un processus d'optimisation avec cette technique nécessite la présence et l'interaction de quatre éléments:

- Un modèle grossier : C'est une modélisation mono ou multi-physique du dispositif à dimensionner. La rapidité de calcul doit être la vertu principale de ce modèle permettant, ainsi, son utilisation d'une manière intensive par un algorithme d'optimisation
- Un modèle fin : Ce modèle constitue une référence quant à la qualité/précision des résultats qu'il fournit par rapport auxquels le modèle grossier est recalé. Il doit être précis et fiable. En général le calcul de ce type de modélisation nécessite un temps important rendant, dans certains cas, son utilisation dans un processus d'optimisation classique impossible.
- Une fonction de Space Mapping : Il s'agit d'une transformation mathématique qui permet de recalé le modèle grossier par rapport au modèle fin. En plus de l'introduction du modèle grossier, cette fonction est la seconde particularité d'une optimisation utilisant la technique

du SM. La sortie du modèle grossier corrigée par la fonction de SM permet d'avoir une modélisation de substitution localement précise.

- Une méthode d'optimisation : Il s'agit d'un algorithme d'optimisation utilisé pour trouver une configuration optimale en utilisant le modèle grossier ainsi que la fonction de SM.

La figure 3.2 montre un processus d'optimisation utilisant la méthode de Space Mapping. Le modèle grossier doit respecter deux conditions : la rapidité de son calcul et la représentativité des tendances de variations des sorties en fonction des entrées. Il peut être de la même nature (analytique, éléments finis, nodal...) que le modèle fin de mais cela n'est pas obligatoire. Cependant, il est souvent avantageux de dégrader le modèle fin pour obtenir le modèle grossier. Ainsi, dès que le modèle fin est construit, plusieurs techniques peuvent lui être appliquées pour rendre son temps d'exécution plus court au détriment de sa précision, mais, tout en gardant la représentativité physique des modèles ainsi que les bonnes tendances de variation.

Ainsi, deux modèles différents sont considérés dans toute approche par SM :

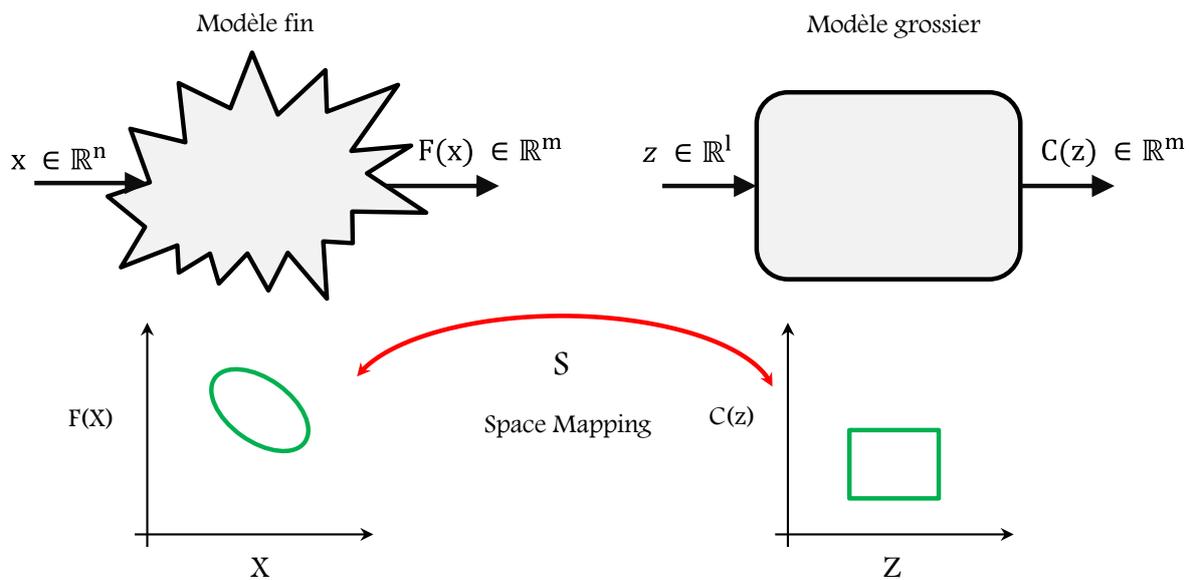


Figure 3.3 Espaces de définition des modèles fin et grossier

Un modèle fin  $F : x \in \mathbb{R}^n \rightarrow y_f \in \mathbb{R}^m$  et un modèle grossier  $C : z \in \mathbb{R}^l \rightarrow y_c \in \mathbb{R}^m$

Avec :

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_l \end{pmatrix}; x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}; y_c = C(Z) = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_m \end{pmatrix} \text{ et } y_f = F(X) = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_m \end{pmatrix}$$

Le problème d'optimisation formulé dans le cadre général du SM s'écrit de la façon suivante:

$$\hat{x} = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min \|S(F(x), C(z), x, z) - \bar{y}\| \quad (3.4)$$

La fonction  $S : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$  est la transformation établissant le Space Mapping en faisant correspondre les sorties du modèle grossier à celles du modèle fin. Cette fonction peut être fonction des sorties des deux modèles C et F ainsi que de leurs entrées respectives  $x$  et  $z$ .

Cette formulation est valable pour le cas d'une minimisation d'une distance à un objectif. Elle est aussi applicable à un problème de minimisation en considérant plutôt  $\bar{y} = 0$  et en supposant que  $f(x, y) = f(x, \text{SoC}(z))$ .

Trois grandes voies se distinguent quant au recalage du modèle grossier par rapport au modèle fin. En agissant sur les variables d'optimisation (i.e. d'entrée) on parle d'Input SM [RAY2011]. Quand le recalage se fait au niveau des paramètres de définition interne du modèle (dont l'optimisation ne dépend pas) il s'agit d'Implicit SM [CHE2006]. Le troisième cas concerne l'action directe sur les sorties du modèle grossier pour les faire correspondre à celles du modèle fin; on parle dans ce cas d'Output SM (OSM) [ENC2008]. Une autre possibilité consiste à utiliser deux (ou plus) de ces cas simultanément : il s'agit de SM hybride [BAK1999].

Les différents types de Space Mapping sont présentés dans la figure 3.4 présentant l'ensemble des paramètres sur lesquels s'effectue le recalage du modèle grossier.

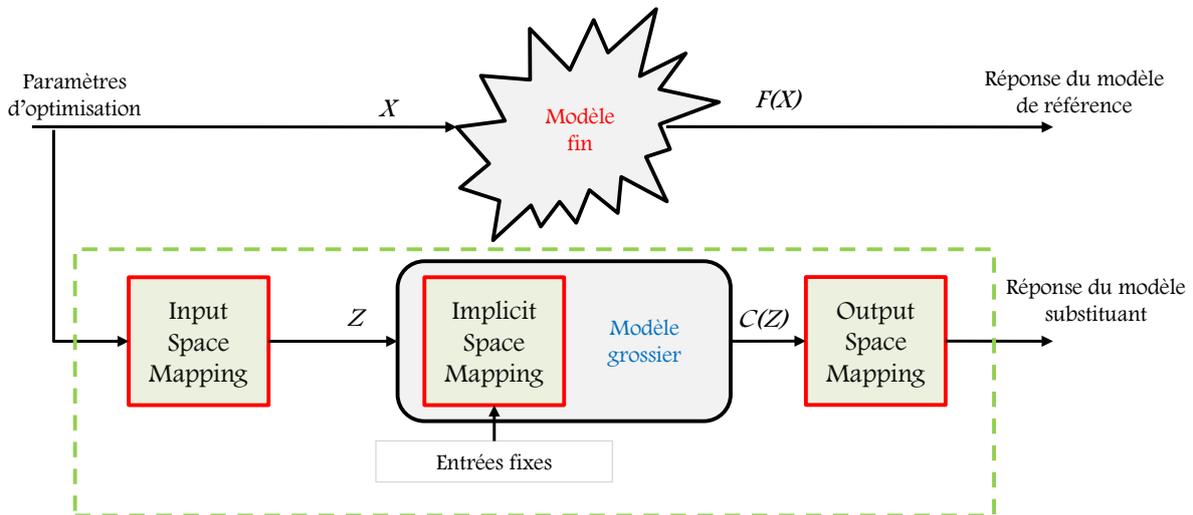


Figure 3.4 Différentes possibilités de Space Mapping

Contrairement à la technique de l'Output SM se basant sur le recalage des sorties de la modélisation, les techniques Input SM et Implicit SM requièrent la résolution d'un problème d'identification, souvent itératif, afin de déterminer les bonnes entrées ou les bons paramètres internes permettant de retrouver les mêmes sorties des modèles grossier et fin.

Cela augmente considérablement le temps de calcul surtout quand le nombre de paramètres d'entrée à ajuster est important. Dans le présent manuscrit, seul l'Output SM, agissant donc sur les sorties de la modélisation, est présenté et étudié.

#### IV. Calcul de la fonction de Mapping au niveau des sorties (OSM)

##### 1. Fonction de Space Mapping

Par la suite, sont présentées différentes techniques d'optimisation par Output SM qui se basent sur le recalage des sorties des modèles grossier et fin. On fait l'hypothèse que les deux modèles ont les mêmes espaces d'entrées ; soit :

$$z \equiv x$$

La fonction de SM, notée S, vérifie notamment:

$$S \circ C(x_r) = F(x_r) \quad (3.5)$$

S dépend des sorties respectives des deux modèles F et C évaluées à un même point  $x_r$ .

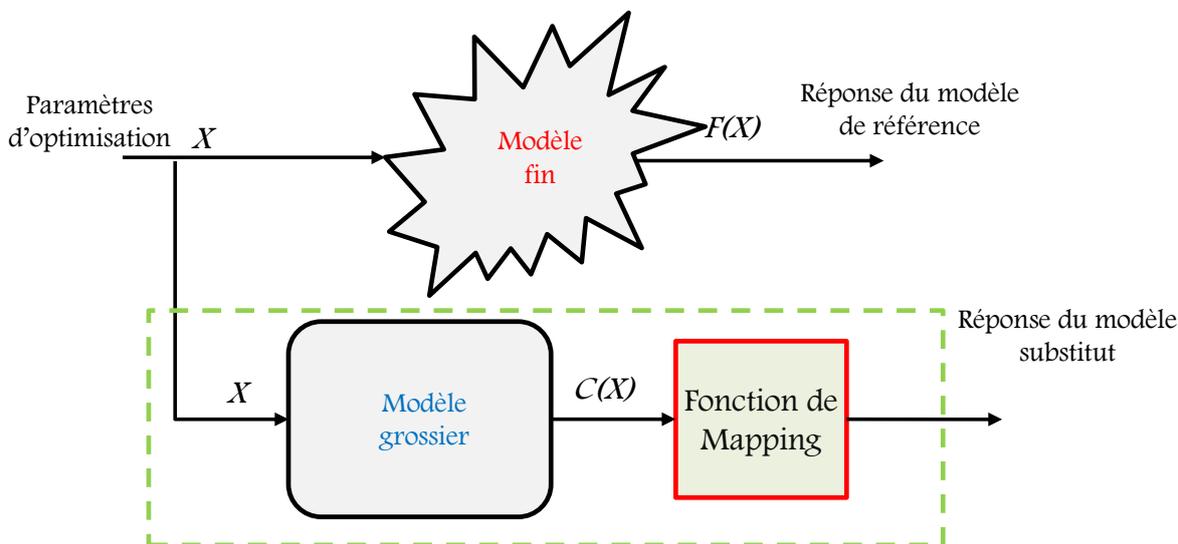


Figure 3.5 Space Mapping appliqué sur l'espace des sorties

Le recalage peut se faire sur l'ensemble des  $m$  sorties ou sur certaines d'entre elles uniquement. On se place dans le cas où la fonction de Space Mapping S se calcule sur toutes les sorties des modèles et on suppose que le nombre de sorties est égal au nombre de critères fixés par le cahier des charges (ceux-ci étant réunis dans le vecteur  $\bar{y}$ ).

Le problème d'optimisation dans le cadre de l'Output SM s'écrit alors en utilisant la fonction de mapping :

$$\hat{x} = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min \|S \circ C(x) - \bar{y}\| \quad (3.6)$$

Une fonction de mapping peut également être calculée pour le recalage des fonctions contraintes (fine et grossière).

Parmi les différentes méthodes d'Output SM, on peut citer : l'Output SM proportionnel (OSM), l'Aggressive OSM (AOSM) et le Manifold Mapping (MM).

La méthode OSM proportionnel utilise une relation simple pour le recalage entre les sorties du modèle grossier avec celles du modèle fin, basée sur la pondération des sorties du modèle grossier avec des coefficients de recalage.

Les méthodes AOSM et MM utilisent une relation différente nécessitant le recours aux matrices jacobiniennes. L'AOSM utilise la méthode de Broyden [ENC2008] pour la mise à jour de l'inverse de ces matrices. Le MM utilise une approximation numérique de ces mêmes inverses.

## 2. Cas test

Afin d'illustrer le fonctionnement de ces techniques, un exemple sera utilisé. Ce paragraphe présente d'une manière générale cet exemple. Les modèles fin et grossier sont donnés par:

$$f: x \in [-2,2] \rightarrow y_f \in \mathbb{R}^2 : \begin{cases} y_{f1} = \frac{(x^3+1)^2}{10} - x^3 + 2 \\ y_{f2} = x^3 \end{cases} \quad (3.7)$$

$$c: x \in [-2,2] \rightarrow y_c \in \mathbb{R}^2 : \begin{cases} y_{c1} = x^2 \\ y_{c2} = x \end{cases} \quad (3.8)$$

Ces fonctions ont été choisies de telle manière que les relations  $y_{f2} = f_{ct}(y_{f1})$  et  $y_{c2} = f_{ct}(y_{c1})$  soient simples, dans la finalité de faire apparaître les compromis à adapter par la suite dans les optimisations.

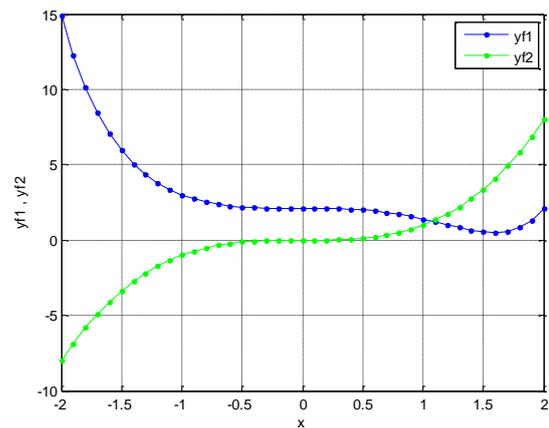
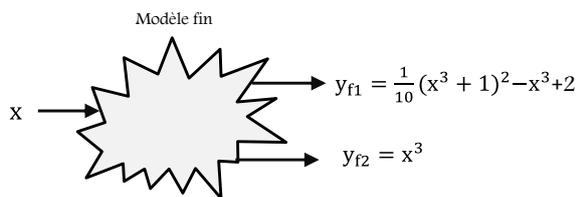


Figure 3.6 Variation des sorties du modèle fin en fonction de l'entrée

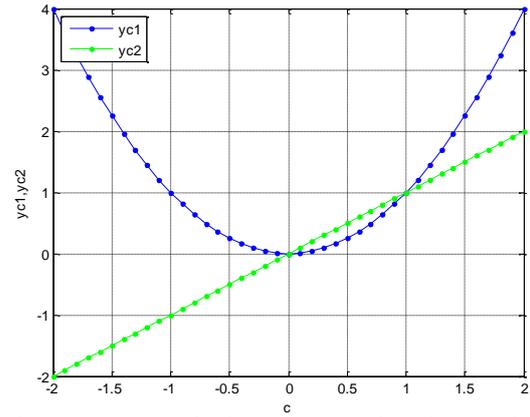
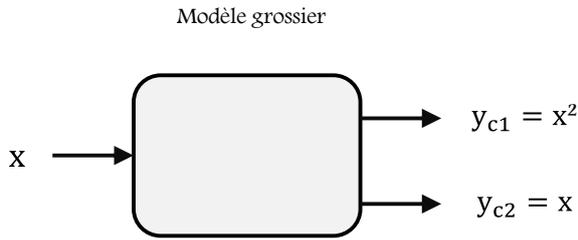


Figure 3.7 Variation des sorties du modèle grossier en fonction de l'entrée

Comparaison entre les sorties du modèle fin et grossier

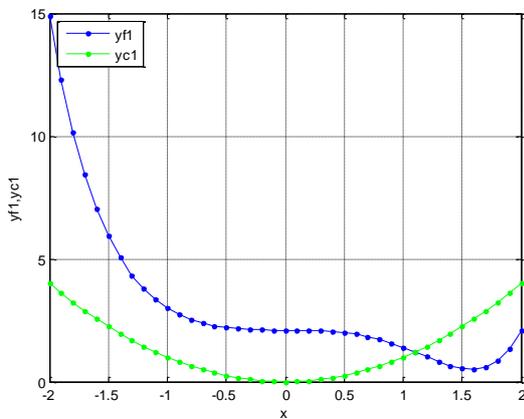


Figure 3.8 Comparaison entre les sorties  $y_{f1}$  et  $y_{c1}$  des modèles fin et grossier

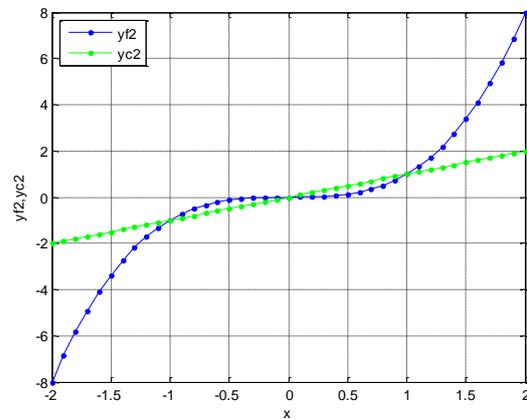


Figure 3.9 Comparaison entre les sorties  $y_{f2}$  et  $y_{c2}$  des modèles fin et grossier

Bien évidemment ici, le modèle ‘grossier’ représenté par la fonction  $c$  n’est pas considérablement plus rapide que le modèle ‘fin’ noté par  $f$ . On considère, cependant, que le modèle fin décrit le comportement du phénomène étudié d’une manière plus précise. Il s’agit de la référence de calcul. Les figures 3.8 et 3.9 montrent que, bien que les sorties des modèles ne soient pas confondues, elles ont les même tendances de variations, ce qui est une condition indispensable à vérifier par le modèle grossier.

### 3. Optimisation utilisant le modèle fin uniquement

A partir de la définition des fonctions  $y_f$  et  $y_c$ , deux problèmes ‘test’ d’optimisation à résoudre sont proposés. Ils s’écrivent sous la forme :

$$\hat{x} = \arg_{x \in \mathbb{R}} \min f_{obj} \quad (3.9)$$

Avec

$$f_{obj} = \|f(x) - \bar{y}\| \quad (3.10)$$

$\bar{y} = [5.939, -3.375]$  pour le premier problème.

Le second problème utilise  $\bar{y} = [5, -2]$

Aucune contrainte n'est prise en compte. Seules les bornes de variation de  $x$  sont considérées.

La figure 3.10 montre que le premier point cible  $\bar{y} = [5.939, -3.375]$ , représenté par le carré vert, peut être atteint car il est positionné sur la courbe  $y_{f2} = f_{ct}(y_{f1})$ . A contrario, le second point ne peut pas être atteint vu que les deux sorties ne peuvent pas avoir simultanément les valeurs 5, pour  $y_{f1}$ , et -2 pour  $y_{f2}$ . Dans ce cas l'optimiseur doit alors trouver un compromis entre ces deux objectifs.

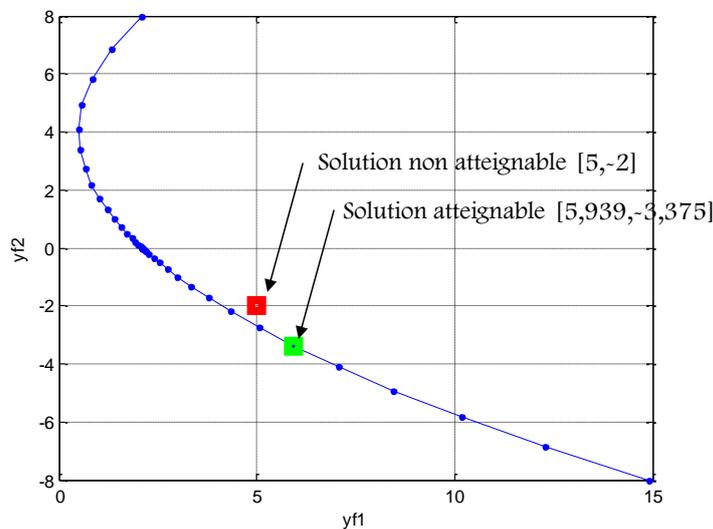


Figure 3.10 Variation de la sortie  $y_{f2}$  en fonction de la sortie  $y_{f1}$  du modèle fin

Dans un premier temps, et afin de servir de référence aux développements suivants, la résolution des problèmes avec le modèle fin uniquement utilisant l'algorithme d'optimisation SQP avec une seule variable [NIE2006] est présentée ci-dessous.

- $\bar{y} = [5.939, -3.375]$ :

Le point initial de début de l'optimisation est fixé à  $x_0 = 1$ . La tolérance sur les variations des entrées et des sorties est fixée à  $10^{-6}$ . L'optimisation s'arrête au bout de 41 évaluations du modèle (fin). Bien évidemment, le nombre d'évaluations de la fonction objectif dépend du point initial de démarrage de l'optimisation. La solution trouvée est  $\hat{x} = -1.5$  (et correspond bien à la solution exacte)

La figure 3.11 montre la variation de la fonction objectif 3.10 en fonction de la variable d'optimisation dans le domaine de définition. Le carré vert présente la solution trouvée.

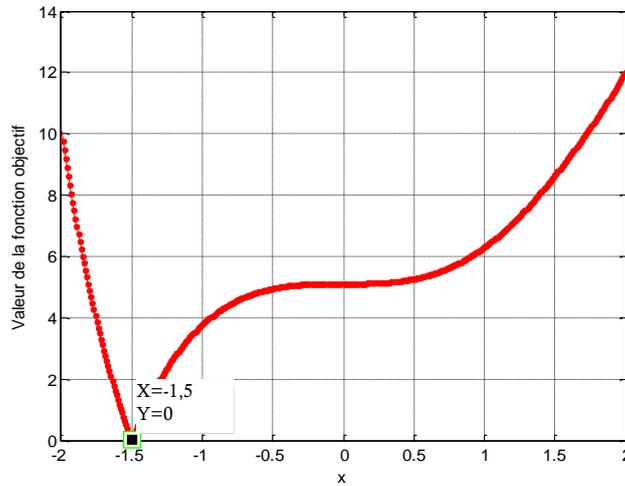


Figure 3.11 Variation de la fonction objectif en fonction de la variable d'optimisation 'x'

- $\bar{y} = [5, -2]$ :

Dans ce cas, la solution est obtenue au bout de 24 évaluations du modèle fin. La solution trouvée correspond à  $\hat{x} = -1.3473$  où  $f_{obj}(\hat{x}) = 0.5638$ . La figure 3.12 représente la variation de la fonction objectif en fonction de x ainsi que la solution trouvée. On remarque que l'optimum ne correspond pas à une distance nulle entre la réponse du modèle et le point cherché. Cela est normal vu que de les deux sorties du modèle fin ne peuvent pas prendre les valeurs respectives 5 et -2 simultanément.

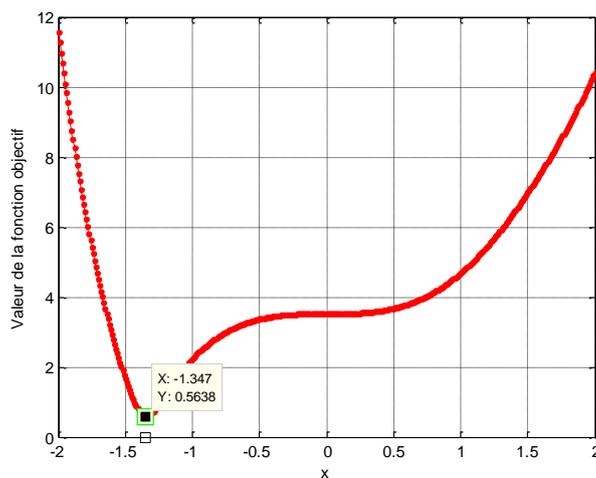


Figure 3.12 Variation de la fonction objectif en fonction de la variable d'optimisation

Par la suite, les résolutions de ces deux problèmes sont présentées à titre d'exemple illustratif pour les différentes variantes de SM présentées : l'Output SM proportionnel et le Manifold Mapping.

#### 4. Output Space Mapping proportionnel

##### a. Calcul de la fonction OSM

L'output SM proportionnel [VIV2011] consiste à établir un recalage (local) des sorties du modèle grossier en fonction de celles du modèle fin au point trouvé par une optimisation précédente sur le modèle grossier via une transformation simple : une règle de trois. Il s'agit d'un processus itératif comme toutes les méthodes de SM.

L'optimisation avec la méthode de l'OSM proportionnel peut être résumée graphiquement par la figure suivante :

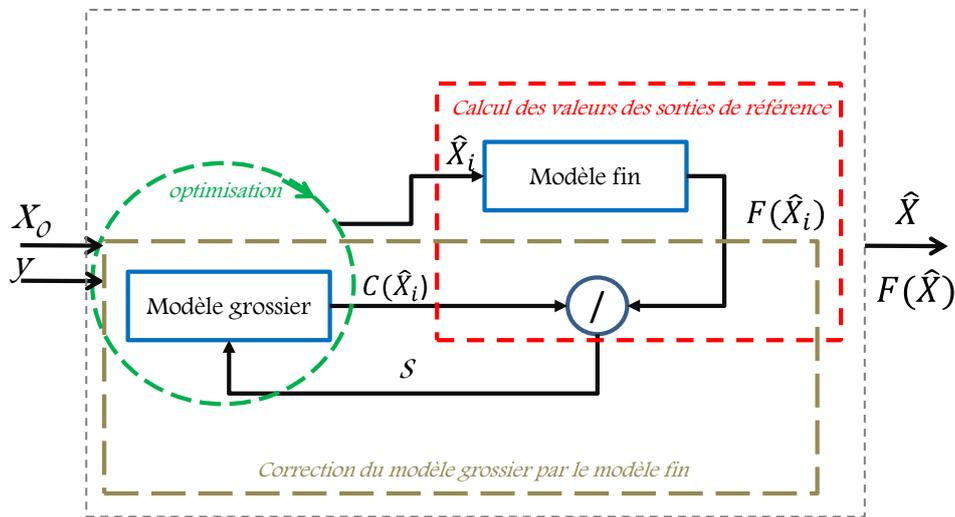


Figure 3.13 Interactions entre les modèles fin et grossier au cours d'une optimisation utilisant l'Output SM

L'algorithme correspondant peut être écrit de la manière suivante :

0. Initialisation de la fonction de SM par :  $S_0 = 1$  ( $i=0$ )

Choix du point initial de démarrage de l'optimisation  $x_0$

Définition des critères d'arrêt :

- Nombre maximal d'itérations :  $n_{intermax}$
- Tolérances :  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$

Aucun recalage n'est réalisé à la première itération ( $S_0 = 1$ )

Ensuite, pour chaque itération  $i \geq 1$

1. Résolution du problème d'optimisation :

$$\hat{x}_i = \arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} \|S_{i-1} \circ C(x) - \bar{y}\|$$

2. Evaluation du modèle fin au point optimal  $\hat{x}_i$  : calcul de  $F(\hat{x}_i)$
3. Mise à jour de la fonction de SM :

$$S_i = F(\hat{x}_i)/C(\hat{x}_i) = \left( F_1(\hat{x}_i)/C_1(\hat{x}_i), F_2(\hat{x}_i)/C_2(\hat{x}_i), \dots, F_m(\hat{x}_i)/C_m(\hat{x}_i) \right) \quad (3.11)$$

Où  $F(\hat{x}_i)$ , respectivement  $C(\hat{x}_i)$ , représentent les sorties évaluées par le modèle fin, respectivement par le modèle grossier, au point optimal  $\hat{x}_i$

On peut donc établir l'égalité suivante au voisinage du point  $\hat{x}_i$

$$S_i \circ C(x) \approx F(x)$$

4.  $\hat{x}_i$  devient le nouveau point initial pour la prochaine optimisation
5. Arrêt si:

$$i > n_{\text{intermax}}$$

Ou

$$\frac{\|\hat{x}_i - \hat{x}_{i-1}\|}{\|\hat{x}_{i-1}\|} < \varepsilon_1$$

Et/Ou

$$\frac{\|F(\hat{x}_i) - F(\hat{x}_{i-1})\|}{\|F(\hat{x}_{i-1})\|} < \varepsilon_2$$

Si pas d'arrêt, reprendre à partir de l'étape 1

**NB:** Les valeurs des entrées et des sorties sont normalisées afin de tenir compte des différences d'ordres de grandeurs des données.

### b. Exemple d'illustration

- Premier cas :  $\bar{y} = [5.939, -3.375]$

La résolution du problème d'optimisation (cas test) à l'aide de la technique d'OSM est présentée ci-après. Le problème d'optimisation à résoudre est donc :

$$\hat{x}_i = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min \left\| \text{SoC}(x) - \begin{bmatrix} 5.939 \\ -3.375 \end{bmatrix} \right\| \quad (3.12)$$

Aucune contrainte n'est imposée ni sur les sorties ni sur les entrées ; seules les bornes de la variable d'optimisation sont fixées :  $x \in [-2, 2]$

La solution recherchée ainsi que les variations des coefficients d'ajustement des sorties du modèle grossier (fonctions de SM) sont présentées pour les valeurs de tolérance  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-4}$ . Le point initial de l'optimisation est fixé à  $x_0 = 1$ .

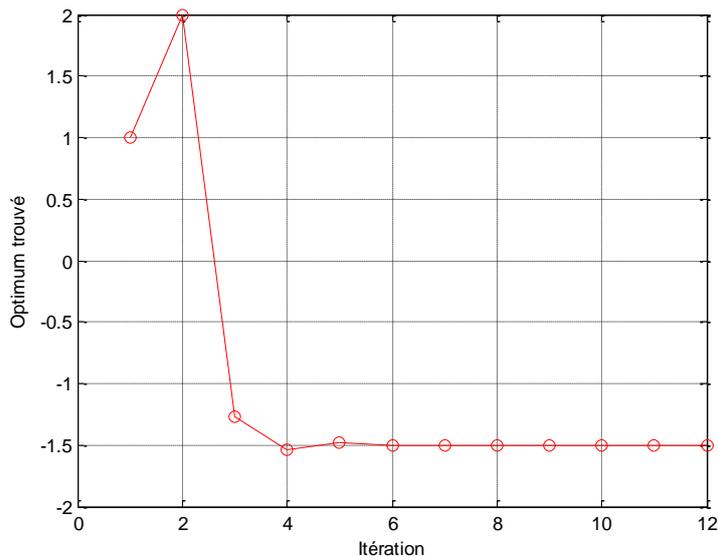


Figure 3.14 Variation de l'optimum trouvé pour les différentes itérations

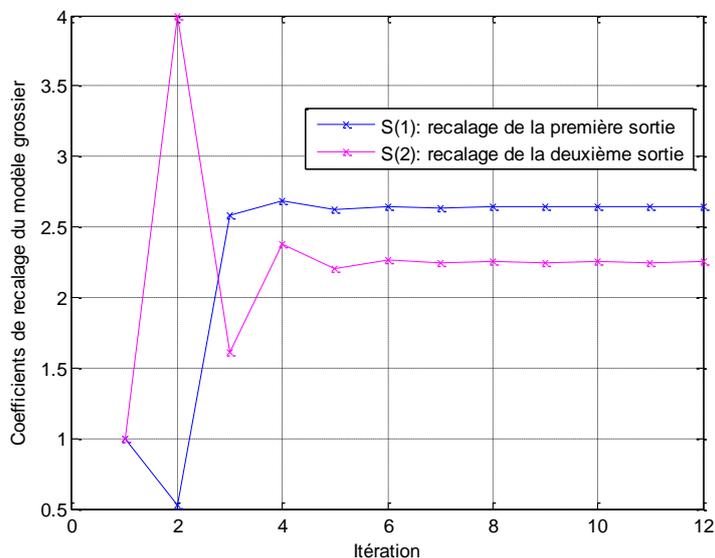


Figure 3.15 Variation des coefficients de recalage des sorties

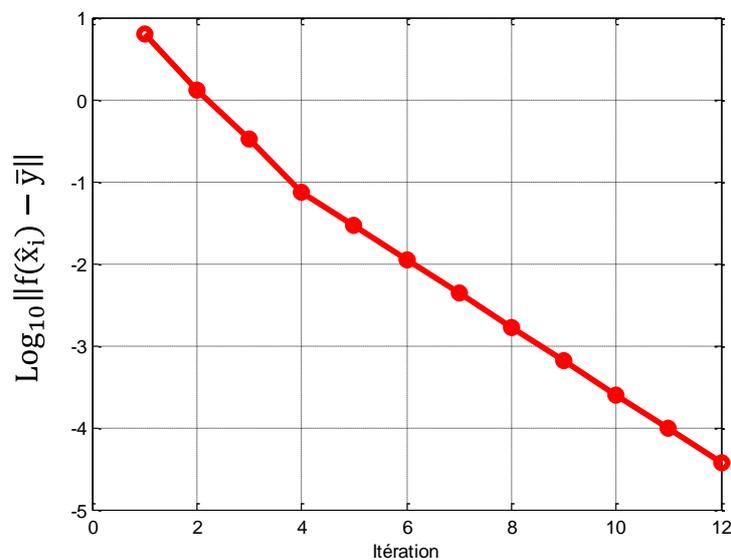


Figure 3.16 Variation logarithmique de la distance à l'objectif

Il apparaît donc que la méthode d’OSM proportionnel permet de résoudre ce problème. Le nombre d’évaluations de la fonction  $f$ , représentant le modèle de référence, dépend essentiellement de la tolérance fixée et du point initial. Il est bien clair que plus la tolérance exigée est faible, plus le nombre d’évaluations du modèle de référence augmente.

On note ici qu’on converge vers une solution du problème en un nombre d’évaluations du modèle fin largement inférieur au cas où on utilise ce dernier uniquement (41 fois pour le cas présenté dans §IV.3), ce qui représente un gain potentiel important de temps de calcul.

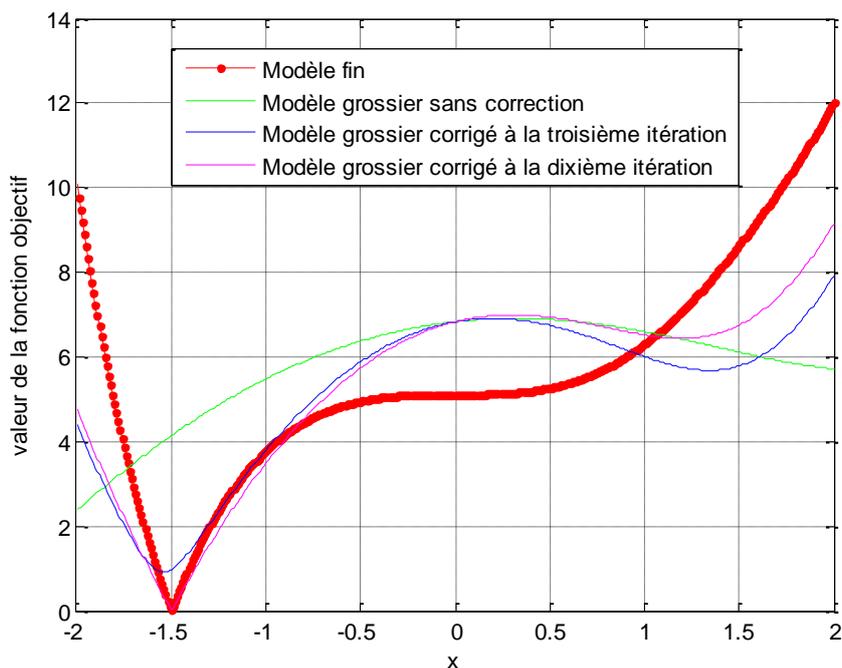


Figure 3.17 Variations de la fonction objectif pour différentes itérations

La figure ci-dessus montre que la valeur de la fonction objectif calculée avec le modèle grossier corrigé s’approche itérativement de celle calculée avec le modèle fin. On vérifie bien que ce rapprochement est observé à proximité de la solution du problème. En dehors de cette zone, le modèle grossier corrigé donne des résultats très différents du modèle fin.

- Deuxième cas :  $\bar{y} = [5, -2]$

On change le point objectif à atteindre  $\bar{y} = [5, -2]$ . Tout d’abord on rappelle qu’il n’existe pas de solution  $\hat{x}$  exacte de ce problème pour laquelle  $f_{obj} = 0$

Il existe néanmoins, une zone, représentée dans la figure 3.18, dans laquelle se situe solution du problème  $\hat{x} = \arg_{x \in \mathbb{R}} \min \left\| \text{SoC}(x) - \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \right\|$ .

Le point initial reste  $x_0 = 1$ . Les valeurs des tolérances sont conservées  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-4}$ . Dans ce cas, l'algorithme d'optimisation s'arrête car le critère d'arrêt fixé sur les entrées est vérifié. Les sorties n'atteignent pas les valeurs recherchées  $\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$  mais des valeurs proches.

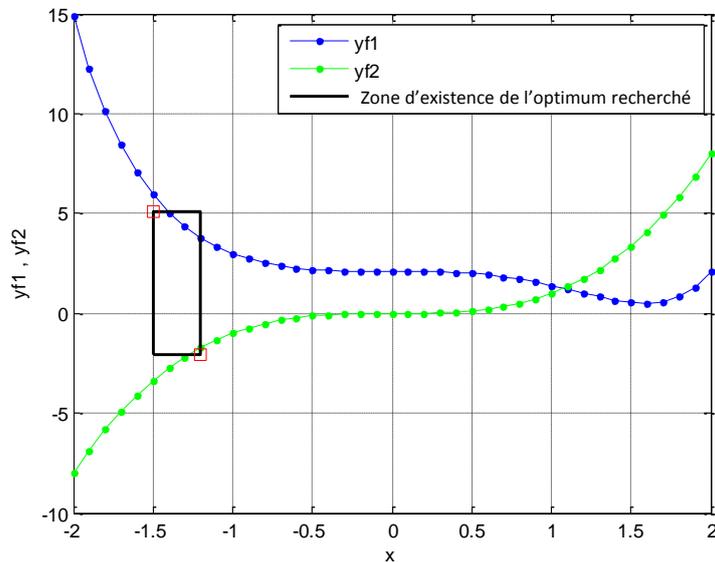


Figure 3.18 Situation approximative de la solution du problème

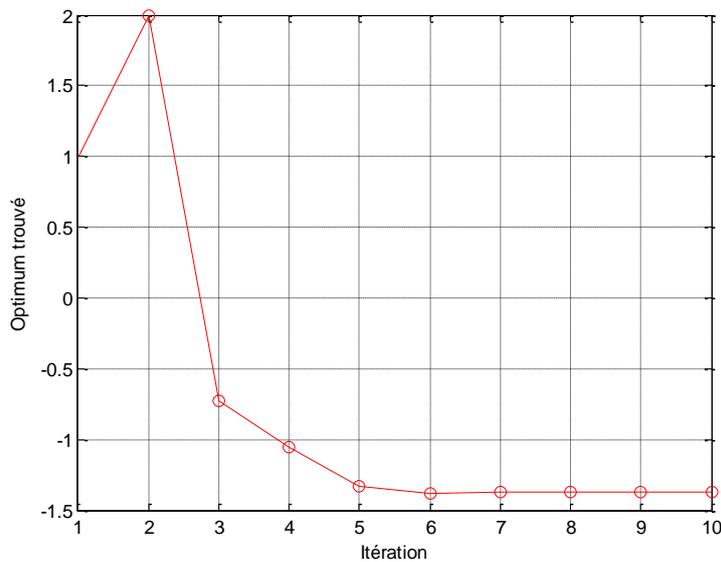


Figure 3.19 Courbe de convergence

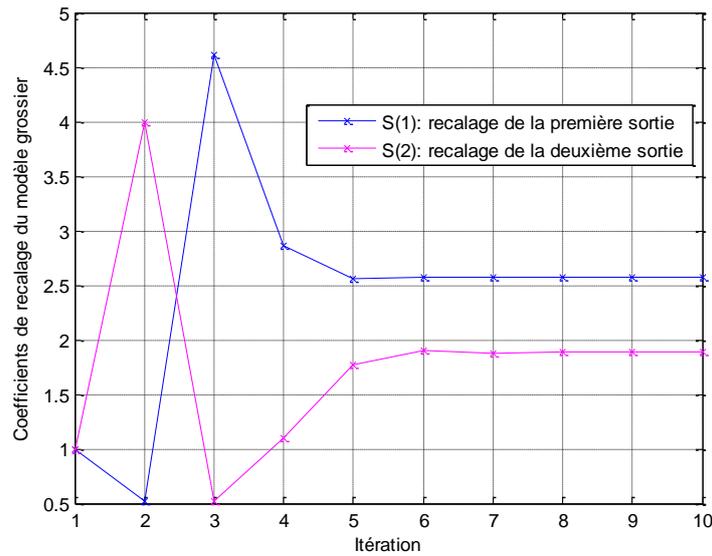


Figure 3.20 Variation des coefficients de recalage des sorties

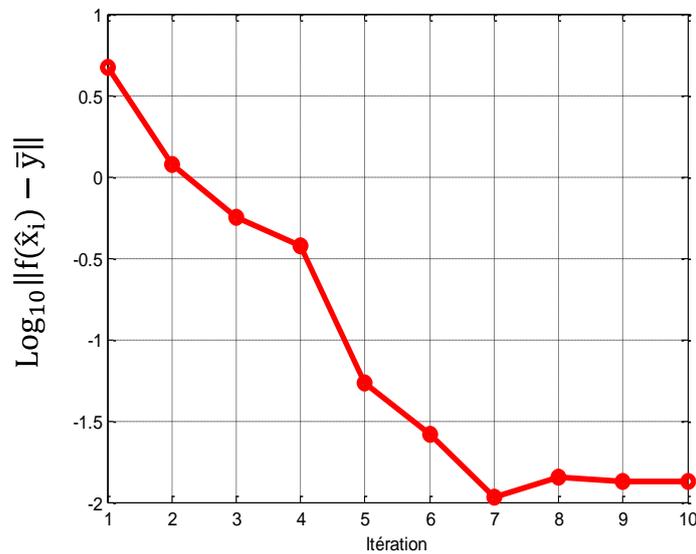


Figure 3.21 Variations logarithmiques de la distance à l'objectif

On rappelle qu'en utilisant le modèle fin uniquement l'algorithme d'optimisation avait besoin de plus de 24 évaluations de la fonction objectif ; dans ce cas, 10 itérations ont suffi. Cela représente un gain important dans le cas où le modèle fin est coûteux en termes de temps de calcul. La solution trouvée par la technique de SM est identique à celle trouvée en utilisant le modèle fin uniquement.

La figure 3.22 montre que la solution donnée par le modèle grossier corrigée par la fonction de mapping s'approche itérativement de celle du modèle fin à proximité de l'optimum recherché.

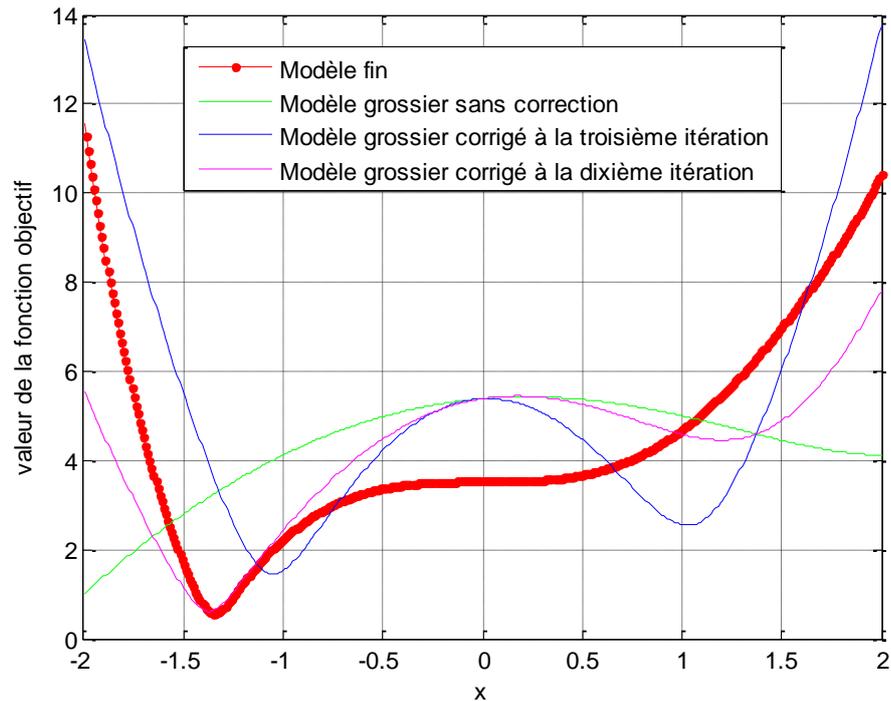


Figure 3.22 Variation de la fonction objectif au cours de l'optimisation

### c. Prise en compte des contraintes

D'une manière générale, les problèmes d'optimisation peuvent avoir des contraintes calculées sur les sorties des modèles. Pareillement à la fonction objectif, les fonctions qui calculent les contraintes peuvent utiliser le modèle grossier corrigé par la fonction de SM pour chaque itération de SM.

### d. Conclusion

La technique de l'OSM proportionnel est simple dans son principe. Elle nécessite peu de réglage. Néanmoins, il est nécessaire d'avoir plusieurs sorties (de modélisation) afin d'augmenter la probabilité d'une convergence de l'algorithme. Il est aussi possible de trouver des configurations pour lesquelles cette méthode ne peut pas donner de résultats si on ne prend pas en compte certains détails notamment liés aux critères d'arrêt de l'optimisation et à la définition de la fonction objectif (choix du vecteur  $\bar{y}$ ).

D'autre part, la transformation utilisée, qui consiste en une simple règle de trois, ne modifie pas les positions des optima trouvés, ce qui empêche l'algorithme d'optimisation de poursuivre sa recherche dans une direction privilégiée. Il doit être rappelé, aussi, que la méthode d'OSM proportionnel n'a pas de preuve mathématique de convergence.

### 5. Manifold Mapping

Le Manifold Mapping [ECH2006] agit sur le modèle grossier afin d'ajuster ses sorties, itérativement, en fonction de celles du modèle fin. Le Manifold mapping n'utilise pas la même relation que celle de l'Output SM proportionnel, mais une transformation mathématique plus complexe qui peut se décomposer en deux actions :

- Une translation vers la réponse du modèle fin
- Une rotation pour une meilleure correspondance du modèle grossier avec le modèle fin localement

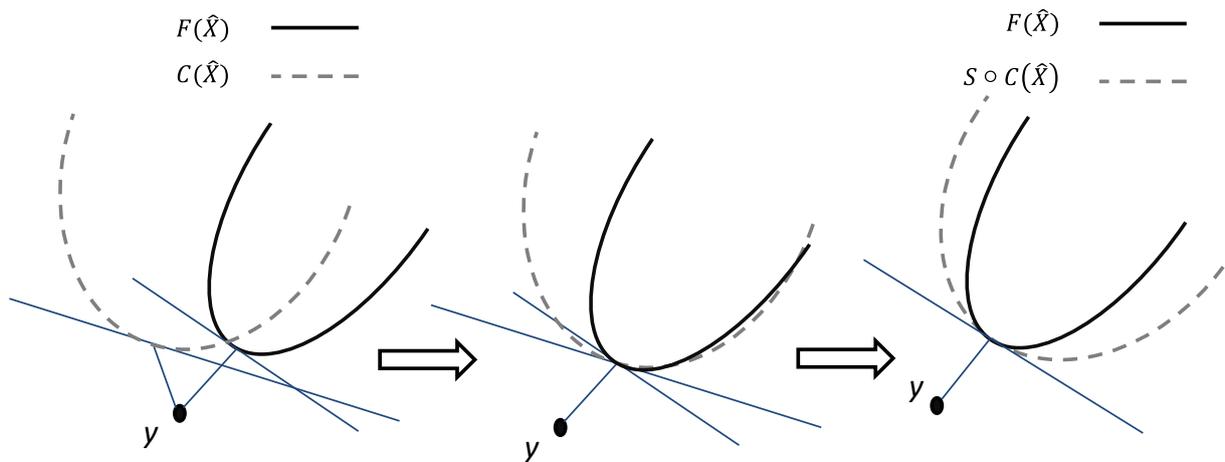


Figure 3.23 Ajustement du modèle grossier par rapport au modèle fin par la méthode de Manifold Mapping [ECH2008]

#### a. Calcul de la fonction MM

Le problème d'optimisation résolu utilisant la technique du Manifold Mapping s'écrit de la même façon que pour le cas de l'OSM proportionnel :

$$\hat{x}_i = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min \|S_{i-1} \circ C(x) - \bar{y}\| \quad (3.13)$$

La transformation utilisée par le MM s'écrit de la manière suivante:

$$S_{i-1} \circ C(x) = F(\hat{x}_{i-1}) + s_{i-1}(C(x) - C(\hat{x}_{i-1})) \quad (3.14)$$

Où  $s_{i-1} = J_f(\hat{x}_{i-1}) J_c^\dagger(\hat{x}_{i-1})$ .

$J_f(\hat{x}_{i-1})$  et  $J_c(\hat{x}_{i-1})$  représentent les matrices jacobiennes du modèle fin et grossier évaluées au point optimal trouvé à l'itération  $i-1$ . La notation  $\dagger$  désigne le pseudo-inverse, vu que les matrices jacobiennes ne sont pas nécessairement carrées.

On remarque que si on ne calcule pas  $\bar{s}_{i-1}$ , la fonction de mapping s'écrit :

$$S_{i-1}(C(x)) = C(x) + (F(\hat{x}_{i-1}) - C(\hat{x}_{i-1})) \quad (3.15)$$

Ainsi le terme  $F(\hat{x}) - C(\hat{x})$  correspond à la translation des réponses du modèle grossier vers celles du modèle de référence. La minimisation de la distance entre la solution du modèle grossier et celle du modèle fin permet cette translation.

Le calcul des matrices jacobiennes permet d'avoir une information supplémentaire sur les tendances locales de variation des valeurs des sorties des modèles en fonction de leurs entrées. Cette information permet de faire correspondre les plans tangents des fonctions  $F$  (fine) et  $C$  (grossière) au point  $\hat{x}_{i-1}$ .

La matrice jacobienne calculée sur le modèle fin s'écrit :

$$J_f = \begin{pmatrix} \frac{dF_1}{dx_1} & \dots & \frac{dF_1}{dx_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dF_m}{dx_1} & \dots & \frac{dF_m}{dx_n} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

De même pour les réponses du modèle grossier :

$$J_c = \begin{pmatrix} \frac{dC_1}{dx_1} & \dots & \frac{dC_1}{dx_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dC_m}{dx_1} & \dots & \frac{dC_m}{dx_n} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

$J_f$  et  $J_c$  sont de même taille  $[m \times n]$ . Elles ne sont pas carrées, d'où l'utilisation du pseudo-inverse.

Le calcul de ces matrices est coûteux, surtout pour le cas du modèle fin. Il est préférable d'y substituer une matrice jacobienne approchée en utilisant des données numériques déjà disponibles, résultant des précédentes itérations.

$$J_f \simeq \begin{pmatrix} \frac{\Delta F_1}{\Delta x_1} & \dots & \frac{\Delta F_1}{\Delta x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\Delta F_m}{\Delta x_1} & \dots & \frac{\Delta F_m}{\Delta x_n} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

De même

$$J_c \simeq \begin{pmatrix} \frac{\Delta C_1}{\Delta x_1} & \dots & \frac{\Delta C_1}{\Delta x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\Delta C_m}{\Delta x_1} & \dots & \frac{\Delta C_m}{\Delta x_n} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Calculées aux points optimaux  $\hat{x}_i$  trouvés à chaque itération  $i$ . Ainsi les matrices jacobiennes approchées  $J_f(\hat{x}_i)$  et  $J_c(\hat{x}_i)$  peuvent être s'écrire de la manière suivante :

$$J_f(\hat{x}_i) = \begin{pmatrix} \frac{F_1(\hat{x}_i) - F_1(\hat{x}_{i-1})}{\hat{x}_{i1} - \hat{x}_{i-11}} & \dots & \frac{F_1(\hat{x}_i) - F_1(\hat{x}_{i-1})}{\hat{x}_{in} - \hat{x}_{i-1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{F_m(\hat{x}_i) - F_m(\hat{x}_{i-1})}{\hat{x}_{i1} - \hat{x}_{i-11}} & \dots & \frac{F_m(\hat{x}_i) - F_m(\hat{x}_{i-1})}{\hat{x}_{in} - \hat{x}_{i-1n}} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

$$J_c(\hat{x}_i) = \begin{pmatrix} \frac{C_1(\hat{x}_i) - C_1(\hat{x}_{i-1})}{\hat{x}_{i1} - \hat{x}_{i-11}} & \dots & \frac{C_1(\hat{x}_i) - C_1(\hat{x}_{i-1})}{\hat{x}_{in} - \hat{x}_{i-1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{C_m(\hat{x}_i) - C_m(\hat{x}_{i-1})}{\hat{x}_{i1} - \hat{x}_{i-11}} & \dots & \frac{C_m(\hat{x}_i) - C_m(\hat{x}_{i-1})}{\hat{x}_{in} - \hat{x}_{i-1n}} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Les matrices jacobiennes sont calculées grâce aux données relatives aux points optimaux caractérisés lors des itérations précédentes à chaque itération ce qui n'engendre pas de calculs supplémentaires.

En pratique, le calcul du produit des matrices jacobiennes peut être simplifié davantage en écrivant:

$$s_i = \Delta F_i \Delta_i C^\dagger \quad (3.22)$$

Avec, à l'itération  $i$ :

$$\Delta F_i = [ F(\hat{x}_i) - F(\hat{x}_{i-1}) \quad \dots \quad F(\hat{x}_i) - F(\hat{x}_{\min(i-1,n)}) ] \quad (3.23)$$

Et

$$\Delta C_i = [ C(\hat{x}_i) - C(\hat{x}_{i-1}) \quad \dots \quad C(\hat{x}_i) - C(\hat{x}_{\min(i-1,n)}) ] \quad (3.24)$$

Ces matrices sont mises à jour et augmentées d'une colonne à chaque itération. Le nombre maximal de colonnes est atteint lorsque le nombre d'itérations est supérieur à celui des paramètres d'optimisation ( $n$ ).

La figure 3.24 schématise un algorithme d'optimisation basé sur le MM. Elle présente la boucle dans laquelle est placée la correction du modèle grossier nécessaire pour converger vers une solution du problème. Comme dans le cas de l'OSM proportionnel, la définition des critères d'arrêts et des valeurs des tolérances sont importantes pour ajuster la qualité de la solution recherchée et le nombre d'itérations nécessaires.

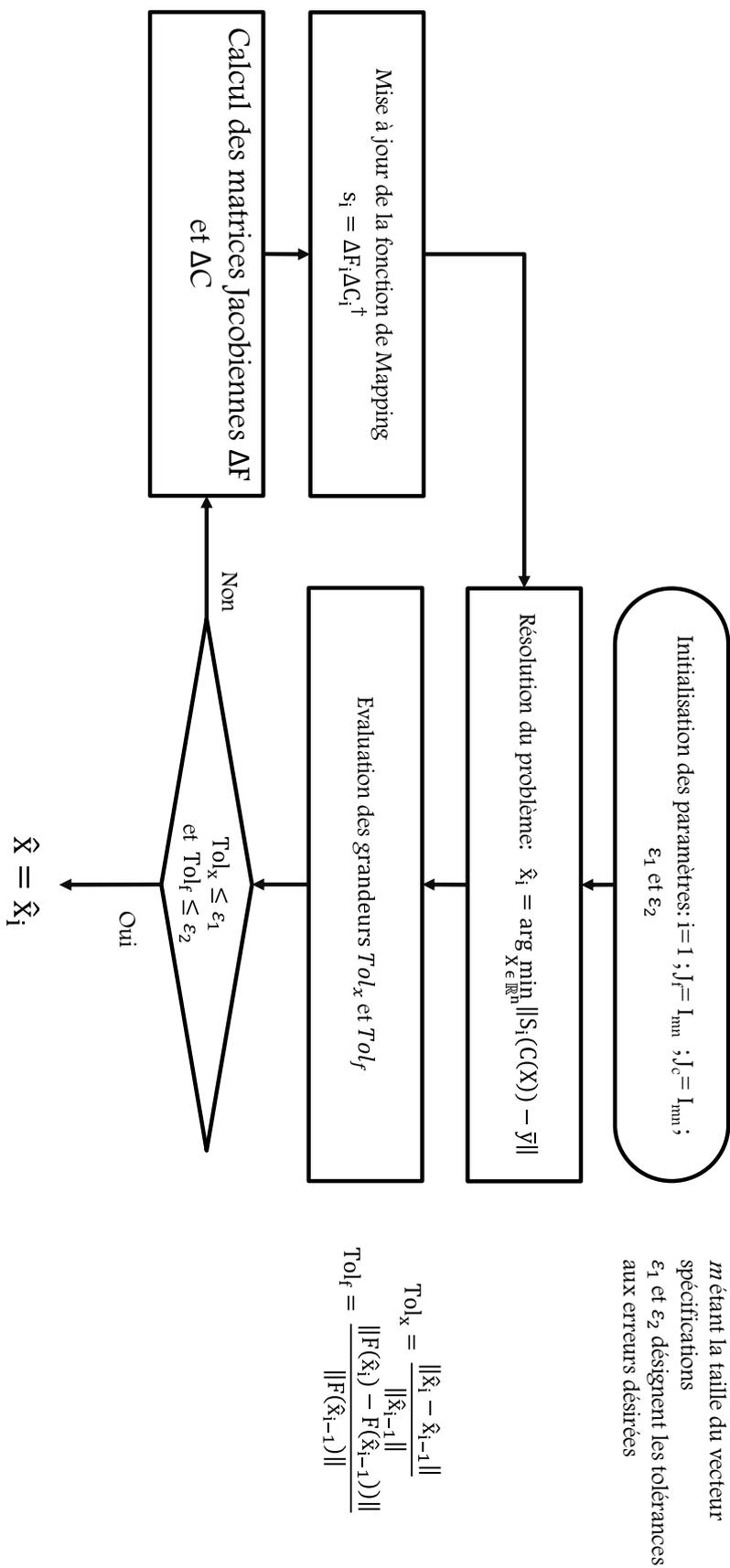


Figure 3.24 Optimisation avec la méthode de Manifold Mapping

**Autre écriture du problème d'optimisation avec OSM inverse :**

Une autre écriture du problème d'optimisation formulé avec la technique de Manifold Mapping peut être proposée. Elle permet une implémentation plus facile de l'algorithme.

Le problème d'optimisation peut s'écrire sous la nouvelle forme équivalente suivant:

$$\hat{x}_i = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min \|C(x) - \bar{y}_i\| \quad (3.25)$$

L'idée ici n'est plus de modifier la fonction grossière (par rapport à la fonction fine), mais à l'inverse, de rapprocher artificiellement les objectifs par une fonction de mapping inverse de celle définie par l'équation 3.13.

On démontre que :

$$\bar{y}_i = C(\hat{x}_{i-1}) - s^{-1}_{i-1}(F(\hat{x}_{i-1}) - \bar{y}) \quad (3.26)$$

Où

$$s^{-1}_{i-1} = J_c(\hat{x}_{i-1}) J_f^\dagger(\hat{x}_{i-1}) \quad (3.27)$$

Ainsi cette transformation inverse  $s^{-1}$  est appliquée une seule fois par itération de l'algorithme de SM, alors que transformation directe  $s$  doit s'appliquer à chaque calcul de la modélisation grossière  $C$ .

**b. Exemple d'illustration**

- Premier cas :  $\bar{y} = [5.939, -3.375]$

La méthode de Manifold Mapping est appliquée pour résoudre le même problème sans contraintes présenté dans §IV.3, soit :

$$\hat{x}_i = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min \left\| \text{SoC}(x) - \begin{bmatrix} 5.939 \\ -3.375 \end{bmatrix} \right\| \quad (3.28)$$

Les valeurs de tolérances sur les entrées et les sorties sont inchangées  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-4}$ . Le point initial de l'optimisation est  $x_0 = 1$ .

La méthode de MM montre son efficacité pour résoudre ce problème d'optimisation. Elle trouve la même solution que celle obtenue en utilisant le modèle fin seul.

Le nombre d'évaluations du modèle fin est du même ordre de grandeur que pour le cas de la technique d'OSM proportionnel. Ce nombre reste bien inférieur à celui où l'optimisation est réalisée en utilisant le modèle fin uniquement.

Les figures 3.25 et 3.26 représentent les évolutions de la solution du problème trouvée et la variation logarithmique de la distance à l'objectif.

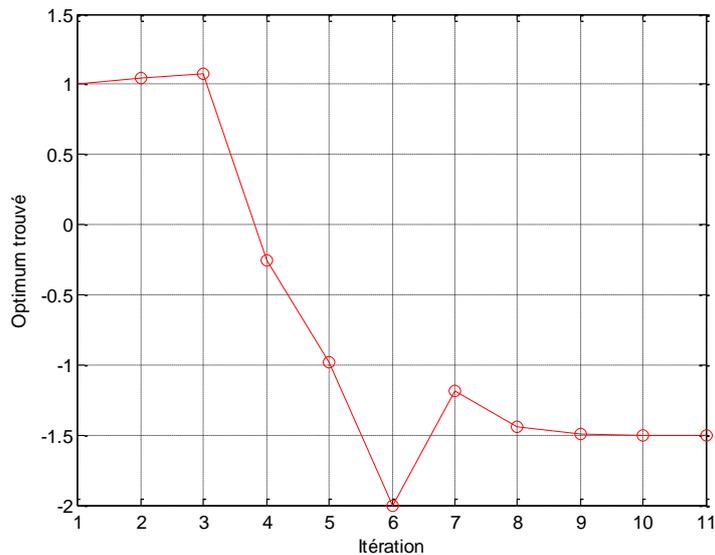


Figure 3.25 : Évolution de la solution du problème trouvée par le modèle grossier

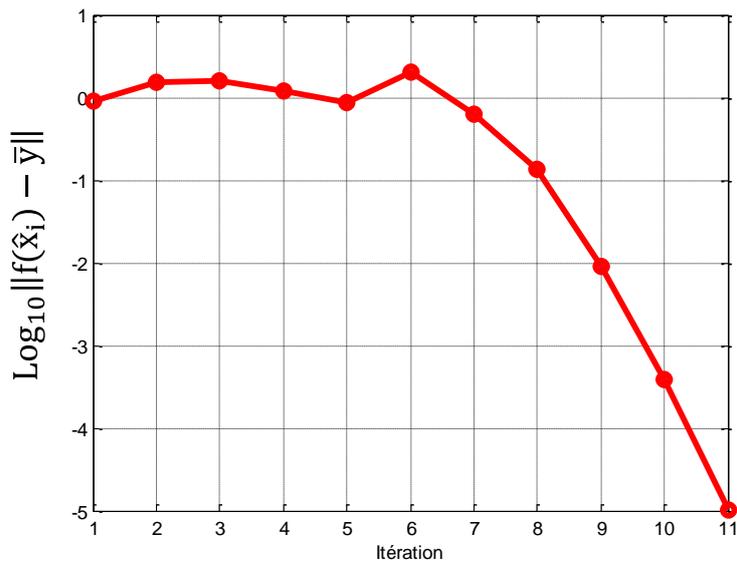


Figure 3.26 Variation logarithmique de la distance à l'objectif

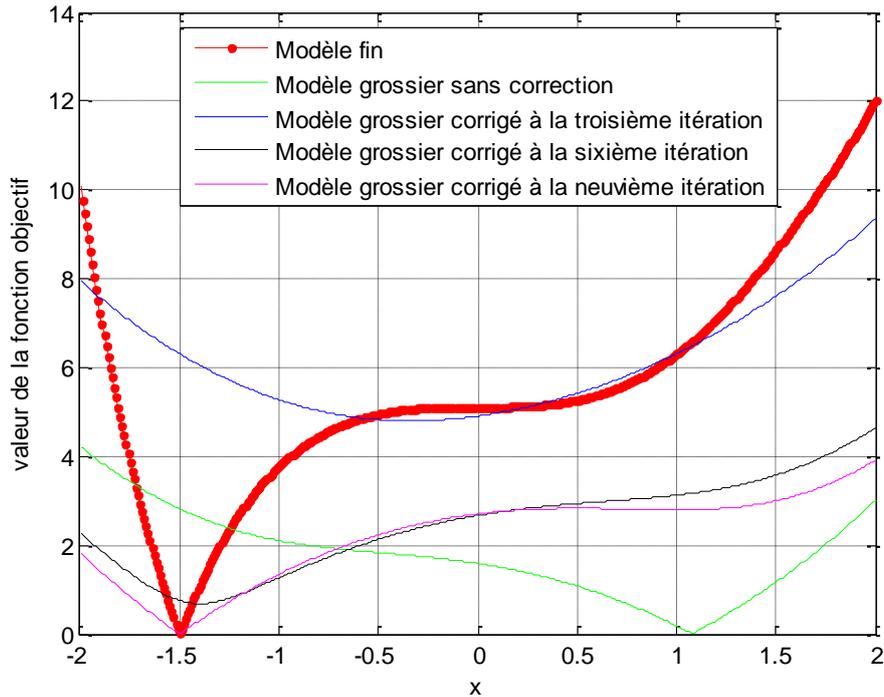


Figure 3.27 Evolution de la fonction objectif au cours de l'optimisation

La figure 3.27 présente les variations de la fonction objectif de référence (avec le modèle fin) dans le domaine de variation de la variable d'optimisation. Elles sont comparées avec les variations de différentes fonctions objectif recalculées à chaque fois avec le modèle grossier corrigé par le MM. On remarque que, la fonction objectif 'grossière' s'approche progressivement de l'optimum recherché. Aux itérations 6 et 9, et en s'éloignant de l'optimum, la fonction objectif calculée avec le modèle grossier donne des résultats différents de ceux de la fonction objectif de référence.

- Deuxième cas :  $\bar{y} = [5, -2]$

Pareillement, la méthode de Manifold Mapping est utilisée pour la résolution du deuxième problème test, soit :

$$\hat{x}_i = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min \left\| \text{SoC}(x) - \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \right\| \quad (3.29)$$

Les figures 3.28 et 3.29 montrent que la méthode du MM permet aussi de converger vers la solution du problème en utilisant moins de treize évaluations du modèle fin. La solution trouvée est la même que celle trouvée en utilisant le modèle fin uniquement.

Dans ce cas, vu que l'objectif recherché n'est pas atteignable, le processus d'optimisation s'est arrêté parce que la solution trouvée n'est pas améliorée.

La figure 3.30 donne les mêmes renseignements que la figure 3.27 pour un problème d'optimisation différent : La correction de la sortie du modèle grossier se fait d'une manière convergente et locale.

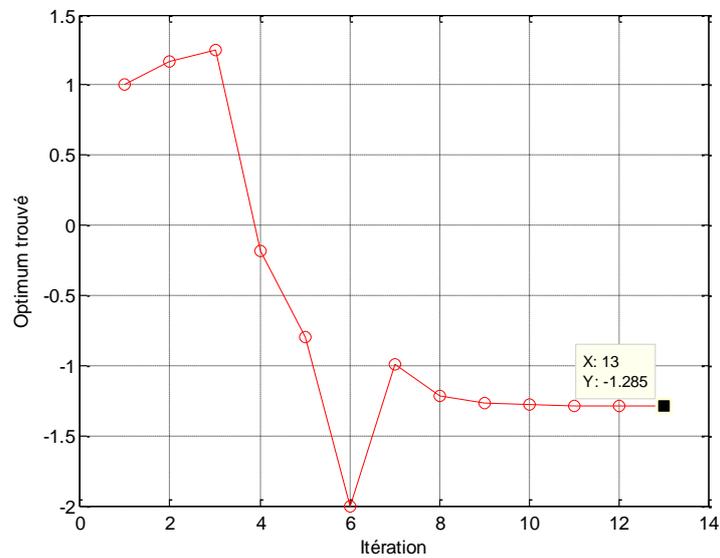


Figure 3.28 : Solutions du problème trouvées pour différentes tolérances sur les sorties

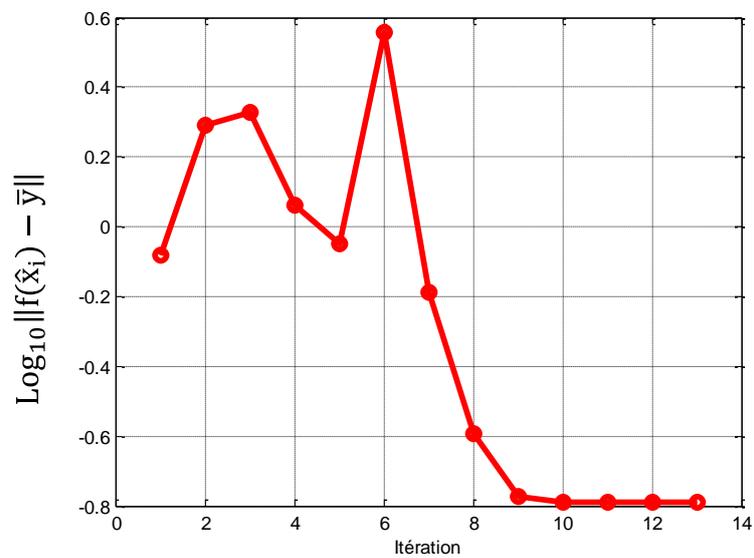


Figure 3.29 Variation logarithmique de la distance à l'objectif

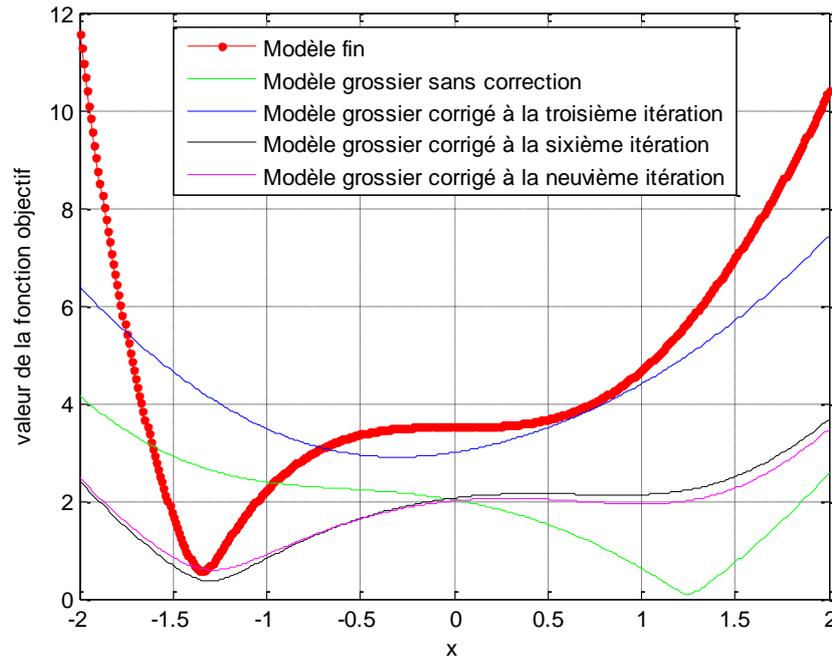


Figure 3.30 Evolution de la fonction objectif au cours de l'optimisation

### c. Prise en compte des contraintes

Il est très fréquent que le problème d'optimisation inclue un certain nombre de contraintes calculées en fonction des entrées et des sorties. La forme générale du problème d'optimisation à résoudre dans ce cas est:

$$\begin{cases} \hat{x} = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min \|F(x) - \bar{y}\| \\ g_j(x, F(x)) \leq 0, \quad 1 \leq j \leq k \end{cases} \quad (3.30)$$

$g_j$  désigne la  $j^{\text{ème}}$  des  $k$  contraintes du problème. Ces contraintes sont calculées en utilisant le modèle fin  $F(x)$ . Ce sont donc des contraintes fines. Dans le cadre de l'optimisation utilisant la technique de SM, seul le modèle grossier est évalué dans l'algorithme d'optimisation. Il doit en être de même avec les contraintes. Il faut donc substituer aux contraintes fines des fonctions de contraintes grossières plus simples mais plus rapides. Elles sont notées  $\gamma_j$ ; elles sont calculées à chaque itération  $i$  à partir des entrées  $x$  et des sorties du modèle grossier.

$$\chi_i(\gamma_j(x, C)) \leq 0, \quad 1 \leq j \leq k$$

Telle que, pour chaque itération  $i$  de mise à jour de la fonction de SM :

$$\chi_i(x, \gamma(x)) \approx g(\hat{x}_i, F) + \Delta G_i \cdot \Delta \Gamma_i^+ [\gamma(x, C) - \gamma(\hat{x}_i, C)] \quad (3.31)$$

On définit ainsi une fonction de mapping  $\chi$  permettant de recaler les contraintes grossières  $G$  aux contraintes fines  $\Gamma$ .

Les matrices  $\Delta G_i$  et  $\Delta \Gamma_i$  sont calculées de la même manière que  $\Delta F_i$  et  $\Delta C_i$  décrites plus haut. Le calcul de ces contraintes ne nécessite pas d'évaluations supplémentaires des contraintes fines.

#### **d. Conclusion**

La méthode de Manifold Mapping nécessite une implémentation délicate et des réglages précis des paramètres de l'optimisation. La convergence de l'optimisation est assurée par une opération de translation de la réponse du modèle grossier vers celle du modèle fin et une deuxième opération de rotation pour faire correspondre les plans tangents des modèles fin et grossier localement. Le calcul des matrices jacobiennes est évité par l'utilisation d'approximations ce qui permet de réduire le coût global de l'optimisation. Cette méthode améliore l'Output SM proportionnel et permet l'obtention d'une solution plus précise [HEM2006].

### **V. Optimisation sur le modèle grossier**

#### **1. Algorithme d'optimisation**

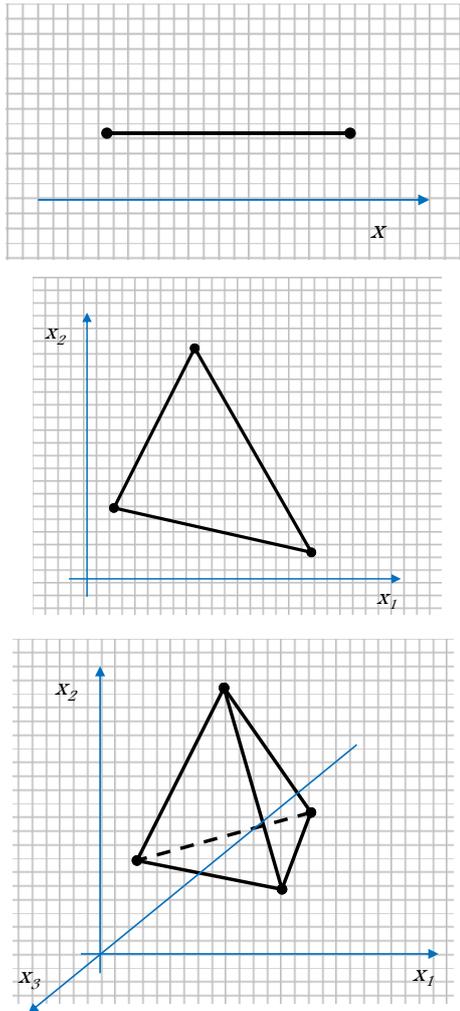
Dans une démarche d'optimisation utilisant la technique de Space Mapping, l'algorithme d'optimisation est appliqué sur le modèle grossier pour trouver des solutions optimales intermédiaires. L'utilisation de modèles numériques (notamment pour la modélisation électromagnétique par la méthode des éléments finis) ainsi que l'imprécision des modèles rendent les méthodes d'optimisation avec gradient peu adaptées. Par exemple, le calcul de dérivées sur des variables géométriques d'un modèle EF est souvent entaché d'erreurs en raison de problèmes numériques liés à la définition du maillage.

C'est pour cela que les méthodes d'ordre zéro sont plus adaptées à la résolution de ce type de problèmes. Plus précisément, le choix s'est porté sur l'utilisation de la méthode d'optimisation de type Simplexe Séquentiel [WAL1991].

#### **Optimisation par Simplexe Séquentiel**

Le simplexe est une forme géométrique (polytope) de  $n+1$  sommets dans un espace à  $n$  dimensions.

Dans le contexte d'une optimisation sur une modélisation à  $n$  entrées, chacune de ces dimensions correspond à un facteur.



Espace à une seule variable (1D) :  
segment de droite

Espace à deux variables (2D):  
triangle

Espace à trois variables (3D):  
tétraèdre

Figure 3.31 Formes du simplexe pour différents nombres de facteurs

Chaque sommet du simplexe correspond à une configuration expérimentale différente. Les lignes liant entre les sommets n'ont aucune fonction autre que la visualisation de la forme du simplexe.

Le Simplexe Séquentiel permet de trouver un chemin de déplacement du simplexe dans l'espace de définition des variables dans la direction d'un optimum local. Il s'agit d'un processus itératif. Dans le principe, à chaque itération, il est nécessaire de connaître la valeur de la fonction objectif pour chaque sommet. Cela permet ainsi de déterminer 3 sommets caractéristiques (parmi les  $n+1$ ) sur lesquels se base le déplacement du simplexe :

- B (Best) : le sommet ayant la meilleure sortie (i.e. la plus faible valeur dans un objectif de minimisation)
- W (Worst) : le sommet ayant la plus mauvaise réponse (i.e. la plus grande valeur dans un objectif de minimisation)
- N (Next to worst) : le sommet ayant la deuxième plus mauvaise sortie

On note que dans le cas d'une optimisation mono-variable, l'un des deux sommets du simplexe (qui est un segment de droite) est B et l'autre est W. Cela est suffisant pour trouver un sens de déplacement.

Un algorithme d'optimisation par la méthode de simplexe séquentiel se base sur les étapes suivantes :

1. Initialisation du simplexe dans le domaine de définition des variables: Détermination de  $n+1$  configurations expérimentales différentes
2. Evaluation de la fonction objectif pour chaque sommet du simplexe
3. Classement des points en fonction des valeurs obtenues de la fonction objectif et détermination des points B, W et N
4. Détermination d'un nouveau sommet du simplexe correspondant au remplacement du point W par un autre point (au moins meilleur que W)

Cette étape est la plus importante car elle permet le déplacement vers la solution.

On distingue deux possibilités :

a. *Méthode simplexe basique*

Dans ce cas le simplexe garde toujours la même taille [WAL1991] d'une itération à une autre, le point R est construit comme étant la réflexion du point W par rapport au point C (centroid) qui est le centre de gravité des  $n$  meilleurs points.

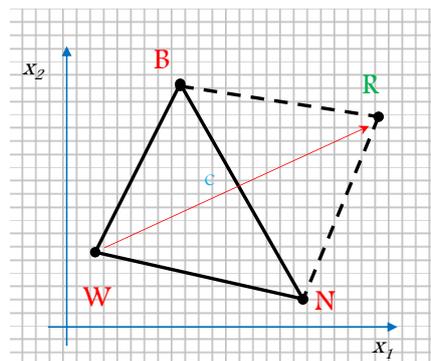


Figure 3.32 Réflexion géométrique du point W (2D)

Les coordonnées du point R (*Reflected*) sont calculées par :

$$R = C + (C - W) \quad (3.32)$$

Pour le cas d'un problème à deux variables, C représente le milieu du segment [BN].

Cette méthode présente l'inconvénient d'avoir une vitesse fixe de progression définie par la taille du simplexe initial.

*b. Méthode simplexe modifiée*

La méthode modifiée du simplexe permet d'avoir une vitesse de progression variable vers le point optimal par la modification de la taille du simplexe d'une itération à une autre [NEL1965].

L'idée clef de la modification est d'accélérer l'avancement vers la direction favorable de décroissance de la fonction objectif et de réduire le déplacement dans les directions défavorables. En plus de la transformation de *réflexion*, on rajoute les notions de contraction et d'expansion géométrique.

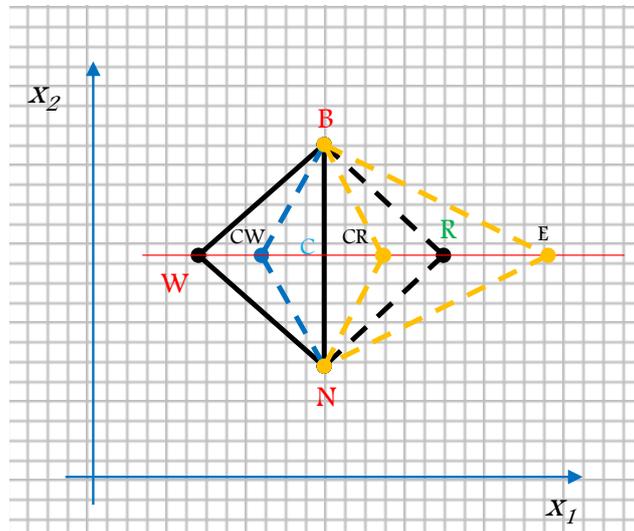


Figure 3.33 Réflexion, contraction et expansion géométriques (2D)

<i>Opération</i>	<i>Coordonnées du nouveau point</i>	<i>Remarque</i>
Réflexion	$R = C + \alpha(C - W)$	$\alpha \approx 1$
Expansion	$E = C + \gamma(C - W)$	$\gamma > 1$
Contraction interne	$CR = C + \beta(C - W)$	$0 < \beta < 1$
Contraction externe	$CW = C - \beta(C - W)$	$0 < \beta < 1$

L'algorithme du simplexe modifié (Modified Sequential Simplex) obéit à un certain nombre de règles pour converger vers une solution.

Tout d'abord, un premier simplexe doit être calculé.

- 1- Identifier les points W, B et N

On calcule ensuite les valeurs de la fonction objectif  $f$  au niveau de ces points, elles sont notées  $f(W)$ ,  $f(B)$  et  $f(N)$ .

2- Calculer les coordonnées du point C

3- Calculer les coordonnées du point R, ensuite  $f(R)$

Si  $f(R) \leq f(N)$  et  $f(R) \geq f(B)$

W est remplacé par R

Si  $f(R) \leq F(B)$

Calculer les coordonnées du point E, puis  $f(E)$

Si  $f(E) \leq f(B)$

W est remplacé par E

Si non

W est remplacé par R

Si  $f(R) > f(N)$

Si  $f(R) \leq F(W)$

Calculer les coordonnées du point CR, et ensuite  $f(CR)$

Si  $f(CR) < f(R)$

Le point W est remplacé par CR

Si non

W est remplacé par R

Si non

Calculer les coordonnées du point CW, et ensuite  $f(CW)$

Si  $f(CW) < f(W)$

Le point W est remplacé par CW

Si non

Shrink autour de B

Retour à l'étape 1

Dans tous les cas, il faut éviter de revenir sur les points W déjà calculés. L'opération shrink correspond à réduire le simplexe autour du meilleur point [NEL1965].

L'algorithme s'arrête quand il n'est plus possible d'améliorer le point B trouvé ou bien quand on atteint un nombre maximal d'itérations fixé à l'avance. A la première itération, la fonction objectif est évaluée au moins  $n+1$  fois. Elle est, ensuite, évaluée une seule fois par itération dans le cas de la méthode de Simplex basique et au minimum deux fois par itération pour une optimisation utilisant la méthode simplexe modifiée.

D'autres versions modifiées du simplexe existent [ROU1977].

La méthode de simplexe est reconnue comme la méthode d'ordre 0 ayant une bonne efficacité. Son principal inconvénient est la difficulté, dans certains cas, de trouver efficacement une solution satisfaisant les contraintes.

## 2. Optimisation avec région de confiance

Au cours de la résolution d'un problème d'optimisation avec la technique de Space Mapping, le recalage du modèle grossier s'effectue progressivement au niveau des points optimaux trouvés à l'aide du modèle grossier. Ce recalage confère une validité locale aux sorties de ce dernier au voisinage de chaque optimum trouvé. De là, la recherche du point optimal suivant dans cette zone « de confiance » uniquement peut permettre d'obtenir des résultats de manière plus sûre [CON2000] [KOZ2010].

L'idée de base est ainsi de restreindre la recherche du point optimal dans une région de l'espace de définition des entrées centrée sur le point où on a le plus confiance sur la précision du modèle grossier corrigé avec la fonction de mapping.

Le problème d'optimisation est résolu de manière itérative, où, pour chaque itération  $i$ , il peut être défini par :

$$\begin{cases} \hat{x}_i = \arg_{x \in \mathbb{R}^n} \min \|f(x) - \bar{y}\| \\ |x - \hat{x}_{i-1}| \leq \Delta_i \end{cases} \quad (3.33)$$

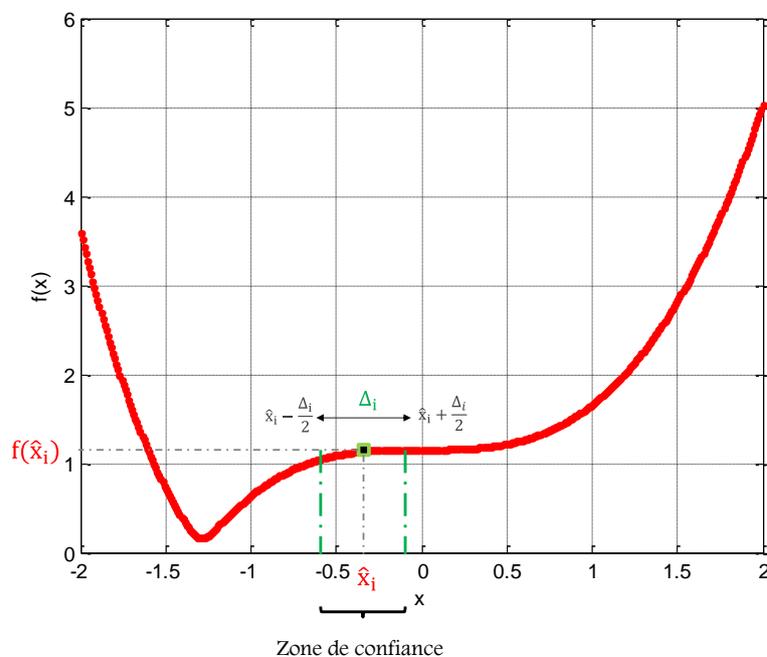


Figure 3.34 Représentation de la zone de confiance : zone de restriction de recherche de l'optimum

$\Delta_i$  est un vecteur définissant les intervalles de confiance pour chaque paramètre d'entrée à l'itération  $i$ . Cela revient donc à rajouter une contrainte d'entrée qui réduit l'espace de recherche en le positionnant sur le point central de la région de confiance.

Cette contrainte peut être introduite dans la fonction objectif au travers d'un changement de variable :

$$\begin{cases} \hat{r}_i = \arg_{r_i \in \mathbb{R}^n} \min \|f(\hat{x}_i + r_i) - \bar{y}\| \\ |r_i| \leq \frac{\Delta_i}{2} \\ \hat{x}_{i+1} = \hat{x}_i + \hat{r}_i \end{cases} \quad (3.34)$$

Une optimisation avec région de confiance peut être réalisée en suivant les étapes suivantes [ENC2008].

0. Initialisation des paramètres de l'optimisation :

- $\hat{x}_0$  : Point de départ de l'optimisation. Pour le cas d'optimisation par SM, il s'agit du point de recalage de la solution du modèle grossier par rapport à celle du modèle fin
- $\Delta_0 \in \mathbb{R}^n$  valeurs initiales des intervalles de confiances
- $0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < 1$  : Valeurs de tolérances vis-à-vis de la validité du modèle de substitution (Modèle grossier corrigé par le SM) dans la zone de confiance considérée
- $0 < \sigma_1 < \sigma_2 < 1$  : Coefficients de rétrécissement de la zone de confiance.
- Calcul de  $F(\hat{x}_0)$ ,

1. Calcul de la fonction de SM  $S$  telle que :  $F(\hat{x}_i) \approx S_i \circ C(\hat{x}_i)$

2. Résolution du problème :

$$\begin{cases} \hat{r}_i = \arg_{r_i \in \mathbb{R}^n} \min \|S_i \circ C(\hat{x}_i + r_i) - \bar{y}\| \\ |r_i| \leq \frac{\Delta_i}{2} \end{cases} \quad (3.35)$$

Donc :  $S_i \circ C(\hat{x}_i + \hat{r}_i) < S_i \circ C(\hat{x}_i)$

3. Validité de la solution trouvée :

$$\rho_i = \frac{F(\hat{x}_i) - F(\hat{x}_i + \hat{r}_i)}{S_i \circ C(\hat{x}_i) - S_i \circ C(\hat{x}_i + \hat{r}_i)} \quad (3.36)$$

Si  $\rho_i \geq \varepsilon_1$  : On reste dans la zone de confiance

Alors  $\hat{x}_{i+1} = \hat{x}_i + \hat{r}_i$

Si non, si  $\rho_i < \varepsilon_1$  : Sortie de la zone de confiance

Alors  $\hat{x}_{i+1} = \hat{x}_i$

4. Mise à jour des intervalles de confiance :

- Si  $\rho_i \geq \varepsilon_2$ ,  $\Delta_{i+1} \in [\Delta_i, \infty[$ , extension de la région de confiance.

- Si  $\varepsilon_1 \leq \rho_i < \varepsilon_2$ ,  $\Delta_{i+1} \in [\sigma_2 \Delta_i, \Delta_i]$ , faible réduction de la région de confiance.
  - Si  $\rho_i < \varepsilon_1$ ,  $\Delta_{i+1} \in [\sigma_1 \Delta_i, \sigma_2 \Delta_i]$ , forte réduction de la région de confiance.
5. Test des critères d'arrêt

Arrête de l'algorithme si les critères sont vérifiés

Si non vérifiés : Passage à l'itération suivante :  $i=i+1$ , reprendre à partir de l'étape 1.

D'autres possibilités existent pour la résolution de problèmes d'optimisation avec régions de confiance qui peuvent être variables, comme le cas de l'algorithme proposé, ou fixes dans d'autres cas [BAK1998].

## VI. Conclusion

L'utilisation de la méthode de SM, bien que nécessitant le recours à deux modélisations différentes du dispositif à dimensionner, permet une réduction considérable du nombre d'évaluations du modèle de référence dont chacune, par hypothèse, peut être coûteuse en termes de temps de calcul. La substitution du modèle fin, de référence, par un modèle grossier montre la capacité de ce dernier à converger vers une solution du problème sans, parfois, de preuves mathématiques de convergence (cas de l'Output SM original).

L'optimisation réalisée à l'aide de l'algorithme de simplexe ne permet pas, certes, l'obtention d'un minimum global pour tous les points initiaux de démarrage de l'optimisation, mais elle permet d'éviter les problèmes numériques liés au calcul de gradient, typiquement, pour le cas des modélisations utilisant la méthode des éléments finis.

Illustrée à l'aide d'un exemple simple, la méthode de SM réduit considérablement le nombre de calculs du modèle fin et permet, itérativement, de converger vers une solution du problème d'optimisation tout en utilisant uniquement le modèle grossier dans l'algorithme d'optimisation.

Le chapitre suivant présente l'application de cette technique pour le dimensionnement optimal d'une machine synchrone à aimants permanents. Sont détaillées la définition du problème de dimensionnement optimal à résoudre ainsi que les caractéristiques des modèles fin et grossier utilisés pour ce problème.

Chapitre IV :

# **Application de la méthode de Space Mapping pour le dimensionnement optimal / Exploitation d'un modèle multi-physique**

## Plan du chapitre

<b>I. <u>INTRODUCTION</u></b> .....	<b>113</b>
<b>II. <u>DESCRIPTION DE L'APPLICATION</u></b> .....	<b>114</b>
<b>III. <u>DEFINITION DU PROBLEME DE DIMENSIONNEMENT OPTIMAL</u></b> .....	<b>117</b>
1. <u>INTRODUCTION</u> .....	117
2. <u>OBJECTIF DE L'OPTIMISATION</u> .....	117
3. <u>PARAMETRES D'OPTIMISATION</u> .....	118
4. <u>OBJECTIF DE L'OPTIMISATION</u> .....	124
5. <u>CONTRAINTES</u> .....	124
<u>HYPOTHESES</u> .....	124
<b>IV. <u>DESCRIPTION DES MODELES UTILISES POUR L'OPTIMISATION</u></b> .....	<b>130</b>
1. <u>MODELE MAGNETIQUE</u> .....	130
2. <u>MODELE THERMIQUE</u> .....	135
3. <u>MODELE ELECTRIQUE</u> .....	139
4. <u>MODELE MECANIQUE</u> .....	140
<b>V. <u>COUPLAGES MULTI-PHYSIQUES</u></b> .....	<b>141</b>
<b>VI. <u>CONCLUSION</u></b> .....	<b>145</b>

## I. Introduction

Après une présentation purement théorique de la méthode de SM réalisée au chapitre précédent, ce chapitre présente un cas d'application de cette technique pour la conception optimale d'une machine synchrone à aimants permanents. La figure 4.1 rappelle le principe général de fonctionnement d'une optimisation avec la technique de SM sur les sorties. Le chapitre précédent a été consacré à la présentation de deux transformations (de mapping) différentes 'S' : le OSM proportionnel et le Manifold Mapping. Dans ce chapitre, l'intérêt est porté sur la présentation des modèles fin et grossier ainsi que sur la définition du problème d'optimisation dans le cadre de cette technique particulière.

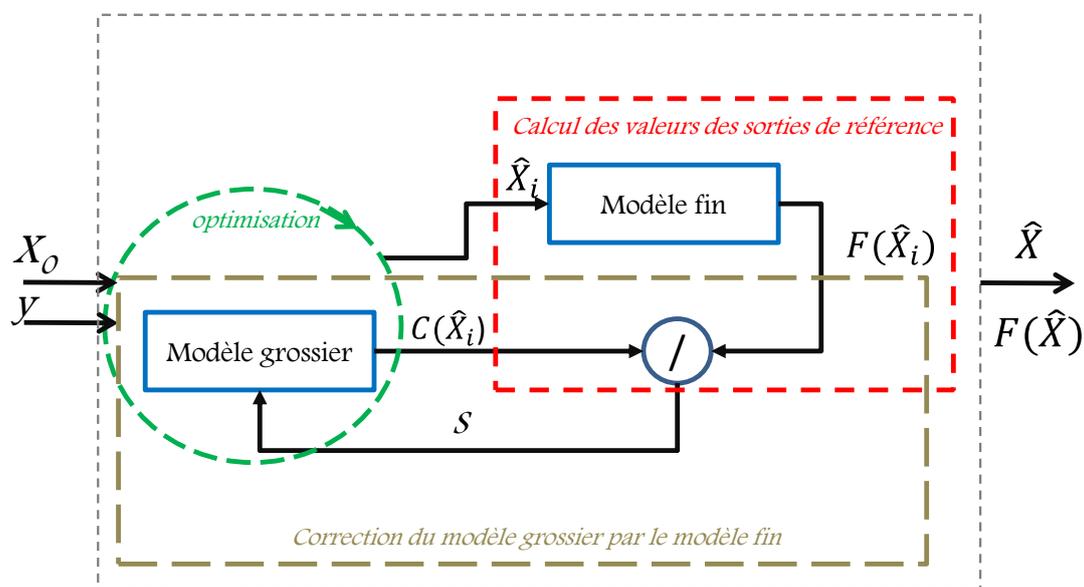


Figure 4.1 Optimisation avec la technique de SM sur les sorties

Les deux derniers aspects méritent en effet une attention particulière, car il est manifeste que la manière dont le problème d'optimisation est défini ainsi que la construction des deux modèles utilisés dans le cadre du SM sont aussi importantes que la transformation assurant le 'mapping'.

Dans un premier temps, la structure de machine électrique est présentée ainsi que l'application qu'elle assure. Ensuite, l'objectif de l'optimisation, ses paramètres et ses contraintes sont détaillés. Dans la troisième partie sont présentés les modèles multi-physiques fin et grossier utilisés dans le cadre du Space Mapping.

La méthode de Space Mapping est appliquée dans ce chapitre sur un cas réel pour permettre d'explorer de nouvelles solutions optimales se basant sur une modélisation multi-physique lourde. Le deuxième objectif de ce cas d'application est de tester les performances

de cette technique en les comparant avec des méthodes d'optimisation utilisant un modèle unique.

Les résultats de l'optimisation et les comparaisons seront présentés et analysés dans le dernier chapitre afin de comparer cette technique d'optimisation avec une approche classique.

## II. Description de l'application

L'application considérée est celle d'un alterno-démarreur intégré (ADI). C'est une machine synchrone à aimants permanents. La topologie de la machine est fixée. Ayant une alimentation triphasée, l'ADI a quatre paires de pôles et deux encoches par phase et par pôle, ce qui implique un nombre total des encoches égal à quarante-huit et un nombre total d'aimants, situés au rotor, à huit. Les aimants sont enterrés afin d'avoir une bonne capacité à supporter des grandes vitesses de rotation malgré la force centrifuge, ainsi que pour sa relativement bonne capacité de défluxage.

Un prototype de l'ADI est disponible au laboratoire ce qui a permis de valider expérimentalement certains modèles physiques utilisés pour l'optimisation.

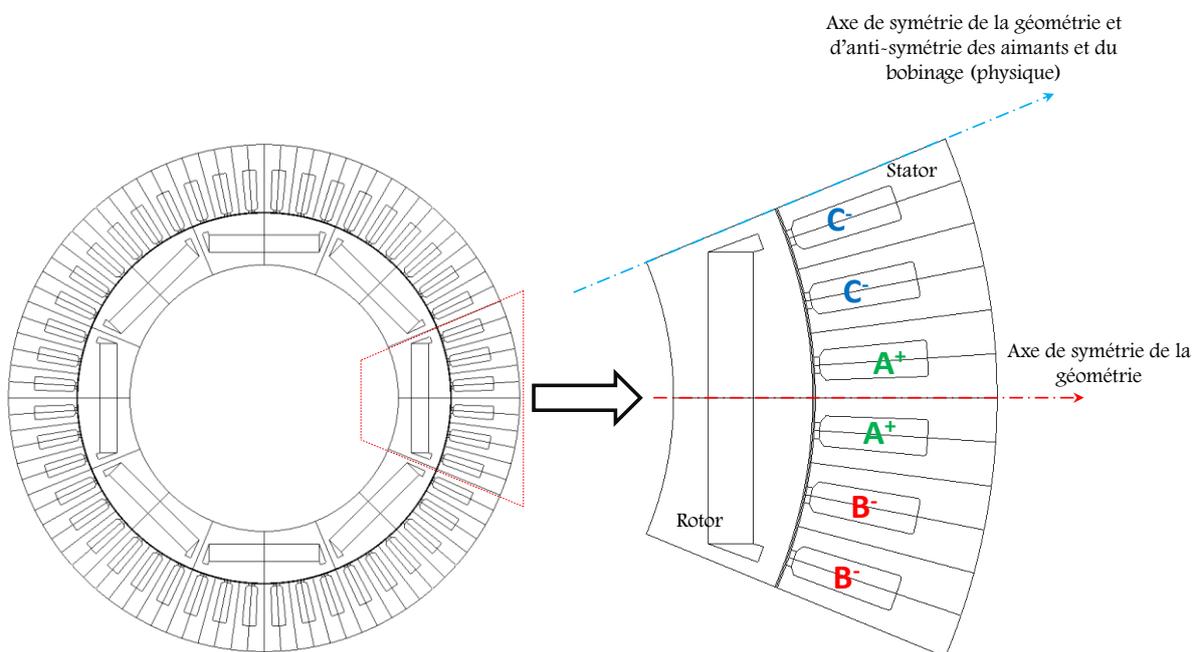


Figure 4.2 Topologie de l'alternateur-démarreur intégré et présentation d'un pôle

La figure 4.2 présente une coupe transversale de la machine ainsi que le bobinage pour un pôle. Il s'agit d'un bobinage à pas diamétral complet. Le bobinage de toute la machine est obtenu en suivant les propriétés de symétrie et d'antisymétrie présentées sur la même figure. Les différentes phases sont notées par les lettres A, B et C. Les signes + et –

indiquent le sens d'enroulement des fils pour une spire : sortant (+) ou rentrant (-). Au niveau du rotor, l'orientation des aimants permet d'avoir une alternance entre les pôles nord et sud.

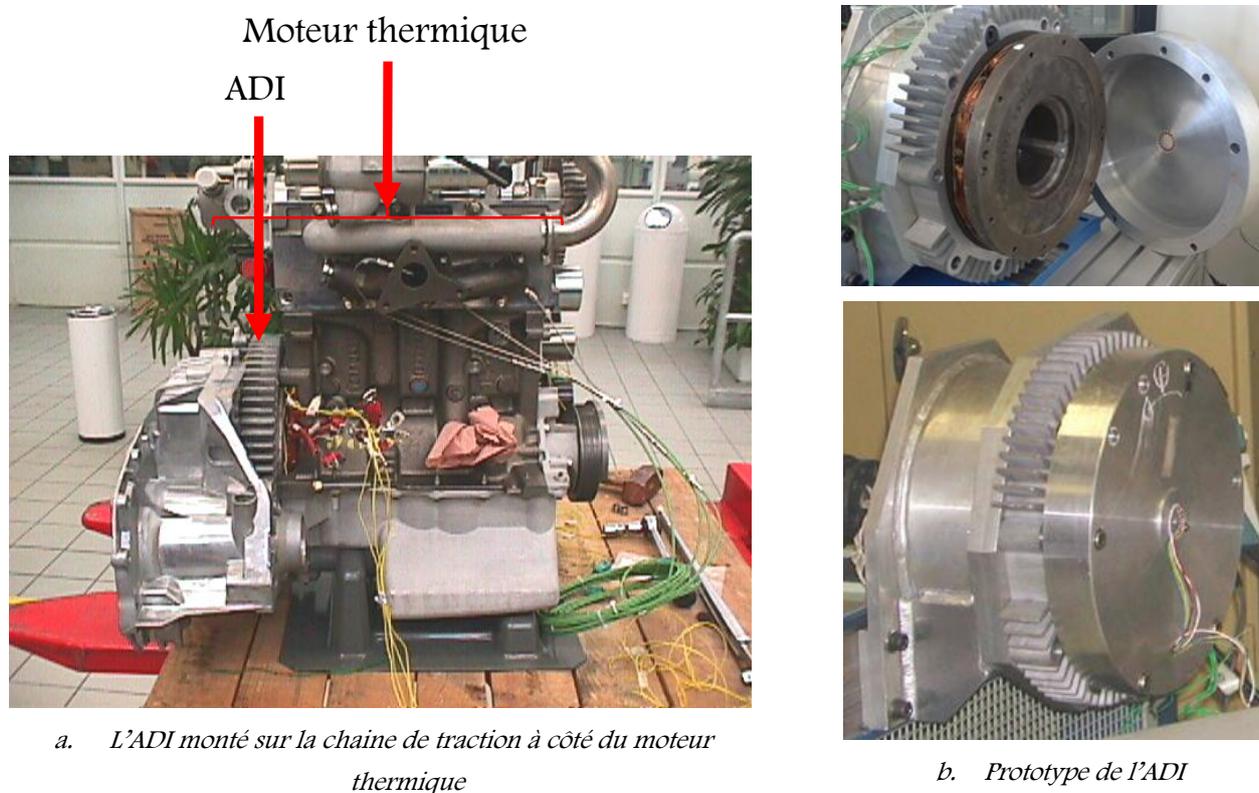


Figure 4.3 L'ADI dans son environnement de fonctionnement et installé sur le banc de test

L'alternateur remplit deux fonctions principales: démarrer le véhicule et le moteur thermique initialement à l'arrêt et assurer le chargement de la batterie et l'alimentation des installations électriques à bord du véhicule.

Cependant, dans le cadre de cette thèse, seul le fonctionnement en mode moteur (fonction démarreur) sera considéré pour le dimensionnement de cette machine.

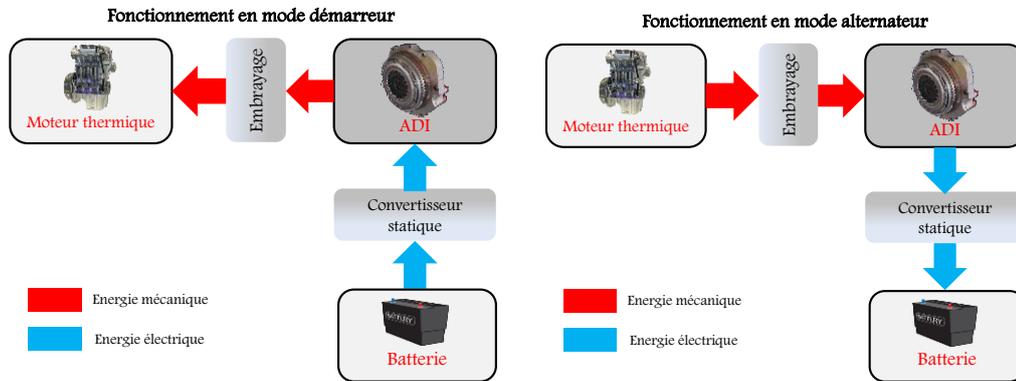


Figure 4.4 Deux modes de fonctionnement de l'ADI

L'ADI présentent plusieurs avantages :

- Utilisation d'une seule machine électrique remplaçant les systèmes actuels basés sur deux machines dont une réalise la fonction de moteur, pour le démarrage, et l'autre la fonction d'alternateur ;
- Possibilité de récupération d'énergie cinétique en phase de freinage ;
- Assistance du moteur thermique pour certains régimes de fonctionnement.

*Mode démarreur :*

Dans ce mode de fonctionnement, la machine doit fournir un couple important pour assurer le démarrage du moteur thermique ; il doit être de l'ordre de l'ordre de 150 Nm à une vitesse de rotation variant entre 0 tr/min et 100 tr/min. Ce point correspond à une puissance mécanique de démarrage de 1.57 kW (Figure 4.5).

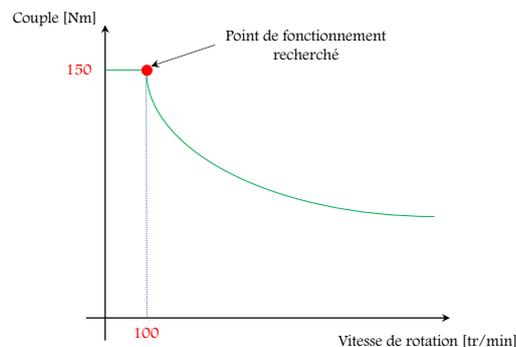


Figure 4.5 Point de fonctionnement recherché en mode démarreur

L'ADI fonctionne dans un environnement thermique et mécanique très contraignant. Plusieurs contraintes sont fixées, elles sont détaillées par la suite.

### III. Définition du problème de dimensionnement optimal

#### 1. Introduction

Le problème d'optimisation de l'alternateur-démarrateur intégré est décrit dans ce paragraphe. Tout d'abord, le point de fonctionnement recherché est présenté. Ensuite, les différents paramètres dont dépend le problème d'optimisation sont détaillés. Les différentes contraintes prises en compte dans le problème d'optimisation sont présentées dans la partie suivante.

#### 2. Objectif de l'optimisation

La machine est optimisée en vue de la réduction de sa longueur afin d'augmenter sa capacité d'intégration dans un système de traction d'une voiture hybride. Dans le cadre de cette étude, la machine est optimisée pour un fonctionnement en mode démarreur.

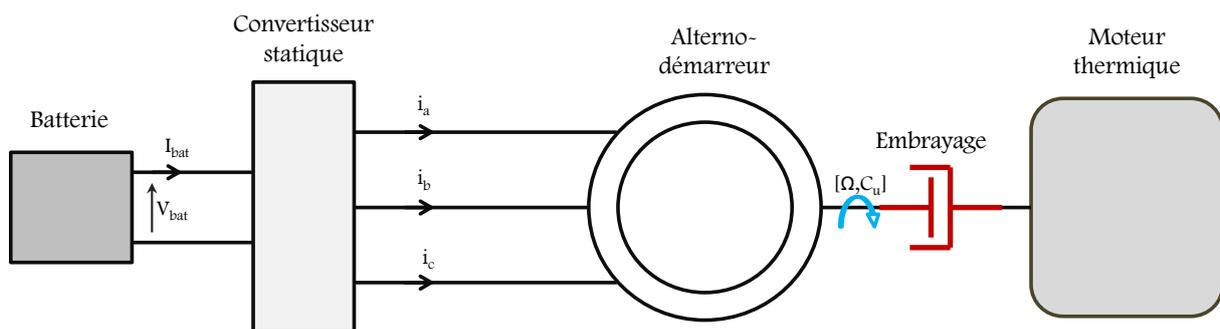


Figure 4.6 Schéma représentatif de la conversion d'énergie

La machine est alimentée par une batterie de 42 V de tension de bus continu. Le convertisseur statique permet d'alimenter les trois phases de la machine. La présente étude ne s'intéressant pas au convertisseur statique, les courants en sortie de ce dernier sont supposés sinusoïdaux en prenant en compte l'hypothèse de premier harmonique.

Le problème d'optimisation consiste à trouver une géométrie et une valeur de courant efficace dans les différentes phases ( $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$ ) permettant de réduire la longueur de la machine en fournissant un couple utile minimal de  $C=150$  Nm à une vitesse de rotation  $N= 100$  [tr/min] tout en respectant les différentes contraintes liées:

- Aux températures dans les conducteurs et dans l'aimant
- À la masse des aimants et de l'ensemble de la machine
- Au rendement de la machine

Mathématiquement, en notant par  $X$  l'ensemble des variables géométriques et électriques de l'optimisation, par  $\hat{X}$  la solution optimale recherchée et par  $g_j$  la  $j^{\text{ème}}$  des contraintes prises en compte, le problème d'optimisation s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \hat{X} = \arg_{X \in \mathbb{R}^n} \min L_z \\ g_j(X) \leq 0, 1 \leq j \leq k \end{cases} \quad (4.2)$$

### 3. Paramètres d'optimisation

#### a. Description des paramètres géométriques

Le problème de dimensionnement optimal a pour but de trouver la meilleure configuration géométrique et électrique de la machine électrique afin d'obtenir les performances souhaitées par le cahier des charges. Les paramètres d'optimisation sont majoritairement des variables décrivant la géométrie. Comme le montre la figure ci-dessous, il est impératif de considérer des contraintes liant les variables géométriques afin de construire une géométrie correcte et que les différentes régions aient des formes valides. La prise en compte de telles contraintes peut présenter des difficultés et engendrer la diminution de l'efficacité de certains algorithmes d'optimisation.

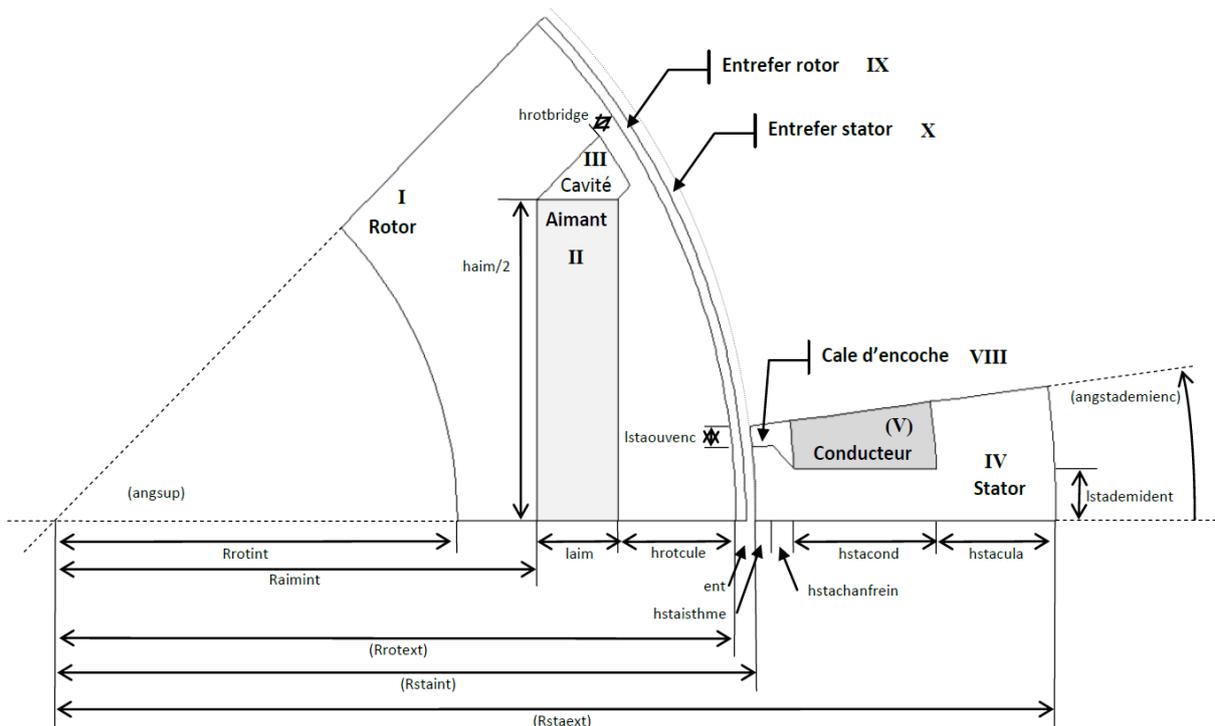


Figure 4.7 Paramètres géométriques de l'ADI

Il est utile de préciser que, en exploitant les propriétés de symétries de la machine ayant 4 paires de pôles et 6 encoches par pôle, la description de la géométrie de la

machine est possible en décrivant celle d'un demi-pôle du rotor ainsi que d'une demi-encoche et d'une demi-dent au niveau du stator, comme le présente la figure 4.7.

	Description de la variable	Nom de la variable	Borne minimale [mm]	Borne maximale [mm]
<b>Rotor</b>	Rayon intérieur du rotor	$R_{\text{rotint}}$	67	112.4
	Rayon inférieur d'aimant	$R_{\text{aimint}}$	70.9	113.3
	Longueur d'aimant	$L_{\text{aim}}$	0.335	7.5
	Demi-hauteur d'aimant	$H_{\text{aim}}$	2.4	8.9
	Hauteur du pont magnétique	$H_{\text{rotbridge}}$	0.06	1
	Hauteur de la cavité du rotor	$H_{\text{rotcavity}}$	0	0.9
<b>Entrefer</b>	Hauteur d'entrefer	ent	0.2	0.5
<b>Stator</b>	Demi-ouverture d'isthme	$L_{\text{staouenc}}$	0.76	1.6
	Hauteur d'isthme	$H_{\text{staisthme}}$	0.2	2
	Hauteur d'encoche	$H_{\text{stacond}}$	0.75	19
	Hauteur de la culasse statorique	$H_{\text{stacula}}$	0.375	21
	Rayon extérieur du stator	$R_{\text{staext}}$	76.5	127.5
	Demi-largeur de la dent statorique	$L_{\text{stademident}}$	0.95	1.6
<b>Longueur</b>	Longueur de la machine	$L_z$	10	100

**Tableau 4.1 Description des paramètres de la géométrie et définition des bornes de variation**

Il est ainsi préférable de trouver un moyen de s'affranchir de ces contraintes d'entrée. L'utilisation d'une normalisation dite « naturelle » permet d'utiliser des facteurs de

proportions des dimensions basés sur des intervalles de variation prédéfinis des différentes grandeurs. La réalisation de cette normalisation passe par trois étapes.

### Etape 1

La première étape de normalisation consiste à fixer les valeurs d'un certain nombre de paramètres. Fixer ces derniers permet de déduire les valeurs des autres en se basant sur la connaissance de la topologie de la machine.

Certains paramètres sont fixés par le nombre de paires de pôles  $p$  et le nombre d'encoches par phase et par pôle  $q$ :

- Angle de demi-ouverture d'une encoche du stator ; avec  $q$  encoches par phase et par pôle, la moitié de l'angle d'ouverture d'une encoche vaut donc :

$$\text{angstadiemienc} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{m q p} \quad (4.3)$$

- L'angle  $\text{angsup}$  d'ouverture d'un demi pôle est donné par :

$$\text{angsup} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{p} \quad (4.4)$$

Paramètres géométriques fixes :

- Rayon extérieur du stator :  $R_{\text{staext}} = 127.5$  mm
- Hauteur de l'entrefer:  $\text{ent} = 0.3$  mm
- Hauteur minimale du pont magnétique:  $H_{\text{rotbridgemin}} = 0.5$ mm
- Longueur axiale maximale de la machine :  $L_{z\_max} = 100$  mm

### Etape 2

Au cours de la deuxième étape de normalisation, les valeurs réelles des paramètres sont remplacées par des valeurs réduites calculées en fonction des relations de normalisation présentées dans le tableau 4.2. Pour un vecteur  $X$  représentant les différents paramètres géométriques, est défini un second vecteur  $a\_X$  représentant des proportions qui varient entre une borne inférieure  $B_{\text{inf}}$  une borne supérieure  $B_{\text{sup}}$  telle que :

$$B_{\text{inf}} \leq a\_X \leq B_{\text{sup}}$$

Les valeurs réduites sont voisines de l'intervalle  $[0,1]$ . Toutes les valeurs n'ont pas exactement et obligatoirement le même intervalle de variation.

	Paramètre	Expression	Borne inf.	Borne sup.
Rotor	$a_{R_{rotint}}$	$a_{R_{rotint}} = \frac{R_{rotint} - R_{rotint\_min}}{R_{staext} - R_{rotint\_min}}$	0,40	0,75
	$a_{R_{aimint}}$	$a_{R_{aimint}} = \frac{R_{rotint} - R_1}{H_1 - L_{aim}}$	0,00	0,90
	$a_{L_{aim}}$	$a_{L_{aim}} = \frac{L_{aim}}{H_1}$	0,25	0,90
	$a_{H_{aim}}$	$a_{H_{aim}} = \frac{H_{aim}}{H_{aimmax}}$	0,10	0,90
	$a_{H_{rotbridge}}$	$a_{H_{rotbridge}} = \frac{H_{rotbridge}}{H_{rot} - 2 H_{rotbridgemin}}$	0,03	0,10
	$a_{H_{rotcavity}}$	$a_{H_{rotcavity}} = \frac{H_{rotcavity}}{H_{rot} - H_{rotbridgemin} - H_{rotbridge}}$	0,00	0,10
Stator	$a_{ent}$	$a_{ent} = \frac{R_{ent} - R_{rotint}}{R_{staext} - R_{rotint\_min}}$	0,20	0,70
	$a_{L_{staouvenc}}$	$a_{L_{staouvenc}} = \frac{L_{staouvenc}}{angstaouvenc - R_{staint} - L_{stalent}}$	0,20	1,00
	$a_{H_{staisthme}}$	$a_{H_{staisthme}} = \frac{H_{staisthme}}{H_{sta} - H_{stacula} - H_{stacond}}$	0,20	1,00
	$a_{H_{stacond}}$	$a_{H_{stacond}} = \frac{H_{stacond}}{H_{sta} - H_{stacula}}$	0,20	0,90
	$a_{H_{stacula}}$	$a_{H_{stacula}} = \frac{H_{stacula}}{H_{sta}}$	0,10	0,50
	$a_{R_{staext}}$	$a_{R_{staext}} = \frac{R_{staext}}{R_{staext\_max}}$	0,60	1,00
	$a_{L_{stademident}}$	$a_{L_{stademident}} = \frac{L_{stademident}}{angstademiouvenc R_{staint}}$	0,20	0,80
	$a_{L_z}$	$a_{L_z} = \frac{L_z}{L_{z\_max}}$	0,10	1,00

Tableau 4.2 Calcul des paramètres géométriques normalisés

Avec :

- ~  $R_1 = R_{aimint} + H_{rotbridgemin}$
- ~  $R_2 = R_{rotext} - H_{rotbridge} - H_{rotcavity}$
- ~  $H_1 = H_{rot} - H_{rotbridge} - H_{rotbridgemin} - H_{rotcavity}$
- ~  $H_{rot} = R_{rotext} - R_{rotint}$
- ~  $H_{sta} = R_{staext} - R_{staint}$
- ~  $H_{aimmax} = 2 \min(R_{aimint} \tan(angsup), \sqrt{(R_2)^2 - (R_{aimint} + L_{aim})^2})$
- ~  $L_{stalent} = 2 L_{stademident}$

### Etape 3

Une seconde transformation est appliquée afin d'uniformiser les intervalles de variation des paramètres. Il s'agit de la dernière étape de la normalisation. En effet, il est

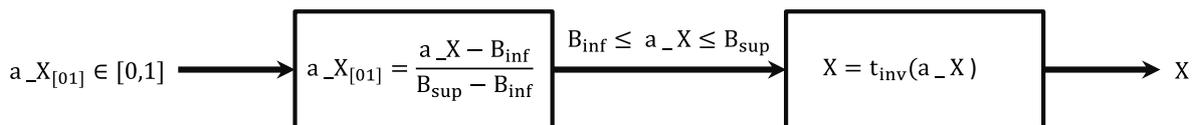
intéressant que toutes les variables d'optimisation aient strictement le même intervalle de variation [0,1]. Cette transformation est présentée par l'équation suivante :

$$a\_X_{[01]} = \frac{a\_X - B_{\text{inf}}}{B_{\text{sup}} - B_{\text{inf}}} \quad (4.5)$$

$$\text{Avec : } a\_X = (B_{\text{sup}} - B_{\text{inf}}) a\_X_{[01]} + B_{\text{inf}}$$

Une fois cette transformation effectuée, la phase de normalisation naturelle est achevée. Elle permet, comme précisé précédemment, non seulement de s'affranchir des contraintes d'entrée, mais aussi de construire un vecteur représentatif de la géométrie de la machine dont tous les facteurs ont le même domaine de variation grâce à des transformations analytiques simples et peu coûteuses en temps de calcul. Cette représentation permet aussi généralement une meilleure stabilité des algorithmes d'optimisation.

Le passage des variables normalisées aux variables réelles nécessite deux transformations différentes. Elles sont présentées par la figure 4.8.  $t_{\text{inv}}$  désigne, ici, une transformation analytique inverse permettant de calculer les valeurs des paramètres en utilisant les relations présentées dans le tableau 4.2.



**Figure 4.8** Extraction des valeurs réelles des paramètres en fonction des paramètres normalisés

En pratique, on n'utilise jamais les formules présentées dans le tableau 4.2 mais uniquement les formules inverses  $t_{\text{inv}}$ .

Le nombre total des paramètres géométriques d'optimisation est égal à 12. Ceux-ci correspondent aux 14 paramètres présentés dans le tableau 4.2, en enlevant le rayon extérieur du stator ( $R_{\text{staext}}$ ) et la hauteur de l'entrefer (ent) qui sont fixés.

#### **b. Description des autres paramètres**

En plus des paramètres géométriques, des paramètres électriques et mécaniques sont définis : la vitesse de rotation de la machine  $N$ , la valeur efficace de courant du système triphasé notée  $I$  et l'angle de couple  $\delta$ .

On se mettant dans le référentiel de Park [CHA1983], l'angle de couple correspond à l'écart angulaire (électrique) entre l'axe  $d$  (rotorique qui correspond, dans notre cas, à l'axe de l'aimant) et le vecteur de l'espace (statorique) défini par :

$$\dot{i}_s = i_d + j i_q \quad (4.6)$$

$i_d$  et  $i_q$  représentent les courants pour les axes  $d$  et  $q$ .

La figure 4.9 présente la définition de l'angle de couple sur un pôle de la machine.

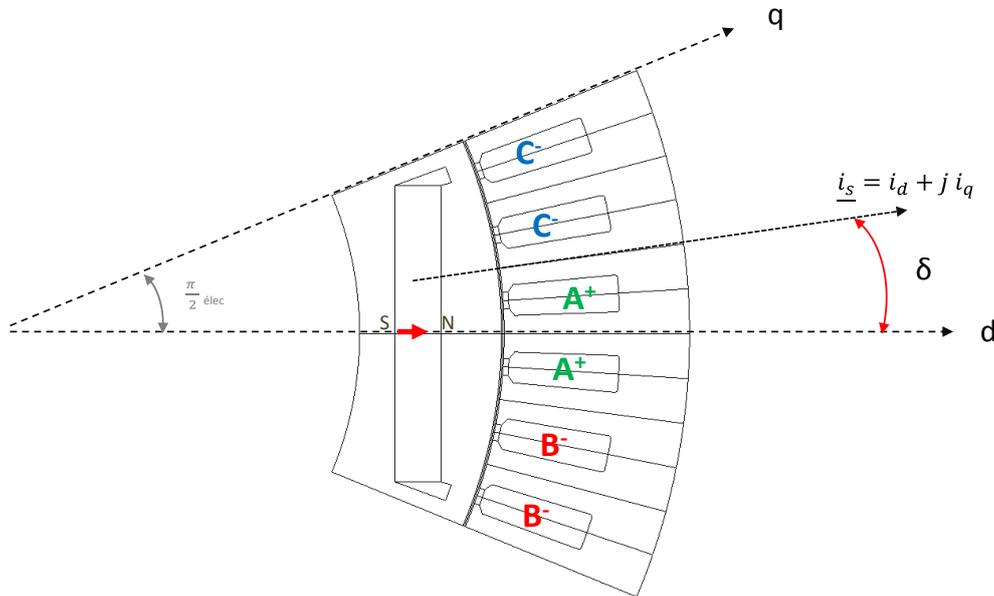


Figure 4.9 Définition de l'angle de couple

La valeur efficace du courant doit rester inférieure à  $I_{max}=600$  A. Au cours de l'optimisation, elle est représentée par une variable normalisée  $a_I$  avec :

$$a_I = \frac{I}{I_{max}} \quad (4.7)$$

Avec  $a_I \in [0,1]$

La valeur de la vitesse de rotation est fixée par le point de fonctionnement  $N= 100$  tr/min.

La valeur de l'angle de couple est fixée également,  $\delta=135^\circ$ . En effet, la figure 4.10 montre que le couple de cette machine est maximal à proximité de cette valeur.

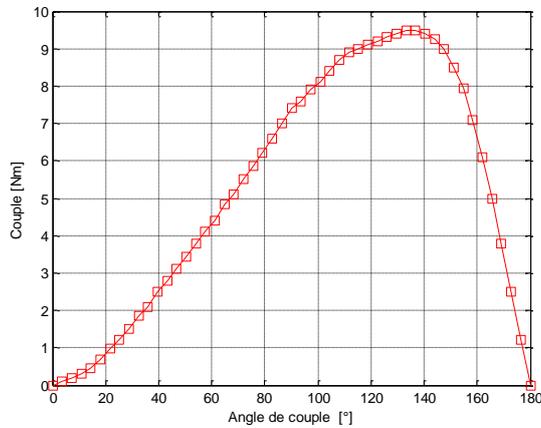


Figure 4.10 Variation du couple de l'ADI en fonction de l'angle de couple

Cette hypothèse est valable pour ce type de topologie de machine (MAPI) et reste bonne quelles que soient les dimensions réelles de la machine.

#### 4. Objectif de l'optimisation

L'objectif de l'optimisation est la réduction de la longueur de la machine  $L_z$  en respectant les différentes contraintes de l'application:

$$\begin{cases} \hat{X} = \arg_{X \in \mathbb{R}^n} \min(a_{L_z}) \\ g_j(X) \leq 0, 1 \leq j \leq k \end{cases} \quad (4.8)$$

On remarque ainsi que la longueur de la machine dans la direction axiale est en même temps une variable d'optimisation et le critère à minimiser. En effet, à diamètre extérieur de stator constant et à alimentation électrique fixe, réduire la longueur de la machine permet non seulement de réduire son coût (masse totale) mais aussi contribuer à réduire les pertes fer et Joule. Réduire la longueur permet aussi une meilleure intégration de la machine dans le système de traction hybride.

Les variables de l'optimisation sont constituées des variables géométriques ainsi que de la valeur du courant efficace. L'angle du couple ainsi que la vitesse de rotation sont fixes. Les différentes contraintes ainsi que la manière dont elles sont prises en compte sont explicitées ci-après.

$$X = \begin{pmatrix} a_{R_{rotint}} \\ a_{R_{aimint}} \\ a_{L_{aim}} \\ a_{H_{aim}} \\ a_{H_{rotbrigde}} \\ a_{H_{rotcavity}} \\ a_{L_{staouenc}} \\ a_{H_{staisthme}} \\ a_{H_{stacond}} \\ a_{H_{stacula}} \\ a_{L_{stademident}} \\ a_{L_z} \\ a_I \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{13}$$

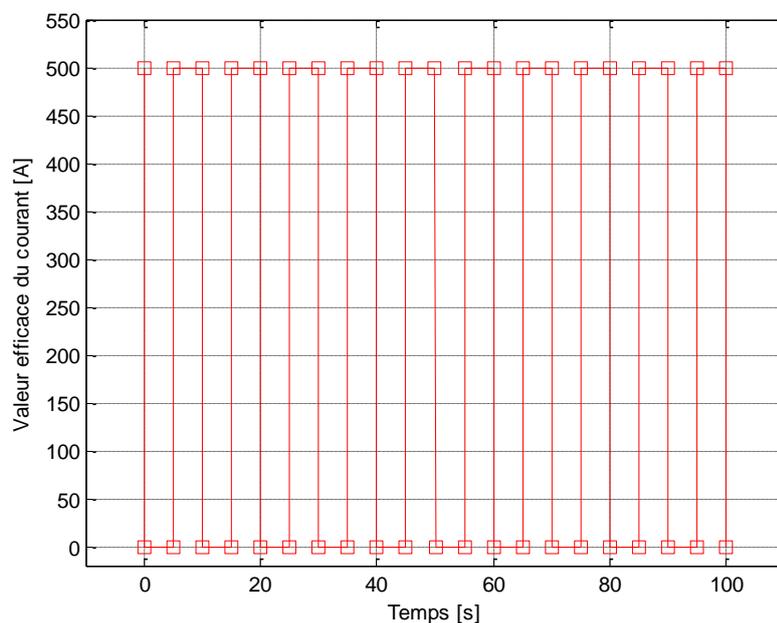
#### 5. Contraintes

##### Hypothèses

Comme démontré plus haut, les contraintes d'inégalités liées à la géométrie de la machine sont prises en compte par la procédure de normalisation naturelle. On rappelle que toutes les variables d'optimisation sont normalisées entre  $[0, 1]$ .

Néanmoins un certain nombre d'hypothèses doivent être prises par rapport au fonctionnement de l'alternateur-démarrateur :

- Le système triphasé de la machine est supposé équilibré
- La valeur de la température ambiante  $T_{amb}$  avec laquelle se font les échanges thermiques extérieurs par convection et rayonnement est fixe :  $T_{amb} = 20^{\circ} C$
- Le démarrage à fort couple nécessite une alimentation à fort courant ce qui implique l'échauffement de la machine. Afin de se mettre dans des conditions réalistes ; le calcul du modèle thermique évalue la montée des températures suite à la réalisation de 10 démarrages successifs en alimentant les enroulements avec un courant efficace  $I$  pendant 5 secondes suivies de 5 secondes de repos à chaque fois. Ceci permet de mieux prendre en compte le comportement thermique de la machine dans le cas d'une utilisation extrême. Les sorties des modèles magnétique et électrique sont considérées suite au dixième démarrage. Ces démarrages successifs sont pris en compte uniquement par la simulation du modèle thermique fin.



**Figure 4.11 Variations du courant efficace prises en compte par le modèle thermique fin pour  $I=500$  [A]**

Le modèle thermique grossier est basé sur une simplification importante du modèle fin. Pour cela, il ne considère qu'un seul démarrage. Celui-ci dure 50 secondes et utilise la même valeur  $I$  du courant sans temps de repos. Les températures sont évaluées à la 50<sup>ème</sup> seconde.

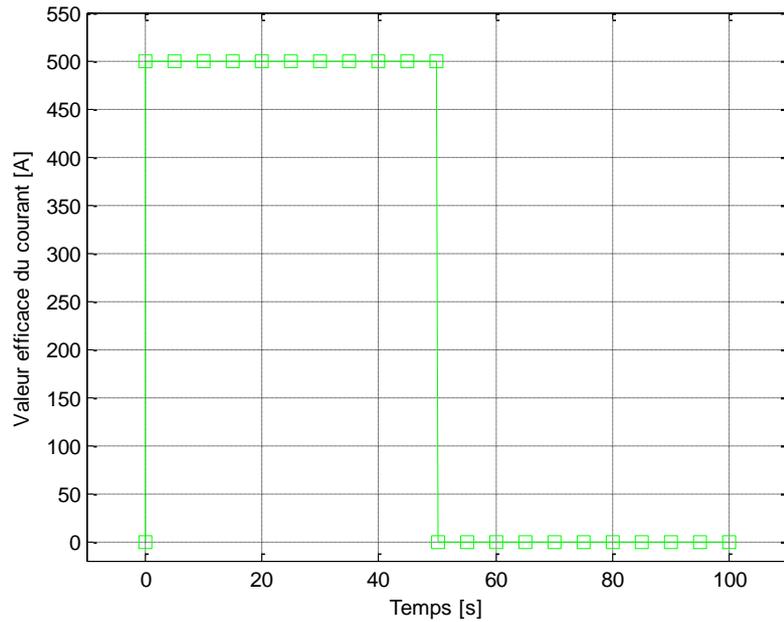


Figure 4.12 Variations du courant efficace prises en compte par le modèle thermique grossier pour  $I = 500$  [A]

Les profils du courant pour les modèles fin et grossier sont présentés dans les figures 4.11 et 4.12.

La suite détaille les différentes contraintes liées aux sorties du modèle.

#### a. Contraintes de sorties

L'objectif de l'optimisation doit être atteint en respectant au mieux les différentes contraintes fixées. Celles-ci peuvent être classées par type de physique :

- ~ Les contraintes mécaniques:

La machine doit fournir un couple utile minimal de 150 Nm nécessaire pour le démarrage du véhicule :  $C_u(X) \geq 150$

Si cette contrainte est respectée, elle se traduit par :

$$g_1(X) \leq 0 ; \text{ avec } g_1(X) = \frac{150 - C_u(X)}{150} \quad (4.9)$$

La valeur de cette contrainte est normalisée par rapport à la valeur du couple minimal souhaité.

- ~ Les contraintes thermiques

Le fonctionnement en mode démarreur nécessite le recours à des courants électriques de fortes amplitudes ce qui engendre des pertes Joule importantes et par conséquent, un échauffement accru de la machine.

Pour éviter que les isolants des encoches atteignent la température de vieillissement prématuré, voire la température de fusion, il est nécessaire que la température dans les bobinages (encoches et têtes de bobines) reste inférieure à 180°C suite aux 10 démarrages précédemment décrits.

Ce qui se traduit par les contraintes suivantes :

$$g_2(X) = \frac{T_{enc}(X)-180}{180} \quad (4.10)$$

$$g_3(X) = \frac{T_{tb}(X)-180}{180} \quad (4.11)$$

Les aimants terres rares NdFeB utilisés ont une caractéristique qui dépend de la température. En plus de la diminution de la valeur du champ coercitif  $H_c$  quand la température augmente, la valeur de l'induction rémanente  $B_r$  de l'aimant décroît ce qui réduit l'influence des aimants. (Figure 4.15)

Une valeur maximale tolérée de la température des aimants est fixée à 80 °C :  $T_{aim} \leq 80$

$$g_4(X) = \frac{T_{aim}(X)-80}{80} \quad (4.12)$$

~ Les contraintes électriques

Le rendement de la machine en mode démarreur est souvent faible. Néanmoins, il est préférable de l'améliorer afin de réduire la quantité d'énergie tirée des batteries et dissipée en pertes. Pour l'ADI, une valeur minimale de rendement est fixée à 30% :

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} \geq 0.3 \quad (4.13)$$

Où  $P_u$  représentent la puissance utile développée et  $P_e$  la puissance électrique fournie à la machine.

La contrainte peut s'écrire sous la forme :

$$g_5(X) = \frac{0.3-\eta(X)}{0.3} \quad (4.14)$$

~ Les contraintes de coût

Deux contraintes sont fixées sur les masses des matériaux afin de réduire le coût des matériaux utilisés pour la fabrication de la machine.

- La masse totale de l'ensemble des 8 aimants  $M_{\text{aim}}$  ne doit pas dépasser 1 kg

$$g_6(X) = \frac{M_{\text{aim}}(X)-1}{1} \quad (4.15)$$

- La masse totale de la machine  $M_{\text{tot}}$  ne doit pas excéder 12 kg

$$g_7(X) = \frac{M_{\text{tot}}(X)-12}{12} \quad (4.16)$$

Les valeurs des masses respectives des aimants et de la machine sont fixées par le cahier de charge de l'application.

### b. Prise en compte des contraintes dans la fonction objectif

Les contraintes sont utilisées pour pénaliser la fonction objectif dans le cas où elles ne sont pas respectées. Le problème d'optimisation s'écrit donc sous la forme :

$$\begin{cases} \hat{X} = \arg_{X \in \mathbb{R}^n} \min [a_{L_z} + \sum_{j=1}^7 \alpha_j g_j(X)] \\ g_j(X) \leq 0, 1 \leq j \leq 7 \end{cases} \quad (4.17)$$

Où  $\alpha_j$  représente le coefficient multiplicateur de la  $j^{\text{ème}}$  contrainte. Il peut être utilisé pour favoriser cette contrainte si elle s'avère plus difficilement atteignables que les autres.

Il est nécessaire de mettre la valeur de la contrainte à zéro si elle est vérifiée dans le terme introduit dans la fonction objectif. Cela permet d'éviter la diminution de cette dernière et de s'éloigner ainsi de l'objectif principal de l'optimisation qui consiste en la réduction de la longueur de la machine.

$$\begin{cases} \alpha_j > 0 \text{ si } g_j(X) \geq 0 \\ \alpha_j = 0 \text{ si } g_j(X) \leq 0 \end{cases}$$

L'attribution de ces valeurs de coefficient peut se baser, dans une approche initiale, par la connaissance a priori du comportement de la machine à dimensionner. Par exemple, pour le cas de l'ADI, il est plus facile d'avoir une solution de l'optimisation pour laquelle la température de l'aimant est inférieure à 80 °C qu'un couple développé de 150 Nm. Cette façon de définir le problème d'optimisation permet de rapprocher la fonction objectif des solutions pour lesquelles les contraintes sont respectées.

Les valeurs des coefficients  $\alpha_j$  peuvent être assimilées à la difficulté de se rapprocher des valeurs cibles correspondantes. Cette approche nécessite donc une certaine connaissance du déroulement de l'optimisation et de ses tendances naturelles. Une solution

" fonctionnelle " (donnant des résultats intéressants en un volume de calcul raisonnable) est donnée par le tableau suivant.

Coefficient	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$
<b>Valeur</b>	1	2/9	2/9	1/9	7/9	1/9	2/9

**Tableau 4.3 Valeurs des coefficients de prise en compte des contraintes**

Avec  $\alpha_j$  les coefficients liés à la contrainte :

$\alpha_1$  : sur le couple utile développé

$\alpha_2$  : sur la température des encoches

$\alpha_3$  : sur la température des chignons

$\alpha_4$  : sur la température des aimants

$\alpha_5$  : sur le rendement de la machine

$\alpha_6$  : sur la masse des aimants

$\alpha_7$  : sur la masse totale de la machine

La modification de ce vecteur entraîne le changement de comportement de l'algorithme d'optimisation au cours de son déroulement, et provoque assez facilement sa convergence vers des configurations finales différentes et parfois non satisfaisantes. En effet, la détermination des valeurs de ces coefficients de pondération peut être considérée comme un sous problème d'optimisation. Les valeurs données par le tableau 4.3 ne sont pas issues d'un calcul. Elles sont attribuées en se basant sur la connaissance de l'application et de la machine.

## IV. Description des modèles utilisés pour l'optimisation

Dans cette partie les différents modèles utilisés sont présentés pour chaque physique, chacun dans ses deux versions fine et grossière. Les hypothèses permettant les simplifications introduites sur le modèle fin pour aboutir à la version grossière rapide sont explicitées.

### 1. Modèle magnétique

#### a. Modèle magnétique fin

La MSAPI est une machine à flux radial. Les grandeurs électromagnétiques sont calculées à l'aide d'un modèle éléments finis à deux dimensions prenant en compte les propriétés de symétrie et d'antisymétrie dans la direction orthoradiale et de l'invariance dans l'axe (de rotation).

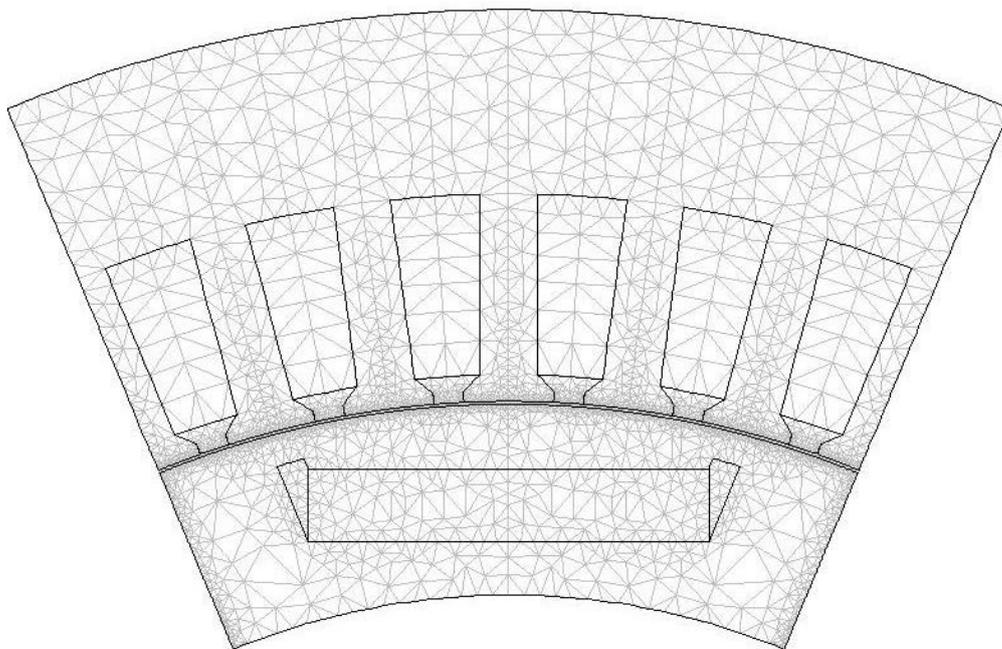


Figure 4.13 Géométrie et maillage d'un pôle de la MSAPI

Un soin particulier est donné à la discrétisation surfacique de la géométrie pour le cas du modèle de référence. Un maillage fin et régulier est utilisé au niveau de l'entrefer et des dents statoriques afin d'avoir un calcul précis du flux magnétique traversant l'entrefer. Des éléments triangulaires de type T6 sont utilisés permettant ainsi un calcul des valeurs du champ magnétique dans un nombre important de nœuds [ZIE2005].

Le modèle fin prend en compte les propriétés non linéaires du matériau ferromagnétique composant les tôles. Les non-linéarités sont résolues utilisant la méthode

de Newton-Raphson. Les propriétés physiques des matériaux sont calculées en fonction des températures calculées par le modèle thermique.

### *Tôles ferromagnétiques*

Dans le cas du modèle magnétique fin, le matériau ferromagnétique utilisé est la tôle M800-65. Les tôles ont une épaisseur de 0.65 mm. La valeur de l'induction magnétique de saturation  $J_s$  est de 2.2 T [FLU2010]. La courbe caractéristique  $B(H)$  de cette tôle peut être approchée par cette relation analytique :

$$B(H) = \mu_0 H + \frac{2J_s}{\pi} \tan^{-1} \left[ \frac{(\mu_r - 1)\mu_0 H \pi}{2J_s} \right] \quad (4.18)$$

La perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  vaut 1500 pour les faibles champs d'excitation. Les propriétés magnétiques du fer sont très peu variables en fonction de la température ; elles sont donc considérées comme constantes. La résolution du modèle éléments finis prend en compte la courbe de première aimantation uniquement. Le phénomène magnétique d'hystérésis n'est pas considéré.

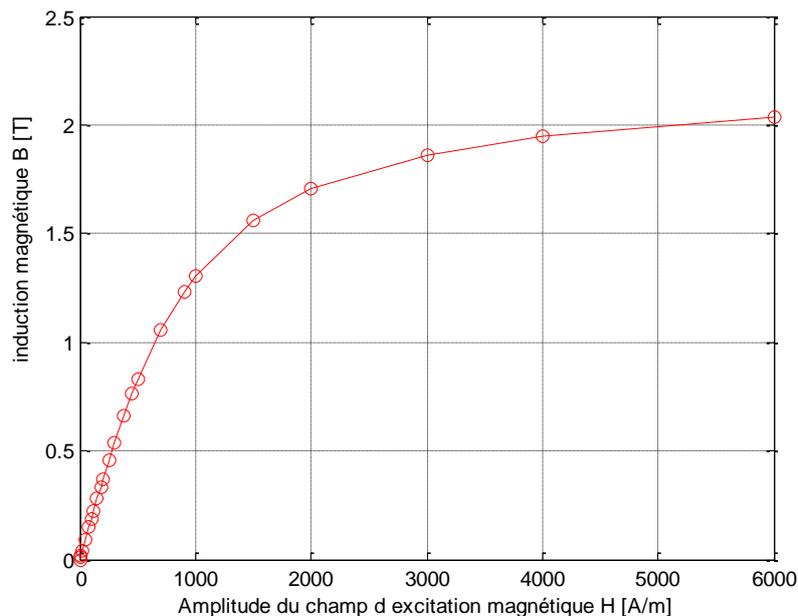


Figure 4.14 Courbe de première aimantation de la tôle utilisée (M800-65)

### *Aimant permanent*

L'ADI utilise des aimants permanents terres rares NdFeB de forme parallélépipédique. Ce type d'aimant a un comportement magnétique quasi linéaire. Les valeurs de  $B_r$  et  $H_c$  sont calculées à la température moyenne trouvée par le modèle thermique. La figure 4.15 présente l'évolution de la caractéristique de l'aimant pour plusieurs valeurs de températures.

La valeur de l'induction permanente  $B_r$  ainsi que celle du champ coercitif dépendent de la température de manière quasi linéaire:

$$B_r(T) = B_r(T_0)[1 + \alpha(T - T_0)] \quad [T] \quad (4.19)$$

Où  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $B_r(T_0) = 1.138 \text{ T}$  et  $\alpha = -1.327 \cdot 10^{-3} \text{ } [^\circ\text{C}^{-1}]$

$$H_c(T) = H_c(T_0)[1 + \beta(T - T_0)] \quad [\text{A/m}] \quad (4.20)$$

Où  $H_c(T_0) = 2380 \text{ [k A/m]}$  et  $\beta = -5 \cdot 10^{-3} \text{ } [^\circ\text{C}^{-1}]$

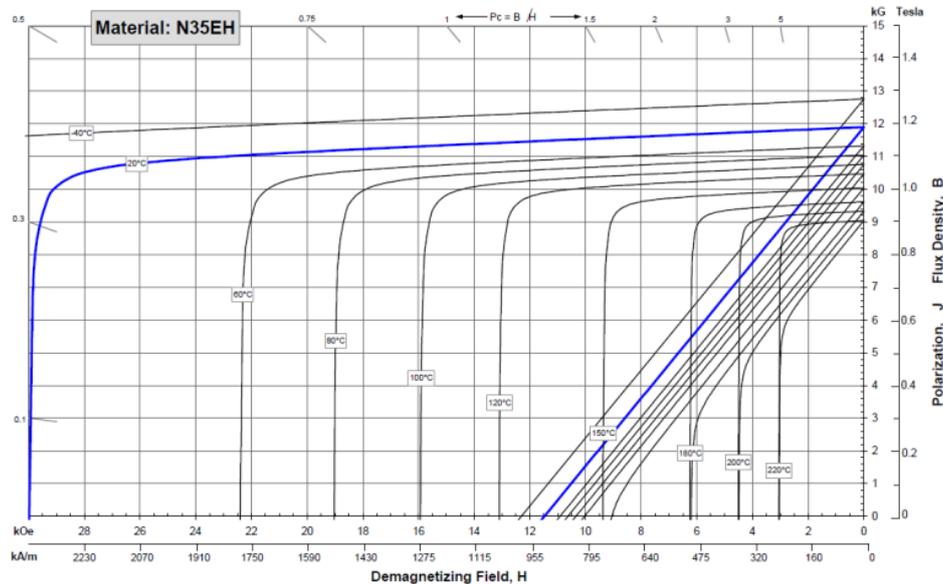


Figure 4.15 Caractéristique B(H) de l'aimant NdFeB N35EH pour différentes valeurs de température [ARN]

Le couple électromagnétique  $C_{em}$  produit par la machine est calculé à l'aide la méthode de travaux virtuels :

$$C_{em} = \left. \frac{dW'_{em}}{d\theta} \right|_{I=cte} \quad (4.21)$$

Où :

$d\theta$  : représente la variation de la position angulaire du rotor

$dW'_{em}$  : représente la variation correspondante de la co-énergie électromagnétique à courant constant calculée à l'aide du modèle EF.

La figure 4.16 présente l'ensemble des entrées et des sorties du modèle magnétique.

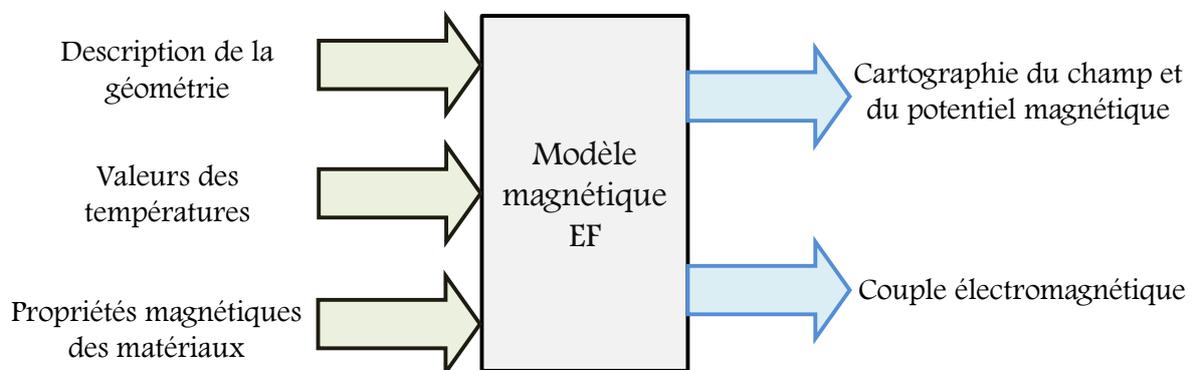


Figure 4.16 Ensemble des entrées et sorties du modèle magnétique EF

## b. Modèle magnétique grossier

Le modèle magnétique grossier est également un modèle éléments finis. Il est cependant dégradé en agissant sur ses spécifications. On rappelle que, dans le cadre de l'optimisation par Space Mapping, le modèle grossier doit vérifier deux conditions : la rapidité de l'exécution et la représentativité des tendances de variations de sorties en fonction des entrées.

La précision n'est pas une nécessité. Plusieurs solutions de simplification permettent alors de réduire le temps de calcul :

- Le maillage est grossier, seul l'entrefer présente des éléments de taille fine (inchangée). Ceci permet de contenir l'erreur sur le calcul des efforts entre le rotor et le stator
- Les éléments utilisés sont de type T3, les valeurs des potentiels magnétiques sont calculées uniquement au niveau des sommets des éléments
- Les matériaux sont supposés linéaires, y compris les tôles. La valeur de la perméabilité relative magnétique du fer 'fictif' est fixée à 150. Utiliser une valeur faible de perméabilité relative du fer dans le modèle grossier permet de limiter la densité de flux magnétique à des valeurs 'raisonnables' et de réduire, ainsi, l'écart entre les modèles fin et grossier
- La précision de la solution EF du problème est de  $10^{-3}$  contre  $10^{-6}$  pour le cas du modèle fin
- Pas de dépendance à la température : toutes les grandeurs physiques sont évaluées pour une température de 20°C

Le tableau 4.4 résume ces différentes techniques de réduction du temps de calcul du modèle éléments finis magnétique. Le modèle grossier est environ 70 fois plus rapide que le modèle fin. Les deux temps de calcul sont évalués sur la même machine, les deux modèles sont implémentés et calculés en utilisant la même plateforme de calcul Matlab® et le programme de calcul interne STEF.

Contrairement au modèle fin qui utilise le mailleur externe Triangle [SHE2005], le modèle grossier réalise le maillage d'une manière plus simple. Ainsi, après la détermination des coordonnées des points des contours des différentes régions, les coordonnées des points intermédiaires et des nœuds internes sont déterminées sans exigence d'une grande densité de nœuds et ni d'une haute qualité de maillage surfacique. La triangulation de Delaunay [DEL1934] est utilisée, ensuite, pour définir les connectivités entre les nœuds (i.e. donner la définition des éléments du maillage).

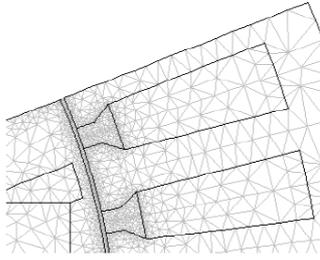
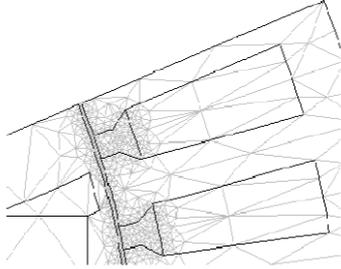
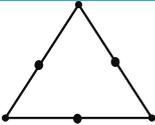
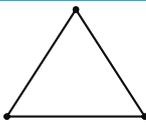
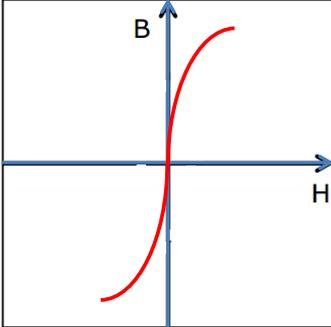
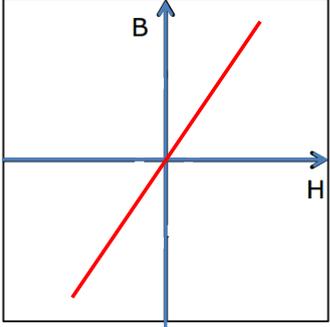
Propriété	Modèle fin	Modèle grossier
Nombre d'éléments	 <p>Environ 5400 éléments</p>	 <p>Environ 1100 éléments</p>
Type d'éléments	 <p>Éléments finis de type T6</p>	 <p>Éléments finis de type T3</p>
Nombre de nœuds	Environ 11000 nœuds	Environ 1100 nœuds
Maillage	Générateur de maillage externe : Triangle®	Calcul des nœuds de contours et des nœuds internes + Triangulation de Delaunay
Matériaux magnétiques	 <p>Caractéristique B(H) réelle du fer</p>	 <p>Fer linéaire (fictif)</p>
Précision de la solution	$10^{-6}$	$10^{-3}$
<b>Comparaison des temps de calcul</b>		
Modèle magnétique	10 s = 1 x (10 s)	0.5 s = 0.05 x (10 s)
Modèle couplé	50 s = 5 x (10 s)	0.7 s = 0.07 x (10 s)

Tableau 4.4 Comparaison entre les modèles magnétiques fin et grossier

## 2. Modèle thermique

### a. Modèle thermique fin

Le modèle thermique de l'ADI est un réseau à constantes localisées permettant le calcul des évolutions temporelles des températures moyennes par zones géométriques. Le calcul des différents éléments de ce modèle a été présenté dans le chapitre consacré à la modélisation thermique des machines électriques.

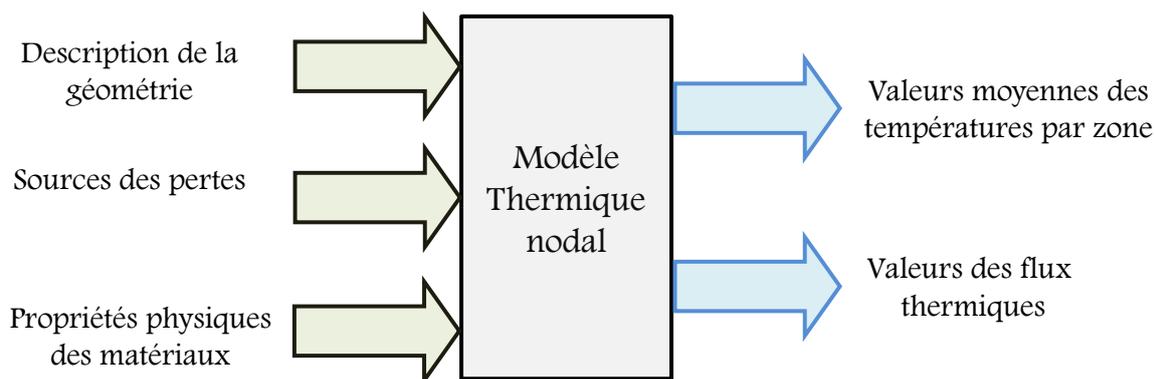


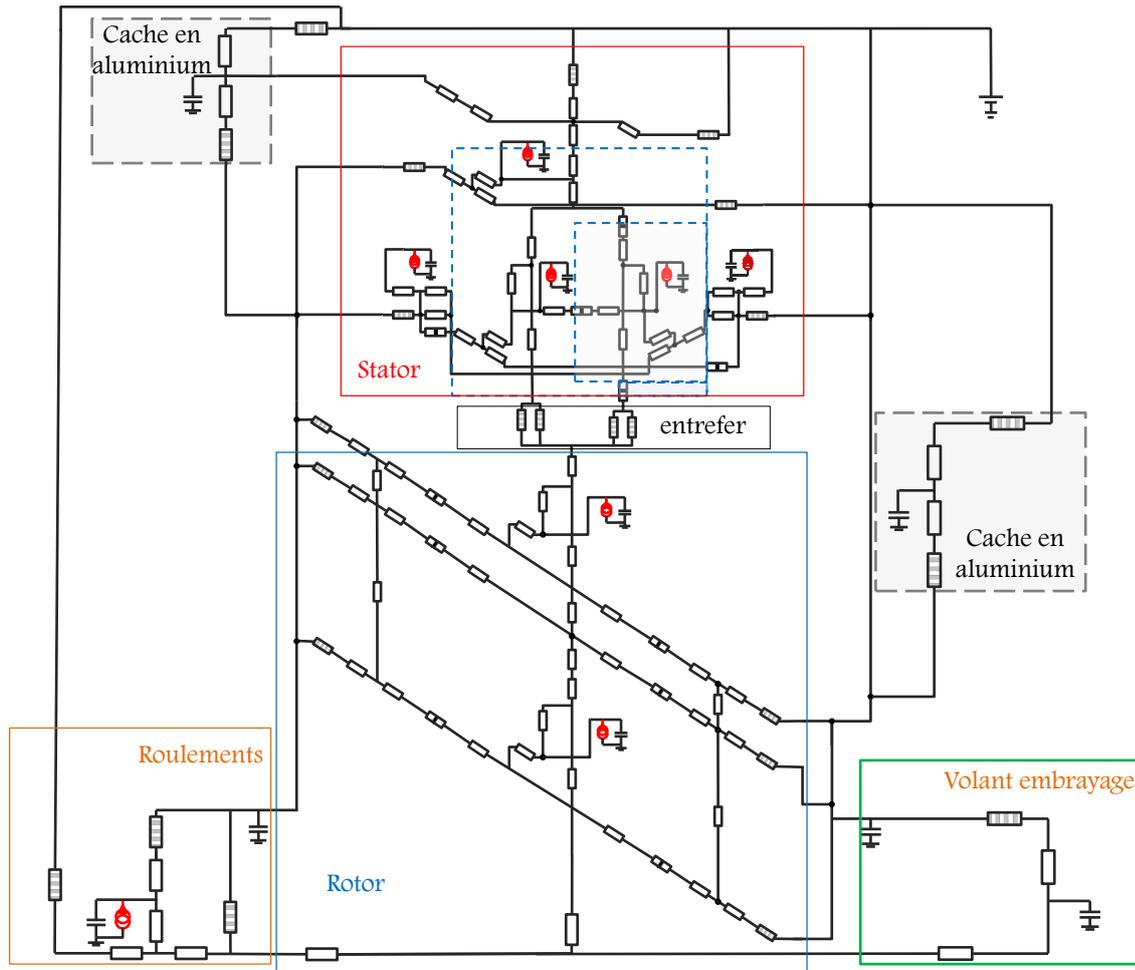
Figure 4.17 Ensemble des entrées et des sorties du modèle thermique à constantes localisées

Le modèle thermique fin prend en compte les trois dimensions de transfert de flux de chaleur : radiale, orthoradiale et axiale. Il considère l'aspect non symétrique de la machine et prend en compte la présence des caches du côté des roulements et du volant d'embrayage. Tous les phénomènes de transfert thermique sont considérés : la conduction, la convection et le rayonnement. Ce modèle prend aussi en compte toutes les pertes dans la machine : les pertes Joule, les pertes fer et les pertes mécaniques dans les roulements.

Tous les éléments du modèle sont calculés en fonction de la géométrie de la machine ainsi que des propriétés physiques des matériaux, de la température et de la vitesse de rotation de la machine. Les non-linéarités liées aux phénomènes thermiques de rayonnement et de convection sont aussi prises en compte.

Les pertes fer sont calculées en exploitant les calculs de la cartographie des densités de flux magnétique obtenues par le modèle magnétique éléments finis. Ainsi, les valeurs maximales des inductions magnétiques sont calculées par le modèle magnétique au niveau de la culasse du rotor (inférieure et supérieure) ainsi qu'au niveau des dents et de la culasse du stator. Les valeurs des pertes fer pour chaque zone sont ensuite déduites en utilisant la formule de Bertotti.

Un descriptif général du modèle thermique fin est présenté dans le tableau 4.5 comparant ce dernier au modèle grossier.



49

Figure 4.18 Modèle nodal thermique fin de l'ADI

### b. Modèle thermique grossier

Le modèle thermique grossier est aussi un réseau à constantes localisées dynamique. Toutefois, plusieurs hypothèses simplificatrices sont utilisées pour la réduction de son temps de calcul.

#### Réduction du nombre de nœuds

- Le modèle thermique grossier ne prend pas en compte l'existence des caches de part et d'autre de la machine
- Le transfert thermique dans la direction axiale n'est pris en compte que pour le cas des bobinages et des dents
- Les conductivités thermiques des tôles (dans la direction radiale) et de l'aluminium étant élevées, les résistances thermiques de conduction dans le fer et dans les pièces en aluminium sont négligées (remplacées par des courts-circuits)
- Le phénomène de contact thermique n'est pas pris en compte

- La convection est supposée n'avoir lieu qu'au niveau de l'entrefer, des ailettes et des têtes de bobines

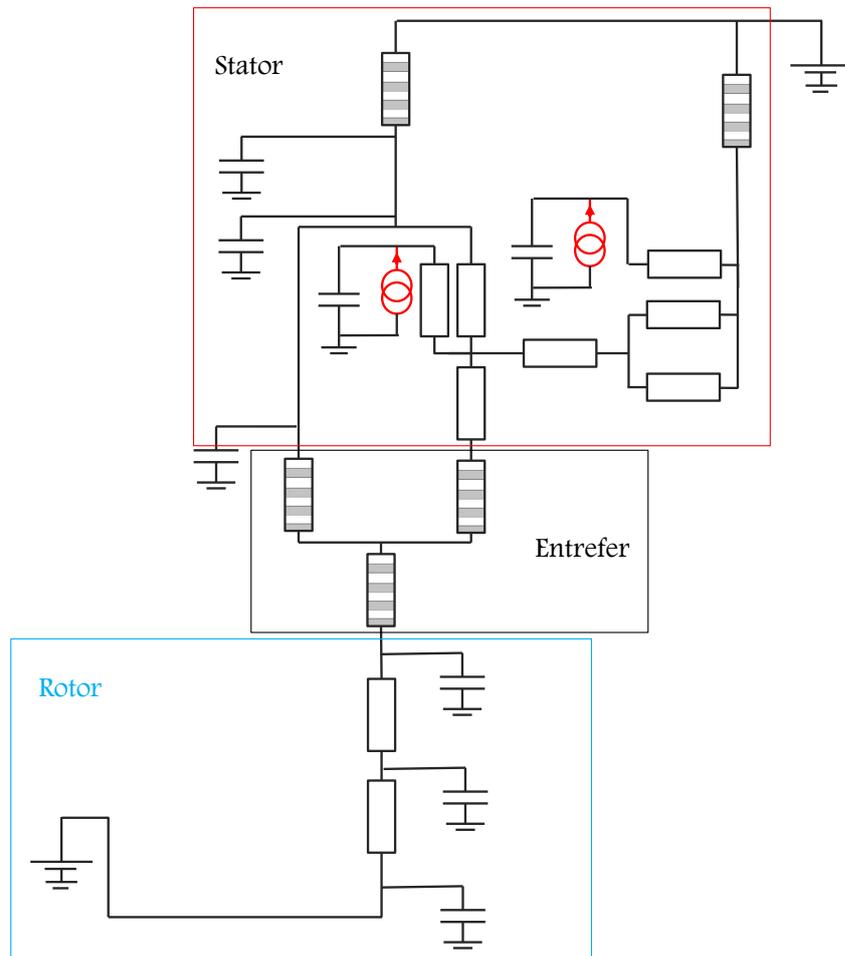


Figure 4.19 Modèle nodal thermique grossier de l'ADI

La figure 4.19 montre le circuit équivalent du modèle thermique grossier. On remarque que, comparé au modèle fin présenté plus haut, toutes les parties représentant les caches sur les deux côtés de la machine, ainsi que l'embrayage et les roulements ont été supprimées. L'arbre de la machine est remplacé par un potentiel (thermique) fixe qui correspond à une température de 40°C. Le nombre des résistances thermiques par conduction diminue fortement vu la suppression de toutes les résistances au niveau des parties fer et aluminium. Les sources correspondant aux pertes mécaniques et fer ne sont pas présentes également. Ce modèle permet de suivre les tendances des variations des valeurs des températures au niveau des enroulements du stator et des aimants.

#### Suppression des non-linéarités

- Les propriétés physiques de tous les matériaux sont constantes et évaluées à 20°C

- Le rayonnement thermique n'est pas pris en compte
- Le modèle évalue les températures en utilisant des conditions dynamiques différentes : un démarrage unique utilisant un courant efficace  $I$  pendant 50 secondes sans temps de repos.

#### Calcul des pertes

Dans un fonctionnement en mode démarreur, la vitesse de rotation (100 tr/min) est relativement basse et les pertes fer et mécaniques peuvent être négligées. Seules les pertes Joule sont calculées en négligeant la variation de la conductivité du cuivre en fonction de la température. Les deux modèles thermiques fin et grossier sont évalués sur la même machine utilisant un solveur de circuit de type Spice implémenté sous Matlab®. Le fait de calculer les différents modèles (magnétique, thermique et électrique) sur la même plateforme de calcul (Matlab) permet de réduire considérablement le temps de simulation. Le tableau suivant présente une comparaison globale entre les deux modèles thermiques fin et grossier.

Propriété	Modèle fin	Modèle grossier
Linéaire	Non	Oui
Symétrique	Non	Oui
Nombre de dimensions et de nœuds	3D - 58	Quasi 2D - 10
Conduction	Dans tous les solides	Aimants et enroulements
Convection	Sur toutes les surfaces	Ailettes, chignons et entrefer
Rayonnement	Sur toutes les surfaces	Non
Pertes Joule	Oui	Oui
Pertes Fer	Oui	Non
Pertes mécaniques	Oui	Non
Résistivité du cuivre	Dépend de la température	Constante : évaluée à 20°C
Propriétés physiques de l'air	Dépendent de la température	Constantes : évaluées à 20°C
Simulation transitoire	$10 \times (5s + 5s) = 100$ s	50 s
	41 points de calcul	4 points de calcul
Temps de calcul	$2.5$ s = $1 \times (2.5$ s)	$0.2 = 0.08 \times (2.5$ s)

Tableau 4.5 Différences entre les modèles nodaux thermiques fin et grossier

### 3. Modèle électrique

Le modèle électrique de l'alternateur est utilisé pour calculer la loi de commande du convertisseur statique afin d'atteindre le point de fonctionnement souhaité. Il permet aussi de quantifier les pertes dans les conducteurs et d'établir un bilan des puissances et de déterminer le rendement global de la machine.

La valeur du courant efficace  $I$  dans les différentes phases de la machine est connue ainsi que la vitesse de rotation mécanique  $\Omega$  [rad.s<sup>-1</sup>]. Les conducteurs utilisés sont des fils de cuivre cylindriques gainés d'un diamètre de 1.3 mm. Le taux de remplissage est calculé en fonction de la géométrie de l'encoche et de celui des conducteurs.

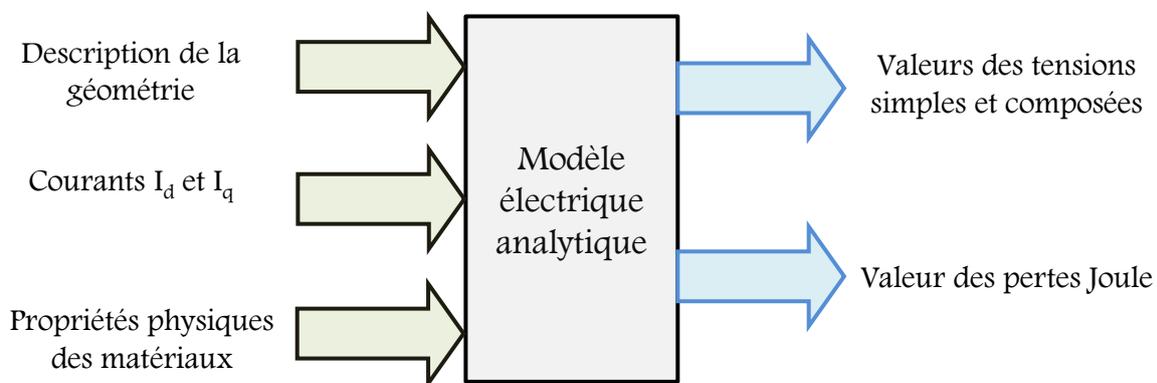


Figure 4.20 Ensemble des entrées et des sorties du modèle électrique analytique

Par la suite les indices d et q désigneront les grandeurs calculées dans les axes direct et en quadrature, déterminées grâce à la transformation de Park [CHA1983]. Pour le retour aux grandeurs réelles la transformation de Park inverse est appliquée.

En passant par la transformation de Park, on détermine les valeurs des courants dans les axes direct  $I_d$  et en quadrature  $I_q$ , avec :

$$I = \sqrt{\frac{I_d^2 + I_q^2}{3}} \quad (4.22)$$

Les flux dans les deux axes sont calculés à l'aide du modèle magnétique :

$$\psi_d = \psi_d(I_d, I_q) + \psi_a \quad (4.22)$$

$$\psi_q = \psi_q(I_d, I_q) \quad (4.23)$$

$\psi_a$  désigne le flux magnétique de l'aimant.

Les valeurs des tensions sont données par :

$$V_d = R_s(T) I_d - p \Omega \psi_q \quad (4.24)$$

$$V_q = R_s(T) I_q + p \Omega \psi_d \quad (4.25)$$

$$V = \sqrt{\frac{V_d^2 + V_q^2}{3}} \quad (4.26)$$

$V$  est la valeur de la tension,  $R_s$  [ $\Omega$ ] est la résistance électrique des enroulements d'une phase du stator et  $p$  le nombre de paires de pôles.

La valeur du couple électromagnétique utile  $C_u$  est donnée par [CHE2004]

$$C_u = C_{em} - \frac{P_f + P_{mec}}{\Omega} \quad (4.27)$$

$P_f$  et  $P_{mec}$  représentent respectivement les valeurs des pertes fer et mécaniques. Le couple électromagnétique, calculé par EF, est noté par  $C_{em}$ .

Le rendement de la machine en mode moteur est donné par :

$$\eta = \left( \frac{P_m}{P_e} \right) \quad (4.28)$$

Où  $P_m$  représente la puissance mécanique développée par l'ADI :

$$P_m = C_u \Omega \quad (4.29)$$

Et  $P_e$  représente la puissance électrique consommée par la machine :

$$P_e = 3 V I \cos(\varphi) \quad (4.30)$$

Où  $\varphi$  est le déphasage entre le courant et la tension.

Ce modèle électrique est constitué exclusivement par des équations analytiques. Il est utilisé dans le modèle fin et grossier. Seule la dépendance de la résistance électrique des conducteurs à la variation de la température est négligée dans le modèle grossier.

#### 4. Modèle mécanique

Le modèle mécanique utilisé pour cette application sert uniquement à calculer analytiquement les pertes mécaniques dans les roulements. L'équation 2.52 est utilisée pour le modèle fin. Ces pertes ne sont pas prises en compte dans le modèle grossier vue la faible vitesse de rotation du point de fonctionnement recherché.

## V. Couplages multi-physiques

La construction d'un modèle multi-physique implique le couplage entre les différents phénomènes. Dans le cadre de la modélisation de l'ADI, plusieurs interdépendances entre propriétés et lois de comportement sont prises en compte.

La considération des non linéarités pour le cas des modèles mono-physiques impose l'évaluation de chaque modèle dans plusieurs itérations pour converger vers une solution. L'interdépendance entre les différents phénomènes rend le temps de calcul encore plus important en nécessitant l'évaluation des différents modèles davantage de fois afin de trouver une solution globale de la modélisation multi-physique.

Pour une configuration géométrique donnée, le modèle multi-physique fin prend en compte les différents couplages entre les différents phénomènes.

La figure 4.21 montre les différentes grandeurs physiques qui dépendent de grandeurs calculées par un modèle différent.

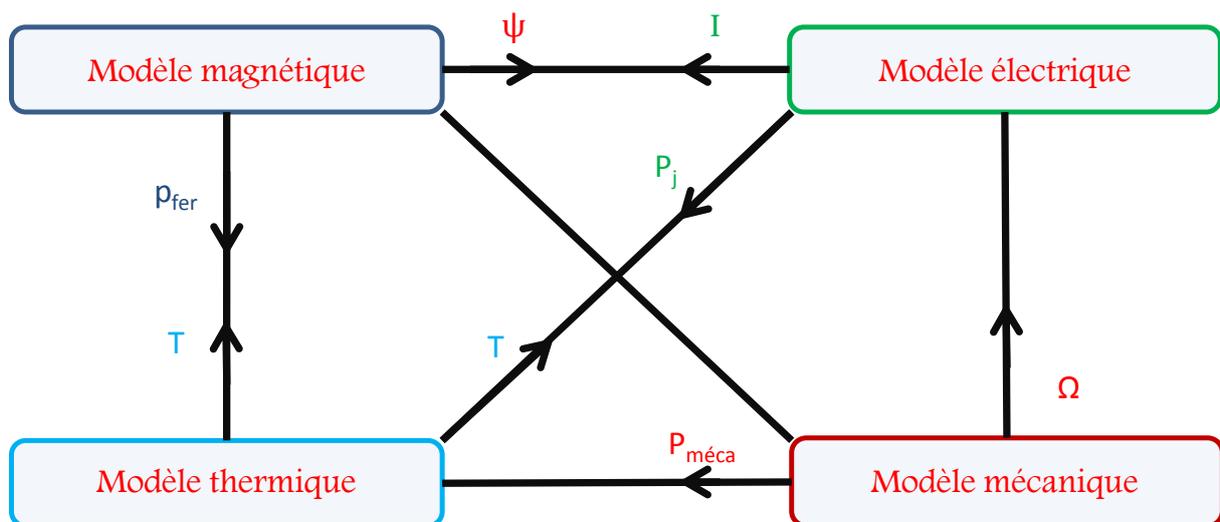


Figure 4.21 Couplages multi-physiques

Les différentes valeurs des températures calculées pour chaque zone de la machine sont utilisées par les modèles magnétique et électrique. Les températures utilisées par le modèle magnétique sont celles au niveau :

- De la culasse intérieure et extérieure du rotor
- Des aimants
- Des dents du stator
- De la culasse du stator

Le modèle électrique récupère les valeurs des températures au niveau des encoches et des têtes de bobines.

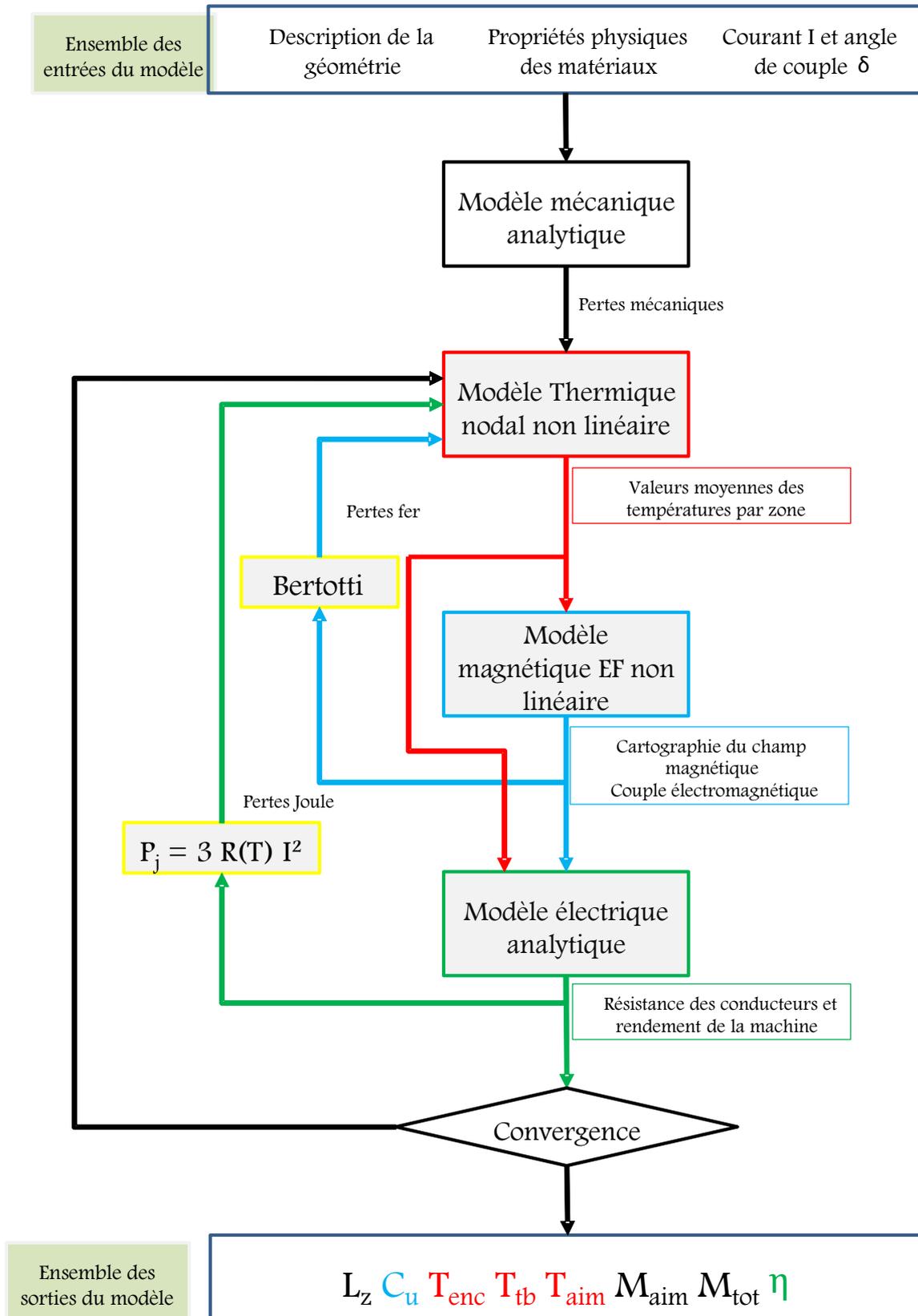


Figure 4.22 Couplages du modèle multi-physique fin

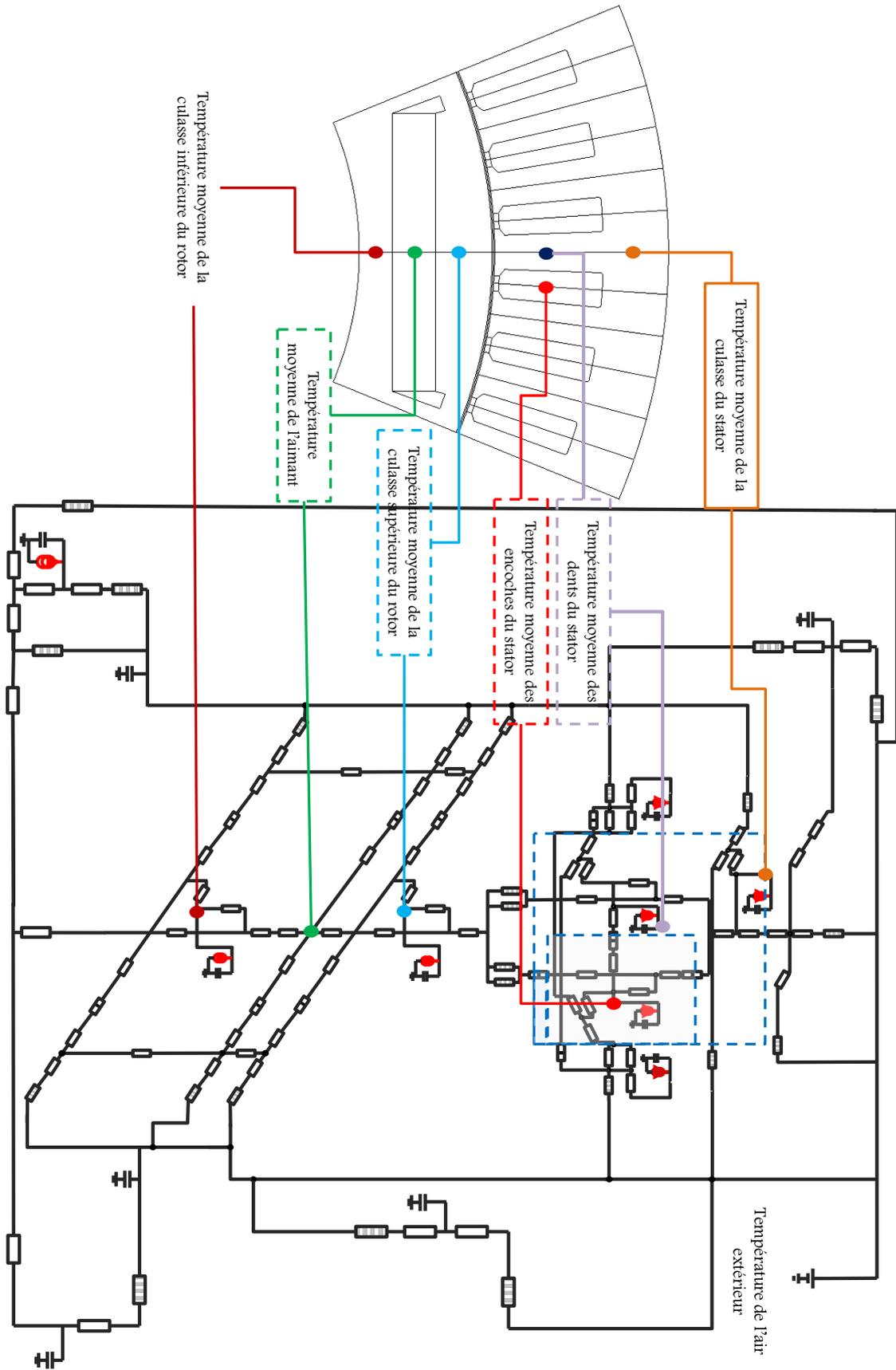


Figure 4.23 Couplage entre les températures calculées par le modèle thermique et les zones où elles sont prises en compte

Le modèle grossier ne prend en compte aucun couplage. Les différents modèles magnétique, thermique et électrique calculent les solutions pour une géométrie fixée sans aucune interaction entre eux.

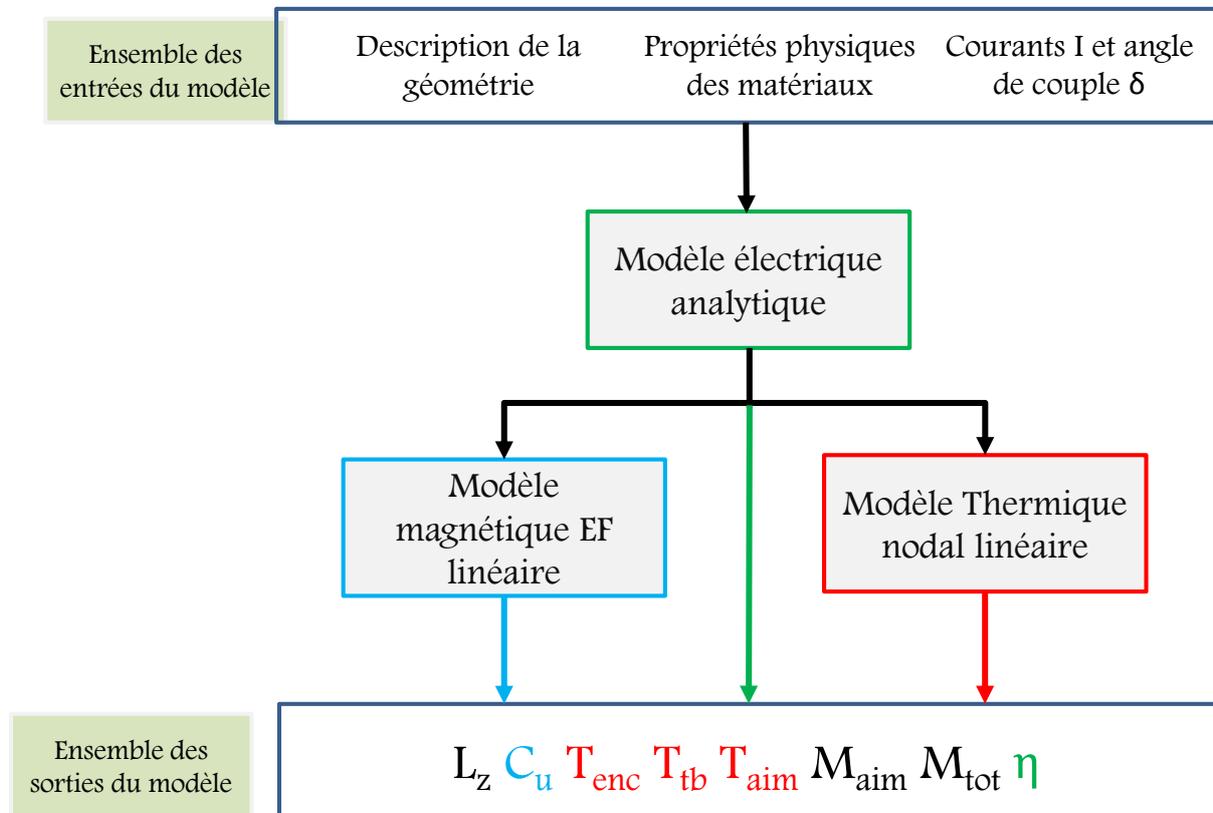


Figure 4.24 Modèle multi-physique grossier

La manière dont on traite les couplages multi-physiques est très importante. La prise en compte des couplages rend le modèle global plus précis et les simulations réalisées a fortiori plus proches de la réalité. Cependant, cela a un coût de calcul important parce que la résolution des non linéarités requiert un processus itératif.

Dans le cas du modèle grossier, il n'est pas obligatoire de tenir compte des couplages, car ces derniers ne sont pas nécessaires pour l'estimation des tendances des variations des grandeurs de sortie.

## VI. Conclusion

Un cas d'application de l'utilisation de la technique de Space Mapping pour la conception optimale d'une machine synchrone à aimants permanents a été présenté dans ce chapitre. Suite à la description de l'application et du cahier des charges, les modèles multi-physiques fin et grossier sont présentés. Les différentes hypothèses simplificatrices utilisées pour le passage du modèle fin au modèle grossier sont aussi détaillées.

Plusieurs techniques ont été proposées afin d'alléger le temps de calcul du modèle fin et ainsi obtenir les caractéristiques des modèles grossiers correspondants. Ces techniques sont applicables sur des modèles de types différents (EF, nodaux, analytiques) et peuvent être utilisées dans le cas d'autres problèmes de dimensionnement optimal. La conservation des mêmes types de modèle pour la construction des modèles grossiers est un choix qui permet de garder le sens physique de ce dernier et de présenter une approche de réduction de modèle pouvant être générique. En effet, elle se base sur la connaissance des phénomènes physiques et des techniques de modélisation.

Les deux techniques d'Output SM présentées dans un cadre théorique dans le chapitre précédent seront employées pour la résolution du problème de dimensionnement optimal défini, en utilisant les modèles présentés dans le chapitre courant. La partie suivante de cette étude montre que l'OSM proportionnel et le MM permettent tous deux de résoudre efficacement ce problème tout en ne demandant qu'un nombre limité d'évaluations du modèle fin pour permettre le recalage des sorties du modèle grossier à chaque itération du SM.

Une comparaison entre les performances d'une optimisation avec une approche classique (avec un seul modèle) et celles d'une optimisation utilisant la technique de SM est présentée dans le chapitre suivant.



Chapitre VI :

**Comparaison entre les optimisations  
par la technique de Space Mapping et  
l'utilisation d'une approche classique  
uni-modèle**

## Plan du chapitre

<b>I.</b>	<b><u>INTRODUCTION</u></b> .....	<b>149</b>
<b>II.</b>	<b><u>CRITERE DE COMPARAISON CHOISI</u></b> .....	<b>150</b>
<b>III.</b>	<b><u>PROBLEME D'OPTIMISATION A RESOUDRE</u></b> .....	<b>152</b>
<b>IV.</b>	<b><u>RESULTATS D'OPTIMISATION DES DEUX METHODES</u></b> .....	<b>153</b>
<b>1.</b>	<b><u>RESULTATS AVEC LA TECHNIQUE DE L'OSM PROPORTIONNEL</u></b> .....	<b>155</b>
<b>2.</b>	<b><u>RESULTATS AVEC LA TECHNIQUE DU MM</u></b> .....	<b>158</b>
<b>3.</b>	<b><u>COMPARAISON ENTRE LES SOLUTIONS TROUVEES</u></b> .....	<b>160</b>
<b>V.</b>	<b><u>REDUCTION DU NOMBRE DE CALCULS DU MODELE GROSSIER</u></b> .....	<b>162</b>
<b>VI.</b>	<b><u>CONCLUSION</u></b> .....	<b>165</b>

## I. Introduction

Les chapitres précédents ont servi, dans un premier lieu, à démontrer l'intérêt de la construction d'une modélisation multi-physique pour la conception de machines électriques. Ensuite, l'aspect thermique a été présenté avec davantage de détails en raison de son importance et de son influence sur les différents autres phénomènes physiques : mécanique, électrique et magnétique. Suite à la présentation de la technique de SM appliquée sur les sorties de la modélisation ainsi que son application pour le dimensionnement optimal d'une machine synchrone dans le cadre d'une application réelle, l'intérêt se porte maintenant sur la comparaison de la démarche de conception optimale classique avec une démarche utilisant cette technique de SM.

La différence majeure entre une approche d'optimisation classique et une approche utilisant la technique de SM est le fait que cette dernière opte pour l'utilisation de deux (voire plus) [BEN2012] modélisations différentes du dispositif à optimiser alors que la première n'en utilise qu'une seule.

Des aspects propres aux méthodes de SM peuvent être mis en évidence ; le premier tient au fait qu'on utilise des fonctions analytiques de mapping pour recalibrer les sorties de la modélisation grossière. Le second aspect est que le processus de SM est doublement itératif : optimisation (sur le modèle grossier) et recalage.

Le chapitre précédent a servi à donner un exemple d'application de la méthode de SM dans un cas réel de dimensionnement optimal d'une machine électrique. Une modélisation multi-physique a été utilisée. Les deux modèles fin et grossier ont été présentés. Les différentes hypothèses prises en compte pour rendre rapide le calcul du modèle grossier ont été aussi détaillées.

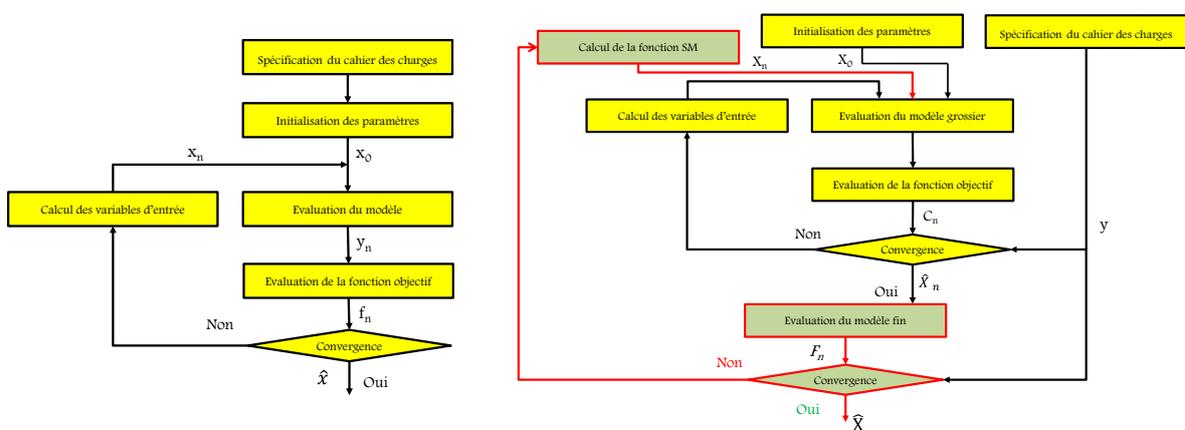


Figure 5.1 Processus d'optimisation avec une modélisation unique comparé avec un processus d'optimisation avec le Space Mapping

Dans ce chapitre, une comparaison entre l'optimisation avec la technique de SM et celle avec une approche classique utilisant une seule modélisation est réalisée. Le critère de comparaison entre les deux techniques d'optimisation est défini. Les résultats des optimisations sont présentés, comparés et analysés.

## II. Critère de comparaison choisi

Lors d'une démarche de conception optimale, les phases de formulation du problème et d'optimisation représentent le cœur du processus. En effet, elles permettent de trouver des solutions du problème permettant, ainsi, d'étudier leur possibilité de réalisation et d'évaluer la possibilité de respecter le cahier des charges. Sans aucun doute, ces deux phases, en plus de leur importance, présentent un coût humain et temporel important. Ce coût est, cependant, difficile à évaluer au préalable.

Le recours aux techniques d'optimisation par modèle substituant, telle que le Space Mapping, est utilisé pour réduire le temps occupé par la phase d'optimisation tout en minimisant l'impact sur le coût de la phase de formulation.

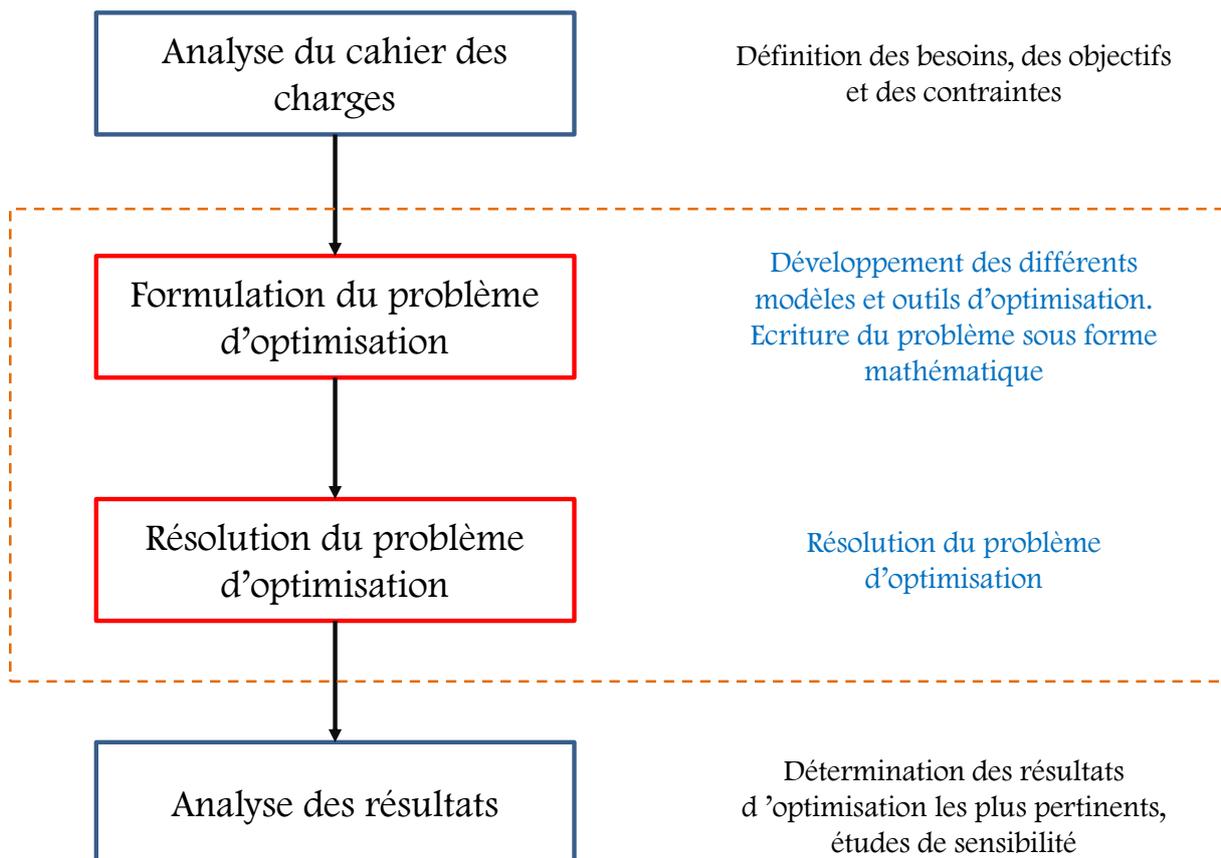


Figure 5.2 Approche séquentielle de conception

En premier lieu, il est important de rappeler le but de cette étude et de justifier le choix de la méthode de Space Mapping pour le dimensionnement optimal de machines

électriques. En effet, il est nécessaire de résoudre le problème de lenteur excessive du processus d'optimisation notamment dans le cas de l'utilisation d'une modélisation multi-physique lourde. Les temps de simulation peuvent présenter un coût prohibitif. Ce qui mène, ainsi, à sacrifier la précision des résultats recherchés ou à négliger des phénomènes physiques importants.

Dans ce cadre, le coût d'un processus d'optimisation peut être mesuré selon deux aspects différents. En premier lieu, c'est le coût du développement du modèle et de la technique d'optimisation à exploiter. Ce coût englobe le temps et l'effort fournis à la mise en œuvre des modèles ainsi que le degré de difficulté et de complexité des moyens techniques utilisés. Ce coût dépend surtout du problème lui-même et des objectifs définis par le cahier des charges.

Par exemple, si le problème à résoudre nécessite la construction d'une modélisation multi-physique de la machine (ou de l'actionneur) électrique, cela implique systématiquement un temps et un effort importants pour le développement des différents modèles pour chaque physique.

Plus concrètement, si le cahier des charges présente des contraintes sur l'échauffement de la machine et sur l'amplitude du bruit qu'elle produit en plus des spécifications sur les points de fonctionnement à atteindre, il faut prévoir un coût et des moyens importants pour le développement de la modélisation multi-physique correspondante. La précision du prototypage virtuel va aussi impacter les techniques de modélisation utilisées ainsi que la prise en compte ou non des couplages multi-physiques.

Dans d'autres cas, qui deviennent de plus en plus rares, en l'absence de contraintes impliquant le recours à une modélisation multi-physique précise, la tâche de construction des modèles nécessitera bien moins de temps et de ressources humaines et matérielles.

En second lieu, c'est le temps de calcul lui-même qui est comptabilisé dans le calcul du coût global du processus de dimensionnement optimal. On rappelle qu'on se met dans le cas où la modélisation prend en compte avec précision plusieurs phénomènes physiques et où le calcul du modèle est lourd. Cela va permettre de démontrer l'utilité de la technique de SM. Au début, le fait de construire deux modélisations différentes pour pouvoir réaliser un dimensionnement optimal à l'aide de la technique de Space Mapping peut paraître contraignant car il rajoute un coût supplémentaire dans la phase de modélisation. Au cours du chapitre précédent, il a été démontré que l'on peut construire le second modèle, grossier, à partir du modèle de référence initial (qui est nécessaire dans tous les cas). Le fait de déduire le modèle grossier du modèle fin rend cette tâche moins coûteuse.

Il est aussi important de noter que le mode de construction du modèle grossier ne suit pas des règles strictes. En effet, il faut seulement veiller à ce qu'il soit beaucoup plus rapide que le modèle fin et que ses sorties soient représentatives des tendances réelles de variations en fonction des entrées. Ce qui implique que deux personnes différentes peuvent proposer deux modèles grossiers différents, suivant les phénomènes négligés et les techniques de modélisation utilisées. La définition du modèle grossier dépend aussi du problème d'optimisation lui-même. Prenons l'exemple du problème d'optimisation présenté dans le chapitre précédent. La machine est dimensionnée pour un point de fonctionnement démarreur à basse vitesse, de là il était tout à fait légitime de ne pas prendre en compte les pertes fer dans le modèle grossier. Si la machine était considérée du point de vue du fonctionnement alternatif, ce choix de négliger les pertes fer pourrait être remis en cause.

Par conséquent, bien que le fait de construire un modèle grossier de la machine à dimensionner est indispensable pour la démarche de SM, ce coût ne peut pas être jugé important sachant que ce second modèle est déduit du premier. Le but de ce second modèle est de réduire le temps de calcul dans le programme d'optimisation. Comparer les temps de déroulement de l'optimisation entre un dimensionnement optimal avec un seul modèle fin et un dimensionnement optimal avec la technique de SM ne peut pas être un critère de comparaison parce que ce temps d'exécution dépend du problème lui-même, de l'algorithme d'optimisation choisi et de la machine sur laquelle sont effectués les calculs. Ce critère de comparaison ne sera, donc, pas considéré par la suite.

Le critère de comparaison entre l'approche utilisant la technique de SM et une approche classique avec un seul modèle est le nombre d'évaluations du modèle de référence. En effet, ce modèle fin et précis est utilisé dans les deux approches mais de manières différentes. Le gain en terme de réduction du nombre d'évaluations de ce modèle va impacter obligatoirement le coût global de l'optimisation. De surcroît, ce critère ne dépend ni du problème d'optimisation, ni de l'algorithme d'optimisation utilisé ni des performances de la machine sur laquelle les calculs sont effectués.

### **III. Problème d'optimisation à résoudre**

Dans cette partie, le problème de dimensionnement optimal utilisé pour la comparaison entre les deux approches d'optimisation est présenté. Il s'agit du même problème détaillé dans le chapitre IV. Le problème d'optimisation à résoudre consiste, donc, à minimiser la longueur de la machine dans la direction axiale en respectant un certain nombre de contraintes.

$$\begin{cases} \hat{X} = \arg_{X \in \mathbb{R}^n} \min( a \cdot L_z + \sum_{j=1}^7 \alpha_j g_j(X) ) \\ g_j(X) \leq 0, 1 \leq j \leq 7 \end{cases} \quad (5.1)$$

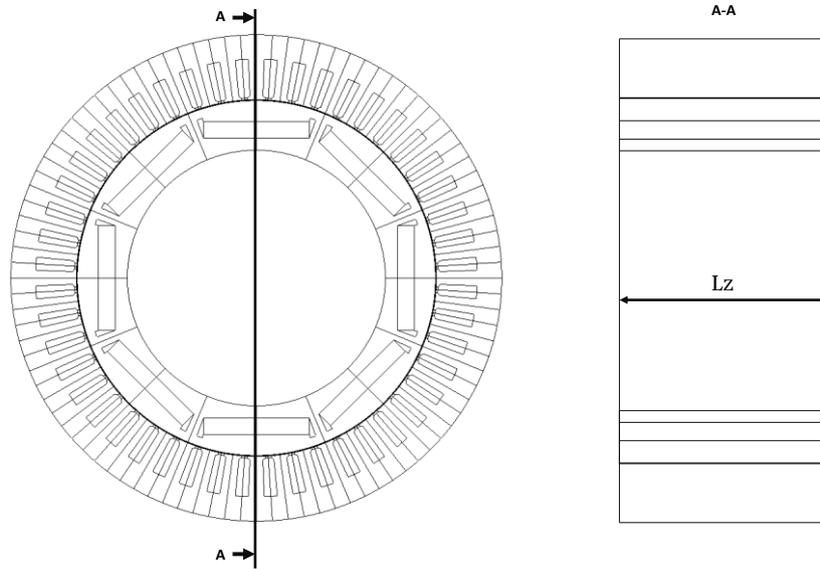


Figure 5.3 Vue de face et de coupe de l'ADI

La machine est dimensionnée pour un point de fonctionnement en mode démarreur à une vitesse de rotation de  $N=100$  tr/min. Le modèle thermique considère dix démarrages successifs de 5 secondes chacun suivi de 5 autres secondes de repos. Les variables d'optimisation et les contraintes considérées ont été présentées dans le chapitre précédent.

L'algorithme d'optimisation utilisé est le Simplex Séquentiel pour le cas des deux approches, i.e. pour l'optimisation du modèle grossier dans l'approche d'optimisation par SM et pour l'optimisation classique sur le modèle de référence. Cet algorithme a été présenté dans le chapitre III, de même pour les deux techniques de SM utilisées.

#### IV. Résultats d'optimisation des deux méthodes

Les résultats d'optimisation sont présentés dans les figures 5.5, 5.6 et 5.7. Dans les trois cas, le point initial d'optimisation était le même, il est représenté dans la figure 5.4. Les critères d'arrêt sur les entrées et sur les sorties sont fixés dans la boucle d'optimisation à  $10^{-5}$ . Pour le cas des deux solutions trouvées avec la technique de SM, les tolérances sur les entrées et les sorties au niveau de la boucle extérieure sont fixés à  $10^{-4}$ .

On remarque que les trois solutions trouvées sont proches, notamment au niveau de la longueur de machine. Les géométries sont aussi similaires comme le montrent ces figures.

Les valeurs numériques des résultats d'optimisation sont présentés dans l'annexe 3.

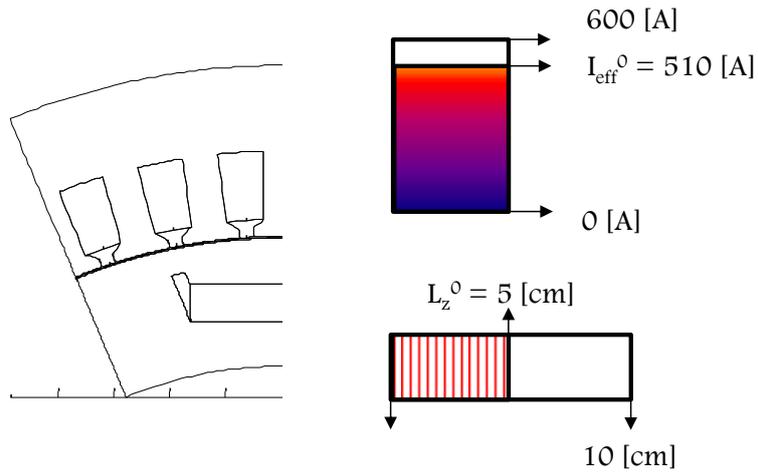


Figure 5.4 Configuration initiale pour l'optimisation

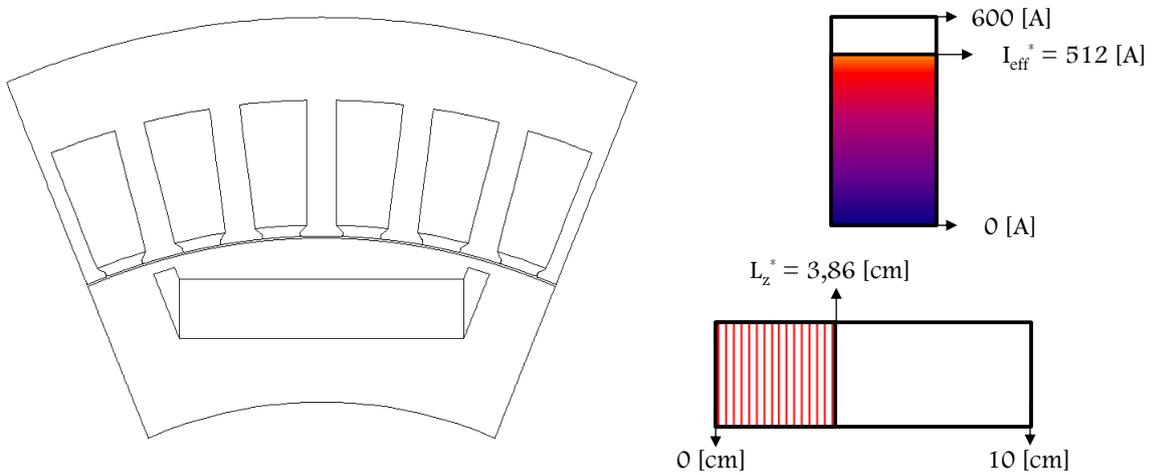


Figure 5.5 Résultat d'optimisation avec le modèle fin uniquement

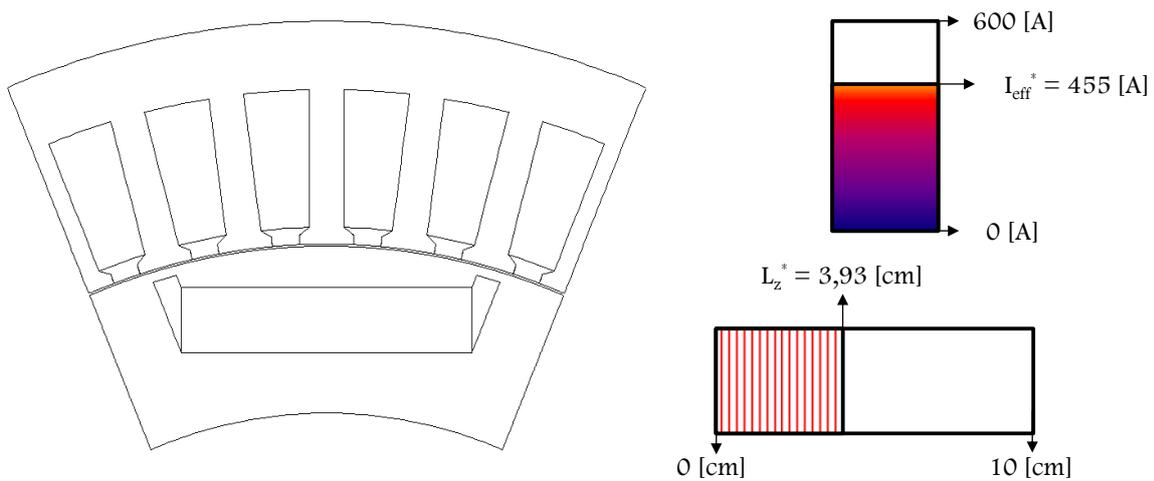


Figure 5.6 Résultat d'optimisation avec la technique d'Output Space Mapping proportionnel

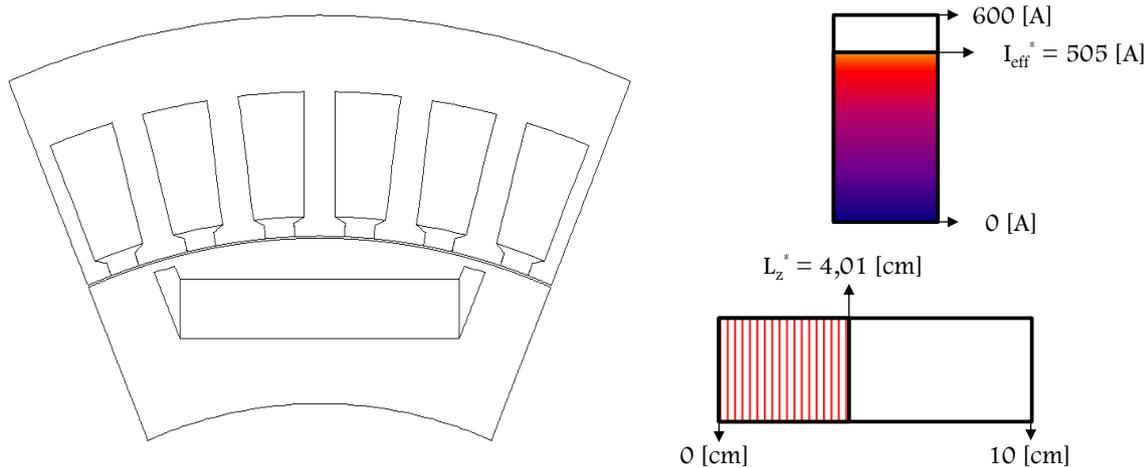


Figure 5.7 Résultat d'optimisation avec la technique de Manifold Mapping

Lors de la résolution du problème à l'aide du modèle fin uniquement, la fonction objectif a été appelée 1145 fois. La manière dont les contraintes sont introduites dans la fonction objectif permet implicitement de les prendre en compte et, ainsi, de réduire le nombre d'évaluations du modèle fin en évitant de calculer une autre fonction utilisée pour évaluer les différentes contraintes.

### 1. Résultats avec la technique de l'OSM proportionnel

L'algorithme d'Output Space Mapping proportionnel (se basant sur un mapping qui consiste en une simple règle de trois) a réussi à trouver une solution au problème en évaluant le modèle fin uniquement 6 fois.

L'évolution, au cours du déroulement de l'optimisation, de la variation de la longueur de la machine est présentée dans la figure 5.8. Le point initial de l'optimisation, présenté par la figure 5.4, correspond à une configuration où  $L_z=5\text{cm}$ .

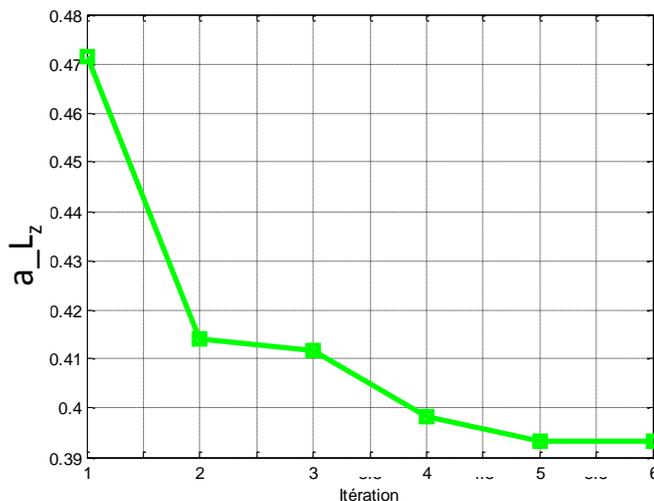
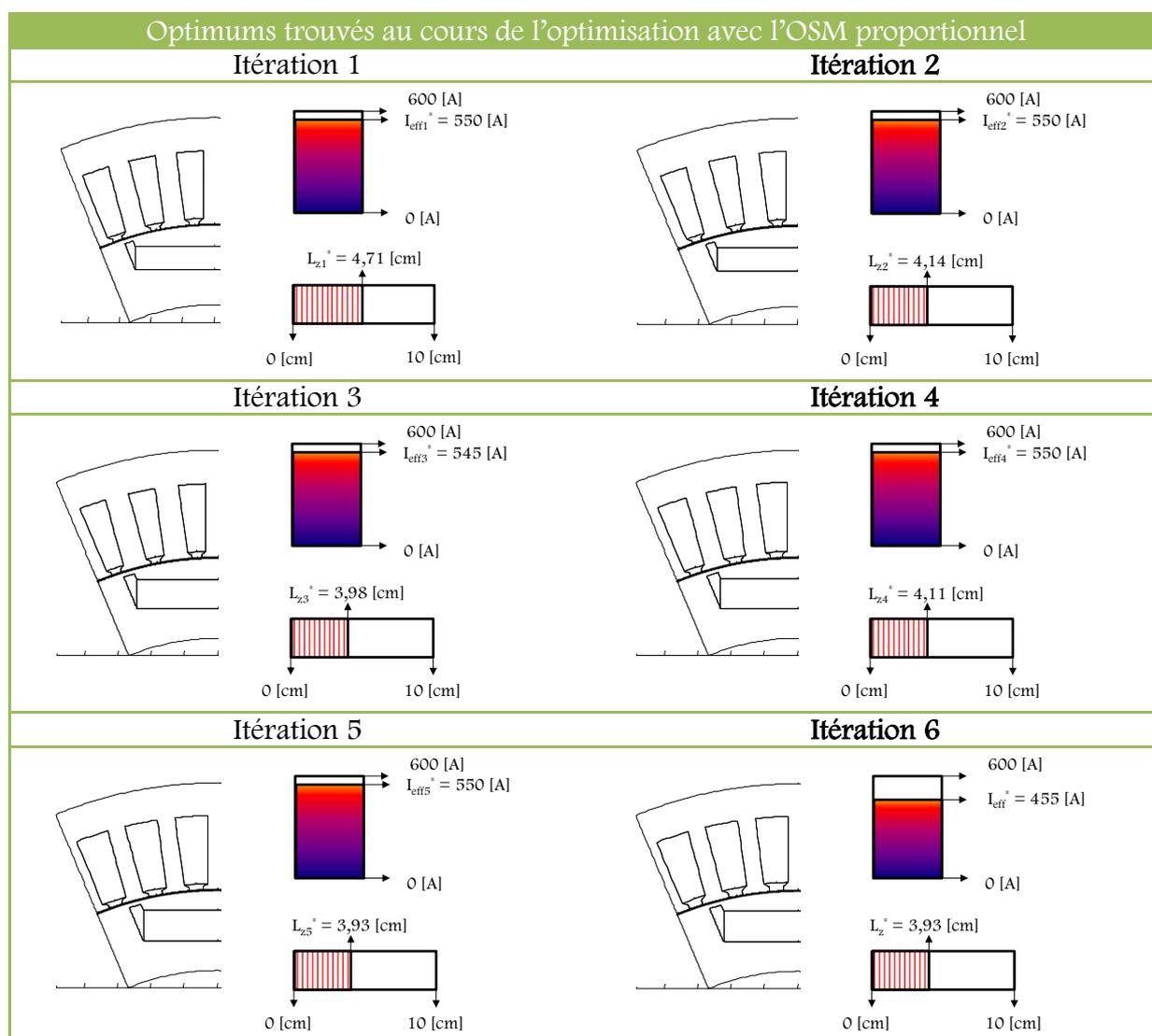


Figure 5.8 Variation du coefficient  $a_{L_z}$  au cours de l'optimisation avec l'OSM proportionnel

Comme présenté dans le tableau 4.2,  $a_{L_z} = \frac{L_z}{L_{z_{max}}}$  avec  $L_{z_{max}} = 0.1$  m.

Au cours du processus d'optimisation avec la technique de SM, l'algorithme trouve des solutions intermédiaires en utilisant uniquement le modèle grossier rapide dans la boucle d'optimisation. Celui-ci est corrigé par la fonction de mapping. Certaines solutions trouvées au cours de l'optimisation, pour le cas de l'OSM proportionnel sont présentées dans le tableau 5.1.

La machine prend progressivement la forme optimale recherchée. L'algorithme d'optimisation s'est arrêté quand toutes les contraintes ont été respectées et la valeur de la longueur de la machine ne diminuait plus.



**Tableau 5.1 Solutions intermédiaires trouvées au cours des itérations du SM**

La solution trouvée ne peut pas être considérée comme globale en raison du fait que la technique d'optimisation SM repose sur un recalage local des sorties du modèle grossier par

rapport à celles du modèle fin et que l'algorithme du Simplexe Séquentiel est une méthode locale également.

Pour chaque solution intermédiaire trouvée, le modèle fin n'est évalué qu'une seule fois. Ceci permet de mettre à jour la fonction de mapping qui correspond, dans ce cas, aux coefficients de recalage du modèle grossier. L'évolution de ces coefficients est représentée dans la figure 5.9. On remarque que les coefficients de recalage des sorties correspondant à la masse totale de la machine, la masse des aimants et la longueur de la machine sont constantes et valent 1 ; ceci est dû au fait que ces sorties dépendent des grandeurs géométriques de la machine qui sont calculées analytiquement dans les deux modèles grossier et fin de la même manière. Il paraît clairement donc qu'il était inutile de les considérer pour réaliser le recalage entre les modèles.

Le tableau 5.2 présente une comparaison entre les différentes sorties des deux modèles fin (MF) et grossier (MG) au niveau des optimums trouvés. Sans aucun recalage, le modèle grossier donne toujours des résultats différents par rapport à ceux obtenus avec le modèle fin. Cela n'empêche pas l'algorithme d'optimisation de converger au bout de la sixième itération vers une solution en prenant en compte les coefficients de recalage calculés aux itérations 1 à 5. Les performances de la solution trouvée correspondent aux sorties données par le modèle fin à la sixième itération.

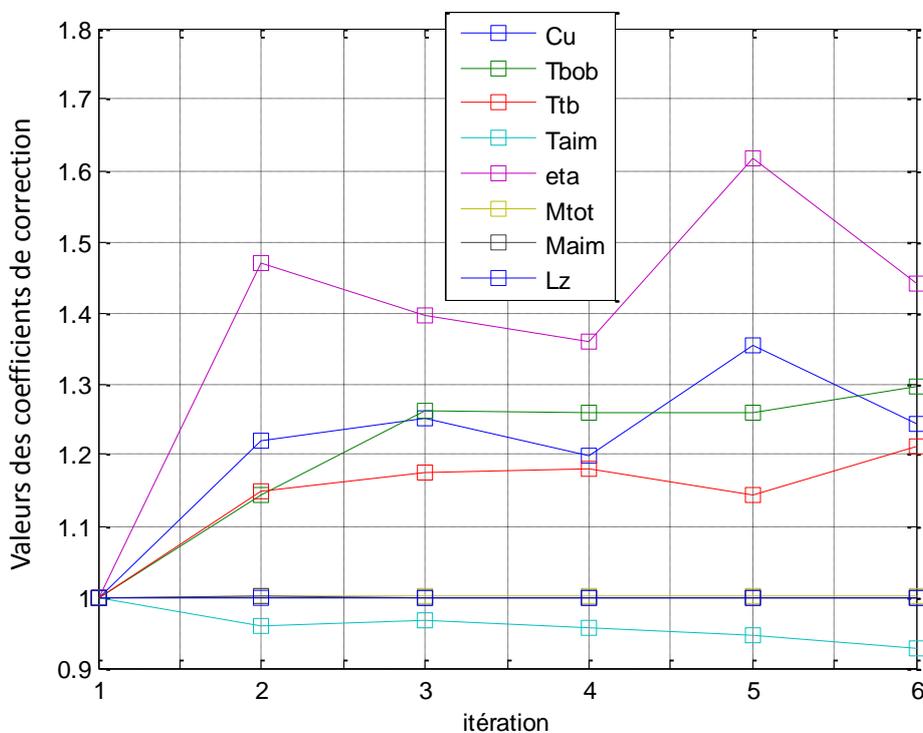


Figure 5.9 Variations des différents coefficients de recalage au cours de l'optimisation

Itération	Modèle	Cu [Nm]	T <sub>bob</sub> [°C]	T <sub>fb</sub> [°C]	T <sub>aim</sub> [°C]	η [%]	M <sub>tot</sub> [kg]	M <sub>aim</sub> [kg]	L <sub>z</sub> [cm]
1	MF	156	211	192	28	27	13.27	0.99	4.72
	MG	127	184	167	29	18	13.27	0.99	4.72
2	MF	143	221	200	28	42	11.64	0.88	4.14
	MG	114	175	170	29	30	11.64	0.88	4.14
3	MF	138	224	203	28	41	11.53	1.06	4.11
	MG	115	178	172	29	30	11.53	1.06	4.11
4	MF	144	188	173	28	28	11.15	1.02	3.98
	MG	106	150	151	29	17	11.15	1.02	3.98
5	MF	201	240	222	29	33	11.01	0.99	3.93
	MG	161	185	183	31	23	11.01	0.99	3.93
6	MF	171	160	149	28	42	10.95	0.99	3.93
	MG	119	142	136	30	26	10.95	0.99	3.93

Tableau 5.2 Comparaison entre les valeurs calculées par modèle grossier et le modèle fin au niveau des optima intermédiaires trouvés

### 2. Résultats avec la technique du MM

Une solution a été trouvée également en résolvant le problème avec la deuxième technique de SM : le Manifold Mapping. Cette dernière est présentée dans la figure 5.7. En utilisant cette variété de SM sur les sorties, l'algorithme d'optimisation a eu recours à 8 évaluations du modèle fin. La figure 5.10 présente l'évolution de la valeur de la longueur de la machine au cours des différentes itérations du Space Mapping. Rappelons ici aussi que le même point initial a été utilisé.

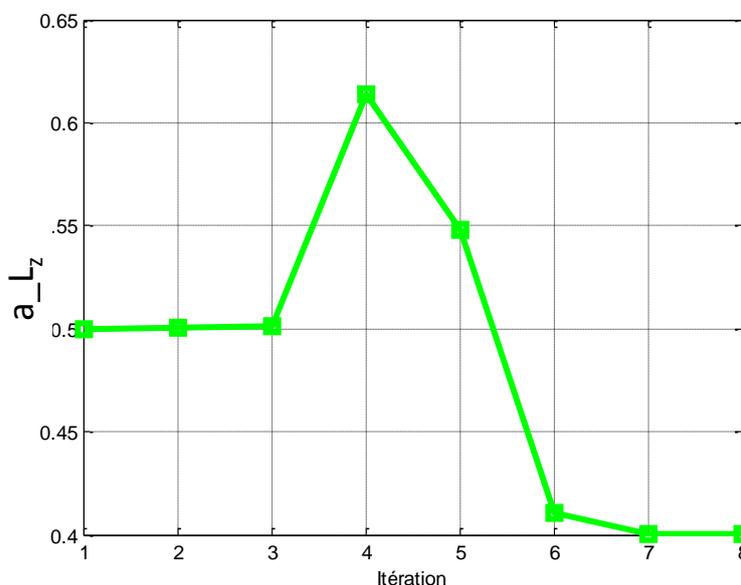


Figure 5.10 Variation de la valeur du coefficient a<sub>Lz</sub> au cours de l'optimisation dans le cas du MM

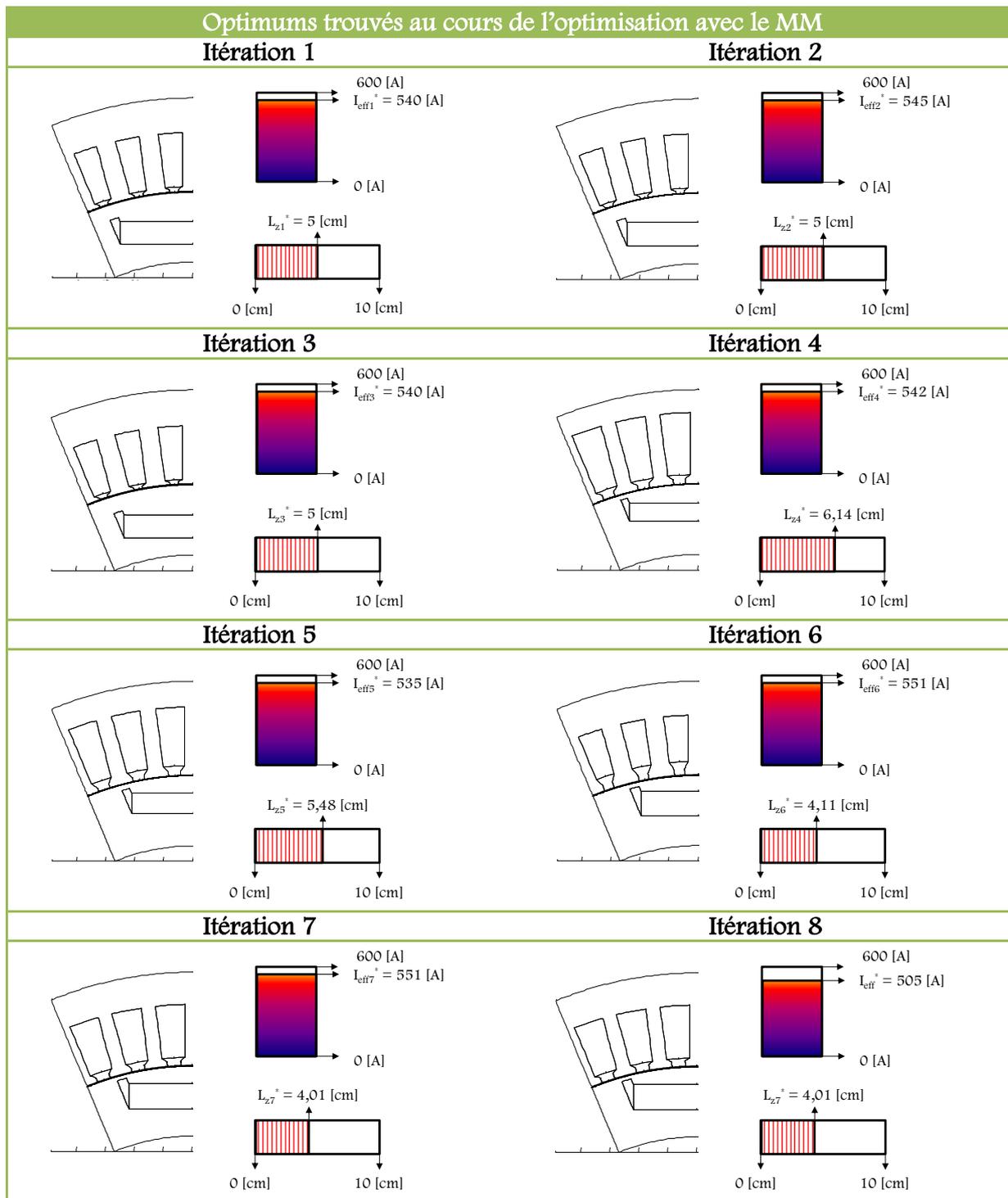


Tableau 5.3 Solutions intermédiaires trouvées au cours des itérations du MM

La figure 10 montre qu'au cours des 4 premières itérations, l'algorithme d'optimisation n'a pas réussi à trouver une configuration optimale permettant de faire décroître la valeur de la longueur de la machine. Ceci est principalement dû au non-respect des contraintes imposées, et notamment celles liées aux températures maximales tolérées, aux masses maximales fixées et au rendement. Cette grandeur,  $L_z$ , a ensuite diminué jusqu'à 4,01 cm, valeur à laquelle la boucle de SM s'est arrêtée.

La figure 5.10 et le tableau 5.3 montrent que les deux algorithmes de SM ont suivi deux « trajectoires » différentes pour converger vers leurs solutions respectives. Le tableau 5.3 présente les différentes configurations optimales intermédiaires trouvées au cours des huit itérations. Les performances de la solution trouvée par le MM correspondent à la solution donnée par le modèle fin à la huitième itération.

Le tableau 5.4 présente les différentes sorties des deux modèles grossier et fin au niveau des points optimaux trouvés au cours du déroulement de l'optimisation avec le Manifold Mapping. Ces valeurs ont permis de calculer la différence, dans un sens mathématique, entre les sorties des deux modèles ainsi que les matrices jacobiniennes qui permettent de déterminer la distance à l'objectif et la direction de recherche d'optimum à suivre.

Le modèle grossier qui a été utilisé dans cet algorithme d'optimisation est le même que celui utilisé pour le cas de l'OSM proportionnel. Les sorties du modèle grossier, en dehors des grandeurs qui dépendent linéairement de la géométrie, présentent dans tous les cas une différence par rapport aux valeurs de référence calculées à l'aide du modèle fin. Malgré cela, l'algorithme d'optimisation a pu exploiter ce modèle pour trouver une solution optimale du problème. Cet aspect constitue un avantage considérable de ce type de méthodes d'optimisation.

Itération	Modèle	Cu [Nm]	T <sub>bob</sub> [°C]	T <sub>ib</sub> [°C]	T <sub>aim</sub> [°C]	η [%]	M <sub>tot</sub> [kg]	M <sub>aim</sub> [kg]	L <sub>z</sub> [cm]
1	<b>MF</b>	116	225	206	27	36	14.02	1.18	5
	<b>MG</b>	80	199	174	28	22	14.02	1.18	5
2	<b>MF</b>	119	227	208	27	36	14.05	1.21	5.01
	<b>MG</b>	82	200	175	29	23	14.05	1.21	5.01
3	<b>MF</b>	111	230	211	27	34	14.07	1.11	5.01
	<b>MG</b>	73	202	177	29	21	14.07	1.11	5.01
4	<b>MF</b>	234	214	198	29	25	17.26	1.09	6.14
	<b>MG</b>	193	202	170	31	17	17.26	1.09	6.14
5	<b>MF</b>	208	237	219	30	31	15.28	0.96	5.48
	<b>MG</b>	172	212	183	32	22	15.28	0.96	5.48
6	<b>MF</b>	96	163	152	28	32	11.23	0.82	4.11
	<b>MG</b>	57	150	136	30	32	11.23	0.82	4.11
7	<b>MF</b>	170	185	174	28	32	11.08	0.91	4.01
	<b>MG</b>	110	166	153	31	18	11.08	0.91	4.01
8	<b>MF</b>	158	153	144	28	36	11.09	0.91	4.01
	<b>MG</b>	96	143	132	30	19	11.09	0.91	4.01

**Tableau 5.4 Comparaison entre les performances du modèle grossier et du modèle fin au niveau des optima intermédiaires trouvés**

### 3. Comparaison entre les solutions trouvées

On rappelle que le critère de comparaison entre les différentes approches d'optimisation est le nombre total d'évaluations du modèle fin.

Les performances des solutions trouvées par les différentes approches et techniques d'optimisation utilisées sont présentées dans le tableau 5.5.

Le premier point déduit des différentes solutions obtenues est le fait d'avoir des longueurs optimales de la machine assez proches. La minimisation de cette grandeur est l'objectif de l'optimisation. L'écart entre la meilleure solution trouvée à l'aide de l'approche classique et la configuration optimale proposant la longueur la plus élevée est de 1.5 mm qui correspond à 1.5% (environ) du domaine de recherche fixé entre 10 et 100 mm.

Les trois solutions obtenues sont comparables et très proches les unes des autres. Elles respectent toutes les contraintes définies par le cahier des charges.

		Méthode		
		Avec le modèle fin uniquement	OSM proportionnel	Manifold Mapping
Sorties	Cu [Nm]	161	171	158
	T <sub>bob</sub> [°C]	155	160	153
	T <sub>tb</sub> [°C]	146	149	144
	T <sub>aim</sub> [°C]	28	28	28
	η [%]	53,5	42.75	36.1
	M <sub>tot</sub> [kg]	10.77	10.95	11.09
	M <sub>aim</sub> [kg]	0.91	0.99	0.91
	L <sub>z</sub> [cm]	3.86	3.93	4.01
Nombre d'évaluations du modèle fin		1145	6	8
Nombre d'évaluations du modèle grossier		~	environ 5100	environ 6200

**Tableau 5.5 Comparaison entre les solutions trouvées**

La technique de SM a permis de réduire considérablement le nombre d'évaluations du modèle de référence. En effet, entre 6 évaluations avec l'OSM proportionnel, 8 par le MM et 1145 calculs pour la résolution du problème avec le modèle fin uniquement, de grandes différences existent.

Le temps de calcul dans le cadre d'un dimensionnement optimal avec la technique d'optimisation de SM n'est pas majoritairement consacré à l'évaluation du modèle fin, mais plutôt pour la boucle d'optimisation utilisant le modèle grossier corrigé avec la fonction de mapping. D'où l'intérêt d'utiliser un modèle grossier aussi rapide que possible, tout en

gardant sa représentativité des tendances de variation des sorties en fonction des entrées de la modélisation.

Pour le cas du problème de comparaison étudié, le processus d'optimisation avec l'OSM proportionnel prend environ 50 minutes, dans le cas du MM, environ 65 minutes sont nécessaires pour converger vers résultat tandis qu'en utilisant le modèle fin uniquement, et avec le même algorithme d'optimisation (Simplexe Séquentiel) plus de 12 heures ont été nécessaires pour obtenir la solution optimale. Les trois calculs sont réalisés sur la même machine et avec les mêmes ressources de calcul.

### V. Réduction du nombre de calculs du modèle grossier

Le but principal du recours à une technique de réduction du coût d'optimisation est la réduction du temps de calcul lors de la phase d'optimisation. Dans le cadre de la conception optimale avec la technique de SM, le temps est majoritairement utilisé pour résoudre plusieurs fois le problème d'optimisation, à chaque itération du SM. Cette partie correspond à la boucle interne du SM entourée par des pointillés dans la figure ci-dessous.

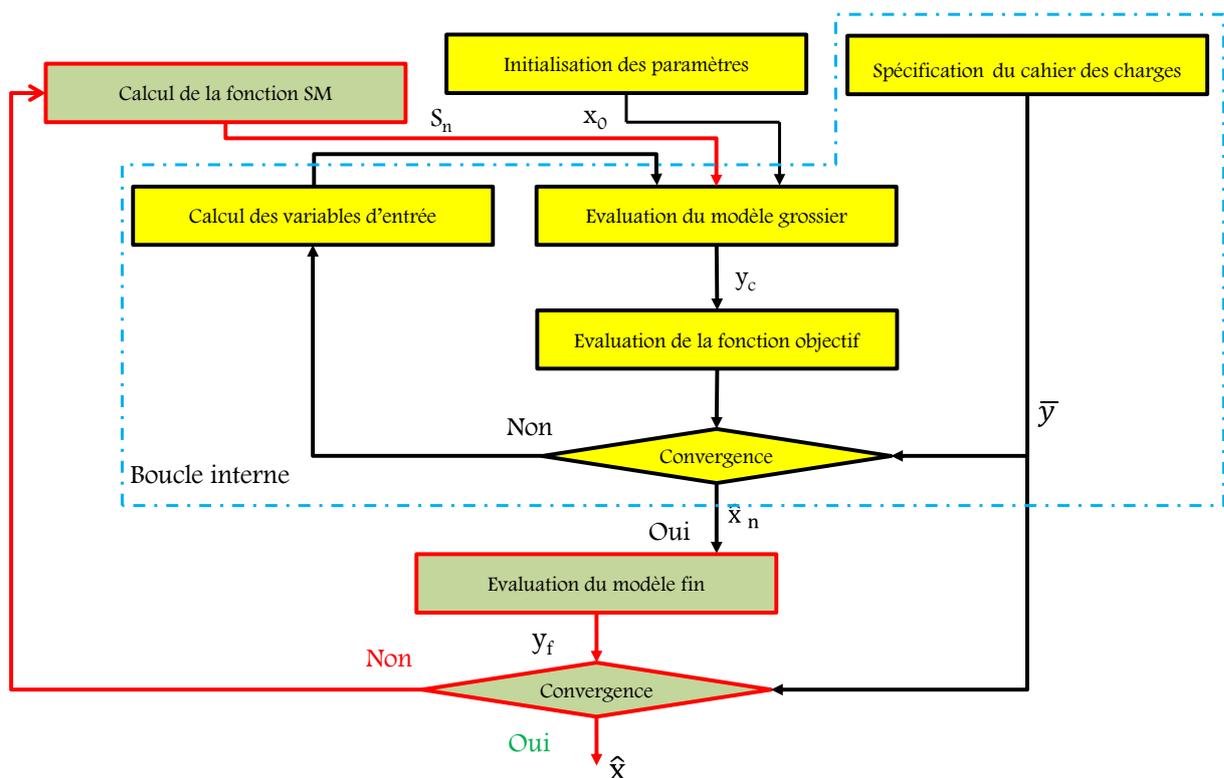


Figure 5.11 Boucle interne dans l'optimisation avec la technique de SM

Il est donc intéressant de réduire ce temps pour réduire encore plus le coût de l'optimisation. Un gain de temps précieux de calcul peut être obtenu en exploitant la nature même du modèle grossier qui, par hypothèse, donne des résultats de calcul imprécis. Le

recalage assuré par la fonction de mapping étant local, les résultats des calculs au niveau des points éloignés du point de recalage sont donc très susceptibles d'être incorrects. Dans ce cas, il est donc inutile de chercher une haute précision sur les résultats (sorties) de l'optimisation avec le modèle grossier.

Deux techniques de calcul peuvent être utilisées pour réduire la précision:

- Réduire le critère d'arrêt correspondant à la tolérance sur les sorties : par exemple le fixer à  $10^{-2}$  au lieu de  $10^{-5}$  initialement.
- Réduire le nombre maximal d'itérations dans l'algorithme d'optimisation : ceci est possible car l'algorithme de simplexe séquentiel s'approche souvent 'rapidement' du minimum recherché et utilise ensuite plusieurs itérations pour localiser plus précisément le point optimal [NEL1965].

Cette deuxième technique permet d'obtenir des résultats équivalents à ceux présentés précédemment pour le cas de l'OSM proportionnel et de MM en remplaçant le nombre maximal d'itérations (évaluations du modèle grossier) à 400 au lieu de 2000 initialement. On constate que ce changement n'engendre pas d'augmentation du nombre d'évaluations du modèle fin pour ce problème. Néanmoins, ce fait ne peut être généralisé.

L'utilisation d'une approche de recherche par zone de confiance [CON2000] peut également être considérée comme un autre facteur influant sur le nombre d'évaluations du modèle de référence. En effet, cette technique permet, certes, à l'algorithme d'optimisation d'avancer dans une zone dans laquelle le recalage du modèle grossier lui confère une bonne qualité de ses résultats de calcul, mais la réduction de la zone de recherche de l'optimum peut engendrer un ralentissement de l'avancement vers ce dernier.

La figure 5.12 présente les variations de la valeur de la longueur de la machine, pour le problème d'optimisation présenté plus haut en utilisant une approche de recherche avec zones de confiance avec la technique d'OSM proportionnel.

On remarque que, pour le même problème d'optimisation, sans la considération des régions de confiance, l'algorithme d'optimisation converge suite à 6 évaluations du modèle fin alors que 12 évaluations sont nécessaires en considérant les zones de confiance, et ce en partant du même point initial. Les performances de la configuration optimale trouvée sont comparables à celles trouvées sans l'utilisation des régions de confiance.

Il est aussi intéressant de mentionner que cette augmentation du nombre d'évaluations du modèle fin ne dépend pas de la technique d'OSM employée. Il dépend essentiellement du

point initial de l'optimisation. Cette approche permet en général de stabiliser la convergence de l'algorithme de SM, et donc souvent au détriment de sa rapidité.

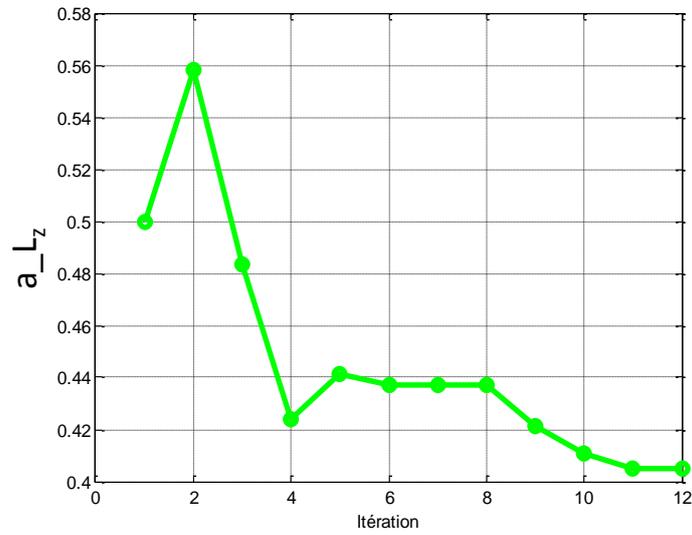


Figure 5.12 Variation de la valeur du coefficient  $a_{L_z}$  au cours de l'optimisation utilisant l'OSM proportionnel avec régions de confiance

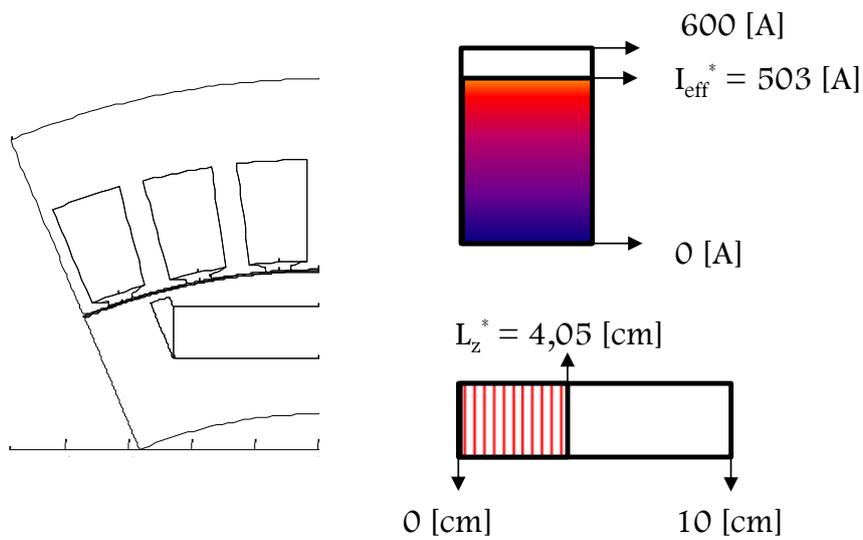


Figure 5.13 Design optimal trouvé à l'aide de l'OSM proportionnel avec régions de confiance

Sortie	Cu [Nm]	$T_{bob}$ [°C]	$T_{fb}$ [°C]	$T_{aim}$ [°C]	$\eta$ [%]	$M_{tot}$ [kg]	$M_{aim}$ [kg]	$L_z$ [cm]
<b>Valeur</b>	160	157	150	28	52.5	10.8	0.92	4.05

Tableau 5.6 Performances de la machine trouvées avec l'OSM proportionnel avec régions de confiance

## VI. Conclusion

La technique de Space Mapping impose à son utilisateur de concevoir un second modèle du dispositif à dimensionner ce qui représente une tâche supplémentaire par rapport à une approche de dimensionnement optimal classique ayant recours à un seul modèle que l'on prend généralement fin et précis.

Ce chapitre a permis de comparer les performances de l'optimisation avec la technique de SM sur les sorties avec une optimisation uni-modèle. La comparaison s'est faite sur un problème réel et suivant un critère principal : la comparaison du nombre d'évaluations du modèle fin (ayant l'inconvénient de nécessiter un temps de calcul important).

Les deux techniques OSM proportionnel et MM ont réussi à trouver des solutions ayant des pertinences tout à fait comparables à celles de la solution trouvée avec l'approche classique. L'OSM et le MM ont, en revanche, évalué le modèle fin en un nombre très limité de fois (moins d'une dizaine) tandis que pour l'autre approche, le modèle de référence a été évalué plus de mille fois.

Ce résultat démontre l'efficacité de la technique de SM pour réduire le nombre d'évaluations d'un modèle lent (par hypothèse), permettant un gain important en temps de calcul et en coût d'optimisation.

Cette technique de dimensionnement optimal montre ainsi tout son intérêt pour résoudre des problèmes d'optimisation ayant des coûts de calcul prohibitifs, tels que les problèmes avec des couplages multi-physiques complexes et pouvant utiliser des modélisations EF.

Cette technique permet, certes, de réduire d'une manière considérable le nombre d'évaluations du modèle de référence pour résoudre un problème de dimensionnement optimal, mais elle présente, néanmoins, un inconvénient majeur qui réside dans la nécessité d'un réglage délicat sur trois niveaux différents :

- Les hypothèses prises en compte pour la construction du modèle grossier : il faut veiller à ce que le modèle grossier ne soit pas trop « simple » (et donc trop rapide) ; en effet, s'il ne décrit plus assez précisément les variations des sorties en fonction des entrées, sa rapidité excessive sera un handicap pour la convergence globale de l'algorithme de SM. Un compromis doit être trouvé entre la qualité des résultats donnés par le modèle grossier et son temps de calcul.

- La manière dont la fonction objectif et les contraintes sont prises en compte : le choix d'utiliser une seule fonction pour le calcul des contraintes ou pas ainsi que le choix des coefficients de pondération influent sur la solution trouvée. Une prise en compte des contraintes dans la fonction objectif peut permettre de ne pas recalculer ces dernières dans une autre fonction, ce qui évite une évaluation supplémentaire du modèle. En même temps, cette prise en compte implicite dans la fonction objectif influe obligatoirement sur le résultat obtenu vu que la fonction objectif est modifiée.
- Le choix des critères d'arrêt : la boucle de recalage avec le SM peut s'arrêter trop tôt, et par conséquent donner des résultats qui ne sont pas optimaux ou bien trop « tardifs », ce qui peut augmenter considérablement le nombre d'évaluations du modèle fin.

Une connaissance a priori du problème à résoudre ainsi que de la manière dont varie la fonction objectif permet d'éviter ces inconvénients et de mieux exploiter cette technique de dimensionnement optimal.

# Conclusions et perspectives

Les travaux présentés dans cette thèse répondent au problème de réduction du coût du dimensionnement optimal d'actionneurs électriques. Une machine synchrone à aimants permanents a été prise en tant qu'exemple d'application. Cependant, les développements qui y sont présentés peuvent être généralisés pour d'autres cas. Une modélisation multi-physique a été réalisée. Un intérêt particulier a été porté sur la modélisation thermique. Son importance est grande vu l'impact de l'augmentation de la température sur les propriétés physiques des matériaux ainsi que sur la sécurité du système de conversion d'énergie. La modélisation thermique est aussi importante parce que les performances des machines électriques sont fortement impactées par les contraintes thermiques, typiquement si l'on cherche à augmenter leur densité volumique de puissance (réduction de la taille des machines).

La technique de Space Mapping a été utilisée afin de réduire le coût de l'optimisation. Les résultats obtenus sont très intéressants et satisfaisants.

Le premier chapitre a présenté brièvement les différents phénomènes physiques mis en jeu dans le cas d'un actionneur (une machine) électrique. Il a aussi présenté les différentes techniques de modélisation couramment employées et dressé une comparaison entre elles en fonction de leur précision, fiabilité et coût de calcul.

Le deuxième chapitre de ce manuscrit a été consacré à la présentation d'une démarche pour la modélisation thermique d'une machine synchrone à aimants permanents. Le modèle à constantes localisées développé permet de calculer les températures moyennes dans différentes zones de la machine ainsi qu'une partie de son environnement. Il prend en compte les trois directions de propagation de chaleur, les non linéarités provenant des phénomènes physiques et des propriétés physiques des matériaux ainsi que la structure asymétrique de la machine.

Le modèle développé permet de calculer les températures en régime établi ou transitoire. Les différentes sources de chaleur sont calculées à l'aide des couplages multi-physiques avec les modèles magnétique, électrique et mécanique. Plusieurs conditions expérimentales ont été testées à différentes vitesses de rotation et à différents courants en vue de valider le modèle. Ainsi, les résultats de simulation ont montré une bonne concordance avec les résultats expérimentaux. Ce modèle a démontré une bonne

adaptabilité pour être utilisé dans le cadre d'un problème de dimensionnement optimal étant donné sa bonne précision et son relativement faible coût de calcul.

Le troisième chapitre a présenté théoriquement la technique utilisée pour la réduction du coût de résolution d'un problème d'optimisation d'une manière générale : il s'agit de la technique de Space Mapping. Dans ce chapitre, on introduit la notion de modèle grossier qui servira comme support rapide de calcul des grandeurs physiques recherchées ainsi que la fonction de Space Mapping permettant de corriger le modèle grossier au cours de l'optimisation. Deux variantes de cette méthode sont détaillées : l'Output Space Mapping proportionnel et le Manifold Mapping. Toutes les deux agissent sur les sorties du modèle grossier afin de les faire correspondre à celles du modèle de référence. Ces deux techniques ont le même objectif mais ne sont pas basées sur la même expression (de définition) analytique.

Dans ce chapitre, cette technique a été testée sur un problème d'optimisation simple pour permettre de mieux comprendre chacune de ces variantes (Output Space Mapping proportionnel et Manifold Mapping) et leurs différences par rapport à une approche classique utilisant un seul modèle. Un algorithme de résolution de problèmes d'optimisation avec des zones de confiance a aussi été présenté dans ce chapitre ; cette approche a pour but de stabiliser l'optimisation par la technique de Space Mapping.

Le quatrième chapitre a été consacré à l'application de la technique de Space Mapping à la résolution d'un problème de dimensionnement optimal d'une machine synchrone à aimants permanents enterrés assurant la fonction de démarreur dans un véhicule. Dans un premier lieu, en sus de la présentation du problème d'optimisation (ses variables, son objectif et ses contraintes), ce chapitre a présenté une technique de suppression des contraintes sur les entrées de la modélisation. Il a également présenté une approche analytique de prise en compte des contraintes dans la fonction objectif, permettant de s'assurer du respect de ces dernières dans la solution trouvée. La deuxième partie de ce chapitre a donné les différentes hypothèses et techniques employées pour la détermination du modèle multi-physique grossier. Ces hypothèses et techniques impactent les spécifications des modèles éléments finis et nodaux, les propriétés physiques des matériaux, la prise en compte ou non des phénomènes physiques, les conditions de simulation et les spécifications des couplages multi-physiques.

Le modèle grossier présenté dans ce chapitre est rapide et représentatif des tendances des variations des sorties en fonction des entrées de la modélisation. Il garde, en plus, un sens physique grâce à l'utilisation de simplifications physiques plutôt que mathématiques

pour sa conception. Ainsi, ce modèle (grossier) présente également l'avantage de ne pas nécessiter des évaluations du modèle de référence pour sa construction.

Les résultats d'optimisation trouvés avec les deux types d'Output Space Mapping ont été présentés dans le chapitre cinq. Ils sont comparés avec les résultats issus d'une optimisation classique utilisant le modèle fin (de référence) seul. Cette comparaison a permis d'évaluer les performances des deux techniques de Space Mapping étudiées par rapport à celles de l'approche classique uni-modèle. Ces résultats d'optimisation ont montré que la technique de Space Mapping permet une diminution considérable du coût de l'optimisation en évaluant le modèle de référence, lourd et coûteux par hypothèse, en un nombre de fois très limité (moins d'une dizaine pour le problème étudié) tandis que l'algorithme d'optimisation utilisant le modèle fin uniquement évalue ce dernier plus de mille fois pour obtenir la même précision. La différence de coût observée est donc très significative. Les solutions trouvées sont très proches les unes des autres.

Toujours dans le cadre de ce problème de dimensionnement optimal en particulier, le temps de résolution du problème est environ douze fois plus faible pour le cas du Space Mapping que pour une approche à un seul modèle lourd. Ceci représente un gain très important. L'utilisation de la technique de résolution avec des zones de confiance a certes permis une stabilité de l'évolution de l'algorithme de Space Mapping, mais elle a engendré un nombre supplémentaire d'évaluations du modèle fin pour le problème étudié. Cette technique ne permet pas de réduire le coût de l'optimisation mais plutôt de stabiliser ce processus.

La technique de Space Mapping a démontré, au travers de ce travail, son intérêt et sa capacité à réduire considérablement le coût de résolution d'un problème de dimensionnement optimal d'une machine électrique utilisant une modélisation multi-physique relativement lourde. Elle peut constituer ainsi une solution pour résoudre des problèmes ayant des coûts beaucoup plus importants tels que le dimensionnement optimal de machines électriques utilisant une modélisation multi-physique dont le modèle mécanique permet de calculer le comportement vibro-acoustique avec un modèle éléments finis. En effet, cette technique, et en se basant sur les hypothèses présentées, permet d'alléger considérablement le calcul des modèles éléments finis ce qui rend leur utilisation plus abordable.

Il est aussi envisageable d'utiliser le Space Mapping en tant que technique de modélisation [KOZ2013]. Cela est possible en utilisant une technique de Space Mapping sur les entrées et de déterminer des expressions analytiques appliquées sur les entrées de la modélisation qui permettent de retrouver les bonnes valeurs des sorties du modèle construit

avec le Space Mapping. Cette approche est délicate mais elle permet de construire des modèles rapides tout en maîtrisant le coût de leur construction.

# Références bibliographiques

[ADA1954] W.H. Mc Adams, 'Heat Transmission', McGraw-Hill, New York, (1954)

[ARN]ARNOLD Magnetic Technologies

[BAK1998]M. H. Bakr, J. W. Bandler, R. M. Biernacki, S. H. Chen and K. Madsen, 'A Trust Region Aggressive Space Mapping Algorithm for EM Optimization', IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, Vol 46, No 12, December 1998

[BAK1999] M.H. Bakr, John W. Bandler, N. Georgieva and K. Masden, 'A Hybrid Aggressive Space-Mapping Algorithm for EM Optimization', IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, VOL. 47, NO. 12, December 1999

[BAN2004] John W. Bandler et al, 'Space Mapping, The State of The Art', IEEE Transactions On Microwave Theory and Techniques, Vol. 52, No. 1, JANUARY 2004

[BEN2012] R. Ben Ayed, J. Gong, S. Brisset, F. Gillon, P. Brochet, 'Three-Level Output Space Mapping Strategy for Electromagnetic Design Optimization', IEEE Trans. Mag. , Vol 48, Issue 2, 2012

[BIE1998] J.M. Biedinger, J.P. Vilain, 'Dimensionnement des actionneurs électriques alimentées a fréquence variable sous faible tension : Analyse du problème couple magnétique, thermique, électrique ' EPJAP. 1998, Vol. 3, pp. 101-118.

[BIN1992] K.J Binns, P.J. Lawrenson., C.W. Trowbridge, 'The analytical and numerical solution of electric and Magnetic Fields', John Wiley & Sons, 1992, ISBN: 0-471-92460-1

[BIN2005] A. Binder, T. Schneider, and M. Klohr, 'Fixation of buried and surface-mounted magnets in high speed permanent magnet synchronous motors', Industry Applications Conference, 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record, 2005, vol. 4, pp. 2843-2848

[BER1988] Giorgio Bertotti, 'General properties of power losses in soft ferromagnetic material', IEEE Transaction on Magnetics, 24 (1988), no. 1, 621-630

[BER1999] Yves Bertin, 'Refroidissement des machines électriques tournantes', Techniques de l'Ingénieur, Traité Génie électrique

[BET2007] Betterworth, Chem, 'Introduction to Heat Transfer', Engineering Design Guides, Oxford University Press

- [BJO1959] I.S. Bjorklund, W.M. Kays, 'Heat transfer between concentric rotating cylinders', Journal of Heat Transfer, pp. 175-186, Août 1959
- [BOG2006] A. Boglietti, A. Covanigno 'Evaluation of Radiation Thermal Resistances in Industrial Motors' IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 42, No. 3, May/June 2006
- [BOG2008] A. Boglietti, A. Covanigno, D. Staton, 'Determination of Critical Parameters in Electrical Machine Thermal Models', IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 44, No. 4, JULY/AUGUST 2008
- [BOG2009] A. Boglietti, A. Covanigno, D. Staton, S. Martin, M. Muller and M. Mejuto, 'Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of Electrical Machines', IEEE Transactions on Industrial Electronics Volume:56, Issue: 3, Mars 2009
- [BRA2012] N. Bracikowski, 'Modélisation multi-physique par modèles à constantes localisées : Application à une machine synchrone à aimants permanents en vue de son dimensionnement', Thèse Doctorant, École Centrale de Lille, 2012
- [CAL2000] W.D. Callister, 'Materials science and engineering; an introduction', John Wiley & Sons
- [CHA1983] J. CHATELAIN, 'Volume X : Machines électriques, Traité d'électricité ', éditions GEORGI, 1983, ISBN : 2-88074-050-9
- [CHA2001] E. Chauveau, 'Contribution au calcul électromagnétique et thermique des machines électriques – Application à l'étude de l'influence des harmoniques sur l'échauffement des moteurs asynchrones', Thèse de doctorat de l'Université de Nantes, 2001
- [CHE2004] L. Chedot, 'Contribution à l'étude des machines synchrones à aimants permanents internes à large espace de fonctionnement. Application à l'alternateur-démarrreur' Rapport de thèse, Université de technologie de Compiègne, 2004
- [CHE2006] S. Q. Chen and John W. Bandler, 'An Implicit Space Mapping Technique for Component Modeling', Proceedings of the 36th European Microwave Conference, 2006
- [CHU1973] Churchill, Ozoe, 'Correlation for laminar forced convection in flow over isothermal flat plate and in developing and fully developed flow in isothermal tube', Journal of Heat Transfer, TASME, Ser C, 95:78, 1973

- [CON2000] A. Conn, N. Gould and P.L. Toint, 'Trust region methods', SIAM, Philadelphia, 2000
- [DEL1934] Delaunay B, 'Sur la sphère vide. A la mémoire de Georges Voronoï', Bulletin de l'Académie des Sciences de l'URSS. Classe des sciences mathématiques et naturelles, 1934, Issue 6, 793–800
- [DHI2014] M. Dhifli, Yanis Laoubi, G. Verez, Y. Amara, G. Barakat, 'Couplage direct de la solution analytique des équations de Maxwell avec les réseaux de reluctances', Symposium de Génie Électrique : EF, EPF, MGE, Cachan, Juillet 2014
- [DO2010] D. V. Do, 'Diagnostic de batteries Lithium ion dans des applications embarquées', Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne 2010
- [DOE2013] U.S Department of Energy, 'EV-Everywhere : Grand challenge blueprint', Document du ministère Américain de l'énergie, Janvier 2013
- [DOR1991] Dorfman, 'Computation of the flow and heat transfer due to a rotating disc', 1991
- [ECH2006] D. Echeveria and C. Tong, 'Towards Multilevel Optimization: Space-Mapping and Manifold-Mapping', IEEE TRANS AUTOMAT CONTR, Janvier 2006
- [ECH2008] D. Echeveria, P.W. Hemker, 'Manifold mapping: a two-level optimization technique', Comput Visual Sci Vol 11-pp: 193–206, Springer-Verlag 2008
- [ENC2008] L. Encica, Johan. J. H. Paulides, Elena A. Lomonova and André J. A. Vandenput, 'Aggressive Output Space-Mapping Optimization for Electromagnetic Actuators', IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 44, No. 6, Juin 2008
- [ENC2008] L. Encica, 'Space Mapping Optimization Applied to The Design of a Novel Electromagnetic Actuator for Active Suspension', Rapport de these, Technical University of Eindhoven, 2008
- [EVE1956] Everett C. Elgar, 'Fluid Flow and Heat Transfer in an Annulus with an Inner Rotating Cylinder', Phd Thesis, Massachusetts Institute Of Technology, 1956
- [FAK2011] M. Fakam, M. Hecquet, V. Lanfranchi, P. Brochet et A. Randria, 'Etude vibro acoustique de machines synchrones à aimants à bobinage dentaire', Electrotechnique de Futur, Belfort, 2011

- [FAS2007] Aurélie Fasquelle, 'Contribution à la modélisation multi-physique : électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction', Rapport de thèse, Ecole Centrale de Lille, 2007.
- [FLU2010] Cedrat SA, 'Flux® 10 Guide d'utilisation', volume 2 Description physique, Résolution et Exploitation, Réf. : KF 1 01 - 10.4 - FR - 08/10
- [GAR1978] S.R.M. Gardiner, R.H. Sabersky, 'Heat transfer in an annular gap', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 21, pp. 1459-1466, 1978
- [GAZ1958] C. Gazley, 'Heat-transfer characteristics of the rotational and axial flow between concentric cylinders', Transactions of the ASME, pp. 79-90, 1958
- [GE1981] General Electric, 'Heat transfer and fluid flow data book', 1981
- [GER1994] A. Di Gerlando and I. Vistoli, 1994 'Thermal networks of induction motors for steady state and transient operation analysis', ICEM 1994, Proceeding of the International Conference on Electrical Machines, Paris, September 1994, pp 452-457.
- [HAL2014] J. Hallal, 'Contribution à la conception des machines électriques : amélioration du comportement mécanique (qualité du couple et vibrations) avec prise en compte des incertitudes', Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne 2014
- [HAS2012] A.K.J. Hasselström, U.E. Nilsson, 'Thermal Contact Conductance in Bolted Joints', rapport de Master, CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, Gothenburg, Suède
- [HEM2006] Pieter W. Hemker and D. Echeveria, 'Manifold Mapping for Multilevel Optimization', Centrum voor Wiskunde en Informatica, 2006
- [HOW2012] D.A. Howey, P.R.N. Childs and A.S. Holmes 'Air-gap convection in rotating electrical machines', IEEE Transactions on Industrial Electronics, V 59, pp 1367 – 1375, March 2012
- [HUB2001] A. Hubert, 'Contribution à l'étude des bruits acoustiques générés lors de l'association machines électriques-convertisseurs statiques de puissance. Application à la machine asynchrone', Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne 2001
- [IDO2011] M L. IDOUGHI, 'Extraction de modèles thermiques simplifiés des machines électriques à partir d'un calcul du champ de températures', Thèse de Doctorat 2011, Université Paris-Sud

[INC2007] Incropera, De Witt, Bergman, Lavine, 'Fundamentals of Heat and Mass Transfer', 6ème édition 2007, John Wiley & Sons Ltd

[JAN2010] X. Jannot, 'Modélisation et Optimisation d'un ensemble convertisseur-machine. Application aux systèmes d'entraînement à haute vitesse', Thèse Doctorat, Spélec, 2010

[JÄÄ2009] M. Jääskeläinen 'Determination of coefficients of thermal convection in a high-speed electrical machine', Master's thesis, Helsinki University of Technology, 2009

[JOU2013] A.A. Journeaux 'Modélisation multi physique en Génie Électrique ; Application au couplage magnéto-thermo-mécanique', Thèse Doctorat, Université Paris Sud, 2013

[JUF1995] M. Jufer 'Traité d'électricité : Volume IX Électromécanique', PPUR presses polytechniques, 1995

[K&K1999] K&K Associates, 'Thermal network modeling handbook', Thermal Analysis Kit (TAK) 1999-2000

[KOH2006] C.P Khothandaraman, 'Fundamentals of Heat and Mass Transfer', 3<sup>ème</sup> édition 2006, New Age International Publishers

[KOZ2007] S. Koziel, , and John W. Bandler, 'Microwave Device Modeling Using Space-Mapping and Radial Basis Functions', International Microwave Symposium, 2007. IEEE/MTT-S , E-ISBN : 1-4244-0688-9

[KOZ2010] S. Koziel, John W. Bandler, and Qingsha S. Cheng, 'Robust Trust-Region Space-Mapping Algorithms for Microwave Design Optimization', IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 58, No. 8, AUGUST 2010

[KOZ2013] S. Koziel, L. Leifsson, 'Surrogate-Based Modeling and Optimization – Applications in Engineering', ISBN 978-4614-7550-7, Springer New York Heidelberg Dordrecht London 2013

[KRE1967] Kreith, 'Transmission de la chaleur et thermodynamique', Masson et Cie éditeurs, 1967

[KRI2010] A. Krings, J. Soulard, 'Overview and Comparison of Iron Loss Models for Electrical Machines', EVRE Conference Monaco 2010

[KUT2013] S. Küttler, 'Dimensionnement optimal de machines synchrones pour des applications de véhicules hybrides', Rapport de thèse, Université de Technologie de Compiègne, 2013

[KYL2009] G. Kylander, 'Thermal modelling of small cage induction motors' Phd Thesis, School of Electrical and Computer Engineering Chalmers University of Technology, 2009

[LEG2009] J. Legranger, 'Contribution à l'étude des machines brushless à haut rendement dans les applications de moteurs-générateurs embarqués', Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2009

[LIE2001] John H. Lienhard V et John H. Lienhard VI, 'Heat Transfer Textbook', 3<sup>ème</sup> édition, Cambridge, MIT, 2001

[LI2012] Li, Ojeda, Hoang, Gabsi, Lecrivain, 'Thermal-Electromagnetic Analysis for Driving Cycles of Embedded Flux-Switching Permanent Magnet Motors', "IEEE Transactions on Vehicular Technology 61, 1 (2012) 140-151"

[LJO1994] L. Ljung, T. Glad, 'Modeling of dynamic systems', PTR Prentice Hall, Englewoods Cliffs, New Jersey 07632, ISBN: 0-13-597097-0

[MAL2014] O. Maloberti, A. Gimeno, A. Ospina, G. Friedrich, K. El Kadri Benkara, L. Charbonnier, 'Thermal Modelling of a Claw-Pole Electrical Generator : Steady-State Computation and Identification of free and forced Convection coefficients', IEEE Transactions on Industry Applications, Volume 50, No 1, January/February 2014, pp279-287

[MAR2001] Philippe Marty, 'Transferts thermiques convectifs, Cours UIP Grenoble, Version Septembre 2001

[MEL1991] P.H. Mellor, D. Roberts and D.R. Turner, 'Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design', IEE Proceedings-B, Vol. 138, No. 5, September 1991. pp 205-218.

[MUL2000] B. Multon, H. Ben Ahmed, N. Bernard, P.E Cavarec, 'Les moteurs électriques pour les application de grandes séries', Revue 3EI juin 2000

[NEL1965] J. A. Nelder et R. Mead, 'A simplex method for function minimization.' Computation Journal, 1965: Vol. 7, pp. 308-313

[NER2008] J. Nerg, M. Rilla, J. Pyrhönen, 'Thermal Analysis of Radial-Flux Electrical Machines With a High Power Density', IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 55, No. 10, October 2008

- [NGU2011] T. D. Nguyen, 'Etude de stratégies de modulation pour onduleur triphasé dédiées à la réduction des perturbations du bus continu en environnement embarqué', Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne 2011
- [NIE2006] P. Nie, 'An SQP approach with line search for a system of nonlinear equations', *Mathematical and Computer Modelling*, Vol 43, Issues 3–4, February 2006
- [OKO2010] Okonkwo, Fabian Chiedu, 'Thermal analysis of totally enclosed fan cooled (TEFC) induction machine', *Wilolud Journals*, 2010
- [PEL] Yoav Peles, 'External Forced Convection, 'Aerospace and Nuclear Engineering'', Rensselaer Polytechnic Institute
- [PEL2012] P. Pellerey, 'Etude et Optimisation du Comportement Vibro-Acoustique des Machines Électriques, Application au Domaine Automobile', Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne 2012
- [POP2010] Lyudmila Popova, 'Combined electromagnetic and thermal design platform for totally enclosed induction machines', Master's thesis, Lappeenranta University of Technology, May 2010
- [PYR2008] Pyrhönen, Jokinen, Hrabovová, 'Design of Rotating Electrical Machines', John Wiley & Sons, Ltd, 2008
- [RAY2011] José E. Rayas-Sanchez and Noel Vargas-Chavez, 'A Linear Regression Inverse Space Mapping Algorithm for EM-Based Design Optimization of Microwave Circuits', 978-1-61284-757-3/11, 2011 IEEE
- [REN2003] Béatrice Renard, 'Etude expérimentale et modélisation du comportement thermique d'une machine électrique multifonctions. Application à un alterno-démarrreur intégré', Rapport de thèse, Université de Poitier 2003
- [ROU1977] M. W. Routh, P. A. Swartz and M. B. Denton, 'Performance of the Super Modified Simplex', *Analytical Chemistry*, 1977: Vol. 49, n°9, pp. 1422-1428.
- [SAH2001] F. Sahin, 'Design and development of a high-speed axial-flux permanent magnet machine', Phd thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2001. Proefschrift
- [SCH1968] E. Schubert, 'Heat Transfer Coefficients at End Windings and Bearing Covers of Enclosed Asynchronous Machines', *Elektrie*, Vol. 22, April 1968. pp160-162.(Translation ERA/IB 2846).

[SHE2005] J.R. Shewchuck, 'Triangle, a two dimensional quality mesh generator and Delaunay triangulator', Computer Science Division, University of California Berkeley, California, 2005

[SKF] SKF, catalogue général

[STAMAM] D.A. Staton, A. Covanigno, 'Convection Heat Transfer and Flow Calculations Suitable for Analytical Modelling of Electric Machines', MOTOR-CAD Manual

[STA2006] D. A. Staton and A. Cavagnino, 'Convection Heat Transfer and Flow Calculations Suitable for Analytical Modelling of Electric Machines', IEEE, 2006.

[TAC1964] F. Tachibana, S. Fukui, 'Convective heat transfer of the rotational and axial flow between two concentric cylinders', bulletin of JSME, vol. 7, n° 26, 1964

[TEC] Energy 2D, 'Convection: Heat Transfer Through Fluid Flow', Consulté le 14/15/2015 [<http://energy.concord.org/energy2d/convection.html>]

[VAS2002] Vasilescu, 'Modélisation du transfert de chaleur au sein des machines électriques tournantes. Dimensionnement et optimisation de leur système de refroidissement', Thèse de doctorat de l'Université de Paris VI, 2002

[VID2004] L. Vido 'Etude d'actionneurs électriques à double excitation destinés au transport. Dimensionnement de structures synchrones', Thèse doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2004

[VIV2011] S. Vivier, D. Lemoine and G. Friedrich, 'Fast Optimization of an IPMSM with Space Mapping Technique', 978-1-4577-0541-0/11/IEEE, 2011

[WAL91] Walters, Parker, Morgan, Deming, 'Sequential Simplex Optimization', CRC Press LLC 1991

[WES2001] Dennis J. Wessel, *et al*, 'ASHARE Fundamentals Handbook', 2001

[YAM1962] Yamada, 'Torque resistance of a flow between rotating coaxial cylinders having axial flow', bulletin of J.S.M.E, vol.5, n°20, p-p 634-642, 1962

[YAM2006] K. Yamazaki, Y. Seto, 'Iron Loss Analysis of Interior Permanent-Magnet Synchronous Motors—Variation of Main Loss Factors Due to Driving Condition', IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 42, No. 4, July/August 2006

[ZIE2005] Zienkiewicz. O.C, Taylor. R.L et Zhu J.Z, 'The finite element method, Its basics and fundamentals', 6<sup>ième</sup> édition, Elsevier , 2005, ISBN 0750663200

# Annexe 1

## Définition des nombres adimensionnels utilisés dans la modélisation thermique

- Nombre de Grashof Gr:

Ce paramètre sans dimension est utilisé dans la corrélation de la chaleur et du transfert de masse dû à la convection naturelle induite au niveau d'une surface solide immergée dans un fluide. Il est défini comme :

$$Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

- $T_s$  et  $T_\infty$  : respectivement les températures de la surface et du fluide
- $L$  : Longueur caractéristique du solide

Le nombre de Grashof représente le rapport entre la force de flottabilité due à la variation spatiale de la densité du fluide (causée par des différences des températures) et la force de retenue due à la viscosité du fluide.

- Nombre de Prandtl :

Le nombre de Prandtl,  $Pr$ , est un paramètre représentant le rapport de la diffusion de la quantité de mouvement par rapport à la diffusion de la chaleur dans un fluide. Il est défini comme :

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda_f}$$

Ce nombre est caractéristique du fluide, il ne dépend d'aucune variable géométrique. Pour l'air à la température ambiante,  $Pr$  est de 0,71 ; les gaz les plus courants ont des valeurs proches. Le nombre de Prandtl de l'eau est de 7,56 à une température de 25°C. Les liquides, en général, ont des nombres de Prandtl élevés, atteignant jusqu'à 105 pour certaines huiles.

- Nombre de Rayleigh :

Ce nombre intervient dans le cas de la convection libre et il permet de déterminer le type d'écoulement du fluide: laminaire ou turbulent.

$$Ra = GrPr$$

Etant le produit du nombre de Grashof et celui de Prandtl, Ra décrit le rapport entre le phénomène de conduction et celui de la convection.

- Nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds peut être interprété physiquement par une représentation du rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Si la valeur du nombre de Reynolds est petite, cela signifie que les forces visqueuses sont importantes et l'amplification des perturbations (turbulences) est relativement contenue.

$$Re = \frac{VL}{\lambda_f}$$

L [m] représente la longueur caractéristique du solide.

V [ms<sup>-1</sup>] est la vitesse du mouvement du fluide

Le rôle du nombre de Reynolds en convection forcée est similaire au rôle du nombre de Grashof en convection libre. Ce nombre permet aussi d'avoir une idée sur l'épaisseur de la couche limite de vitesse qui se crée lors de la convection dans laquelle le mouvement du fluide n'est pas uniforme (à vitesse constante ou au repos).

- Nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt est le rapport entre le transfert par convection et celui par conduction à l'interface de l'échange. Il est défini par :

$$Nu = \frac{hL}{\lambda_f}$$

L représente la longueur caractéristique du système. Le nombre de Nusselt donne une relation directe avec le coefficient de transfert convectif qu'on cherche à déterminer pour le calcul des résistances thermiques convectives. Ainsi c'est le calcul de ce nombre qui permet la quantification de l'échange convectif. Plusieurs corrélations mathématiques ont été développées afin de calculer ce nombre en fonction des nombres décrits précédemment ainsi que des configurations géométriques.

- Nombre de Taylor :

Le nombre de Taylor s'écrit :

$$T_a = \frac{2e}{r_i} \left( \frac{\omega_i r_i e}{\vartheta r_e} \right)^2 \frac{\frac{r_i}{r_e} \left( 1 - \frac{\omega_e}{\left( \frac{r_i}{r_e} \right)^2 \omega_i} \right)}{1 + \frac{r_i}{r_e}}$$

$r_i$  et  $r_e$  [m] représentent respectivement les rayons des cylindres intérieur et extérieur.

$e$  [m] est la différence entre les valeurs des deux rayons : distance inter-cylindres.

$\vartheta$  est la valeur de la viscosité cinématique du fluide.

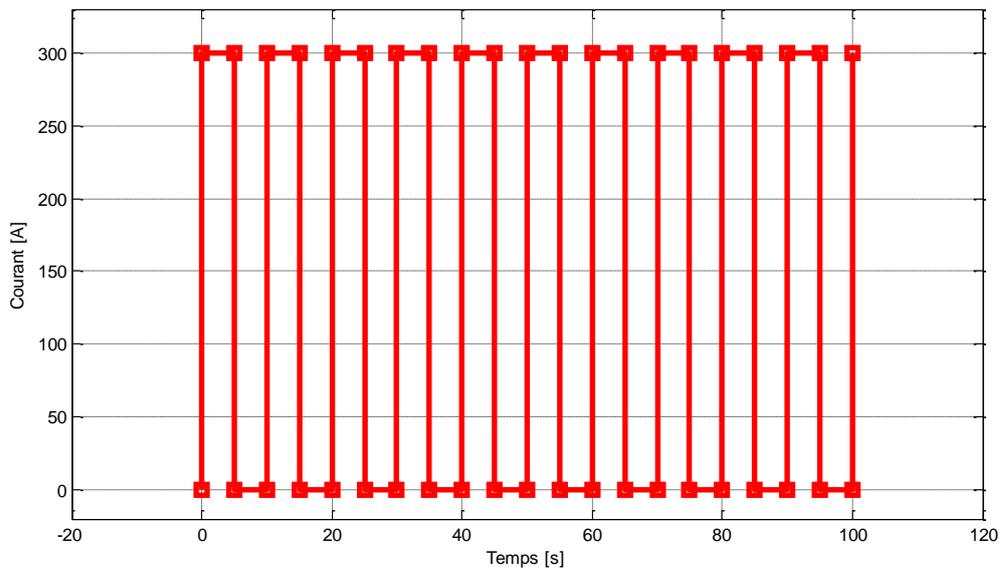
Ce nombre intervient dans le calcul du transfert convectif dans le cas de deux cylindres coaxiaux dont l'un est en rotation [INC2007]. Il représente le rapport entre la force centrifuge appliquée sur le fluide et les forces dues à sa viscosité. Ce nombre est typiquement utilisé pour le calcul du transfert convectif dans l'entrefer des machines électriques.

# Annexe 2

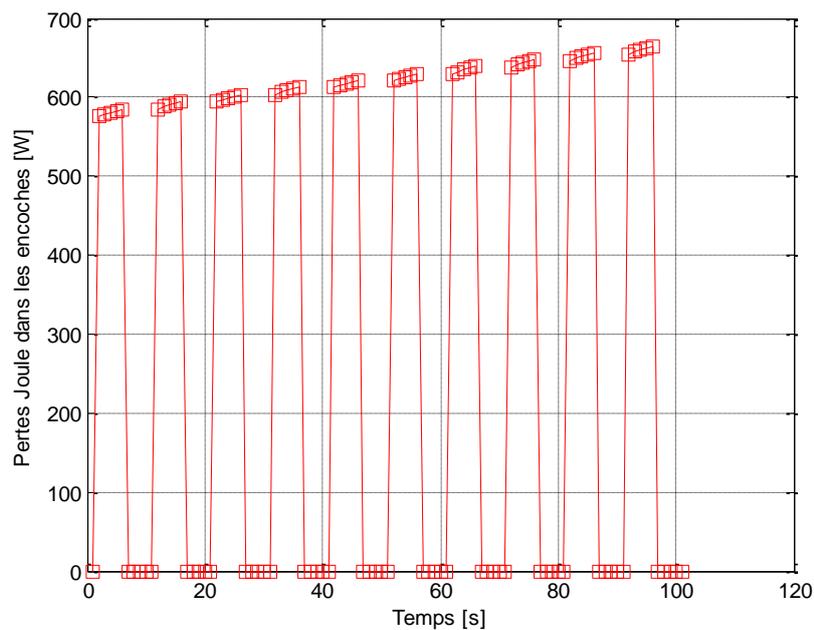
## Performance du modèle thermique en régime transitoire

Dans cette partie les résultats de mesure et les calculs du modèle thermique sont comparés pour une alimentation en créneaux de courant

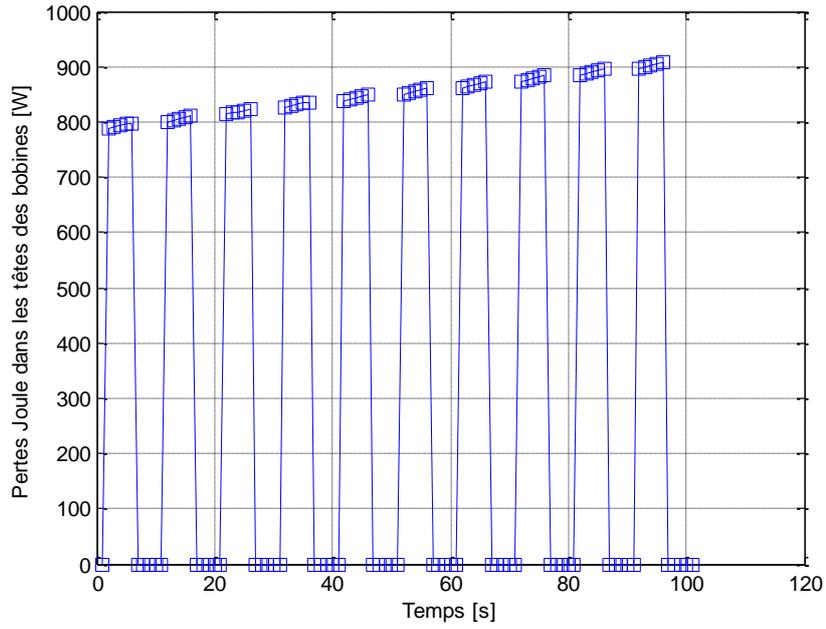
Cette expérience est réalisée à l'arrêt ; un courant électrique d'une intensité de 300 A est injecté dans les enroulements statoriques de l'ADI.



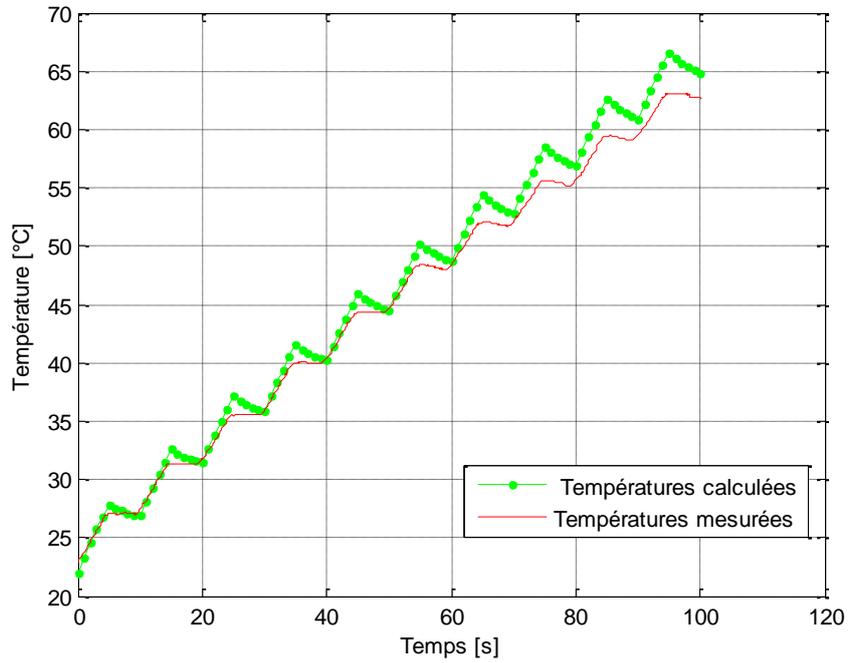
Profil de l'alimentation en courant



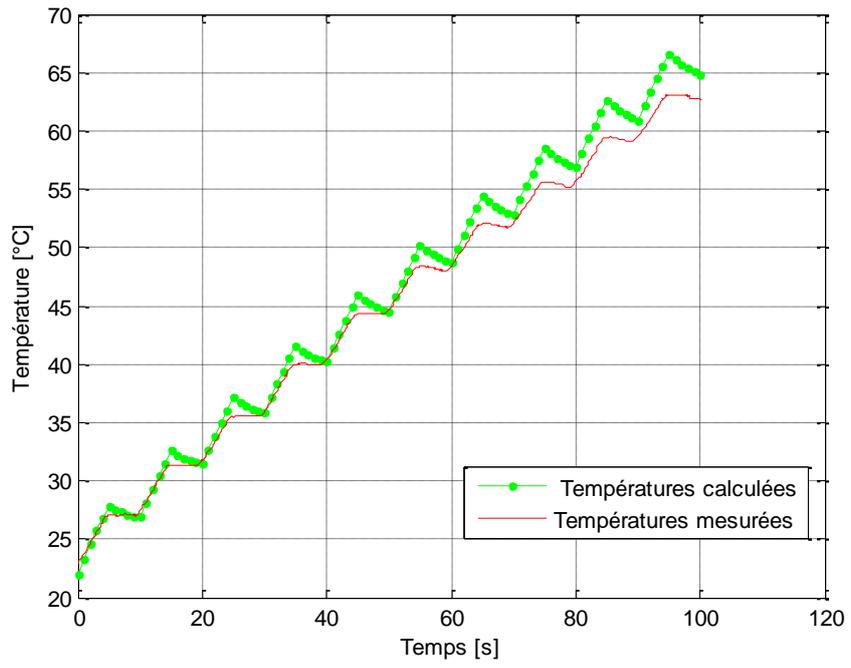
Variations des pertes Joule dans les encoches en fonction du temps



Variations des pertes Joule dans les têtes des bobines en fonction du temps



Comparaison entre les températures mesurées et calculées dans les encoches

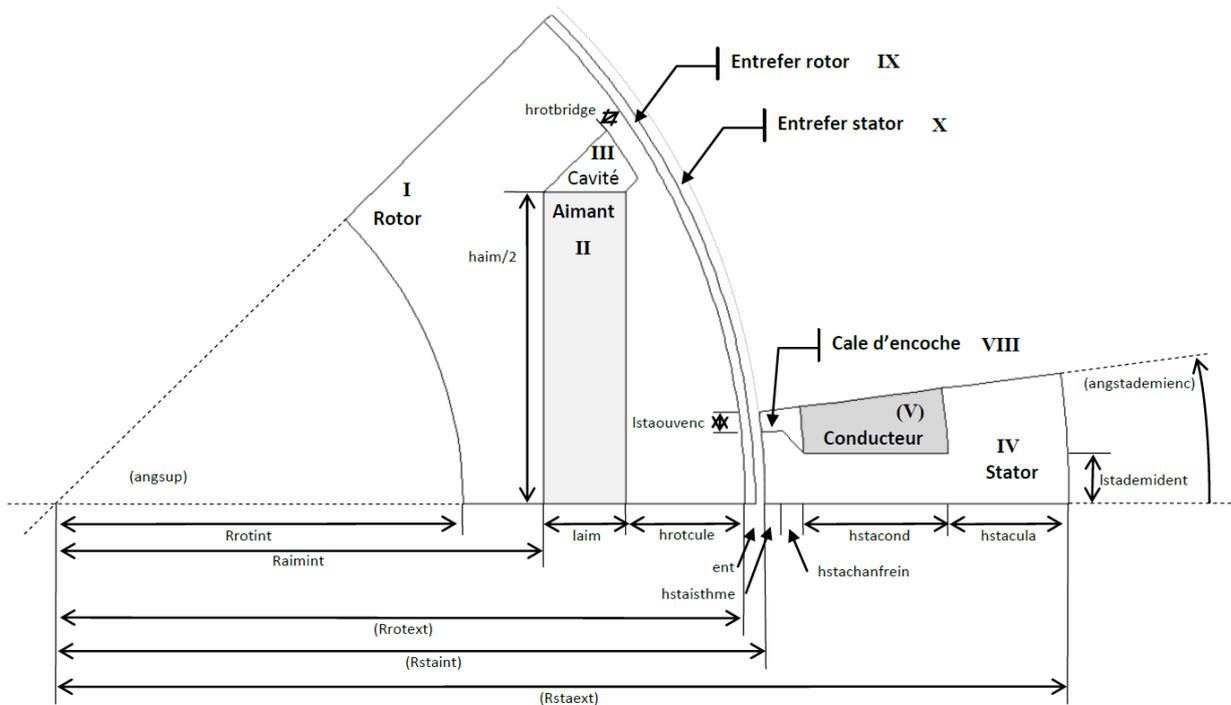


Comparaison entre les températures mesurées et calculées dans les têtes des bobines

# Annexe 3

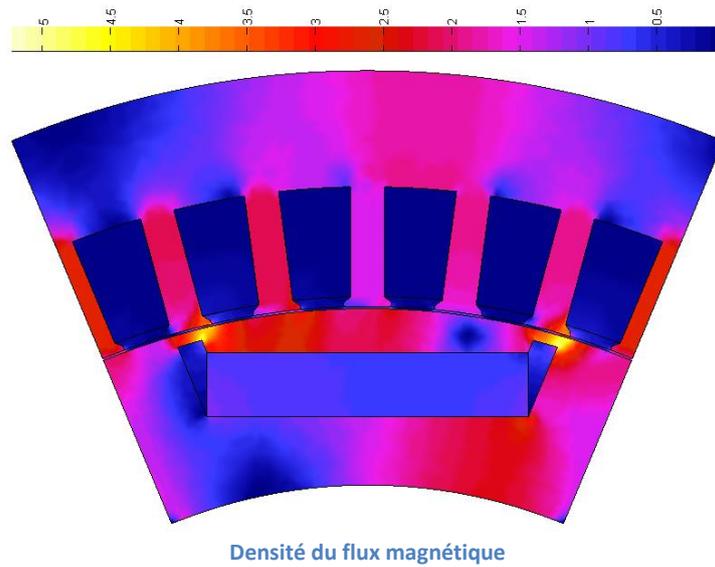
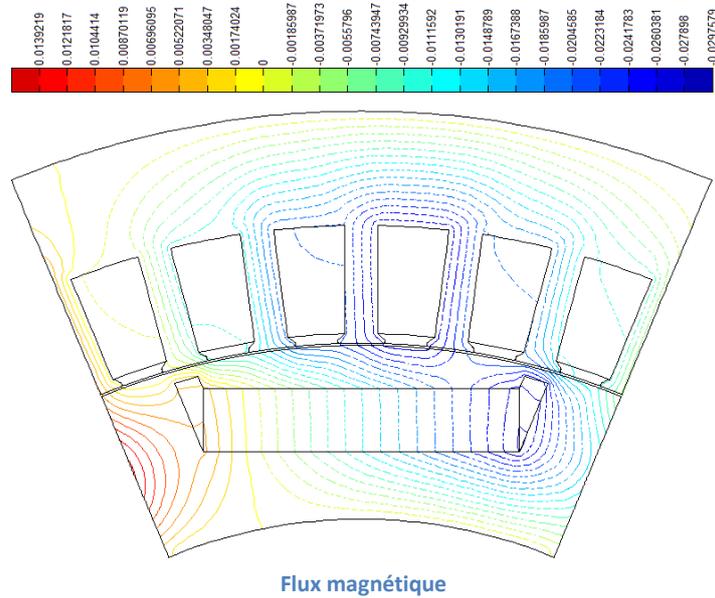
Présentation des paramètres d'optimisation et valeurs numériques des solutions trouvées présentés dans le chapitre V.

Nom de la variable	Description	Unité	
$R_{rotint}$	Rayon intérieur du rotor	[mm]	
$R_{aimint}$	Rayon inférieur d'aimant	[mm]	
$L_{aim}$	Longueur d'aimant	[mm]	
$H_{aim}$	Demi-hauteur d'aimant	[mm]	
$H_{rotbridge}$	Hauteur du pont magnétique	[mm]	
$H_{rotcavity}$	Hauteur de la cavité du rotor	[mm]	
$L_{staouvenc}$	Demi-ouverture d'isthme	[mm]	
$H_{staisthme}$	Hauteur d'isthme	[mm]	
$H_{stacond}$	Hauteur d'encoche	[mm]	
$H_{stacula}$	Hauteur de la culasse statorique	[mm]	
$L_{stademident}$	Demi-largeur de la dent statorique	[mm]	
$L_z$	Longueur de la machine	[mm]	
$I$	Valeur efficace du courant	A	
Paramètres constants au cours de l'optimisation		Valeur	Unité
$ent$	Hauteur d'entrefer	0.3	[mm]
$R_{staext}$	Rayon extérieur du stator	127.5	[mm]
$\delta$	Angle du couple	135	[°]
$N$	Vitesse de rotation	100	[tr/min]



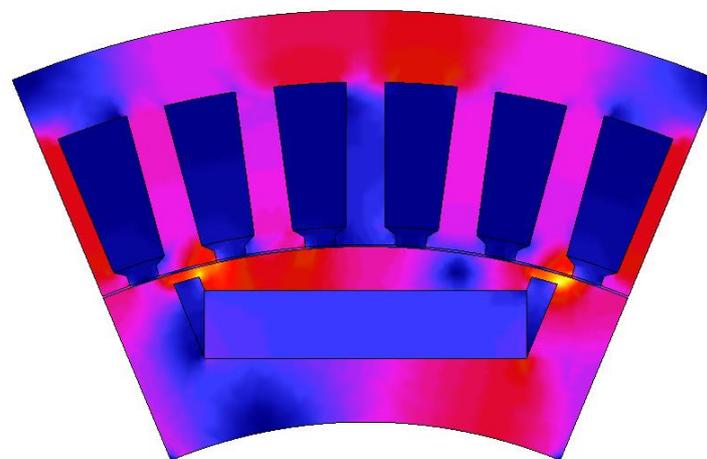
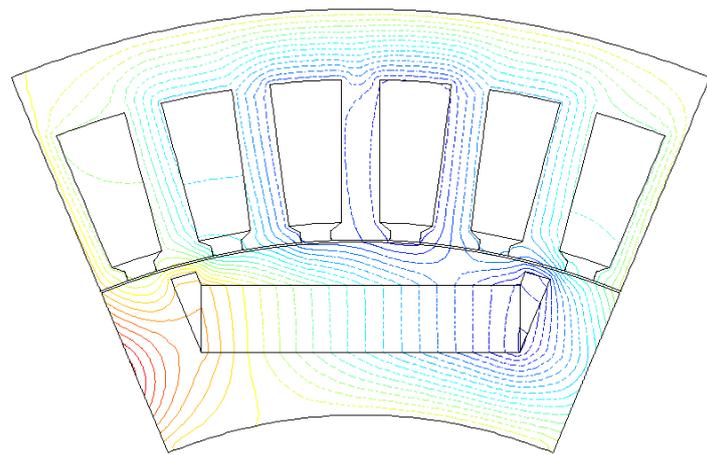
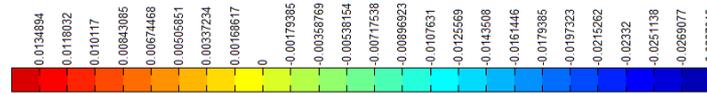
Solution trouvée avec l'optimisation utilisant le modèle fin uniquement

Nom de la variable	Valeur optimale	Unité
$R_{rotint}$	70.2	[mm]
$R_{aimint}$	79.6	[mm]
$L_{aim}$	8.9	[mm]
$H_{aim}$	44	[mm]
$H_{rotbridge}$	1.5	[mm]
$H_{rotcavity}$	1.1	[mm]
$L_{stacouvenc}$	6	[mm]
$H_{staisthme}$	0.54	[mm]
$H_{stacond}$	15.2	[mm]
$H_{stacula}$	16.1	[mm]
$L_{stademident}$	2.3	[mm]
$L_z$	38.6	[mm]
$I$	512	[A]



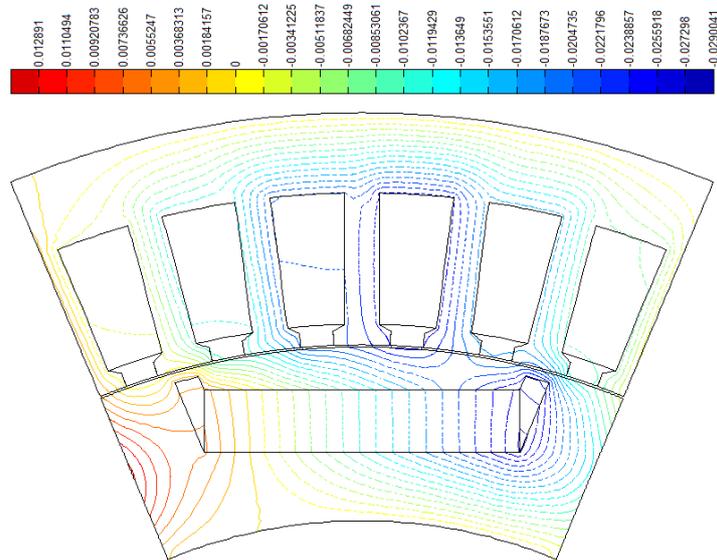
Solution optimale trouvée avec l'optimisation utilisant l'Output Space Mapping proportionnel

Nom de la variable	Valeur optimale	Unité
<b>R</b> rotint	70.2	[mm]
<b>R</b> aimint	79.1	[mm]
<b>L</b> aim	9.5	[mm]
<b>H</b> aim	44.5	[mm]
<b>H</b> rotcavity	1.3	[mm]
<b>H</b> rotcavity	1.5	[mm]
<b>L</b> stauvenc	4.2	[mm]
<b>H</b> staisthme	1.4	[mm]
<b>H</b> stacond	20.1	[mm]
<b>H</b> stacula	10	[mm]
<b>L</b> stademident	2.7	[mm]
<b>L</b> <sub>z</sub>	39.3	[mm]
<b>I</b>	455	[A]

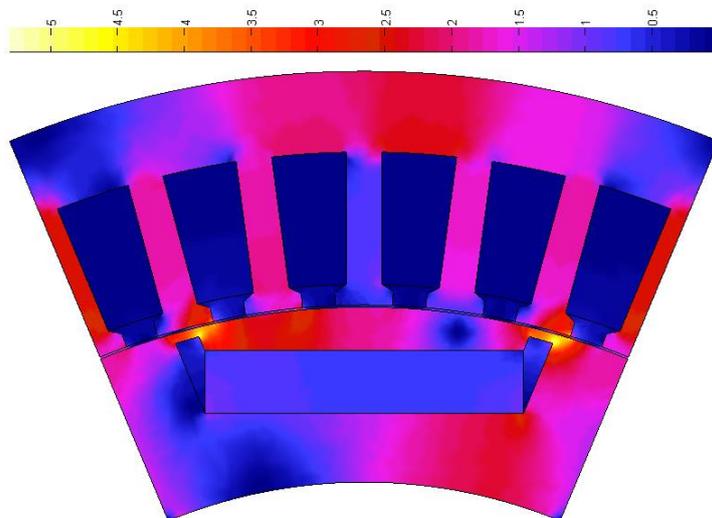


Solution optimale trouvée avec l'optimisation utilisant le Manifold Mapping

Nom de la variable	Valeur optimale	Unité
$R_{rotint}$	70.5	[mm]
$R_{aimint}$	80	[mm]
$L_{aim}$	8.7	[mm]
$H_{aim}$	43.8	[mm]
$H_{rotbridge}$	1.3	[mm]
$H_{rotcavity}$	1.6	[mm]
$L_{staouvenc}$	4.6	[mm]
$H_{staisthme}$	2	[mm]
$H_{stacond}$	18.4	[mm]
$H_{stacula}$	11.2	[mm]
$L_{stademident}$	2.5	[mm]
$L_z$	40.1	[mm]
$I$	505	[A]



Flux magnétique



Densité du flux magnétique