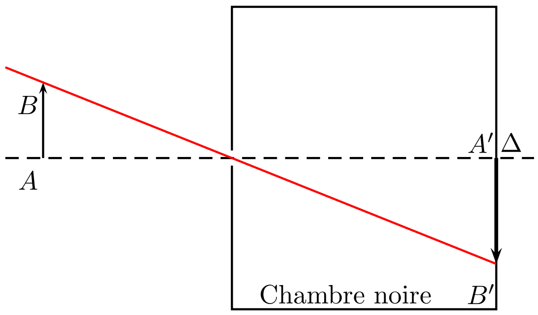
PS80 : Examen intermédiaire corrigé : Vision

1 Chambre noire (2 pts)

1. (1 pt) Schéma de la chambre noire avec formation de l'image :



2. (1 pt) Si on agrandit le trou, une plus grande quantité de lumière peut entrer, l'image devient donc plus lumineuse.

Cependant, des faisceaux de rayons divergents issud du point-objet B peuvent entrer, l'image devient donc encore plus floue.

Pour améliorer la qualité de l'image, on peut ajouter une lentille à l'entrée de la chambre, qui focalisera les rayons pour former une image nette au fond de la boîte.

2 L'œil myope (6 pts)

1. (1 pt) L'œil normal forme une image nette, sur la rétine située 15 mm derrière le cristallin, d'objets situés à l'infini. Par définition, cela signifie que le point focal image de cette lentille se trouve sur la rétine, i.e. $\overline{f'} = 15\,mm$.

2. (2 pts) L'immeuble observé se trouve à une distance $\overline{OA} = -500\,m$ de l'œil, ce qui est très grand par-rapport à la distance focale : on peut donc considérer que l'immeuble est à l'infini.
La grandeur de l'image sur la rétine est donnée par le rayon issu du point-objet B (sommet de l'immeuble) passant par O :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{f'}}$$

$$\text{ssi} \quad \overline{A'B'} = \overline{AB}\frac{\overline{f'}}{\overline{OA}}$$

Application numérique : $\overline{A'B'} = -0,9\,mm$.

3. (1 pt) Quand l'objet situé à $\overline{OA} = -2\,m$ de l'œil est vu nettement sur la rétine à $\overline{OA'} = 15\,mm$, la nouvelle distance focale est donnée par la formule de conjugaison :

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{f'}}$$

$$\text{ssi} \quad \overline{f'} = \frac{\overline{OA}.\overline{OA'}}{\overline{OA'} - \overline{OA}}$$

Application numérique : $\overline{f'} = 15,1\,mm$.

4. (2 pts) L'image par la lentille correctrice, d'un objet situé à l'infini, se toruve au P_r de l'œil non corrigé, à $D = 10\,m$. Par définition, le point focal image du verre correcteur divergent se trouve donc au P_r, i.e. sa distance focale vaut $\overline{f'} = -10\,m$ (en négligeant la distance verre-œil de 2 cm), et sa vergence vaut $V = -0,1\,\delta$ $(V = 1/\overline{f'})$.

5. (1 pt) De la même manière, l'image par le verre correcteur, du point le plus proche visible par l'œil corrigé, se trouve au P_p de l'œil non-corrigé, à $d = 10\,cm$: $\overline{O_1A'} = \overline{O_1P_p} = \overline{O_1O} + \overline{OO_1} = -8\,cm$. La distance de ce point au centre optique O_1 du verre correcteur est donnée par la formule de conjugaison :

$$-\frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{\overline{O_1A'}} = \frac{1}{\overline{f'}}$$

$$\text{ssi} \quad \overline{O_1A} = \frac{\overline{O_1A'}.\overline{f'}}{\overline{f'}.\overline{O_1A'}}$$

Et la distance de ce point à l'œil est donnée par :

$$\overline{OA} = \overline{OO_1} + \overline{O_1A} = \overline{OO_1} + \frac{\overline{O_1A'}.\overline{f'}}{\overline{f'}.\overline{O_1A'}}$$

Application numérique : $\overline{OA} = -10\,cm$.

3 Couche anti-reflet (4 pts)

1. (2 pts) La différence de marche entre les deux rayons réfléchis s'écrit :

$$\delta = \frac{2en}{\cos r}$$

Or d'après la loi de Snell-Descartes de la réfraction on a :

$$\sin i = n \sin r$$

Donc :

$$\delta = \frac{2en}{\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin i}{n}\right)\right)}$$

2. (1 pt) Sous incidence normale ($i = 0$), $\delta = 2en$. L'onterférence des rayons réfléchis est desctructive si $\delta = (k + 1/2)\,\lambda$, où $k \in \mathbb{Z}$. On a alors :

$$2ne = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$\text{ssi} \quad e = \frac{\lambda}{2n}\left(k + \frac{1}{2}\right)$$

L'épaisseur minimale correspond à $k = 0$:

$$e = \frac{\lambda}{4ne}$$

Application numérique : $e = 68,75\,nm$.

3. (1 pt) Sous incidence quelconque, la relation entre épaisseur et longueur d'onde s'écrit :

$$\frac{1}{2}\lambda = \delta = \frac{2en}{\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin i}{n}\right)\right)}$$

Ainsi l'angle d'incidence i_b tel que l'interférence est destructive à la longueur d'onde $\lambda_r = 600\,nm$ (complémentaire du bleu) vérifie :

$$\lambda_r = \frac{4en}{\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin i_b}{n}\right)\right)}$$

$$\text{ssi} \quad \frac{4en}{\lambda_r} = \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin i_b}{n}\right)\right)$$

$$\text{ssi} \quad i_b = \sin^{-1}\left(n \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{4en}{\lambda_r}\right)\right)\right)$$

Application numérique : $i_b = 53°$.

4 Echolocation chez la chauve-souris (8 pts)

1. (2 pts) Cette limitation est due à la diffraction de l'onde ultrasonore par des objets de petite taille, i.e. de dimension comparable à la longueur d'onde de l'onde sonore, ce qui empêche de détecter un écho clair. Ainsi, la dimension minimale d'un insecte détectable vaut :

$$d_{min} = \lambda = \frac{v_s}{f}$$

Application numérique : $d_{min} = 1,1\,cm$.

2. a) (0.5 pt) La distance d parcourue par la chauve-souris pendant l'intervalle Δt vaut :

$$d = v\,\Delta t$$

b) (0.5 pt) La distance L de propagation du signal ultrasonore pendant l'aller-retour s'écrit :

$$L = D + (D - d) = 2D - d$$
$$\text{et} \quad L = v_S\,\Delta t$$

c) (0.5 pt) D'après les questions précédentes :

$$2D - v\,\Delta t = v_S\,\Delta t$$

$$\text{ssi} \quad \Delta t = \frac{2D}{v + v_S}$$

Application numérique : $\Delta t = 17\,ms$.

d) (0.5 pt) L'erreur commise sur Δt en négligeant le déplacement de la chauve-souris s'écrit :

$$\Delta\left(\Delta t\right) = \left|\frac{2D}{v + v_S} - \frac{2D}{v}\right| = \left|2D\frac{v_S - (v_S + v)}{v_S\,(v + v_S)}\right| = \frac{2Dv}{v_S\,(v + v_S)}$$

L'erreur relative vaut donc :

$$\varepsilon = \frac{\Delta\left(\Delta t\right)}{\Delta t} = \frac{v}{v_S}$$

Application numérique : $\varepsilon = 0.02$. L'erreur est très faible, on pourra, dans la plupart des cas, négliger le déplacement de la chauve-souris.

3. a) (0.5 pt) Le phénomène physique à l'origine du décalage de fréquence du signal réfléchi est l'effet Doppler.

b) (0.5 pt) Lorsque la chauve-souris se dirige vers le mur, la fréquence de l'écho est plus élevée que celle du signal émis.

c) (0.5 pt) D'après la réponse précédente, l'expression correcte est :

$$f_a = f_{a,2} = f\frac{v_S + v}{v_S - v} \, , > f$$

d) (0.5 pt) Alors, la fréquence de l'écho d'un signal émis à la fréquence $f = 60\, kHz$ vaut : $f_a = 62\, kHz$.

e) (0.5 pt) Les ailes du papillon en vol, en battant, ont un mouvement alterné par-rapport à la chauve-souris : rapprochement - éloignement - rapprochement... Quand l'aile "se rapproche" de la chauve-souris, la fréquence de l'écho est supérieure à la fréquence émise. Quand l'aile "s'éloigne" de la chauve-souris, la fréquence de l'écho est inférieure à la fréquence émise. On obtient bien un "décalage oscillant de fréquence", modulant le décalage "moyen" dû à la trajectoire du papillon par-rapport à la chauve-souris.

f) (0.5 pt) Pour compenser le décalage Doppler dû à l'obstacle fixe vers lequel elle se dirige, la chauve-souris réduit la fréquence de l'ultrason émis, car $f_{a,1} > f$.

g) (+1 pt) Le premier harmonique a une fréquence $f_1 = 2f$. Donc si l'harmonique est corrigé de 3 Hz, la fréquence fondamentale est corrigé de 1,5 Hz. D'où la fréquence fondamentale corrigée : $f_{corr} = 58,5\, kHz$ (de sorte que ($f_{a,corr} = 60\, kHz$).