TPs d'électricité : éléments de correction

1 TP 1 : mesures de résistances

L'objectif de ce TP est de mesurer 3 résistances inconnues par différentes méthodes : mesure directe à l'ohmmètere, méthode volt-ampèremétrique, équilibrage d'un pont de Wheatstone.

1.1 Mesures à l'ohmmètre

La notice du multimètre ISO-TECH IDM91E fournit une formule de calcul de l'incertitude en fonction du calibre, dans la colonne "Accuracy". "Reading" est la valeur affichée, et "Digit" est la résolution. Par exemple pour une mesure affichant 37,0 Ω avec le calibre 200 Ω (résolution 0,1 Ω) :

$$R = 37,0 \pm \left(\frac{0,75}{100} \times 37,0 + 4 \times 0,1\right) \Omega$$

$$\text{ssi} \quad R = 37,0 \pm 0,7\,\Omega$$

Pour la mesure directe, il convient de choisir le calibre le plus faible supérieur à la valeur à mesurer. Dans le cas d'une valeur inconnue, on commence donc sur le plus grand calibre et on descend jusqu'à atteindre le bon calibre, défini au-dessus.

1.2 Montage volt-ampèremétrique

Le multimètre SEFRAM 7120 est utilisé comme voltmètre. D'après sa notice, son impédance dans ce mode de fonctionnement vaut $R_v = 10\,M\Omega$.
Le multimètre ISO-TECH IDM91E est utilisé comme ampèremètre. D'après sa notice, son impédance dépend du calibre utilisé. Elle peut être déduite de la tension aux bornes de l'ampèremètre dans un calibre donné, proportionnelle au courant mesuré selon la loi d'Ohm. La tension maximale U_{max} ("Voltage Burden") est liée au calibre I_{max} par :

$$U_{max} = R_a\, I_{max}$$

Le tableau suivant regroupe les valeurs de l'impédance de cet ampèremètre pour les différents calibres possibles :

Calibre $I_{max}\,(A)$	Tension max $U_{max}\,(V)$	Impédance $R_a\,(\Omega)$
2.10^{-4}	$0,6$	3.10^{3}
2.10^{-3}	$0,6$	3.10^{2}
2.10^{-2}	$0,6$	3.10^{1}
2.10^{-1}	$0,9$	$4,5$
10	$0,9$	9.10^{-2}

On souhaite commettre l'erreur la plus faible possible. Pour cela, on choisira le montage (cf. fascicule de TP) :

- amont quand $R >> R_a$, c'est-à-dire pour mesurer R_C (de l'ordre de $10^5\,\Omega$) ;
- aval quand $R << R_v$, c'est-à-dire pour mesurer R_A et R_B (o.d.g. $R_A \sim 10\,\Omega$ et $R_B \sim 100\,\Omega$).

Calcul de l'incertitude sur R
La résistance inconnue R est donnée par la loi d'Ohm et les mesures de tension V et d'intensité I :

$$R = \frac{V}{I}$$

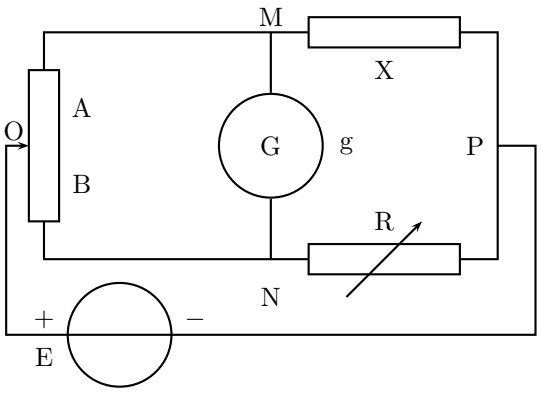
Alors :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}$$

Où les incertitudes sur V et I sont données par les formules présentes dans les notices des deux appareils (même principe que pour l'incertitude sur les mesures à l'ohmmètre).

1.3 Pont de Wheatstone

Le pont de Wheatstone est équilibré ssi les points M et N sont au même potentiel (cf. schéma ci-contre). Dans le montage du TP, équilibrer le pont équivaut donc à annuler le courant entre M et N, d'après la loi d'Ohm appliquée au micro-ampèremètre. Cette méthode est plus précise et juste que l'utilisation d'un voltmètre.



Choix des valeurs de K, pour $X = R_A$, R_B, ou R_C :
La mesure de X est donnée par (équilibrage du pont de Wheatstone) :

$$X = R\frac{A}{B} = R\,K$$

On veut donc régler R avec la plus grande précision possible. Or le plus petit calibre de la boîte à décades est $1\,\Omega$, donc il faut que $R > 100\,\Omega$.
De plus, d'après les tableaux fournis, plus R est grande, plus le courant autorisé est faible. Afin de pouvoir travailler sans risque pour les composants, $R < 10\,k\Omega$. De même, pour épargner les composants de la boîte K (rhéostat permettant de régler A et B à la fois) $100 > K > 0,01$. Cela permet aussi d'avoir les mêmes valeurs maximales de courant autorisées (sensiblement) dans A et X, et dans B et R.
Voici des valeurs possibles de K pour mesurer les différentes résistances :

- $R_A \sim 10\,\Omega : K = 0,01$, i.e. $R \sim 1\,k\Omega$;
- $R_B \sim 100\,\Omega : K = 1$, i.e. $R \sim 100\,\Omega$;
- $R_C \sim 100\,k\Omega : K = 100$, i.e. $R \sim 1\,k\Omega$.

On peut déterminer la valeur maximale E_{max} de la tension d'alimentation qui permet de ne pas dépasser la valeur $I_{max} = 100\,mA$ du courant d'alimentation, d'après :

$$A + B = 1k\Omega \quad ; \quad A/B = K \quad ; \quad E_{max} = I_{max}R_{eq}$$

où la résistance équivalente du pont est donnée par :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{A+X} + \frac{1}{B+R}$$

Le tableau suivant donne donc les valeurs maximales de E autorisées :

X	K	$R\,(\Omega)$	$A\,(\Omega)$	$B\,(\Omega)$	$R_{eq}\,(\Omega)$	$E_{max}\,(V)$
R_A	0,01	1000	9,9	990	19,7	1,9
$35\,\Omega$	0,01	3500	9,9	990	44,5	4,4
R_B	1	100	500	500	300	30
R_C	100	1000	990	9,9	1000	100

Alors qu'une tension de $10,0$ à $15,0V$ permet de mesurer les résistances R_B et R_C sans problème, pour la mesure de R_A il faut appliquer une tension plus faible. Le jour du TP, on avait $R_A > 35\,\Omega$, auquel cas une tension de 4,4 V est autorisée. Pour simplifier la manipulation on pouvait donc garder l'alimentation réglée à 3,0 V (réglage du montage volt-ampèremétrique) pour toute l'expérience.

2 TP 2 : oscilloscope et condensateur

2.1 Question préparatoire

Au cours de la décharge, la tension aux bornes du condensateur vaut :

$$u_C \,=\, E\,e^{-\frac{-t}{\tau}} \quad ; \quad \tau \,=\, R\,C$$

On peut donc déterminer la constante de temps τ, sans connaître E, d'après la décroissance exponentielle mesurée lors de la décharge, en mesurant la tension à deux dates quelconques $U_1 \,=\, u_C\,(t_1)$ et $U_2 \,=\, u_C\,(t_2)$ en effet :

$$\frac{U_1}{U_2} \,=\, \frac{E\,e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{E\,e^{-\frac{-t_2}{\tau}}} \,=\, e^{-\frac{t_2-t_1}{\tau}}$$

$$\text{ssi} \quad \tau \,=\, \frac{t_2-t_1}{\ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)}$$

Calcul d'incertitude :

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} \,=\, \frac{\Delta\,(t_2-t_1)}{t_2-t_1} \,+\, \frac{\Delta \ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)}{\ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)} \,=\, \frac{\Delta t_2 \,-\, \Delta t_1}{t_2-t_1} + \frac{1}{\ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)}\,\left(\frac{\Delta U_1}{U_1} \,+\, \frac{\Delta U_2}{U_2}\right)$$

Application numérique : $U_1 \,=\, 8,00 \pm 0,04\,V$, $U_2 \,=\, 4,00 \pm 0,004\,V$, $t_1 \,=\, 0,00 \pm 0,002\,ms$, $t_2 \,=\, 1,38 \pm 0,02\,ms$. Alors $\tau \,=\, 1,99 \pm 0,04\,ms$.

2.2 Incertitude de lecture à l'oscilloscope numérique

L'incertitude sur toute mesure à l'oscilloscope numérique correspond à la taille d'un pixel. Chaque division (côté du carré de $1\,cm \,\times\, 1\,cm$délimité en pointillés) comprend 25 pixels, donc :

- l'incertitude sur une mesure de temps vaut 1/25 de la vitesse de balayage (ou sensibilité horizontale) ;
- l'incertitude sur une mesure de tension vaut 1/25 de la sensibilité verticale.

Toute autre incertitude est dérivée de celles-ci par un calcul de propagation.
On comprend aussi, d'après cette définition, qu'il convient de choisir la sensibilité (horizontale et verticale) offrant la plus faible résolution compatible avec la valeur mesurée. Cela revient à afficher l'oscillogramme du phénomène mesuré (période du signal sonde, temps de montée, décharge du condensateur) en utilisant la plus grande portion possible de l'écran (un peu comme on cadre une photographie, mais avec des valeurs de zoom "quantifiées").

2.3 Mesures à l'oscilloscope numérique

Les oscilloscopes du TP permettent une mesure directe d'amplitude, de période ou de fréquence (menu "Cursors"). Il faut pour cela positionner les curseurs correctement :

- en mode tension, ou "Y", aux niveaux du maximum et du minimum de l'oscillogramme pour la mesure d'amplitude ;
- en mode temps, ou "X", encadrant exactement une période du signal pour les mesures de période et de fréquence.

En effet les valeurs d'amplitude, fréquence ou période sont calculées d'après la position des curseurs.
Certains modèles offrent aussi le calcul du temps de montée à 95 % d'un signal (menu "Measures"). Autrement, il faut utiliser les curseurs, voici une méthode possible :

1. connaissant l'amplitude V_{max} , calculer $V_{95} = 0,95\,V_{max}$;
2. à l'aide des curseurs en mode tension et du positionnement horizontal, amener le point à t_{95} (tel que $U = V_{95}$) sur l'axe vertical médian ;
3. à l'aide des curseurs en mode temps, mesurer le temps de montée (entre t_0 (le début de la montée) et t_{95}.

2.4 Mesure de la constante de temps du circuit RC

Le fascicule donne des valeurs conseillées de R et C et les bons réglages de l'oscilloscope pour cette mesure.
L'oscillogramme affiché lors de la décharge permet de calculer la constante de temps du circuit RC (afin, par exemple, de la comparer à la valeur théorique). La méthode de calcul est celle qui a été démontrée dans l'exercice préparatoire (utliser les curseurs en mode temps et tension et positionner l'oscillogramme de manière commode).
Remarque : Dans cette expérience, on calcule d'abord une valeur de la constante de temps du circuit "R-C série" d'après les valeurs choisies de R et C, puis on mesure cette même constante de temps d'après un oscillogramme de la décharge. Cela peut sembler vain mais pas du tout, en effet les valeurs caractéristiques des composants, R et C, sont connues à une incertitude de 5 à 10 % près (appelée tolérance).
Or ces composants entrent dans la construction de circuits dont le comportement (oscillateur, amplificateur, filtre en fréquences, dans un poste de radio par exemple) est très sensible aux valeurs effectives des caractéristiques. Il convient donc, en plus des calculs théoriques, de mesurer les constantes de temps, périodes d'oscillation, constantes d'amortissement, etc. des circuits réalisés et au besoin de les ajuster pour obtenir les caractéristiques souhaitées.